151830

ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mahmude Revan ÖZKALE

İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL YÖNTEMLERİ VE UYGULAMALAR

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

ADANA, 2004

ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL YÖNTEMLERİ VE UYGULAMALAR

Mahmude Revan ÖZKALE

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

Bu tez 01/06/2004 Tarihinde Aşağıdaki Jüri Üyeleri Tarafından Oybirliği/~~Oyçokluğu~~ İle Kabul Edilmiştir.

İmza.....İmza.....İmza.....

Doç.Dr.Selahattin KAÇIRANLAR Prof.Dr.Fikri AKDENİZ Yrd.Doç.Dr.Funda YILDIRIM

DANIŞMAN ÜYE ÜYE

Bu tez Enstitümüz İstatistik Anabilim Dalında hazırlanmıştır.

Kod No 2353

T.C. ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ 1923

Prof. Dr. Fikri AKDENİZ
Enstitü Müdürü
İmza ve Mühür

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

ÖZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL YÖNTEMLERİ VE UYGULAMALAR

Mahmude Revan ÖZKALE

ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

Danışman : Doç. Dr. Selahattin KAÇIRANLAR

Yıl: 2004, Sayfa: 195

Jüri : Doç Dr. Selahattin KAÇIRANLAR

: Prof. Dr. Fikri AKDENİZ

: Yrd. Doç. Dr. Funda YILDIRIM

Kalite kontrol, üretim aşamasında spesifikasyonlara uymayan ürünlerin ayrılması ve bu ürünlerin engellenmesi anlamına gelmektedir. Bu amaçla bir tek kalite karakteristiğinin kontrolü için tek değişkenli kalite kontrol grafikleri, birden fazla kalite karakteristiğinin kontrolü için çok değişkenli kalite kontrol grafikleri kullanılmaktadır. Tek değişkenli kalite kontrolde kontrol dışı durumun kaynağının belirlenmesi kolayken çok değişkenli kalite kontrolde bazı özel tekniklerin kullanılması gerekmektedir. Mason-Young-Tracy ayrışımı bu tekniklerden bir tanesi olup bir uygulama üzerinde gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kalite Kontrol, Tek Değişkenli Kalite Kontrol, Çok Değişkenli Kalite Kontrol, Mason-Young-Tracy Ayrışımı

ABSTRACT

MSc THESIS

STATISTICAL QUALITY CONTROL TECHNICS AND APPLICATIONS

Mahmude Revan ÖZKALE

DEPARTMENT OF STATISTICS

INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

UNIVERSITY OF CUKUROVA

Supervisor : Assoc.Prof. Dr. Selahattin KAÇIRANLAR
Year: 2004, Pages:195
Jury : Assoc.Prof. Dr. Selahattin KAÇIRANLAR
: Prof. Dr. Fikri AKDENİZ
: Asst.Prof. Dr. Funda YILDIRIM

Quality control means separating the product which don't conform the spesifications and preventing these products. For this goal univariate quality control charts are used for controling one quality characteristic, multivariate quality control charts are used when there are more than one quality characteristic. Though determining the source of the off-control condition in univariate quality control is easy, it is difficult in multivariate quality control. For this reason it is necessary to use certain special technics. Mason-Young-Tracy decomposition technic is one of these technics and this is shown in an application.

KeyWords: Quality Control, Univariate Quality Control Charts, Multivariate Quality Control Charts, Mason-Young-Tracy Decomposition

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam süresince desteğini esirgemeyen danışman hocam Doç. Dr. Selahattin Kaçıranlar ve bölüm başkanımız Prof. Dr. Fikri Akdeniz' e, uygulama yaptığım fabrika çalışanlarına teşekkürlerimi sunuyorum.

İÇİNDEKİLER SAYFA

ÖZ.....I

ABSTRACT.....II

TEŞEKKÜR.....III

İÇİNDEKİLER.....IV

ÇİZELGELER DİZİNİ.....VIII

ŞEKİLLER DİZİNİ.....X

SİMGELER ve KISALTMALAR.....XII

1. GİRİŞ.....1

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR.....2

2.1. Kalite Kontrol Nasıl Başladı?.....2

2.2. Kalite ve Kalite Kontrolün Tanımı.....3

2.3. Kalite Kontrolün Tarihsel Gelişimi.....5

2.4. Kalite Kontrol Çalışan Bazı Bilim Adamları.....7

2.5. İstatistiksel Kalite Kontrol Nedir?.....17

2.6. İstatistiksel Proses Kontrol Nedir?.....18

2.7. İstatistiksel Kalite Kontrol ile İstatistiksel Proses Kontrol Arasındaki Fark Nedir?.....19

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL TEKNİKLERİ.....20

3.1. Çetele Diyagramı.....21

3.2. Histogramlar.....24

3.3. Pareto Analizi.....29

3.4. Neden Sonuç Diyagramı.....32

3.5. Hata Yoğunluk Diyagramı.....34

3.6. Serpilme Diyagramı.....36

3.7. Kontrol Grafikleri.....41
3.7.1. Örneklem Büyüklüğü ve Örneklem Sıklığı.....44
3.7.2. Kontrol Grafiğinde Noktaların Analizi.....46
4. NİCEL KONTROL GRAFİKLERİ.....48
4.1. Shewhart Kontrol Grafikleri.....48
4.1.1. $\bar{x}$ ve R Kontrol Grafikleri.....49
4.1.1.1. Standart Değerlere Dayalı $\bar{x}$ ve R Grafiği.....54
4.1.1.2. $\bar{x}$ ve R Grafiklerinde Örneklem Büyüklüğünün Değişmesi.....55
4.1.1.3. Kontrol Dışı Durum Analizi.....56
4.1.2. $\bar{x}$ ve S Kontrol Grafikleri.....60
4.1.2.1..Örneklem Büyüklüğünün Değişken Olması Durumunda $\bar{x}$ ve S Kontrol Grafiği.....63
4.1.3. Gözlem Değerleri (x) ve Hareketli Değişim Aralığı (MR) Kontrol Grafiği.....65
4.2. Birikimli Toplam (CUSUM) Kontrol Grafikler.....69
4.2.1. Algoritmik CUSUM.....71
4.2.1.1. Büyük Değişimler İçin CUSUM'ın Geliştirilmesi.....75
4.2.1.2. Tek Yönlü Birikimli Toplam Kontrol Grafikleri.....75
4.2.2. V Maskesi Prosedürü.....77
4.2.3. Ortalama Adım Uzunluğu (OAU) ve Hızlı Başlangıç Tepkisi (HBT)....80
4.2.4. CUSUM Kontrol Grafiği ile Shewhart Kontrol Grafiğinin Karşılaştırılması.....83
4.3. Üstel Ağırlıklı Hareketli Ortalama (EWMA) Kontrol Grafiği.....84
4.3.1. λ ve L Parametrelerinin Seçimi.....87
4.3.2. Birleştirilmiş Shewhart-EWMA Grafikleri.....90

4.3.3. Proses Standart Sapmasını Kontrol İçin EWMA Grafiği.....91
4.4. Hareketli Ortalama (MA) Kontrol Grafiği.....93
5. NİTEL KONTROL GRAFİKLERİ.....96
5.1. Kusurlu oranı (p) Kontrol Grafiği.....96
5.1.1. Kusurlu Oran (p) Kontrol Grafiğindeki Noktaların Yorumu.....101
5.1.1.1. Kusurlu Oranı (p) Kontrol Grafiğinde Örneklem Büyüklüğünün Belirlenmesi.....109
5.2. Kusur Sayısı (np) Kontrol Grafiği.....113
5.3. Kusur Sayısı (c) Kontrol Grafiği.....114
5.4. Birim Başına Kusur Sayısı (u) Kontrol Grafiği.....119
6. ÇOK DEĞİŞKENLİ KALİTE KONTROL.....126
6.1. Hotelling T^2 İstatistiği.....127
6.2. I Aşamada T^2 İstatistiğinin Grafiklendirilmesi.....130
6.2.1. Parametrelerin Bilinmemesi Durumunda Kontrol Dışı Gözlemin Temizlenmesi.....131
6.2.2 Parametrelerin Bilinmesi Durumunda Kontrol Dışı Gözlemlerin Temizlenmesi.....134
6.3. II.Aşama T^2 İstatistiğinin Grafiklendirilmesi.....135
6.3.1. Bilinmeyen Parametrelerle T^2 Grafiği.....136
6.3.2. Bilinen Parametrelerle T^2 Grafiği.....139
6.4. MYT Ayrışımı.....140
6.4.1. Ayrışım Terimlerinin Hesaplanması.....142
6.4.2. MYT Ayrışımının Özellikleri.....144
6.4.3. Sinyal Veren Değişkenlerin Belirlenmesi.....144
6.4.4. Bir T^2 Bileşenindeki Sinyalin Yorumu.....146

6.5. Çok Değişkenli EWMA (MEWMA) Kontrol Grafiği.....149

6.6. Çok Değişkenli CUSUM (MCUSUM) Kontrol Grafiği.....150

7. UYGULAMA.....152

8. SONUÇ VE ÖNERİLER.....176

KAYNAKLAR.....177

ÖZGEÇMİŞ.....179

EKLER.....180

ÇİZELGELER DİZİNİ Sayfa

Çizelge 3.1. Nicel Veri İçin Çetele Diyagramı....22
Çizelge 3.2. Çetele Diyagramı 23
Çizelge 3.3. Bir Tezgahın Duruş Kayıtları 30
Çizelge 4.1. R nin S^2 ye göre göreceli etkinliği....51
Çizelge 4.2. Ölçüm değerleri....64
Çizelge 4.3. Diyabet hastasının 16 hafta boyunca kilosu....68
Çizelge 4.4. $h=4$ veya $h=5$ ve $k=\frac{1}{2}$ ile algoritmik CUSUM' ın OAU Performansı....74
Çizelge 5.1. Örneklem büyüklüğünün sabit olması durumunda kusurlu oran kontrol grafiği için veriler....102
Çizelge 5.2. kontrol dışı olan 10.gözlemin atılması ile elde edilen veriler....103
Çizelge 5.3. Kontrol dışı olan 9.gözlemin atılması ile elde edilen veriler....105
Çizelge 5.4. Kontrol dışı olan 8.gözlemin atılması ile elde edilen veriler....106
Çizelge 5.5. Örneklem büyüklüğünün değişken olması durumunda kusurlu oran kontrol grafiği verileri....108
Çizelge 5.6. Kusurlu sayısı kontrol grafiği için veriler....116
Çizelge 5.7. kontrol dışı olan 13.gözlemin atılması ile elde edilen veriler....118
Çizelge 5.8. u kontrol grafiği veri genel yapısı....119
Çizelge 5.9. u kontrol grafiği için veriler....122
Çizelge 6.1. Kazan Sıcaklık Verileri....132
Çizelge 6.2. Kazan Sıcaklık Verileri İçin Korelasyon Matrisi....132
Çizelge 6.3. 25 Gözlem İçin T^2 Değerleri....131
Çizelge 6.4. Kontrol Dışı Gözlemin Atılması Sonucu Elde Edilen Korelasyon Matrisi....133
Çizelge 6.5. Yeni T^2 Değerleri....134
Çizelge 6.6. $\alpha=0,01$ İken $\ddot{U}KS_B$ nın Değerleri....135
Çizelge 6.7. I.Aşama Buhar Tribün Verileri....138

Çizelge 6.8. II. Aşama Buhar Tribün Verileri.....139
Çizelge 7.1. Kopslar İçin Yapılan Test Sonuçları 158
Çizelge 7.2. %50 Polyester+%50 Viskon+Lycra (core-spun) İplik Cinsi İçin Standart İplik Değerleri.....159
Çizelge 7.3. x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 Değişkenleri İçin T^2 Değerleri.....165
Çizelge 7.4. 12. Gözlem Veri Grubundan Atıldıktan Sonra Elde Edilen Veriler.....166
Çizelge 7.5. 21 Gözlem İçin T^2 Değerleri.....167
Çizelge 7.6. 2. Gözlem Veri Grubundan Atıldıktan Sonra Elde Edilen Veriler 168
Çizelge 7.7. 20 Gözlem İçin T^2 Değerleri.....169
Çizelge 7.8. Koşulsuz T^2 Değerleri.....172
Çizelge 7.9. $T^2_{i.j}$ Koşullu Terimleri.....173
Çizelge 7.10. HDS İle Belirlenen İstatistikler.....174
Çizelge 7.11. $T^2_{i.j,k}$ koşullu terimleri.....174
Çizelge 7.12. $T^2_{i.j,k,l}$ Koşullu Terimleri.....175
Çizelge 7.13. $T^2_{i.j,k,l,m}$ Koşullu Terimleri.....175

ŞEKİLLER DİZİNİ Sayfa

Şekil 3.1. Prosesin yeterli olması durumu....26
Şekil 3.2. Değişim aralığı ile spesifikasyon sınırlarının aynı olması durumu....26
Şekil 3.3. Prosesin yeterli olmaması durumu....27
Şekil 3.4. İki ayrı histogram olması durumu....27
Şekil 3.5. Histogramın soldan sağa artma göstermesi....28
Şekil 3.6. Histogramın iki tepeli olması....28
Şekil 3.7. Pareto grafiği....31
Şekil3.8. Neden sonuç diyagramı örneği....33
Şekil 3.9. Pareto analizi ve neden sonuç diyagramının birlikte kullanımı....35
Şekil 3.10. Klasik bir kontrol grafiği....42
Şekil 4.1: (a) Prosesin kontrol durumunda olması (b) Prosesin değişkenliğinin büyük olması (c) Prosesin istenilen ortalamadan sapması....49
Şekil 4.2. Tekrarlı değişimler....57
Şekil 4.3. Proses düzeyinde değişim....57
Şekil4.4. Bir yönde sürekli değişim....58
Şekil 4.5. Katmanlaşma....58
Şekil 4.6. Karışım....59
Şekil 4.7. $\overline{x}$ kontrol grafiği....64
Şekil 4.8. S kontrol grafiği....64
Şekil 4.9. x kontrol grafiği....69
Şekil 4.10. MR kontrol grafiği....69
Şekil 4.11. Karar aralığı....77
Şekil 4.12. Tipik bir V-maskesi....78
Şekil 4.13. 50,100,250 ve 370 lik OAU değerlerinde EWMA grafikleri için optimum λ değerleri....89
Şekil 4.14. 500,750,1000 ve 2000 lik OAU değerlerinde EWMA grafikleri için optimum λ değerleri....89
Şekil 4.15. 500,100,250 ve 370 lik OAU değerleri için optimum λ ve L kombinasyonları....90

Şekil 4.16. 500,750,1000,1500 ve 2000 lik OAU değerleri için optimum λ ve L kombinasyonları....90
Şekil 5.1. 10 gözlem için kusurlu oran kontrol grafiği....102
Şekil 5.2. 9 gözlem için kusurlu oran kontrol grafiği....104
Şekil 5.3. 8 gözlem için kusurlu kontrol grafiği....106
Şekil 5.4. 7 gözlem için kusurlu kontrol grafiği....107
Şekil 5.5. Örneklem büyüklüğünün değişken olması durumunda kusurlu oran kontrol grafiği....108
Şekil 5.6. 25 gözlem değeri için kusurlu sayısı kontrol grafiği....117
Şekil 5.7. 24 gözlem için kusur sayısı kontrol grafiği....119
Şekil 5.8. u kontrol grafiği....124
Şekil 5.8. Ortalama örneklem büyüklüğüne dayalı u kontrol grafiği....125
Şekil 6.1. 2 değişkenli bir gözlem için kontrol sınırları....126
Şekil 6.2. Kontrol elipsi....127
Şekil 6.3. Buhar tribün sistemi....136
Şekil 6.4. Kutu içerisindeki elipsoid....147
Şekil 6.5. x_1 ve x_3 için kontrol bölgesinin izi....149
Şekil 7.1. x_1 değişkeni için normal dağılım grafiği....160
Şekil 7.2. x_2 değişkeni için normal dağılım grafiği....161
Şekil 7.3. x_3 değişkeni için normal dağılım grafiği....162
Şekil 7.4. x_4 değişkeni için normal dağılım grafiği....162
Şekil 7.5. x_5 değişkeni için normal dağılım grafiği....163
Şekil 7.6. T^2 değerleri için Q-Q grafiği....164
Şekil 7.7. x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 değişkenleri için Hotelling T^2 grafiği....165
Şekil 7.8. T^2 kontrol grafiği....167
Şekil 7.9. T^2 kontrol grafiği....169

SİMGELER VE KISALTMALAR

OAU: Ortalama Adım Uzunluğu

HBT: Hızlı Başlangıç Tepkisi

OSZ: Ortalama Sinyal Zamanı

CUSUM: Cumulative Sum

EWMA: Exponentially Weighted Moving Average

MA: Moving Average

MCUSUM: Multivariate Cumulative Sum

MEWMA: Multivariate Exponentially Weighted Movig Average

HDS: Histrorical Data Set

MR: Moving Range

GMA: Geometric Moving Average

EWMS: Exponentially Weighted Mean Square Error

EWRMS: Exponenetially Weighted Root Mean Square

1. GİRİŞ

İşletmelerin minimum maliyet ve maksimum kazançla kaliteli ürün ortaya koyma çabası işletmelerde rekabet ortamının doğmasına neden olmuştur. En az hatalı ürünü ortaya koyma, yani kaliteli ürün ortaya koyma ürünün üretim aşamasında kalitesini bozan unsurlarını belirleyip bu hatayı/hataları ortadan kaldırmayı gerektirmektedir. Bu amaçla yapılan çalışmaların sonucunda kalite kontrol bir bilimsel alan olarak karşımıza çıkmıştır.

Kalite ile ilgili ilk kayıtlar M.Ö. 2150 yılına kadar uzanır. Bu tarihten günümüze kadar sırasıyla muayene, istatistiksel kalite kontrol, toplam kalite kontrol, toplam kalite yönetimi olarak gelişim aşamalarından geçmiş, pek çok bilim adamı kalite üzerinde çalışmalar yapmıştır. Kalitenin bir tek tanımının bulunmayışı bilim adamlarının farklı yaklaşımlarla kaliteyi elde etme çabalarını ortaya çıkarmıştır.

Kalite kontrol çalışmaları genel olarak istatistiksel kalite kontrol çalışmaları olarak karşımıza çıkmaktadır. İstatistiksel kalite kontrol tekniklerinden en çok kontrol grafikleri kullanılmaktadır. Kalite kontrol çalışmasında hangi kalite kontrol grafiklerin kullanılması gerektiği, kontrol dışı durum analizi, özellikle çok değişkenli kalite kontrolde, derin bilgi birikimini gerektirmektedir.

Bu çalışmanın amacı tek değişkenli kalite kontrol grafikleri ve çok değişkenli kalite kontrol grafiklerini anlatmak, kontrol dışı durum sinyallerinin yorumlanmasına değinmek, bu çalışmaları uygulamalar üzerinde görmektir.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

2.1. Kalite Kontrol Nasıl Başladı?

Kalite ile ilgili ilk kayıtlar M.Ö. 2150 Hammurabi Kanunlarına kadar uzanır. Hammurabi Kanunlarının 219. maddesinde şu hükme yer verilmektedir: " Eğer bir inşaat ustası bir adama ev yapar ve yapılan ev yeterince sağlam olmayıp ev sahibinin üstüne çökerek ölümüne sebep olursa o inşaat ustasının başı uçurulur." Yine Fenikeliler'de ve Eski Mısır'da da kaliteye verilen önemler görülmektedir. Fakat kalitenin bir kavram olarak ortaya çıkması 19. yüzyıla rastlar. Kalite kontrol çalışmaları endüstri devrimi ile başlamıştır. İlk olarak kalite kontrol işlemi , bir veya bir kaç işçi tarafından gerçekleştiren bir görev olmuştur. 19. yüzyıl başlarında modern sanayi sistemi ortaya çıktı. Bu dönemde iş planlaması işçilerin elinden alınarak mühendislerin eline verilmiştir. Böylece bilimsel yöntemin ön plana çıkması sağlanmış oldu.

Kalitenin tarihsel gelişimini dört aşamada ele alabiliriz :

1. Muayene
2. İstatistiksel kalite kontrol
3. Toplam kalite kontrol
4. Toplam kalite yönetimi

1. Muayene: II. Dünya Savaşı'nın başlaması ile birlikte büyük miktarlarda kitle üretim ihtiyacının ortaya çıkması muayene faaliyetlerinin gelişmesine sebep olmuştur. Muayene yönteminde üretilen ürünlerin tek tek veya örnekleme yolu ile kontrol edilmesi amaçlanmaktadır. Kontrol sonucunda "iyiler" ile "kötüler" birbirinden ayrılarak, belirli bir kalite düzeyine ulaşılmaya çalışılmıştır.
http://www.sbe.deu.edu.tr/Yayinlar/dergi/dergi04/dogangil.htm

2. İstatistiksel kalite kontrol: Gittikçe artan tüketici ihtiyaçları ve buna paralel olarak genişleyen üretim hacmi, muayeneye dayalı bir denetim sisteminin uygulanmasını kimi zaman olanaksız, kimi zaman da yüksek maliyetli kılmaya başlayınca istatistik temelli yeni arayış ve çözümler gündeme gelmeye başlamıştır. Bu yöndeki ilk gelişme W.A Shewhart'ın uyguladığı kontrol şemaları ile Dodge ve Romig' in

geliştirdiği örnekleme muayene sistemleri olmuştur. Böylece bu araç ve sistemler istatistiksel örnekleme temeline dayandırılıyordu. Bu araçların yaygın olarak kullanılmaya başlanması ile istatistiksel kalite kontrolü adı altında hatalı üretimi en aza indirmeyi hedefleyen yöntemler ile örnekleme muayene yöntemleri etkin olarak kullanılmaya aşlanılmıştır.

http://olasilikuzayi.sitemynet.com/yazar_dosyalar/02_nisan/yyaso.htm

3. Toplam kalite kontrolü: Kalite çalışmalarını belli bir alana daraltmak mümkün değildir. Kişiler veya kuruluşların kalite kavramını kullanım alanlarına göre şekillendirdiği görülmektedir. 1957 yılında "Industrial Quality Control" dergisinde yayınladığı bir makalede A.V. Fiegenbaum, kalitenin tüm örgütü ve çalışanları ilgilendirdiğini belirtmiş ve toplam kalite kontrolü, "bir organizasyondaki değişik grupların kalite geliştirme, kaliteyi koruma ve kalite iyileştirme çabalarını müşteri tatminini de göz önünde tutarak üretim ve hizmeti en ekonomik düzeyde gerçekleştirebilmek için birleştiren etkili bir sistem" olarak tanımlamıştır. Toplam kalite kontrol anlayışı 1970'li yıllarda daha çok Japon firmalarınca etkin olarak kullanılmıştır. Bugün ise bu anlayışa daha çok toplam kalite yönetimi adı verilmektedir.

4. Toplam kalite yönetimi: "Muayene", "İstatistiksel Kalite Kontrol" ve "Toplam Kalite Kontrol" aşamalarından sonra bugün firmalarca/şirketlerce yaygın olarak kullanılan "Toplam Kalite Yönetimi" doğmuş oldu. Toplam kalite yönetimi, günümüzde en genel haliyle, bir kuruluştaki tüm faaliyetlerin sürekli olarak iyileştirilmesi ve organizasyondaki tüm çalışanların kesin aktif katılımıyla çalışanların, müşterilerin ve toplumun memnun edilerek kararlılığa ulaşılması olarak ifade edilmektedir. Başka bir deyişle, bir işletmede işin bir defada ve hatasız –sıfır hata ile- yapılması ve müşterinin %100 tatmin edilmesi şeklinde ifade edebiliriz.

2.2. Kalite ve Kalite Kontrolün Tanımı

Üretim sanayisinde , yayınlarda ve günlük hayatta kalite kavramı üzerinde ortak bir tanım bulunmamaktadır. Kalite kavramının zaman içinde gelişmesi ve kapsamının genişlemesi sebebiyle kalitenin ne olduğu hususunda değişik bakış açılarına göre

farklı tanımlar yapılmıştır. Bunlardan bazılarını şu şekilde sıralayabiliriz: http://www.sbe.deu.edu.tr/Yayinlar/dergi/dergi04/dogangil.htm

Kalite ile ilgili kuruluşların kalite tanımları:

- Amerikan Kalite Kontrol Derneği (ASQC): Bir mal ya da hizmetin belirli bir gerekliliği karşılayabilme yeteneklerini ortaya koyan karakteristiklerin tümü.
- Avrupa Kalite Kontrol Organizasyonu (EOQC): Belirli bir malın veya hizmetin, tüketicinin hizmetlerine uygunluk derecesi.
- Alman Standartlar Enstitüsü (DIN): Bir ürünün öngörülen ve şart koşulan gereklere uyum yeteneği.
- Japon Sanayi Standartlar Komitesi (JIS): Ürün ya da hizmeti ekonomik yoldan üreten ve tüketici isteklerine cevap veren bir üretim sistemidir.
- Türk Standartlar Enstitüsü (TSE): (TS-ISO 9005) Bir ürün ya da hizmetin belirlenen veya olabilecek gereksinimleri karşılama yeteneğine dayanan özelliklerin toplamıdır.

Kalite ile ilgili çalışma yapan bilim adamlarına göre tanımlamalar:

- Taguchi (1965): Kalite, ürünün toplumda neden olduğu minimal zarardır.
- Deming (1968): Kalite, gereksinimleri tatmin edebilme kapasitesidir.
- Crosby (1979): Kalite, ihtiyaçlara uygunluktur.
- Feigenbaum (1983): Kalite, bir ürünün tasarım ya da özelliklere uygunluk derecesidir.
- Deming (1986): Kalite, mevcut ve gelecekteki müşteri gereksinimlerinin karşılanması için gayret sarf etmektir.
- Juran (1988): Kalite, kullanıma uygunluktur.

Tüm bu tanımlar göz önünde bulundurulursa kaliteyi, geniş anlamda "amaca uygunluk derecesi" ve dar anlamda "standartlara uygunluk" olarak tanımlayabiliriz (Ulutürk, 1999).

Amaca uygunluk derecesi; bir ürünün kaliteli olup olmadığına, ihtiyaçların ve beklentilerin karşılanıp karşılanmamasına göre tüketicinin karar vermesidir. Bu bakımdan kalite, ürünün fonksiyonuna ve hizmet ettiği amaca göre bir anlam taşıyabileceğinden dolayı amaca uygunluk derecesi olarak tanımlanabilir.

Standartlara uygunluk; ürünün tasarım aşamasına belirlenen standartlara ve spesifikasyonlara uygun olması, bu standart ve spesifikasyonlardan kabul edilebilen tolerans sınırları içinde minimum sapma göstermesi demektir. Bu tanımdan da anlaşılabileceği gibi, bu yaklaşım kaliteyi üretici açısından değerlendirmektedir.

Bu tanımlar ele alındığında kalitenin sağlanması kontrol sorununu beraberinde getirmektedir. O halde kalite kontrol ne demektir?

İlk olarak "kontrol denilince ne anlaşılıyor?" sorusunu ele alalım. Genel manada kontrol, belli hedefe varmak için yapılan faaliyetlerin planlanması, denetlenmesi, meydana gelebilecek değişmelerin tespit edilmesi ve buna göre gerekli düzetmelerin yapılması işi olmakla beraber iki şekilde tanımlayabiliriz. Birincisi, muayene ve denetleme anlamında mamullerin değerlendirilmesidir. İkincisi ise, yapılan faaliyetlerin önceden belirlenmiş veya yeni tespit edilmiş standartlara uygunluğunun incelenmesidir.

Sonuç olarak kalite kontrol, üretim aşamasında spesifikasyonlara uymayan ürünlerin ayrılması ve bu ürünlerin üretilmesinin engellenmesi anlamında gelmektedir.

2.3. Kalite Kontrolün Tarihsel Gelişimi

Kalite kontrolün başlangıçı endüstri devriminden sonra, küçük atölyelerin fabrikalar haline dönüştüğü ve pazar ekonomisinin temellerinin atıldığı 1920'li yıllara dayanmaktadır. 1920'li yıllarda Bell Telefon Laboratuarları muayene ve test yapmak, kaliteyi sağlamak için kalite bölümlerini kurdu. 1924 yılında fizikçi olan Walter A. Shewhart, Bell Telefon Laboratuarları'nda ilk kez kontrol diyagramlarını kullanmaya başladı. 1931 yılında "imalat ürünlerinin kalitesinin ekonomik kontrolü" üzerine üretim ve kontrol diyagramları ile istatistiksel metotların kullanımının esaslarını yayınladı. 1932'de Londra Üniversitesinde ilk kez üretim ve kontrol diyagramlarında istatistiksel metotlar eğitimi verdi ve 1938'de W.Edwards Deming'in daveti üzerine tarım sektörüne kontrol diyagramları üzerine seminerler vermek için Amerika'da bulundu. 1942-1946 yıllarında endüstride kalite kontrol eğitim kursları verildi ve Kuzey Amerika'da bu konuda çalışan 35'ten fazla kurum

kuruldu (Gümüşoğlu, 2000). 1949 yılında ABD'de kurulan Amerikan Kalite Kontrol Derneği (ASQC), izleyen yıllarda dünyanın çeşitli ülkelerinde benzer amaçla kurulan ulusal organizasyonların ilk örneği olmuştur.

W.Edwards Deming kalite gelişimine sistematik bir yaklaşım getirir ve gelişen kalite ile pazar payının arttığını, geri dönüşlerin azaldığını, kurumun çalışanlarını daha iyi motive ve tatmin ettiğini savunur. W.Edwards Deming, ürün ve hizmetlerin geliştirilmesi için amacın değişmezliğinin kesin bir gereklilik olduğunu vurgulamaktadır. Buna ek olarak 'derin bilgi' sahibi olma konusuna özel bir önem verir ve bununla temel olarak istatistiksel analizin kullanımıyla elde edilen değişimin anlaşılmasını anlatmak ister (Gözübatık, 1997). 1947 yılında Japon endüstrisinde istatistiksel kalite kontrol seminerleri vermek üzere davet edildi. 1949 yılında Japon Bilim Adamları ve Mühendisleri Derneği (JUSE) kurularak kalite kontrol konusunda faaliyetlere başlanıldı. Deming, 1950 yılında JUSE tarafından tekrar davet edildi ve Japonların endüstriyel yöneticilerini eğitmeye başladı. Böylece Japon sanayisinde istatistiksel kalite kontrol metotları yaygınlaşmaya başladı (Gümüşoğlu, 2000).

W.Edwards Deming'den sonra 1954 yılında Dr. Joseph M.Juran da bazı kalite geliştirme ve yönetimi eğitimleri vermek için JUSE tarafından Japonya'ya davet edildi. Juran'ın kalite görüşü yönetim fizyolojisine istatistiksel bir yaklaşım getirir. Kalite süreçleri; kalite planlaması, kalite kontrol ve kalite geliştirme ile mali süreçler arasında paralellikler çizerek yönetimin kontrolünü sağlar (Gözübatık, 1997).

1956 yılında JUSE ve Japon Standartları Birliği tarafından Japonya'da kalite bilincinin yaygınlaştırılması amacıyla 17 radyodan seminerler yayınlanmaya başlamış ve günde 15 dakika olmak üzere 1962 yılına kadar bu yayınlar devam etmiştir.

Sonuç olarak kalite kontrol ve istatistiksel tekniklerin gelişmesine katkıda bulunmuş olan uzmanlar, bu tekniklerin işletmelerin tüm faaliyetlerinde uygulanması ve kalite sağlama programına fabrikadaki tüm personelin katılması gerektiği düşüncesindeydiler. Bu uzmanlar ABD'de fazla itibar görmeyen fikirlerini Japonların daveti üzerine Japonya'da uygulama fırsatı bulmuşlardır.

Japonlar , kaliteyi müşteriye bir söz verme şeklinde kabul etmektedir. Üstelik bu sözün, bizzat işçiler tarafından da yerine getirilmesi gerektiğine inanmışlardır.

Neticede Japonlar o denli başarılı olmuşlardır ki dünya ticaretinde (optik, elektronik ve otomotiv sektöründe) zirveye çıkmışlardır (Bircan ve Özcan, 2003).

2.4. Kalite Kontrol Çalışan Bazı Bilim Adamları

Tarih boyunca pek çok bilim adamı kalite kontrol çalışmıştır. Bu alanda etkileri en çok hissedilen bazı bilim adamlarını şu şekilde sıralayabiliriz (Aktan, 2000). http://www.canaktan.org/yonetim/toplam_kalite/anasayfa-kalite.htm

Walter Shewhart, 1891-1967 yılları arasında yaşamıştır. Shewhart, toplam kalite yönetimi alanında liderlik görevini üstlenen W.Edwards Deming ve Joseph M. Juran'ın istatistiksel düşünme yönünden etkilendiği kişidir. Shewhart 1920'li yıllarda çalıştığı Bell Telefon Laboratuarında kalite geliştirme ve problem çözme alanında istatistiksel araçlardan geniş ölçüde yararlanmıştır. Deming o yıllarda bir süre Shewhart'ın çalıştığı Bell Laboratuar firmasında Shewhart ile birlikte çalışma imkanına sahip olmuştur.

Shewhart'ın istatistiksel süreç kontrol ve istatistiksel kalite kontrol alanında yazdığı iki önemli kitabı bulunmaktadır:

Economic Control of Quality of Manufactured Product, 1931.

Statistical Method from the Viewpoint of Quality Control.

Shewhart, kaliteyi "objektif kalite" ve "subjektif kalite" olmak üzere ikiye ayırır. Shewhart'a göre kalite esasen subjektiftir ve kişiden kişiye değişir. Bu bakımdan, kaliteyi müşteri isteklerine uygunluk olarak tanımlamak daha doğrudur.

Shewhart istatistiksel kalite kontrol teknikleri kullanılarak organizasyonda başlıca şu avantajların elde edilebileceğini belirtmiştir:

- Ürün ortaya çıktıktan sonraki kalite maliyetleri azalır,
- Ürünün alıcılar tarafından reddedilme oranı azalır,
- Üretim miktarından maksimum fayda elde edilir,
- Tüm ürünlerde yeknesak bir kaliteye ulaşılır,
- Kalite ölçülme işinin dolaylı olarak yapıldığı durumlarda tolerans limitleri azalır.

W.Edwards Deming, 1900 yılında ABD'nin Iowa eyaletinde Sioux adlı küçük bir kasabada doğdu. Üniversite eğitimini Wyoming ve Colorado üniversitelerinde tamamladı. 1928 yılında Yale Üniversitesi'nde Matematiksel Fizik alanında doktorasını yaptı. Bir süre Tarım Bakanlığı ve ABD Nüfus Bürosu'nda çalıştı.

Deming uzun yıllarını toplam kalite alanında çalışmalar yaparak geçirdi. 1930'lı yıllarda Western Electric adlı şirkette Walter A. Shewhart'ın bölümünde çalıştı. İstatistiğin kalite yönetiminde kullanılması konusunda ilk bilgileri Shewhart'dan aldı. 1950 yılında Japon Bilim Adamları ve Mühendisler (The Union of Japanese Scientists and Engineers) tarafından Japonya'ya davet edildi. Deming, Japonlara toplam kalite yönetimini öğreten kişi olarak anılır. Bu ülkede her yıl "Deming Ödülleri" adı altında kalite ödülleri verilmektedir. 1960 yılında Japon imparatoru tarafından "Kutsal Hazine Düzeni" (Order of the Sacred Treasure) ile ödüllendirildi. 1987'de ABD Başkanı Ronald Reagan'dan Ulusal Teknoloji Ödülü'nü aldı. 1988 yılında ise Ulusal Bilimler Akademisi'nden Üstün Bilim Adamı ödülünü aldı.

Deming ilk kitabını (Sample Design in Business Research) 1960 yılında yazdı. Yazdığı kitap sayısı az olmasına karşın, görüşleri başta ABD ve Japonya olmak üzere bir çok ülkede büyük taraftar topladı. Yani, "kantite" değil, "kalite" önemlidir bakış açısından değerlendirildiğinde Deming, oldukça başarılı bir yönetim düşünürü olarak adını toplam kalite tarihine daha ölmeden önce de yazdırmıştır. Deming'in diğer iki kitabı ise şunlardır:

Out of Crises: Quality, Productivity and Competitive Position, 1982.

New Economics for Industry, Government and Education, 1993.

Deming görüşleri ile bugün Toplam Kalite Yönetimi'nin başta gelen kurucularından ve öncülerinden birisi olarak kabul edilmektedir. Deming, özellikle organizasyonel transformasyonun önemi üzerinde durmuş ve bu konuda 14 ilke tesbit etmiştir.

Deming, organizasyonlarda değişimin başarılı olabilmesi için

1. Organizasyonun amaçlarını belirle. Ürün ve hizmet kalitesini geliştirmek için organizasyonun amaçlarını tespit et.

2. Yeni yönetim felsefesini benimse. Yeni çağa ayak uydurabilecek bir liderlik üstlenerek ve sorumlulukları öğrenerek yeni yönetim felsefesini benimse ve uygula. Organizasyon faaliyetlerinde alışılmış gecikme ve hatalara, kalifiye olmayan işgücüne, kalitesiz mal ve hizmet üretimine eskiden olduğu gibi artık tolerans gösterme.
3. Organizasyonun muayenelere olan bağımlılığını azalt. Organizasyondaki kütle muayenesine son ver. Bunun yerine istatistiksel araçlara önem vererek kalitenin ölçülmesini sağla.
4. Organizasyonu fiyat etiketleri ile değerlendirmeyi bırak. Sadece fiyat etiketlerine bakarak organizasyonun başarısını değerlendirme. Düşük kalitenin söz konusu olduğu bir organizasyonda düşük fiyatı başarı olarak kabul etme. Mal ve hizmet sunulmasında müşteri ile uzun-vadeli bir ilişkinin kurulmasına çalış.
5. Sürekli gelişmeyi sağla. Organizasyondaki problemleri tespit etmeye çalış. Maliyetleri azaltmak, kalite ve verimliliği arttırmak için üretim ve hizmet sistemini ve süreçleri sürekli geliştir.
6. İş başında eğitimi sağla. Çalışanların organizasyon içerisinde eğitimini sağlayacak modern yöntemleri kurumsallaştır.
7. Liderliğin kurumsallaşmasını sağla. Çalışanların performanslarının değerlendirilmesinde modern yöntemlerin uygulanmasını sağla. Çalışanlara işlerini daha iyi yapabilmeleri için yardımcı ol.
8. Organizasyonda çalışanlar üzerindeki korkuya son ver. Organizasyon içerisinde çalışanlar üzerindeki korkuyu ortadan kaldır. Tüm işlerin daha kaliteli yapılması için çalışanların güven içinde işlerini yapmalarını sağla.
9. Departmanlar arasındaki sınırları kaldır. Organizasyonda araştırma, tasarım, üretim ve satış departmanlarının birlikte hareket ederek sorunları daha etkin bir şekilde çözümleyebilmelerine imkan sağla.
10. Sloganlara son ver. Organizasyon içerisindeki sloganları, posterleri ve sayısal hedefleri ortadan kaldır. Çalışanların kendi sloganlarını kendilerinin formüle etmelerine izin ver.

11. Organizasyonda sayısal hedefleri ve kotaları ortadan kaldır. Tespit edilen hedefe ulaşmaya çalışmak kalitesizliği beraberinde getirebilir. Çalışanlar ve yöneticiler üst yönetimin istediği hedefe ulaşmak için uzun vadede organizasyonun çıkarlarını zedeleyecek uygulamalar yapabilirler.
12. Çalışanların iş yapmalarını engelleyecek uygulamaları ortadan kaldır. Organizasyon içerisinde çalışanların yaptıkları işten gurur duyma haklarını ellerinden alacak ve sınırlayacak uygulamalara ve denetlemelere son ver.
13. Eğitim uygula. Organizasyonda çalışanlar için etkin bir eğitim programı oluştur ve çalışanların kendi kendilerini geliştirmelerini teşvik et.
14. Transformasyonu herkesin katılımı ile gerçekleştir. Organizasyon içerisinde herkesin transformasyona katkıda bulunmasını sağla. Bu amaca ve misyona yönelik üst düzeyde özel bir yönetim birimi oluştur.

Joseph M. Juran, 1904 yılında Romanya'da doğdu. 1912 yılında ABD'ye göç etti. Minnesota Üniversitesi, Elektrik Mühendisliği Bölümü'nden mezun oldu. Daha sonra Chicago'da Loyolo Üniversitesi'nden Hukuk doktorası aldı. Deming gibi o da gerek ABD'de gerek Japonya'da toplam kalite yönetiminin yaygınlaşmasında çok önemli rol oynadı. 1981 yılında Japon İmparatoru, Hirohito tarafından Order of Sacred Treasure ile ödüllendirildi.

Juran toplam kalite yönetimi alanında çok önemli eserler yayınladı. Juran'ın Kalite Kontrol El Kitabı adlı çalışması toplam kalite yönetimi alanında klasik ve en önemli eserlerden birisi olarak kabul edilmektedir. Bunun dışında bir çok kitap ve çok sayıda makale yayınladı.

Juran, ayrıca "Pareto İlkesi" olarak adlandırılan ilkeyi savunmaktadır. Pareto ilkesi, 80/20 kuralı olarak da bilinir. Juran, sorunların yüzde 80'inin, olası sebeplerin yüzde 20'si tarafından oluştuğu ilkesini savunur.

Juran, organizasyonda kalite devrimini başarmak için şu ilkelerin önemli olduğunu vurgulamaktadır:

- Organizasyonda lider tarafından Kalite Konseyi oluşturulmalıdır.
- Organizasyonda kalite hedefi açık olarak belirlenmelidir.
- Kalite konusunda eğitim ve seminerlere önem verilmelidir.
- Sadece finansal göstergelere bakmak yetmez; kalite ölçülmelidir.

- Kalite geliştirme sürekli olmalıdır.
- Kalite geliştirme; problem çözme, yaratıcılık ve yenilik organizasyonda önem taşımalıdır.
- Takdir ve ödüllendirmeye önem verilmelidir.
- Müşterilere yönelik kalite ve performans standartları oluşturulmalıdır.

Juran, kalite geliştirilmesi için yedi aşamanın gerekli olduğunu vurgulamaktadır:

1. Yönetimin atılım için kararlı olması ve ön hazırlık çalışmalarına başlaması. Organizasyonda atılım için ilk önce yönetimin bu sürecin önemini anlaması ve bu konuda kararlı olması gerekir. Yönetimin organizasyondaki problemler ile ilgili olarak verileri toplaması atılım için ilk adımı oluşturur.
2. Hayati önem taşıyan projelerin tespit edilmesi. Verilerin toplanması aşamasından sonra ikinci aşamada öncelikle çözümlenmesi gereken problemlerin bir analizinin yapılması gerekir. Bu aşamada Pareto analizi kullanılarak hayati önem taşıyan problemlerin tespit edilmesi ve öncelikle bu problemlerin çözümü için önlemler alınması önem taşımaktadır.
3. Atılım sürecine başlamadan önce bu süreci uygulamak için çalışma grupları oluşturulması. Atılım için iki ayrı çalışma grubu oluşturulmalıdır: Yürütme Grubu ve Diagnostik Çalışma Grubu. Yürütme Grubu, atılım ile ilgili kararları almak ve uygulamaktan sorumlu olmalı; diagnostik çalışma grubu ise kalite yönetimi ile ilgili uzman kişilerden oluşmalı ve problemlerin analizi ve çözümler geliştirilmesinden sorumlu olmalıdır.
4. Diagnostik ve çözüme yönelik analizlerin yapılması. Diagnostik Çalışma Grubu organizasyondaki problemleri teşhis etmeli, organizasyonda çeşitli süreçlerdeki hataları ve eksiklikleri tespit etmeye çalışmalı ve çözümler geliştirmelidir.
5. Organizasyonda değişim ve transformasyona karşı eğilimlerle mücadele edilmesi. Tüm çalışanların değişim ve reformun mantığını kavrayabilmeleri için organizasyonda bir araya gelmeleri ve konuyu birlikte tartışabilmeleri önem taşımaktadır.

6. Kontrolün yapılması. Organizasyonda atılım programının başarısı için yapılan uygulamaların kontrol edilmesi ve ortaya çıkan problemlere çözümler bulunması önem taşımaktadır.

Kaoru Ishikawa, Japonya'da toplam kalite yönetimine katkıda bulunan liderlerin başında gelmektedir. 1939 yılında Tokyo Üniversitesi, Uygulamalı Kimya Bölümü'nden mezun olan Ishikawa, kömür sıvılaştırma sektöründe çalışmaya başladı. Kısa bir süre sonra askerlik görevini yapmak üzere Deniz Kuvvetleri'ne subay olarak katıldı. Ordu'da fabrika inşaatından sorumlu olarak görev yaptı. Daha sonra 1947 yılında askerlik görevini tamamladıktan sonra Tokyo Üniversitesi'nde görev yapmaya başladı. Bir süre üniversitede bulunduktan sonra Japon Bilim adamları ve Mühendisler Birliği'nde kalite kontrol konusunda çalışmalara başladı. Bu kuruluşta "kalite çemberleri" konusunda önemli çalışmalar yaptı. II. Dünya Savaşı sonrasında ABD'ye gitti ve bu ülkede kalite konusunda araştırmalar yapan ünlü yönetim düşünürleri W.Edwards Deming ve Joseph M. Juran ile tanıştı.

Ishıkawa, kalite kontrol alanındaki çalışmaları ile Japonya'da kalite bilincinin yaygınlaşmasında önemli rol oynadı. Özellikle "kalite çemberleri" adı verilen kalite geliştirme ve problem çözme gruplarının bilimsel anlamda oluşturulmasında çok önemli katkıları oldu. Ishıkawa'ya göre bir organizasyonda kalite sorunları kalite geliştirme araçları ile çözülebilir. Bunun için organizasyonda neden-sonuç diyagramı, dağılma diyagramı, pareto diyagramı, kalite çemberleri, histogram gibi istatistiksel araçların kullanımının önemli olduğunu savundu. Bu araçlardan neden-sonuç diyagramı Ishıkawa tarafından geliştirilmiştir. Bu nedenle, toplam kalite yönetimi literatüründe neden-sonuç diyagramı "Ishıkawa Diyagramı" olarak da adlandırılır.

Kaoru Ishıkawa'ya göre toplam kalite kontrolde başarıya ulaşmak için:

1) Tüm organizasyonda kalite kontrol çalışmaları yürütülmeli ve tüm çalışanların katılımı sağlanmalı.
2) Kalite kontrol eğitimle başlar, eğitimle biter. Bu nedenle kalite kontrol konusunda yoğun eğitim ve seminer programları uygulanmalı.
3) Kalite kontrol çemberlerinin kullanımına önem verilmeli.

4) Kalite kontrol çalışmaları, yönetim kurulu başkanı ve kalite konseyi tarafından yılda en az iki kez denetlenmeli.
5) Problem çözmede istatistiksel araçlar kullanılmalı.
6) Kalite kontrol faaliyetlerinin ulusal düzeyde yaygınlaştırılması çabalarına katılınmalı.

Kaoru Ishikawa'ya göre:

1) Önce kalite gelir, kısa dönemli kar amacı değil.
2) Müşteri odaklı olmak önemli, üretici odaklı olmak değil.
3) Bir sonraki aşama senin müşterindir, organizasyon departmanları ve bölümleri müşteri olarak kabul edilmeli.
4) İstatistiksel araçlar kullanılmalı.
5) Toplam katılıma önem verilmeli.
6) Organizasyonu fonksiyonlara ayırarak yönetmeli ve fonksiyonlar arası iletişime önem verilmeli.

Genichi Taguchi, Japonya'da kalite devrimine fikirleri ile önemli katkıda bulunan yönetim düşünürlerinden birisi olan Genichi Taguchi Japonya'da doğdu. Mühendislik eğitimi gördü.

Taguchi, "kalite mühendisliği" kavramının fikir babası olarak kabul edilir. Taguchi'nin bu alandaki fikirlerini ve katkılarını şu şekilde özetlemek mümkündür:

Kalite mühendisliği ürün ve süreç kalitesini iyileştirmek için "istatistiksel deney tasarımı"nın önemi üzerinde durur. İstatistiksel deney tasarımı, organizasyonda kalite geliştirme çalışmalarında kullanılan, kontrol edilebilen ve kontrol edilemeyen değişkenlerin hedef kalite parametresi veya parametreler üzerindeki etkilerini belirler.

Taguchi üç tür tasarım üzerinde durmuştur:

1. Sistem tasarımı. Teknoloji ve mimarlık şeklindeki fonksiyonel tasarım.
2. Parametre tasarımı. Ürün ve süreç parametrelerinin saptamalara duyarlılığını azaltacak şekilde ayarlanması.
3. Tolerans tasarımı. Hedef etrafındaki kabul edilebilir toleransların belirlenmesi.

Genichi Taguchi'nin Kalite Mühendisliği alanında geliştirdiği iki kavram daha bulunmaktadır:

1. Tasarımda Kalite (Quality Function Deployment): Bu teknik, müşteri ihtiyaçlarını ürün tasarımı ya da hizmet sürecine dönüştürmeyi sağlar. Amaç, müşteri tatminidir. Bazen "kalite evi" olarak da adlandırılır.
2. Sağlam Tasarım (Robust Design): Ürün ve süreç geliştirme sırasında kontrol edilebilen süreç parametreleri (hat hızı, basınç, sıcaklık vs.) için optimal düzey ve ayarların belirlenerek süreç varyasyonunun en aza indirilmesine yönelik yaklaşımdır.

Taguchi'nin kalite felsefesine göre,

1. Rekabetin giderek arttığı ve pazar koşullarının sürekli değiştiği ortamda sürekli kalite geliştirme ve maliyetleri azaltma önem taşır.
2. Ürün kalitesi iyileştirilirken ortaya çıkan "sosyal maliyet" göz ardı edilmemeli ve bu dışsal maliyet minimize edilmelidir.
3. Bir ürünün nihai kalite ve maliyeti, ürünün ve imalat sürecinin mühendislik tasarımıyla belirlenmelidir.

Armamda V. Fiegenbaum, W.Edwards Deming, Joseph M. Juran ve Philip Crosby dışında toplam kalite yönetimine katkıda bulunan Amerikalı yönetim düşünürlerinden birisi de Armand V. Fiegenbaum'dur. Fiegenbaum bir süre Amerikan General Electric firmasında çalıştı. Ayrıca Amerikan Ulusal Kalite Akademisi'nin kurucusudur. Kalite Kontrol başlığını taşıyan kitabı, toplam kalite yönetimi alanında yazılmış ciddi eserlerden birisi olarak kabul edilmektedir.

Armand Vallin Fiegenbaum'a göre başlıca dört aşamada kalite kontrol önem taşıyor:

1. 1.Ürün dizaynı kontrolü,
2. 2.Gelen materyal kontrolü (stok kontrol),
3. 3.Ürün kontrolü,
4. 4.Özel süreç kontrolü (bozuk ve hatalı ürünlerin ortaya çıktığı aşamaların kontrolü).

Fiegenbaum'a göre müşteri tatminine yönelik olarak organizasyonlarda pazarlama, mühendislik, yönetim ve hizmetlerde etkinlik sağlamak için kalite

geliştirme, kalite bakımı ve kalite geliştirme çalışmaları yapılmalıdır. Fiegenbaum kalite kontrol konusunda dört aşamanın önemli olduğunu vurgulamaktadır:

- Kalite standartları belirlenmeli,
- Kalite standartlarına uygunluk sağlanmalı,
- Kalite standartlarından sapılması önceden önlenmeli,
- Standartlarda sürekli iyileşme sağlanılmalı.

Fiegenbaum' göre,

1) Kalite tüm organizasyonu kapsayan bir süreçtir.
2) Kalite müşteri istek ve arzularını ifade eder.
3) Kalite ve maliyet fark değil, bir bütündür.
4) Kalite hem bireysel, hem de grup çalışma ruhunu geliştirir.
5) Kalite bir yönetim metodudur.
6) Kalite ve yenilik birbiriyle yakından alakalıdır.
7) Kalite bir ahlak felsefesidir.
8) Kalite sürekli gelişmeye yönelik çalışmalar yapılmasını gerektirir.
9) Kalite organizasyonda prodüktivitenin sağlanması için sermaye yoğun tekniklerin etkinlikle kullanılmasını mümkün kılacak ve maliyet etkinliği sağlayacak bir araçtır.
10) Kalite üreticiler ve müşteriler arasında oluşturulacak bir sistem çerçevesinde yürütülür.

Philip B. Crosby, Philip B. Crosby, 1931 yılında doğdu. Bir süre ITT şirketinde kaliteden sorumlu başkan yardımcılığı görevini yürüttü. Martin Corporation'da pershing füze projesini yürüttü. ABD'nin Florida eyaletinde Kalite Koleji adıyla bir okul açtı. Crosby daha sonra kendi adını taşıyan bir yönetim danışmanlığı şirketi (Philip Crosby Associates) kurdu. Halen bu şirketin yönetim kurulu başkanlığını yürütmektedir.

Crosby kalite konusunda başlıca şu kitapları yazdı:

- Cutting the Cost of Quality: The Defect Prevention Workbook for Managers, 1967.Quality is Free: The Art of Making Quality Certain, 1979.
- Quality Without Tears: The Art of Hassle Free Management, 1984.
- Eternally Successful Organization: The Art of Corporate Welness, 1989.

- Completeness: Quality for the 21 th Century, 1992.

Crosby, toplam kalite felsefesine önemli katkılarda bulunan bir yönetim düşünürü olarak kabul edilmektedir. Toplam kalite alanında "kalite maliyeti" kavramını geliştirdi. Ona göre organizasyonlar her yapılan yanlış ve hataları tedavi etmek için her yıl milyonlarca dolar harcıyorlar. Crosby, "hata önleme" nin ürün dizaynı aşamasından başlamak suretiyle olabileceğini savundu. Önleme, Crosby'e göre "Yaşam Boyu Başarılı Organizasyon" yaratmanın en önemli koşuludur. Crosby'e göre kalite "şartlara uygunluk" anlamına gelmektedir. Kaliteden söz edilince "düşük kalite" ya da "yüksek kalite" ayırımı yapmak anlamsızdır. Kalite standardı "uygun" ya da "uygun olmama" şeklinde yapılmalıdır. Crosby'e göre kalitede tek performans standardı "sıfır hata"dır.

Crosby'e göre, organizasyonun kaliteyi sürekli olarak geliştirebilmesi için bazı şartlar gereklidir. Crosby bu konuda 14 ilkeden söz etmektedir.

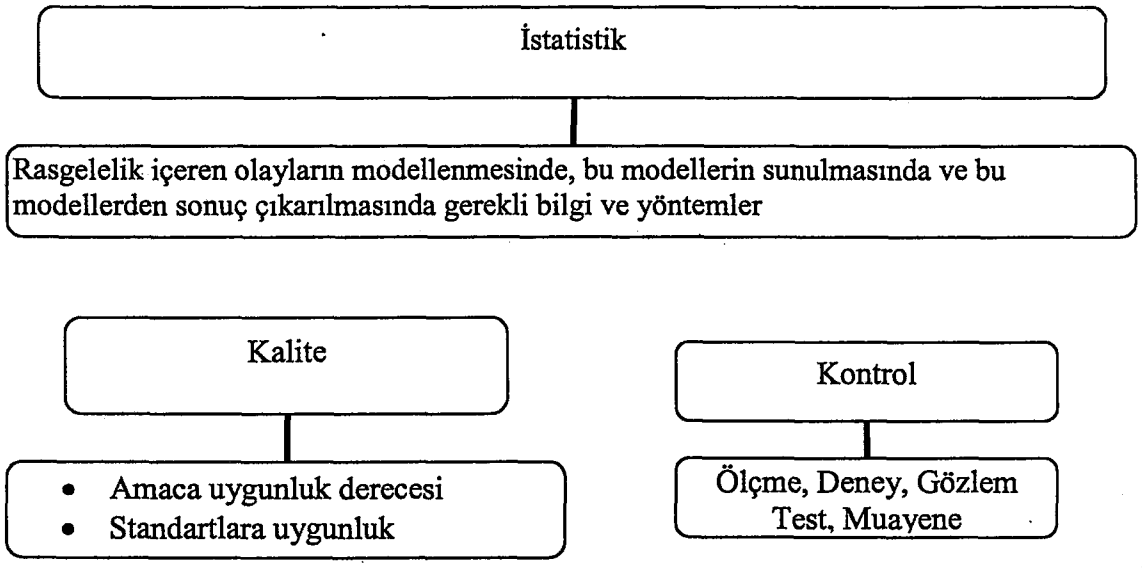
1) Yönetimde kararlılık: Organizasyonda yönetimin kaliteye önem verdiği ve bu amacında kararlı olduğu açık bir şekilde ortaya konulmalıdır.
2) Kalite geliştirme grubu: Organizasyonda her departmanda kıdemli ve tecrübeli kimselerden oluşacak kalite geliştirme çalışma grupları oluşturulmalıdır.
3) Kalitenin ölçülmesi: Organizasyonda kalite ile ilgili mevcut ve potansiyel problemleri tespit etmek için prosesler kontrol edilmelidir.
4) Kalite değerlendirmesinin maliyeti: Kalite geliştirilmesinin maliyeti hesaplanmalıdır.
5) Kalite konusunda bilinçlenme: Organizasyonda tüm çalışanlar arasında kalitenin geliştirilmesinin önemli ve gerekli olduğu bilinci yerleştirilmelidir.
6) Hataları düzeltme: Daha önceki aşamalarda ortaya çıkan problemleri çözmek için önlemler alınmalıdır.
7) Sıfır hata için bir komite kurulmalı: Organizasyonda sıfır hataya ulaşılması için sürekli görev yapacak bir komite oluşturulmalıdır.
8) Denetçilerin eğitimi: Kalite geliştirme ve kalite kontrolü konusunda denetim elemanlarının eğitimi sağlanılmalıdır.

9) Sıfır hata günü: Organizasyonda çalışanların konunun önemini anlayabilmeleri için Sıfır Hata Günü belirlenmeli ve kutlanmalıdır.
10) Amaçları saptama: Çalışanların hem bireysel hem de çalıştıkları grup içerisinde gelişmeyi amaç edinmelerine yardımcı olunmalıdır.
11) İletişim: Çalışanların karşılaşılan problemler ile ilgili olarak yönetim ile iletişim kurabilmeleri sağlanılmalıdır.
12) Çalışanların takdir edilmesi: Kalite geliştirme çalışmalarına katılanlar takdir edilmelidir.
13) Kalite konseyi oluşturulmalı: Düzenli aralıklarla organizasyonda kalite geliştirme çalışmalarının gözden geçirilmesi ve iletişim sağlanması için bir Kalite Konseyi oluşturulmalıdır.
14) Yapılan çalışmaları tekrarlanmalı: Kalite geliştirme çalışmalarının hiçbir zaman sona ermeyeceği bilincinin çalışanlar arasında yerleşmesi için organizasyonda yapılan çalışmalar tekrarlanmalıdır.

2.5. İstatistiksel Kalite Kontrol Nedir?

İstatistik rasgelelik içeren olayların modellenmesi, bu modellerin sunulmasında ve bu modellerden sonuç çıkarılmasında gerekli bilgi ve yönetimleri sağlayan bilim dalıdır.

Ürünün kaliteli kabul edilip edilmeyeceğini belirlemede istatistik bilim dalından yararlanılır. Kalite kontrolde istatistik tekniklerinin uygulanmasıyla hem kalite kontrol işlemleri bilimsel temellere dayandırılmış hem de verilerin analizi ve yorumlanmasına dayandırılarak ürün ve hizmetin kendisi değil onu gerçekleştiren proses kontrol altına alınmış ve bu sayede sürekli iyileştirilmesi sağlanmış olur.



İstatistiksel kalite kontrolün amacı, üretilen mal ve hizmetlerin kalite yönünden kontrol altında olmasını sağlamaktır. İstatistiksel kalite kontrol

- Veri toplamak
- Analiz yapmak
- Yorumlamak
- Çözüm yolları geliştirmek

şeklindedir.

2.6. İstatistiksel Proses Kontrol Nedir?

İstatistiksel proses kontrolü tanımlamadan önce prosesin ne anlama geldiğini açıklayalım. Proses, bir kısım girdileri çıktılar haline dönüştürmek için düzenlenip organize edilen insan, makine/ekipman, metot ve çevre gibi faktörlere işaret eder (Oktay, 1998). Daha önce tanımlanan istatistiksel ve kontrol kavramlarının göz önüne alınması ile istatistiksel proses kontrolü şu şekilde tanımlayabiliriz. İstatistiksel proses kontrolü, bir prosesten çıktı olarak alınan ürünlerin ölçülerek, istenilen özelliklere uyup uymadığını belirleyen ve gerektiğinde önlem alınmasını sağlayan bir geri bildirim döngüsüdür.

2.7. İstatistiksel Kalite Kontrol ile İstatistiksel Proses Kontrol Arasındaki Fark Nedir?

İstatistiksel proses kontrolün tanımı göz önüne alındığında, istatistiksel proses kontrolü sadece ürünlerin kontrol edilmesini değil, aynı zamanda prosesin sürekli olarak kontrol edilmesi yani ölçülmesi ve geliştirilmesini sağlar.

İstatistiksel kalite kontrol, "İstatistiksel proses kontrolü"nü, "kabul örneklemesi"ni veya "örnekleme planı"nı, "proses yeterliliği"ni ve "diğer istatistiksel teknikler" i içerir.

Sonuç olarak istatistiksel kalite kontrolü, istatistiksel proses kontrolü de içeren daha geniş kapsamlı bir alandır.

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL TEKNİKLERİ

İstatistiksel kalite kontrol metotları üretim faaliyetinin önceden belirlenmiş spesifikasyonlara uygun bir şekilde yapılmasını sağlamak ve standart dışı üretimi büyük ölçüde önleyerek kusurlu üretimi minimize etmek için kullanılır. Bu metotlar işletmede üretim sistemi içinde üç aşamada ele alınır: ilk aşamada girdilerin kontrolünde, üretimde kullanılacak hammadde, malzeme ve parçaların ürün tasarımı yapılırken belirlenmiş standartlara uygun olup olmadıkları kabul örneklemesi ile araştırılır. Şayet hammadde, malzeme, diğer parçalar istenen özelliklere sahipse üretim sürecine alınır. İkinci aşamada, üretim sürecinde makine ve insan performansında olabilecek problemlerin belirlenmesi amacı ile üretim devam ederken kontrol edilmekte ve bu kontrollerde istatistiksel proses kontrol teknikleri kullanılmaktadır. Son aşamada, üretim bitiminde elde edilen ürün veya hizmetin istenilen özellik veya standartlara uygunluğunun kontrolü amacıyla çeşitli örnekleme teknikleri kullanılır.

İstatistiksel kalite kontrol metotları üretimde kalite kontrol ve kabulde kalite kontrol olarak iki gruba ayrılabilir. Üretimde kalite kontrol, ürünün üretimi sırasında yani imalat devam ederken yapılan kontroldür. Üretimde kalite kontrol yapılırken yedi istatistiksel teknik uygulanır. Bunlar

1. Çetele Diyagramı (Kontrol Tablosu)
2. Histogram
3. Pareto Analizi
4. Neden-Sonuç Diyagramı
5. Hata Yoğunluk Diyagramı
6. Serpilme Diyagramı
7. Kontrol Grafikleri

Kabulde kalite kontrol, etkin bir şekilde uygulanacak proses kontrolüne rağmen yinede bir miktar hatalı üretimin söz konusu olabileceği mantığıyla, üretim sonrasında yapılan işi kontrol etmek ve hatalı ürün veya parçaların ileri üretim safhalarına, diğer kuruluşlara veya tüketicilere iletilmesine engel olmak için uygulanılan kalite kontrol tekniğidir (Gözübatık, 1997).

3.1. Çetele Diyagramı (Kontrol Tablosu)

Çetele diyagramı verilerin kaydedilmesi ve düzenlenmesi için kullanılır. Belirli bir zaman aralığında meydana gelen hataların ortaya çıkma nedenlerini ve kaynaklarını bulmak amacıyla sorunları çetele ile göstererek sıklık derecesinin saptanması için kullanılan bir araçtır (Gümüşoğlu, 2000).

Bir çetele diyagramı hazırlanırken, bunu hazırlayan kişinin unutmaması gereken en önemli nokta verilerin bir karara varmak amacıyla toplandığıdır. Veriler tek başlarına hamdır ve koordine edilmemiştir. Bu şekilde veriler hiçbir işe yaramaz. Ancak, veriler karar verebilme amacı güdülerek organize edilir ve gruplandırılırsa o zaman işe yarar hale gelirler. Bunun için de çetele diyagramı hem veri toplama da kolaylık sağlayacak şekilde hem de mümkünse bir bakışta proseste nelerin olup bittiğini gözler önüne serecek şekilde dizayn edilmelidir.

Bir çetele diyagramı dizayn edildiğin de toplanan veriler, kısım ya da operasyon numarası, gün, analist, gibi kullanışlı bilgiler oldukça önemlidir. Eğer diyagram daha ilerideki hesaplamalar için bir temel oluşturacak ya da bir bilgisayara girilen veriler için zemin hazırlayacak ise çetelelerin bir amaç için uygun ve yeterli olduğundan emin olmak gerekir (Montgomery, 1997).

Çetele diyagramı bir ürün sırasında nitel ve nicel verilerin toplanması için etkili bir araçtır. Bir çalışmada (vardiyası, saati, günü, haftası gibi) söz konusu proseste hangi tip gelişmelerin yaşandığını gösterebilir. Bu bilgi, verilerin kolayca analiz edilmesini sağlar. Aynı zamanda hangi konunun araştırılması gerektiğine dair kararın verilmesine katkı sağlar.

Çetele diyagramı nicel ve nitel veriler için ayrı ayrı oluşturulur:

İlk olarak nicel veriler için çetele diyagramını anlatalım: Uzunluk, ağırlık, zaman, boyut gibi ölçülebilir özellikteki veriler tabloda önceden belirlenen spesifikasyon sınırları ile birlikte gösterilir. Çizelge 3.1 nicel veri için düzenlenmiş bir çetele diyagramıdır.

Çizelge 3.1. Nicel veri için çetele diyagramı (Bircan ve Özcan, 2003)

Kontrol Tablosu

Ürünün adı : Metal mil Tablo No :

Ölçülebilen özellik : Çap Üretim Yeri :

Spesifikasyon sınırları : 0,9cm-1,9cm Bölümü :

Örneklem (numune) büyüklüğü : 100 Üretim Tarihi :

Sıklık	Boyutlar															
	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2
25								+								
20							+	+								
							+	+								
							+	+	+							
15							+	+	+							
							+	+	+							
							+	+	+							
							+	+	+	+						
							+	+	+	+						
10						+	+	+	+	+						
						+	+	+	+	+						
						+	+	+	+	+	+					
					+	+	+	+	+	+	+					
					+	+	+	+	+	+	+					
5					+	+	+	+	+	+	+					
					+	+	+	+	+	+	+	+				
				+	+	+	+	+	+	+	+	+				
				+	+	+	+	+	+	+	+	+				
			+	+	+	+	+	+	+	+	+	+				
Toplam	0	0	1	3	7	10	18	21	16	12	8	4	0	0	0	0

İkinci olarak da nitel veriler için çetele diyagramını oluşturalım: Ölçme veya tartma ile belirlenemeyen yani nitel veriler için çetele diyagramının oluşturulmasında izlenecek yol şu şekildedir:

1. Toplanacak verinin niteliği ve kaydedilme sıklığı veya hangi durumlarda kaydedilmesi gerektiği tespit edilmelidir.
2. Yapılan gözlemler belirlenen aralıkların ve/veya sınıfların karşısına çizgi çizilerek görüntülenir. Çizgilerin toplamı frekansı verir.
3. Toplanan verilerin görüntülenmesinde özellikle histogram, pareto analizi gibi grafikler kullanılır.

Çizelge 3.2 de vergi davalarının idare aleyhine sonuçlanma nedenlerine ilişkin bir çetele diyagramı gösterilmektedir.

Çizelge 3.2. Çetele Diyagramı

(http:www.maliye.gov.tr/kalite/menu/elkitabi/arac1.htm)

Hata Türü	19.06.2001	20.06.2001	Toplam
Beyannamede imza bulunmaması	IIIII III	IIIII II	15
Beyannamede matraha yer verilmemesi	III	IIIII	8
Beyanname eklerinde eksiklik	IIII	IIIII IIII	13
Toplam	15	21	36

O halde tüm bu bilgiler ışığında çetele diyagramı ile ilgili şu sonuca ulaşabiliriz. Hazırlanan kontrol çizelgelerinin süreci çok iyi yansıtabilmesi, nicel ve nitel verileri bünyesinde toplayabilmesi, doğru kararların alınması ve iyileştirme sağlanmasında etkilidir. Fakat çetele diyagramının hazırlanmasında özellikle yoğun tempoda çalışan firmalarda uygun yollar bulunmalıdır Aksi takdirde verilerin çoğu kayıt altına alınmaz ve iyileştirme çabaları amacına ulaşamaz. Bu nedenle ilgili kişilerin konuya hakim olmaları ve gerekli birikime sahip olmaları önemlidir (Gümüşoğlu, 2000).

Çetele diyagramlarından elde edilemeyen bilgiler de vardır. Sorunların cinsini ve ortaya çıkma sıklığını gösterir ancak nedenini ve kaynağını göstermez. Karar vericiye sorunların sıklığı ve cinsi için pareto analizi, neden ve kaynakları için neden-sonuç diyagramı yardımcı olur (Gümüşoğlu, 2000).

3.2. Histogramlar

İstatistiksel kalite kontrol çalışmalarının ilk aşaması -diğer bütün istatistiksel çalışmalarda olduğu gibi– veri toplamak ve toplanan verileri daha anlaşılabilir hale getirmek üzere düzenlemektir. Bu amaçla kullanılan çetele diyagramından sonra veriler histogram yardımıyla grafiksel olarak gösterilir (Ulutürk, 1999).

Histogram, dik koordinat sisteminde yatay eksende sınıf sınırları dikey eksende sınıf frekanslarının işaretlendiği ve taban uzunluğu sınıf genişliğine, yüksekliği sınıf frekansına karşılık gelen birbirine bitişik dikdörtgenlerden oluşan bir grafiktir.

Bir kalite kontrol çalışmasında histogram ne zaman ve niçin kullanılır? Ne zaman ve niçin kullanıldığını maddeler halinde şu şekilde özetleyebiliriz:

Ne zaman

- Önemli karakterler veya herhangi proses çıktısının ölçümlerini toplarken
- Yeterlilik çalışmaları yapıldığında
- Gelen malzemenin ve çıkan ürünün kalitesini analiz ederken

Niçin

- Ölçümlerin dağılımının şekli, varyasyonu (yayılımı) ve merkezini kolayca gözlemlemeyi sağlar
- Varyasyonu azaltma ve problemlerin sebepleri hakkında ipucu sağlar
- Kalite karakteristiğinin üretim tutarlılığı gözlemlenir
- Proses yeterliliği ve spesifikasyonlar arasındaki ilişki grafik olarak gösterilir
- Ölçümlerin normal olarak dağılıp dağılmadığı görsel olarak değerlendirilir

(http://www.uytes.com.tr/ipk/histogram.html).

Histogramı çizebilmek için öncelikle frekans tablosunu oluşturmamız gerekmektedir. Frekans tablosu sırasıyla aşağıdaki basmaklar takip edilerek oluşturulur:

1) Gözlem sayısı belirlenir. Genellikle 50 den büyük olması istenir. N, gözlem sayısını göstersin.
2) En büyük (L) ve en küçük (S) gözlem değerleri bulunur.

3) $\frac{L-S}{k} \leq h$ olacak şekildeki h sınıf genişliği bulunur. Tamsayı gözlem değerleri için $h \in Z$ olması istenir.

4) Frekans tablosunda sınıfları belirlemek için kullanılan sayılar sınıf limitleri olup en küçük gözlem değerine eşit ya da daha küçük olan gözlem ilk sınıfın alt limiti olarak seçilir ve bu değere ardışık sınıf genişliğinin eklenmesiyle diğer sınıfların alt limitleri bulunur.

5) $\frac{i.sınıfın\ üst\ \lim iti + (i+1).sınıfın\ alt\ \lim iti}{2} = i.sınıfın\ üst\ sınıf\ sınırı$

($i.sınıfın\ üst\ sınıf\ sınırı = (i+1).sınıfın\ alt\ sınıf\ sınırıdır.$) olmak üzere sınıf sınırları belirlenir.

6) Her sınıf için – sınıf limitleri dahil – o sınıfa düşen gözlem sayısı (sınıf frekansı) saptanır.

7) Elde edilen bu bilgiler tablo şeklinde ifade edilir.

Histogram ile kalite kontrol çalışmalarını üç adımda ele alabiliriz.

i) Histogram oluşturulur.

ii) Spesifikasyon limitleri veya hedef değer histograma eklenir.

iii) Histogram sütun değerleri ile spesifikasyon değerleri karşılaştırılarak sürecin kontrol altında olup olmadığı araştırılır.

Eğer spesifikasyon değerleri dışında kalan ürünler varsa bunların oranını ve gözlem değerlerinin hedef değer etrafında simetrik dağılıp dağılmadığını belirleyebilir ve böylece üretim sürecinin yeterli olup olmadığına karar verebiliriz (Ulutürk, 1999).

O halde histogram ile spesifikasyon limitlerinin karşılaştırılmasını inceleyelim:

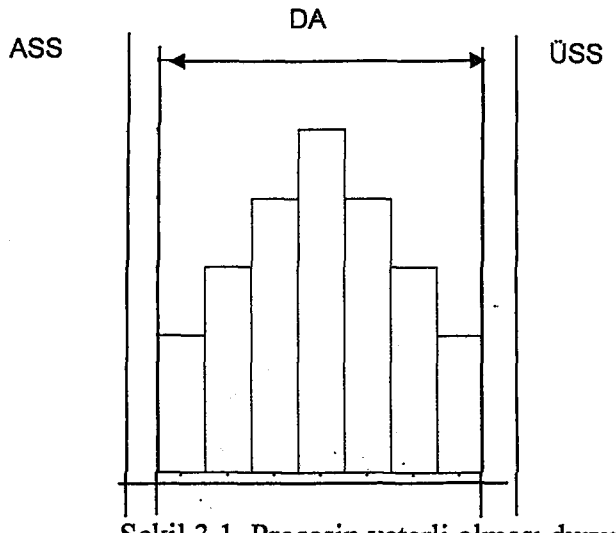
Durum 1.1: Değişim aralığının spesifikasyon sınırları içinde olması:

Proses yeterliyse tüm gözlem değerleri spesifikasyon sınırları içinde yer alacak ve hedef değer etrafında simetrik dağılacaktır. Başka bir deyişle, proses yeterli ise değişim aralığı, en büyük ve en küçük gözlem değerleri arasındaki fark, spesifikasyon sınırları arasındaki farktan küçük olacak ve spesifikasyon sınırları içinde yer alacaktır.

ASS: Alt Spesifikasyon Sınırı

ÜSS: Üst Spesifikasyon Sınırı

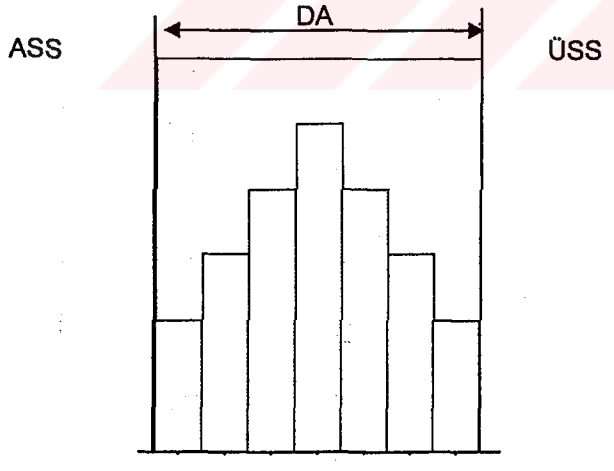
DA: Değişim Aralığı



Şekil 3.1. Prosesin yeterli olması durumu

Şekil 3.1 de değişim aralığı spesifikasyon sınırları içinde yer alıyor dolayısıyla proses yeterlidir. Bu durumda proseste olabilecek küçük değişimler prosesin kontrol dışına çıkmasına sebebiyet veremez.

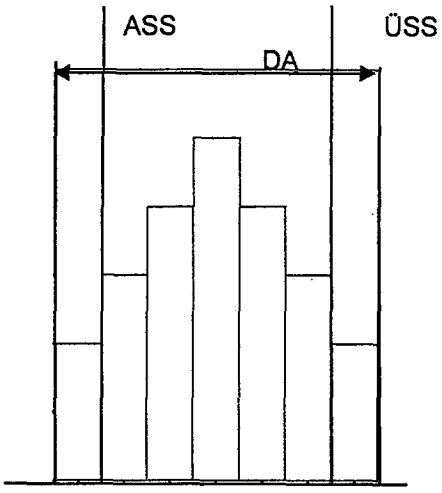
Durum 1.2: Değişim aralığının spesifikasyon sınırları ile çakışması



Şekil 3.2. Değişim aralığı ile spesifikasyon sınırlarının aynı olması durumu

Değişim aralığının spesifikasyon sınırları ile çakışması durumunda proseste meydana gelebilecek küçük bir değişiklikte proses kontrol dışı olabilir.

Durum 1.3: Değişim aralığının spesifikasyon sınırları dışına çıkması

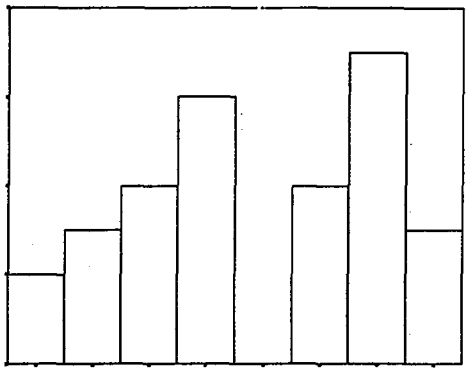


Şekil 3.3. Prosesin yeterli olmaması durumu

Değişim aralığı spesifikasyon sınırlarının dışına çıkıyor ise proses kontrol altında değildir (yeterli değildir) diyebiliriz.

Yukarıdaki üç durum simetrik histogram üzerinde ele alınmıştır. Fakat histogramlar her zaman için simetrik olmayabilir. Şimdi, simetrik olmayan histogram şekilleri ve bunun nedenlerini açıklayalım:

Durum 2.1: İki ayrı histogram olması durumu (Ada Tipi)

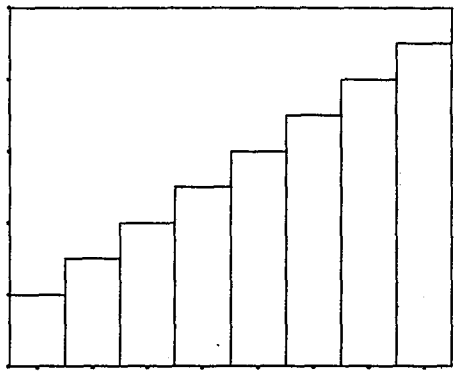


Şekil 3.4. İki ayrı histogram olması durumu

İki ayrı histogram şeklindeki grafik, kitlenin homojen olmadığını gösterir. Bunun anlamı ise ürünlerin iki ayrı makineden veya değişik kalite kontrol

elemanlarından geldiğini ya da muayene sırasında farklı ölçüm aletlerinin kullanıldığını gösterir.

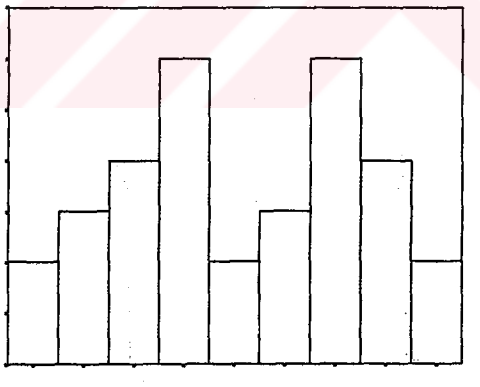
Durum 2.2: Histogramın soldan sağa artma (azalma) göstermesi (Uçurum Tipi)



Şekil 3.5. Histogramın soldan sağa artma göstermesi

Histogramın soldan sağa artma (azalma) göstermesi, örneklem birimlerinin sistematik seçilmediğini gösterir.

Durum 2.3: Histogramın iki tepeli olması (İki Tepeli)



Şekil 3.6. Histogramın iki tepeli olması

Histogramın iki tepeli olması malzeme hatası, işçilik hatası gibi nedenlerden kaynaklanabilir (Ulutürk, 1999).

Histogram başlığı adı altında histogramın kullanılmasının güçlü yönlerini görebiliyoruz. Fakat histogramın bazı zayıf yönleri de vardır. Bu zayıf yönleri şu şekilde sıralayabiliriz:

Proses kararlılığının sayısal olarak değerlendirilememesi

- Zamana göre duyarlı olmaması
- Herhangi bir modelin görülmesi için büyük miktarda veri gerektirmesi
- Şekil değerlendirmesinin bireyden bireye değişebilecek olması

3.3. Pareto analizi

Pareto analizi adını sosyo-ekonomist ve Laussanne Üniversitesi Hukuk Fakültesinde 1892'de Ekonomi Kürsüsü başkanlığı yaparken sosyo-ekonomik sorunlara matematiksel yaklaşımlar getirilmesinde öncülük eden İtalyan ekonomist Wifredo Pareto (1848-1923)'den almaktadır (Yıldırım, 1999).

Pareto analizi bir ürünün hatalı (kusurlu) üretilmesine neden olan faktörleri büyükten küçüğe doğru önem derecelerine göre sıralayarak, az sayıdaki önemlileri çok sayıdaki önemsizlerden ayıran yani dikkati önemli nedenler üzerinde toplayan bir tekniktir.

Pareto analizi, 80/20 kuralı olarak bilinen bir yaklaşımdır. Bu yaklaşıma göre hatalı ürünlerin %80 i hatalı üretime sebep olan tüm faktörlerin %20 si tarafından ortaya çıkarılmaktadır. Örneğin, hatalı üretime yol açan 10 faktör varsa, bunlardan en önemli olan 2 tanesi (%20 si) hatalı ürünlerin %80 inin sebebini oluşturur (Ulutürk, 1999).

Tüm bu bilgiler ışığında Pareto analizinin niçin kullanılması gerektiğini şu şekilde özetleyebiliriz; probleme neden olan önemli sebepleri önemsiz sebeplerden ayırır böylece büyük kayıplara neden olan küçük sebeplerin belirlenmesine olanak sağlar. Bu açıdan sıklık sırasına göre sıralanması, hangi sorunun daha önce alınması gerektiği konusunda çalışanlara yardımcı olur.

Pareto analizi ne zaman ve nasıl uygulanır? Pareto analizi, probleme sebep olan bir çok faktör olması durumunda ve bu problemin çoğunu açıklayan sadece birkaç faktöre dikkat edilmesi zorunluluğunda, risk çözümünün sonuçlarını analiz etmek gerektiğin de uygulanır.

Pareto analizi nasıl uygulanır (oluşturulur)? Pareto analizinin nasıl oluşturulduğunu maddeler halinde ifade edelim:

1) Çalışma için problem ve zaman dönemleri tanımlanır.

2) Analiz edilecek veri türleri tanımlanır. Örneğin, hatalar, yerler.
3) Kullanılacak ölçüm formu tanımlanır. Örneğin, frekans, yüzde.
4) Örnek veri toplanıp sınıflandırılır.

Bu ilk dört basamağı şu şekilde özetleyebiliriz; veriler belirli bir zaman aralığında ve düzenli bir şekilde toplanıp kontrol tablosuna işlenir.

5) Veri sayısı (frekans, maliyet, vb) belirlenerek azalan sırada (büyükten küçüğe doğru) sıralanır.
6) Elde edilen bu sonuçlar grafik üzerinde şu şekilde gösterilir:

X ekseni veri türünü (genellikle hata türü olarak ifade edilir), Y ekseni ise sol tarafı veri sayılarını (hata frekanslarını, maliyet, vb) ve sağ tarafı veri yüzdesini (hata yüzdesini, maliyet yüzdesi, vb) gösterecek şekilde düzenlenir.

Tüm bu bilgileri bir örnek üzerinde görmeye çalışalım:

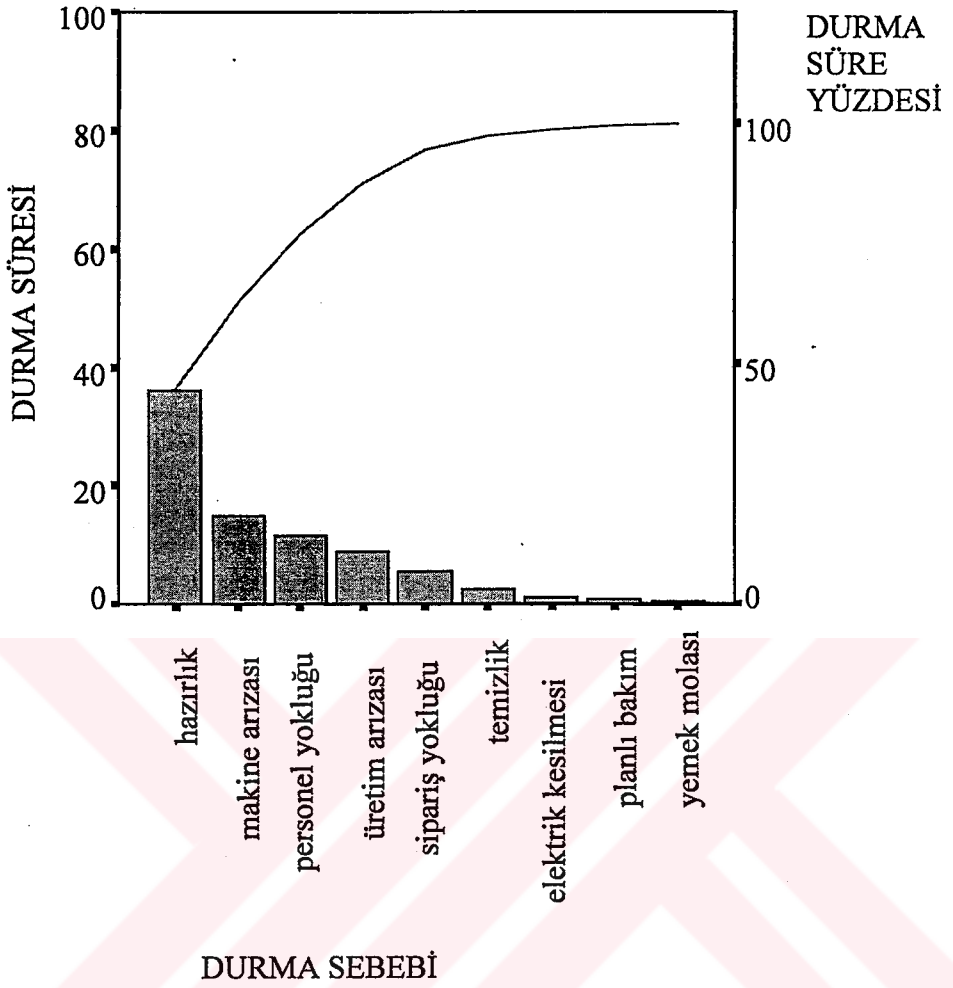
Çizelge 3.3 bir tezgahın duruş kayıtlarının özeti görülmektedir.

Çizelge 3.3. Bir tezgahın duruş kayıtları

(http://www.diyalog.com/new_images/durus_analizi_01_org.gif)

Açıklama	Durma Adedi	Süre	Süre%	Kümülatif Süre%
hazırlık	40	36,167	44,55875	44,55874925
makine arızası	7	14,75	18,17241	62,73115921
personel yokluğu	3	11,5	14,16832	76,89947885
üretim arızası	5	8,667	10,67798	87,57746375
sipariş yokluğu	2	5,5	6,776153	94,35361662
temizlik	1	2,333	2,874321	97,22793746
elektrik kesilmesi	1	1	1,232028	98,45996526
planlı bakım	1	0,75	0,924021	99,3839861
yemek molası	1	0,5	0,616014	100

Bu veriler doğrultusunda pareto grafiği çizilirse, Şekil 3.7 elde edilir.



Şekil 3.7. Pareto grafiği

Hataya neden olan 9 sebebin 1 veya 2 tanesi (%20 si 1,8) tüm durma sebebinin %80 nini açıklar. Çizelge 3.3 ve Şekil 3.7 incelendiğinde en çok hazırlık sebebi nedeniyle duraksama yaşandığı görülmektedir. Grafik üzerinde görülen eğri birikimli süre yüzdesini göstermektedir. Bu eğrinin altında kalan sütunlar önemsiz sebepleri, üstüne çıkabilen sütunlar ise önemli sebepleri göstermektedir. Yine bu eğri yardımıyla hazırlık sebebinin diğer sebeplere oranının %44,559 olduğunu söyleyebiliriz. Yani hazırlık sebebi ile duraksama ortadan kaldırılırsa toplam duraksama %44,559 oranında azalacaktır. (Biz burada birikimli süre yüzdesini gösteren eğriyi de çizdik fakat bu eğriyi içermeyen X ekseni veri türünü, Y ekseni (sadece sol taraf) veri sayılarını gösteren pareto grafiği de çizilebilir.)

Pareto analizi yedi istatistiksel tekniğin en kullanışlı olanıdır. Fakat sütunlar hemen hemen aynı olabilir. Bu durumda Pareto analizi yeterli olmayabilir ve diğer istatistiksel kalite kontrol tekniklerinden faydalanmak gerekebilir.

3.4. Neden-Sonuç Diyagramı

Neden sonuç diyagramı ilk kez 1943 yılında kalite devriminin mimarlarından Kaoru Ishikawa tarafından, işletmelerde kalite sorununun nedenlerini belirlemek için bir metot olarak kullanılmıştır. Bu yüzden Ishikawa diyagramı veya benzerliği nedeni ile balık kılçığı diyagramı olarak da adlandırılır (Yıldırım, 1999).

Neden sonuç diyagramı, bir soruna (hataya) neden olabilecek faktörlerin belirlenmesi ve bu faktörlerin sıraya koyularak gösterilmesi sonucunda, sorunun (hatanın) kaynağını belirlemeyi amaçlayan bir tekniktir. Bu tekniğin en önemli yararı, tüm faktörleri bir arada görmemizi ve aralarındaki ilişkiyi inceleyerek sorunu çözmemizi sağlamasıdır.

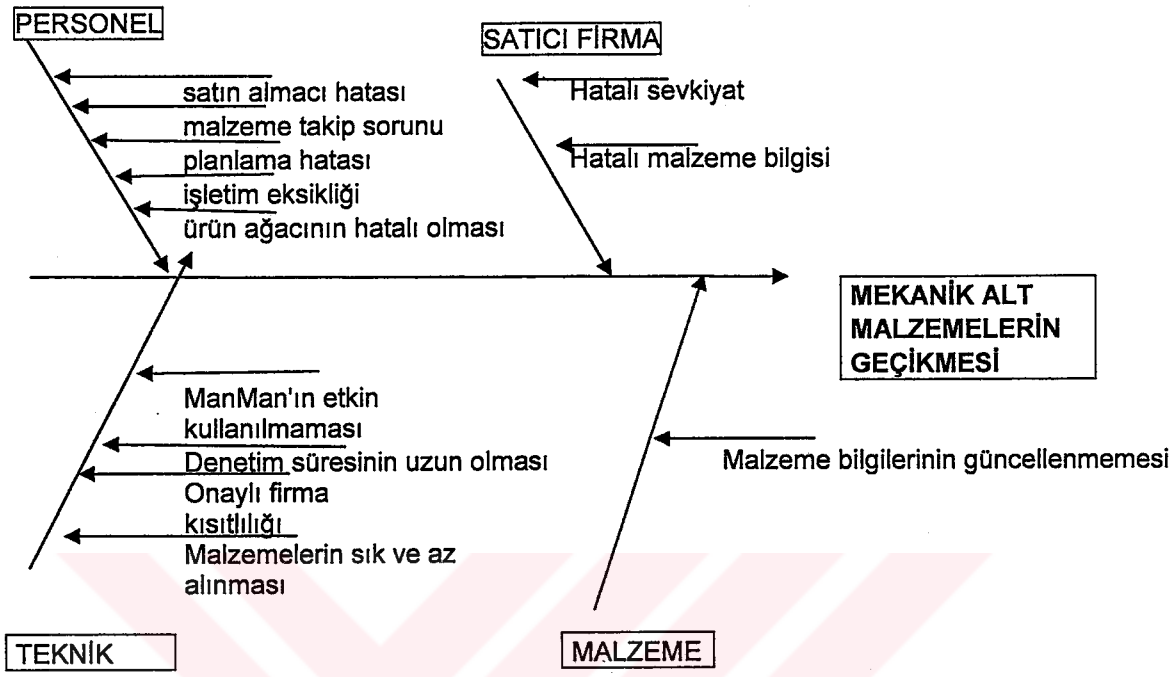
Neden sonuç diyagramı nasıl oluşturulur? Neden sonuç diyagramının nasıl oluşturulduğunu basamaklar halinde özetleyelim:

1) Analiz edilecek sorun belirlenir.
2) Merkezi çizgi çizilir ve belirlenen sorun bir kutu içerisinde merkezi çizginin sağına yazılır.
3) Soruna neden olabileceği düşünülen faktörler belirlenir ve bu faktörler de kutular şeklinde merkezi çizgiyle birleştirilir.
4) Faktörlerin nedenleri de belirlenerek üçüncü basamaktaki işlemler yapılır ve benzer şekilde mümkün olabilecek tüm nedenler gösterilir.

Benzer şekilde diyagram oluşturulduktan sonra en alt faktörlerden başlamak üzere tüm nedenler içerisinden en etkili olan belirlenmeye çalışılır ve bu şekilde sorunun en etkili nedeni araştırılır.

Şekil 3.8 de ASELSAN Elektrik Sanayi ve Ticaret A.Ş tarafından "yurt içinden temin edilen mekanik hammaddelerin gecikmesi nedeni ile imalatın ve teslimatın aksaması"na yönelik yapılan bir araştırmanın neden sonuç diyagramı görülmektedir.

Burada, mekanik hammaddelerde gecikme oranının sıfıra indirilmesi ve iyileştirmelerin kurumsallaştırılmasının sağlanması hedeflenmiştir.



Şekil3.8. Neden sonuç diyagramı örneği
(http://www.aselsan.com.tr/DERGI/mart2000/tky.htm)

Diyagram bu şekilde oluşturulduktan sonra belirlenen nedenler arasından çoklu oylama yöntemi ile soruna yol açtığı düşünülen üç temel neden belirlenmiştir.Soruna yol açan temel nedenler aşağıdaki şekilde belirtilmiştir:

a) ManMan'ın etkisinin kullanılmaması: ManMan MRP II yazılımı, tasarım aşamasından ürünün müşteriye teslimine kadar tüm şirket fonksiyonlarının on-line olarak gerçekleşmesi ve takibi amacıyla modüler yapıda tasarlanmış entegre bir bilgi yönetimi sistemidir. ASELSAN'da 2 ana bilgisayar ve 1100 terminal üzerinde ManMan yazılımı yaygın ve etkin olarak kullanılmaktadır. Bu kapsamda tüm satın alma fonksiyonları da bu sistem kullanılarak gerçekleştirilmekte ve izlenmektedir. Satın alma işlemlerinin ManMan sistemi ve mevcut prosedürlere uygunluğunun saptanması amacıyla yurtiçi malzeme alımı yapan satın alma personeli ile koordinasyon sağlanmış ve işlemler analiz edilmiştir. Analiz sonucunda malzemelerin satın alma işlemlerinin ManMan sistemine ve MRP II gereklerine uygun yapılmadığı saptanmıştır.

b) Malzemelerin sık ve az alınması: Malzemeler için ManMan sistemindeki "satın alımları birleştirme periyodu" bilgisi 20 gündür, malzemeler bu nedenle sık ve az alınmaktadır.

c) Malzeme takip sorunu:

Tüm bu sorunlar göz önüne alınarak şu çözüm önerileri hazırlanmıştır. Satın alma personeline ManMan eğitimi verilmesi, çalışma konusu malzemeleri için "satın alma iyileştirme periyodu" bilgilerinin 20 günden 60 güne çıkarılması, Mekanik Üretim Müdürlüğü'nde siparişleri takip edecek eleman temini.

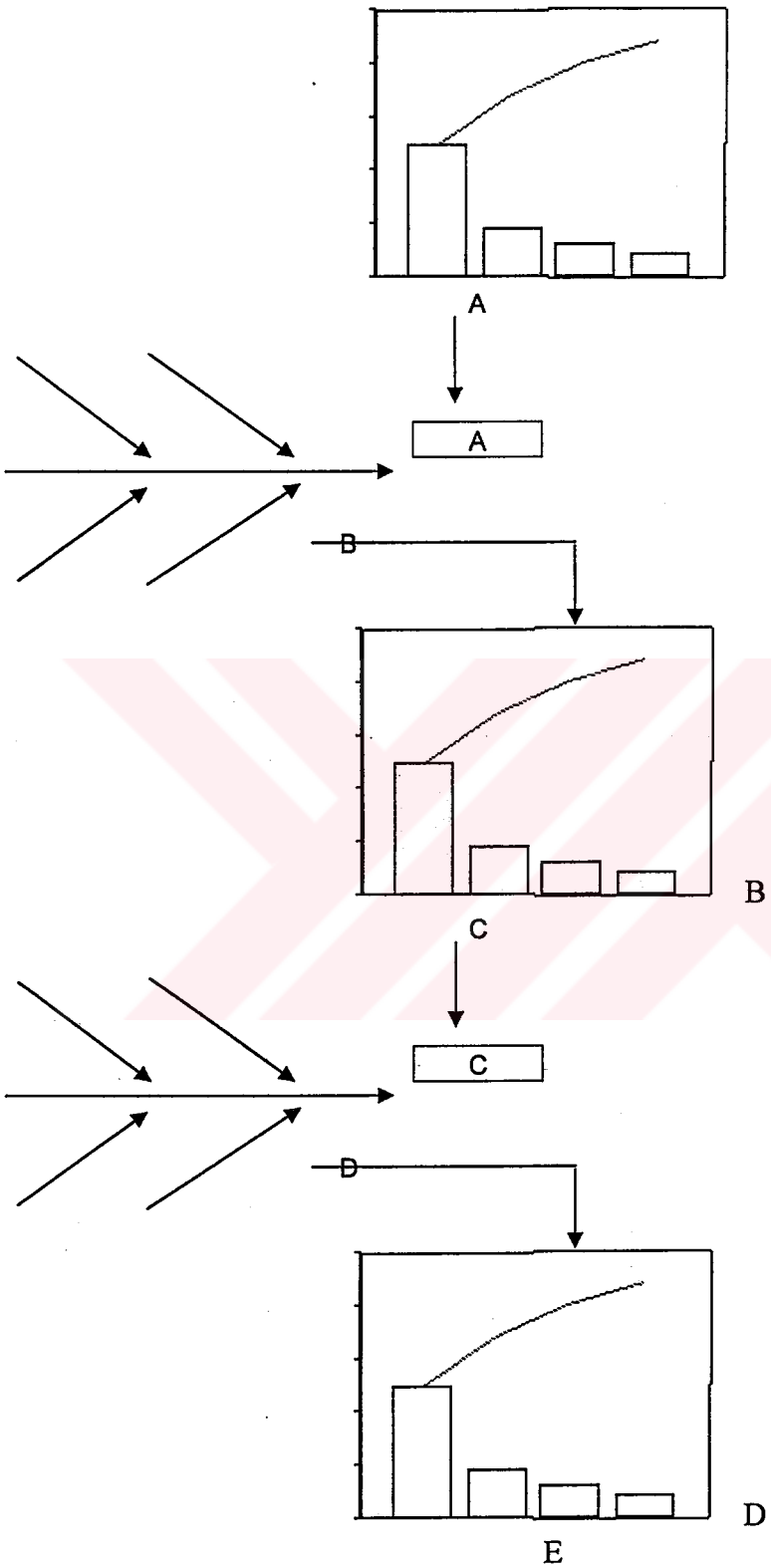
Pareto analizi ile en önemli sorun (hata) belirlenirken, neden sonuç diyagramı ile sorunu meydana getiren faktörler tespit edilmeye çalışılır. Bu iki tekniğin birlikte kullanılmasını şu şekilde ifade edebiliriz:

Birinci aşamada en önemli sorun belirlenir ve ikinci aşamada neden sonuç diyagramı ile bu soruna neden olan faktörler belirlenmeye çalışılır. Sonra, bu faktörlerden en önemlisi Pareto analizi ile belirlenir ve bu, neden sonuç diyagramı ile döngüsel olarak en önemli faktörleri tespit edene kadar devam eder. Bu döngü Şekil 3.9 da gösterilmektedir.

3.5. Hata Yoğunluk Diyagramı

Hata yoğunluk diyagramı ilk kez 19.yy'ın ortalarında Londra'da görülen tifo salgını sırasında epidemiyolojistler tarafından tifonun yoğunlaştığı bölgeleri kaydetmeleri için kullanılmıştır (Yıldırım, 1999).

Hata yoğunluk diyagramı tüm hatalı alanları gösteren bir birimin resmidir. Resim üzerinde hataların çeşitli tipleri ve yerleşimleri belirlenir ve analiz edilerek hataların sebepleri araştırılır. Fakat bu sebeplerin çözümünde tek başına yardımcı olamaz ve diğer istatistiksel kalite kontrol teknikleri olan çetele diyagramı ile birlikte birbirini tamamlayan bir nitelik taşır.



Şekil 3.9. Pareto analizi ve neden sonuç diyagramının birlikte kullanımı

3.6. Serpilme Diyagramı

Neden sonuç diyagramı bir kalite problemi üzerinde etkili olan olası faktörleri belirler, histogram verilerin yapısının görsel olarak elde edilmesini sağlar, serpilme diyagramı ise problem üzerinde etkili olabilecek faktörlerin arasındaki ilişkiyi inceler.

Serpilme diyagramının kalite kontroldeki anlamını ise şu şekilde ifade edebiliriz; kalite özellikleri arasındaki ilişki bilinirse, bu özelliklerden biri kontrol altına alındığında diğerinin de kontrol altına alınması mümkün olur. Kalite karakteristikleri arasındaki potansiyel ilişki bilinmezse, prosesin kontrol altına alınması maksadıyla bir karakteristikte yapılan ayarlama diğer karakteristiğin kontrolden çıkmasına sebep olur (Gözübatık, 1997).

Kaoru Ishikawa'ya göre bir üretimde kalite sorunları kalite geliştirme araçları (bu bölüm başında tanımlanan yedi teknik) ile çözülebilirdi. Bu yedi teknikten neden sonuç diyagramı kendisi tarafından geliştirilmiş olup Ishikawa, serpilme diyagramlarının yorumlanmasında da öncülük etmiştir.

Bir kalite kontrol çalışmasında serpilme diyagramı kalite karakteristiği ile üretim karakteristiği arasında ilişki olup olmadığını ortaya koyar. Bunu da kalite karakteristiğini bağımlı değişken, üretim karakteristiğini bağımsız değişken alarak basit lineer regresyon modeli şeklinde ifade edebiliriz. Yani Y bağımlı değişken, X bağımsız değişken olmak üzere modelimiz

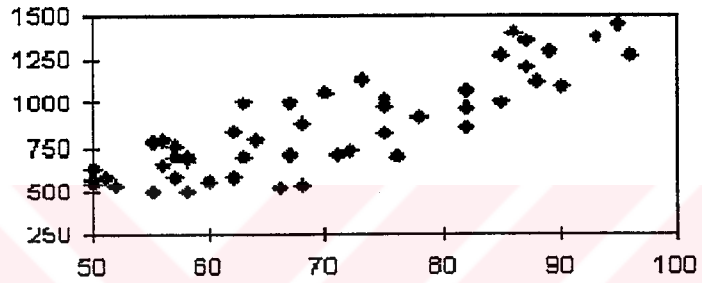
$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon \qquad (3.1)$$

şeklindedir. Burada β_0 regresyon doğrusunun y-eksenini kesim noktası, β_1 regresyon doğrusunun eğimi olup X'de meydana gelebilecek bir birimlik bir değişikliğin Y de ne kadar bir değişikliğe neden olacağını gösterir, ε ise hata terimidir. Gözlem değerlerimiz sıralı ikililer $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$ şeklinde olup (3.1) ile gösterilen modelimizi

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \qquad i = 1,2,\ldots,n \tag{3.2}$$

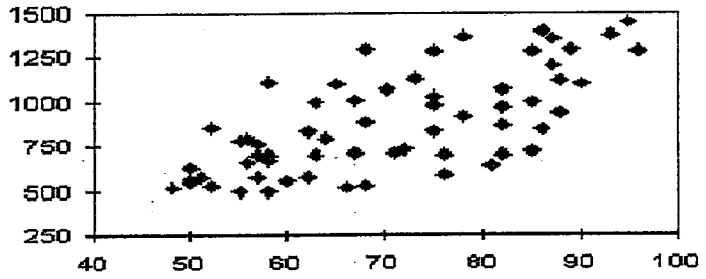
şeklinde ifade edebiliriz. Serpilme diyagramı, gözlem değerlerinin dik koordinat sisteminde gösterilmesi ile elde edilir. Serpilme diyagramının şekli iki değişken arasındaki ilişkinin türü hakkında bilgi verir. Farklı şekillerde serpilme diyagramı ile karşılaşabiliriz. Bunlardan en çok karşılaşılan beş tanesini ele alalım: (http://deming.eng.clemson.edu/pub/tutorials/qctools/scatm.htm)

1)



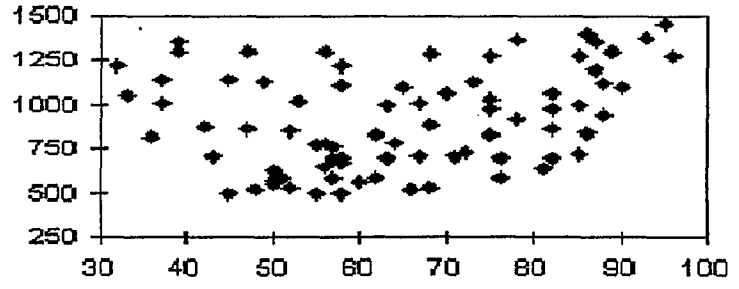
X ve Y arasında pozitif yönde güçlü lineer bir ilişki var. Yani X değişkeninde meydana gelebilecek bir artış (azalış), Y değişkeninde artışa (azalışa) neden olacaktır.

2)



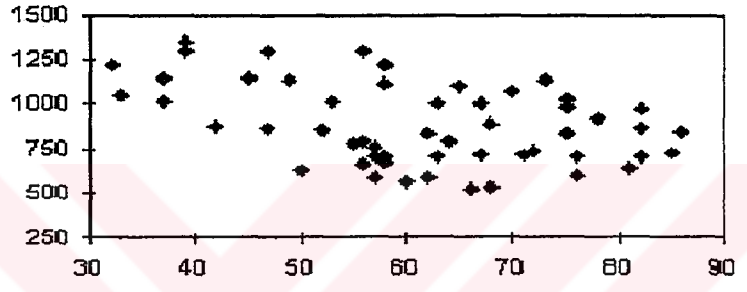
X ve Y arasında pozitif yönde zayıf lineer bir ilişki var. Yani X değişkenindeki artış (azalış), Y değişkeninde "bir miktar" artışa (azalışa) neden olacaktır. Bu durumda Y, X değişkeni dışında başka faktörlerden de etkileniyor olabilir.

3)



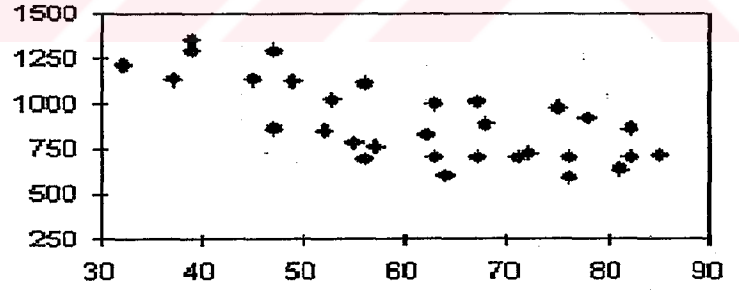
X ve Y ilişkisiz yani gözlem değerleri rasgele dağılmış şekilde.

4)



X ve Y arasında negatif yönde güçlü bir ilişki var. Yani X değişkeninde meydana gelebilecek bir artış (azalış), Y değişkeninde azalışa (artışa) neden olacaktır.

5)

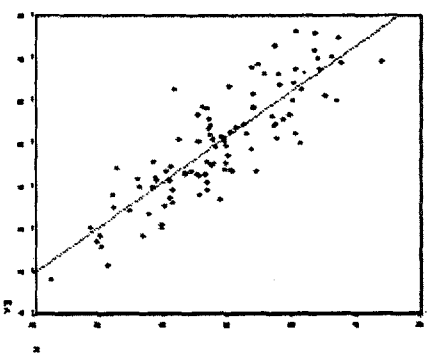


X ve Y arasında negatif yönde zayıf bir ilişki var. Yani X değişkenindeki artış (azalış), Y değişkeninde "bir miktar" azalışa (artışa) neden olacaktır.

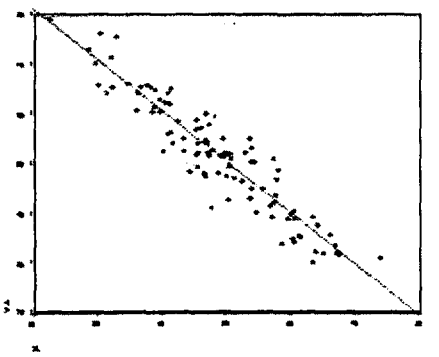
Sonuç olarak şunları söyleyebiliriz:

•İki değişken arasında güçlü bir ilişki varsa gözlemler pozitif veya negatif eğimli düz bir doğru boyunca dağılacaktır. Gözlem değerleri bu doğrudan uzaklaştıkça ilişkinin kuvveti azalacaktır.

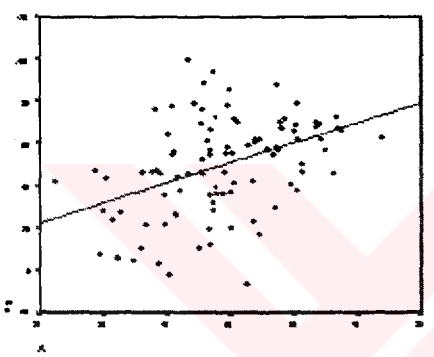
•İki değişken arasında ilişki yoksa gözlem değerleri rasgele dağılacaktır.



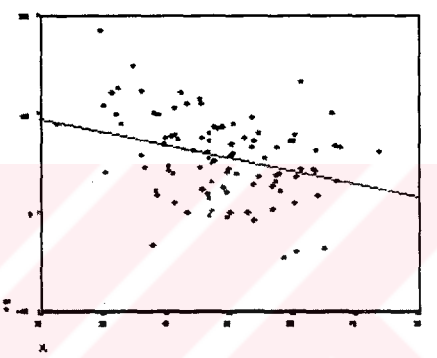
r = .85



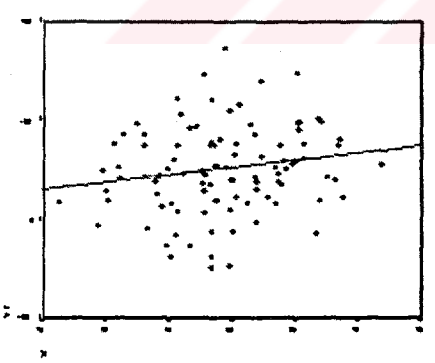
r = -.94



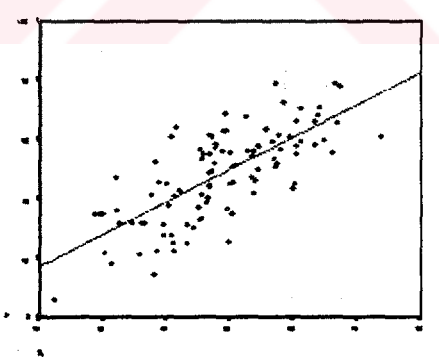
r = .42



r = -.33



r = .17



r = .39

3.7. Kontrol Grafikleri

Kontrol grafikleri prosesin gerçekleştirdiği üretimin kabul edilebilir sınırlar içinde kalıp kalmadığını tespit edip, bu sınırların dışına çıkması halinde uyarı vererek prosesin tekrar kabul edilebilir sınırlar içerisine çekilmesine imkan sağlayan dolayısıyla, bir prosesin istatistiksel anlamda kontrol altında olup olmadığını belirlemek üzere kullanılan bir grafik analiz yöntemidir (Ulutürk, 1999).

Kontrol edilecek proses karakteristik sayılarına göre iki temel kontrol grafiği vardır; tek değişkenli kontrol grafiği ve çok değişkenli kontrol grafiği. Tek değişkenli kontrol grafiği bir tek kalite karakteristiğinin gösterildiği grafik, çok değişkenli kontrol grafiği ise birden fazla kalite karakteristiğini temsil eden bir istatistiğin gösterildiği grafiktir.

Tek değişkenli kontrol grafikleri de kendi içinde iki gruba ayrılır;

1) Nicel Kontrol Grafikleri: Bu grafiklerle ölçülebilen kalite özelliklerine ait durumlar kontrol edilmektedir. Örneğin, uzunluk, ağırlık, yükseklik, sıcaklık gibi. Nicel kontrol grafikleri

•Shewhart Kontrol Grafikleri

•Birikimli Toplam (CUSUM) Kontrol Grafikleri

•Üstel Ağırlıklı Hareketli Ortalama (EWMA) Kontrol Grafikleri

•Hareketli Ortalama (MA) Kontrol Grafikleridir

2) Nitel Kontrol Grafikleri: Bu grafikler ise ölçülemeyen, iyi/kötü, kusurlu/kusursuz gibi özellikler dikkate alınarak oluşturulan grafiklerdir. Nitel kontrol grafikleri ise,

•Kusurlu Oranı (p) Kontrol Grafiği

•Kusurlu Sayısı (np) Kontrol Grafiği

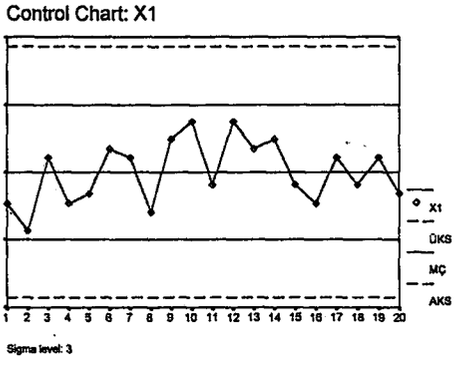
•Kusur Sayısı (c) Kontrol Grafiği

•Birim Başına Kusur Sayısı (u) Kontrol Grafiği

şeklindedir.

Çok değişkenli kontrol grafikleri ise üçe ayrılır. Hotelling T^2 kontrol grafikleri, çok değişkenli EWMA grafikleri ve çok değişkenli CUSUM grafikleridir.

Eğer basit bir kalite karakteristiği örneklemden ölçülür veya hesaplanırsa, kontrol grafiği örneklem sayısına veya zamana karşı kalite karakteristiğini gösterir. Klasik bir kontrol grafiği Şekil 3.10 da gösterildiği gibidir.



Şekil 3.10. Klasik bir kontrol grafiği

Merkezi çizgi, proses kontrolde iken kalite karakteristiğinin değerini temsil eder. Alt kontrol sınırı (AKS) ve üst kontrol sınırı (ÜKS) ise öyle seçilir ki proses kontrol altında iken hemen hemen tüm örneklem değerleri (gözlem değerleri) AKS ile ÜKS arasında kalır. Burada kontrol sınırları ile spesifikasyon sınırları arasındaki farka değinmenin yararlı olacağını düşünüyorum. Kontrol sınırları, prosesin istatistiksel kontrol durumunda olup olmadığını belirlemede kullanılır. Spesifikasyon sınırları ise üretimin istenen şekilde işleyip işlemediğini belirlemede kullanılır. Dolayısıyla spesifikasyon sınırları müşteri, üretim mühendisi veya yönetici tarafından belirlenmektedir. Unutulmaması gereken bir diğer nokta da kontrol sınırları ile spesifikasyon sınırları arasında matematiksel veya istatistiksel hiçbir ilişkinin olmadığıdır. Tüm noktalar kontrol sınırlarının içinde kaldığı sürece proses kontrol altındadır ve müdahale gerekmez. Noktalardan bir tanesi kontrol sınırlarının dışına düşerse prosesin kontrol dışı olduğu anlamına gelir ve bu duruma sebep olan faktör veya faktörler araştırılarak düzeltilmeye çalışılır. Genel olarak tesadüfi ve sistematik olmak üzere iki türlü faktör vardır.

1) **Tesadüfi Faktörler:** Önceden tahmin edilerek ortadan kaldırılamayan, olay üzerindeki etkileri bir kurala bağlanamayan, belirsizlik nedeni ile varlıklarının tespiti ve etkilerinin ölçülmesi güç hatta olanaksız, prosesin

doğasında var olan faktörlerdir. Bu faktörlere örnek olarak ortam sıcaklığı, tezgahtaki titreşim, malzemenin metalurjik yapısı (malzeme yapısındaki küçük farklar), aydınlatma gibi faktörleri sayabiliriz. Tesadüfi faktörlerin yol açtığı değişmeler kontrol sınırları içinde kaldığı sürece proses kontrol altında kabul edilir (genellikle kontrol sınırları içinde kalırlar).

2) **Sistematik Faktörler:** Oluşma nedeni belirlenebilen ve giderilmesi mümkün olan, varlıkları sürekli olmayıp zaman zaman ortaya çıkan, proseste büyük çaplı değişmelere yol açan faktörlerdir. Bu faktörler prosesi belli bir yöne iter yani proses üzerinde tek yönlü ve önemli sapmalara yol açar, böylece prosesi kontrol dışına çıkarır. Sonuç olarak, kontrol sınırlarının dışında örneklem noktaları gözlenirse sistematik faktörlerin olduğu sonucuna varılır ve bu faktörlerin nedenleri araştırılır. Bu faktörlerin nedenlerinin üç temel kaynağı vardır.

   - Malzemeden kaynaklananlar; bozulmuş hammadde –örneğin, bir kimyasal karışımın bileşenlerinin farklılaşması veya miktarlarının değişmesi-, heterojen madde, farklı kitlelerden alınmış maddeler, vb
   - Operatörden kaynaklananlar; operatörün proses üzerinde sıkça düzeltme yapması, operatörünün motivasyonunun düşük olması, operatörün deneyimsiz olması (bilgisiz olması), operatörler arası farklar, vb
   - Donanım ve makineden kaynaklananlar; hatalı makine ayarı, makine aksamının sürekli olarak yıpranması veya bozulmaya doğru gitmesi,vb

Tüm noktalar kontrol sınırlarının içinde olsa dahi, rasgele olmayan bir şekilde görüntüleniyorsa bu da prosesin kontrol dışı olduğunu gösterir. Örneğin, 20 noktadan 18 i merkezi çizginin üzerinde fakat ÜKS na çok yakın ve diğer 2 nokta merkezi çizginin altında AKS na çok yakın ise yanlış bir şeyler olduğu konusunda şüphelenmeliyiz. (Bu durumlar ileriki konularda daha ayrıntılı olarak ele alınacaktır.) Eğer proses kontrol altında ise tüm noktalar rasgele dağılmalıdır (Montgomery, 1997).

Kontrol sınırları ile hipotez testi arasında yakın bir ilişki vardır. Bu ilişkiyi görüntülemek için Şekil 3.10 daki örneklem ortalamasını (merkezi çizgiyi) $\bar{x}$ ile gösterelim $\bar{x}$ nin geçerli değeri kontrol sınırlarının arasında ise proses kontrol altındadır yani μ_0 a eşittir diyebiliriz. Diğer yandan eğer $\bar{x}$ kontrol sınırlarını aşıyorsa proses kontrol dışıdır ve $\bar{x}$, μ_0 dan farklı μ_1 $(\mu_1 \neq \mu_0)$ e eşittir. O halde, kontrol grafiği prosesin istatistiksel kontrol durumunu ölçen bir hipotez testidir. Kontrol sınırları içindeki bir nokta istatistiksel kontrol hipotezinin red edilmemesi ve bir noktanın kontrol sınırları dışında olması istatistiksel kontrol hipotezinin red edilmesine denktir. Bu çoğu zaman kullanışlı olmasına rağmen hipotez testi ve kontrol grafikleri arasında bazı farklılıklar olabilmektedir. Örneğin; istatistiksel hipotezi test ederken bazı varsayımları kabul ederiz, kontrol grafiklerini ise istatistiksel kontrolden sapmaları belirlemekte kullanırız (Montgomery, 1997).

Hipotez testinin kullanışlı olduğu alanlardan birisi ise bir kontrol grafiğinin performansının analiz edildiği durumlardır. Örneğin, kontrol grafiğinin performansı olarak *I.Tip* ve *II.Tip* hata olasılıklarını düşünebiliriz. Bu durumda *I.Tip* ve *II.Tip* hataları tanımlayalım: hipotez testi olarak düşündüğümüz de *I.Tip hata* H_0 doğru olduğunda red edilmesi, *II.Tip hata* ise H_0 yanlış olduğunda kabul edilmesiydi. Bu tanımları kalite kontrole uyarladığımızda *I.Tip hata* kontrol altında olan bir prosesin kontrol dışı kabul edilmesi, *II.Tip hata* kontrol dışı olan bir prosesin kontrol altında kabul edilmesidir. Bu iki hatayı bütünüyle ortadan kaldırmak mümkün olmamakla birlikte, örneklem büyüklüğünü genişleterek hataları azaltmak mümkündür.

3.7.1. Örneklem Büyüklüğü ve Örneklem Sıklığı

Prosesten elde edilen verilerin tamamını kullanmak her zaman için mümkün olmayabilmektedir. Bu nedenle verileri temsil edebilecek örneklem seçilir. (Burada örneklemlerin nasıl seçileceği ve seçilen örneklemin kabul veya reddine değinmeyeceğiz.)

Verilerin nasıl toplandığı kalite kontrol grafiklerinin etkililiğine (performansına) önemli katkıda bulunan bir etmendir. Kontrol grafiği oluşturulurken,

örneklem büyüklüğü ve örneklem sıklığı belirlenmelidir. Genel olarak, büyük örneklemler prosesteki küçük değişmeleri belirlemeyi kolaylaştırır. Büyük örneklemler için örneklemenin sık yapılması hataları belirlemede istenen bir durumdur fakat bu ekonomik açıdan uygulanamayabilir. Bu nedenle küçük örneklemleri sık örnekleme ile, büyük örneklemeleri seyrek örnekleme ile almalıyız. Örneğin, 5 birimlik bir örneklemi her yarım saatte bir, 10 birimlik bir örneklemi ise saatte bir yapabiliriz.

Örneklem büyüklüğünü ve sıklığını belirlemede kontrol grafiğinin ortalama adım uzunluğu (OAU) önemlidir. OAU kontrol dışı durumu gösteren bir noktadan önce grafik üzerinde işaretlenen ortalama nokta sayısıdır. Herhangi bir Shewhart kontrol grafiği için p kontrol sınırlarını aşan herhangi bir noktanın olasılığı olmak üzere OAU değeri

$$OAU = \frac{1}{p} \tag{3.4}$$

olarak hesaplanabilir. Bu denklem kontrol grafiğinin performansını hesaplamakta da kullanılabilir.

Kontrol grafiğinin performansını ifade etmek için uygun bir diğer terim ortalama sinyal zamanı (OSZ) dır. Eğer örneklemler sabit aralıklarla, h saat aralıklı olsun, alınıyorsa

$$OSZ = OAU.h \tag{3.5}$$

dır.

Örneğin, 3σ sınırlı $\bar{x}$ grafiği için proses kontrolde iken kontrol sınırlarını aşan bir noktanın olasılığı (normal varsayım altında) $p = 0,0027$ dır. O halde proses kontrol altında iken $\bar{x}$ nin OAU değeri (OAU_0 olsun)

$$OAU_0 = \frac{1}{p} = \frac{1}{0,0027} = 370 \tag{3.6}$$

dır. Bunun anlamı proses kontrolde iken kontrol dışı sinyal ortalama her 370 örneklemde bir ortaya çıkar (Montgomery, 1997).

Genel olarak nicel kontrol grafikleri için küçük örneklem büyüklükleri, tipik olarak 3 ile 5 arası, yeterlidir. Nitel kontrol grafikleri içinse daha geniş örneklem büyüklüğü gerekmektedir.

3.7.2. Kontrol Grafiğindeki Noktaların Analizi

Kontrol sınırları istatistiki güven sınırlarıdır. Bu güven sınırları ana hatları ile şöyledir:

İlgilenilen kalite özelliğine ait ölçüm değerlerinin istatistiği w olsun. Bu örneklem istatistiğinin ortalaması μ_w ve standart sapması σ_w olmak üzere kontrol sınırları

$$\text{Üst kontrol sınırı} \quad ÜKS = \mu_w + k\sigma_w$$

$$\text{Merkezi çizgi} \quad MÇ = \mu_w$$

$$\text{Alt kontrol sınırı} \quad AKS = \mu_w - k\sigma_w$$

şeklindedir. Burada k, orta çizgiden kontrol sınırlarına kadar olan mesafeyi belirlemede kullanılan bir katsayıdır (Bircan ve Özcan, 2003).

Kontrol grafiğinde işaretlenen noktalar, kontrol sınırları arasında rasgele dağılıyorsa proses kontrol altındadır. Rasgele dağılmayan noktaların yorumu hem deneyim hem de proses hakkında bilgi gerektirmektedir. Western Elektrik Şirketi rasgele dağılmayan noktaların tespiti için bazı kurallar belirlemiştir. Bunlar:

1) Herhangi bir noktanın 3σ kontrol sınırını aşması
2) Üç ardışık noktadan ikisinin 2σ uyarı sınırlarının ötesine düşmesi
3) 5 ardışık noktadan dördünün 1σ uyarı sınırlarını aşması
4) 8 ardışık noktanın merkezi çizginin bir yanına düşmesi

şeklindedir.

Herhangi bir nokta	$+3\sigma$ sınırı
Üç ardışık noktadan ikisi	$+2\sigma$ sınırı
Beş ardışık noktadan dördü	$+1\sigma$ sınırı
8 ardışık noktanın MÇ nin bir yanında olması	*MÇ*
8 ardışık noktanın MÇ nin bir yanında olması	*MÇ*
Beş ardışık noktadan dördü	$+1\sigma$ sınırı
Üç ardışık noktadan ikisi	$+2\sigma$ sınırı
Herhangi bir nokta	$+3\sigma$ sınırı

Burada açıklanan bu dört madde göz önüne alınarak prosesin kontrol dışı olup olmadığı araştırılır. Kontrol dışı sinyaller için sınıflandırılmış tepki kullanırız. Örneğin, $+3\sigma$ sınırını aşan herhangi bir nokta için sistematik faktörler araştırılırken, $+2\sigma$ sınırını aşan bir veya iki nokta için örnekleme sıklığı arttırılır; örneğin, saatte bir yapılan bir örnekleme 10 dakikada yapılabilir. Burada yapılan örnekleme (sık örnekleme), sistematik faktörlerin araştırılması gibi katı değildir fakat proses gerçekten kontrol dışı ise bu durumu belirleyen daha yüksek olasılık vermesi açısından uzun süren örneklemeden daha hızlıdır.

Genellikle bazı karar kuralları aynı anda (eşanlı) uygulandığında dikkatli olmak gerekmektedir. Araştırmacının k karar kuralı (k adet kontrol dışı olma kriteri) kullanıldığını ve i-inci kriterin I.tip hata olasılığının α_i olduğunu varsayalım. O zaman tüm I.tip hata veya tüm k teste dayalı karar için yanlış sinyal olasılığı (k karar kuralının bağımsızlığı sağlandığı sürece)

$$\alpha = 1 - \prod_{i=1}^{k} (1 - \alpha_i) \tag{3.7}$$

dır. Böylece birkaç kontrol dışı olma kriteri ile bir prosesin kontrol dışı olduğunu hassas bir şekilde tespit etmek mümkün olur (Montgomery,1997; Oktay, 1998).

3.7 başlığı altında genel olarak giriş yapılan kontrol grafikleri 4.bölümden itibaren ayrıntılı olarak incelenecektir.

4. NİCEL KONTROL GRAFİKLERİ

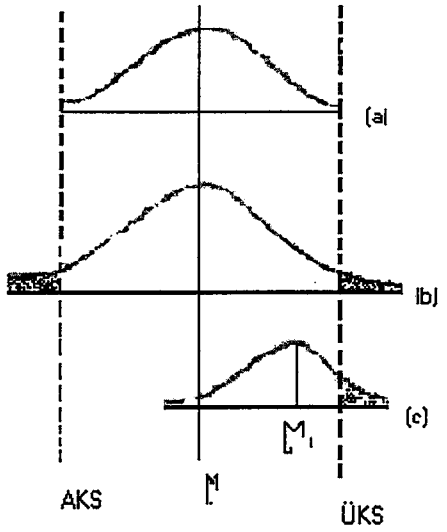
3.bölümde nicel kontrol grafiklerinin Shewhart kontrol grafiği, CUSUM kontrol grafiği, EWMA kontrol grafiği ve MA kontrol grafiğinden oluştuğunu belirtmiştik. Bu bölüm altında sırasıyla bu kontrol grafiklerini ele alacağız.

4.1. Shewhart Kontrol Grafikleri

Kontrol grafiği fikri ilk olarak 1924 yılında Dr. Shewhart tarafından ortaya atılmıştır. Dr. Shewhart bir kontrol grafiğinde üç ana amacın olması gerektiğini vurgulamıştır.

1) İşletmenin elde etmeye uğraştığı proses için standardı belirlemek
2) Bu standardı elde etmek için araçlar kullanmak
3) Standardın başarılı olup olmadığına karar vermek için ilke oluşturmak

Shewhart kontrol grafiği, örneklem sayısına karşı örneklem ortalaması ($\bar{x}$) ve örneklem değişim aralığının (R) veya standart sapmasının (S) gösterildiği grafiktir. $\bar{x}$ ve R veya $\bar{x}$ ve S grafikleri birlikte kullanılır. Bunun sebebi; $\bar{x}$ grafiği istenilen ortalamaya veya genel ortalamaya göre durumunu incelerken, R veya S grafiği prosesin değişkenliğini inceler ve örneklemler hem istenilen ortalamayı hem de değişkenliği sağladığı takdirde proses kontrol altındadır. Örneğin, sadece $\bar{x}$ grafiğinin kullanıldığını varsayalım. Bu durumda proses değişkenliğinde meydana gelecek bir kontrol dışı durumun varlığı anlaşılamaz (Şekil 4.1.b). Benzer şekilde sadece R veya S grafiğinin kullanılması durumunda ortalamada meydana gelebilecek bir değişiklik sonucunda prosesin kontrol dışı olması gözden kaçacaktır (Şekil 4.1.c).



Şekil 4.1. (a) Prosesin kontrol durumunda olması
(b) Prosesin değişkenliğinin büyük olması
(c) Prosesin istenilen ortalamadan sapması

4.1.1. $\bar{x}$ ve R Kontrol Grafikleri

Klasik bir kontrol grafiği üst kontrol sınırı (ÜKS), merkezi çizgi (MÇ) ve alt kontrol sınırı (AKS)'ndan oluşmaktadır. İlk olarak $\bar{x}$ ve R kontrol grafikleri için bu sınırları bulalım. Genel anlamda ÜKS ve AKS güven sınırlarıdır. Bir kalite karakteristiğinin bilinen μ ortalamalı ve σ standart sapmalı normal dağılıma sahip olduğunu varsayalım. α, I.tip hata yapma olasılığı ve $x_1, x_2, \ldots, x_m$ n birimlik örneklemşler ise

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_m}{m} \tag{4.1}$$

olmak üzere $\bar{x}$ da μ ortalamalı ve $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ standart sapmalı normal dağılıma sahiptir. Bu durumda $\bar{x}$ için güven sınırları $\mu \mp Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ dır ve $\bar{x}$ kontrol grafiğinin parametreleri

$$\ddot{U}KS = \mu + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n.}}$$

$$MÇ = \mu \qquad (4.2)$$

$$AKS = \mu - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

şeklindedir. Kontrol grafikleri için genellikle I. tip hata $\alpha = 0,0027$ $(Z_{\alpha/2} = 3)$ olarak alınır. Yani prosesin %99,73' ü istenilen standardı sağlamaktadır. Uygulamada genellikle μ ve σ bilinmez ve prosesin kontrol altında olduğu düşünülen bir zamanda ön örneklemler alınarak μ ve σ tahmin edilir. Bu tahminler büyüklüğü 4, 5 veya 6 olan en az 20-25 örnekleme dayandırılır. Seçilen örneklemler homojen kitlelerden seçilmelidir. Homojenlik ile kastedilen parçaların mümkün olduğunca birbirine benzer olmasıdır. Yani aynı makineden, aynı operatörden alınmış parçalar veya bir aletin bozulana kadar ya da bakıma alınana kadar ürettiği materyal miktarı homojen kitledir.

Örneklem büyüklüğü artarsa, kontrol sınırları merkezi çizgiye yaklaşır. Bu da kontrol grafiklerini daha hassas yapar yani proses ortalamasındaki veya proses değişkenliğindeki küçük bir değişimi dahi görebiliriz.

Genel anlamda her biri n birimden oluşan m örneklemin olduğunu varsayalım.

x_1	x_2	$\cdots$	x_m
x_{11}	x_{12}	$\cdots$	x_{1m}
x_{21}	x_{22}	$\cdots$	x_{2m}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_{n1}	x_{n2}	$\cdots$	x_{nm}
$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\cdots$	$\bar{x}_m$
R_1	R_2	$\cdots$	R_m

$\bar{x}$ kontrol grafiğinin oluşturulması; $\bar{x}$ kontrol grafiği, proses ortalamasının kontrol altında olup olmadığını belirlemek için kullanılır. Yani, μ' proses ortalaması olmak üzere

$$H_0 : \mu' = \mu$$
$$H_a : \mu' \neq \mu \qquad (4.3)$$

hipotezini test etmek isteriz.

$\bar{x}$ kontrol grafiği için örneklem ortalamalarının ortalaması $(\bar{\bar{x}})$, μ nün bir tahminidir. Yani, $\bar{x}_j = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_{ij}$ $j = 1,\ldots,m$, j-inci örneklemin ortalaması ve $\bar{\bar{x}} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} \bar{x}_j$, örneklem ortalamalarının ortalaması olmak üzere $\hat{\mu} = \bar{\bar{x}}$ dır.

σ^2 nin tahmini ise değişim aralığı (R) yardımıyla bulunur. Değişim aralığı, en büyük ile en küçük gözlem değerleri arasındaki farktır. σ^2 nin tahmininde örneklem büyüklüğünün küçük $(n < 10)$ ve sabit olması durumunda hesaplama kolaylığı açısından değişim aralığı (R), aksi takdirde örneklem varyansı (S^2) ve buna bağlı olarak örneklem standart sapması S kullanılır. Aşağıda bazı örneklem büyüklükleri için R nin S^2 ye göre "göreceli etkinliği" gösterilmiştir.

Çizelge 4.1. R nin S^2 ye göre göreceli etkinliği (Montgomery, 1997)

n	Göreceli etkinlik
2	1,000
3	0,992
4	0,975
5	0,955
6	0,930
10	0,850

$n \geq 10$ olduğu durumlarda değişim aralığının etkinliği düşmektedir. Çünkü, değişim aralığı yalnızca örneklem içindeki maksimum ve minimum değerleri ele almakta, ara değerleri hesaba katmamaktadır. Örneklem büyüklüğünün artması ile hesaba katılmayan birim sayısı artacağından R nin etkinliği azalacaktır. Uygulamada $n \leq 6$ olması durumunda R tercih edilirken, $n > 6$ için S^2 tercih edilir.

$$R = x_{\max} - x_{\min} \tag{4.4}$$

olmak üzere $R_1, R_2, \ldots, R_m$ m değişim aralığını göstersin, bunların ortalaması

$$\overline{R} = \frac{R_1 + R_2 + \ldots + R_m}{m} \tag{4.5}$$

şeklindedir.

Normal dağılımdan alınan bir örneklemin değişim aralığı (R) ve o dağılımın standart sapması arasında çok iyi bilinen bir ilişki $w = \frac{R}{\sigma}$ dır. Burada, w, rasgele değişkenine relatif değişim aralığı denir. w'nun dağılımının parametreleri örneklem büyüklüğü n nin bir fonksiyonudur. d_2, w'nun ortalaması olmak üzere $\hat{\sigma} = \frac{\overline{R}}{d_2}$ dir. Buradaki d_2 bir rasgele değişken olup, nispi değişim aralığı olarak adlandırılır ve d_2 nin dağılımının parametreleri örneklem büyüklüğüne bağlıdır.

Bu durumda $\overline{x}$ kontrol grafiğinin parametreleri

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= \mu + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx \overline{\overline{x}} + 3\frac{\overline{R}/d_2}{\sqrt{n}} = \overline{\overline{x}} + 3A_2\overline{R} \\ MÇ &= \mu \approx \overline{\overline{x}} \\ AKS &= \mu - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx \overline{\overline{x}} - 3\frac{\overline{R}/d_2}{\sqrt{n}} = \overline{\overline{x}} - 3A_2\overline{R} \end{aligned} \tag{4.6}$$

şeklindedir. $A_2 = 3/d_2\sqrt{n}$ alınırsa örneklem büyüklüğüne bağlı olarak değerleri tabloda verilmiştir (Ek Tablo F-a).

R kontrol grafiğinin oluşturulması; R kontrol grafiği proses değişkenliğini yani proses standart sapmasını kontrol etmek için kullanılır. Bu durumda σ' proses standart sapması olmak üzere

$$H_0 : \sigma' = \sigma$$
$$H_a : \sigma' \neq \sigma \qquad (4.7)$$

hipotezini test etmek isteriz.

R kontrol grafiği için genel anlamda kontrol sınırlarının $\mu_R \mp 3\sigma_R$ şeklinde olduğunu biliyoruz. Şimdi μ_R ve σ_R nin tahminlerini bulalım. μ_R nin tahmini

$$\hat{\mu}_R = \overline{R} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} R_j \qquad (4.8)$$

dir. σ_R nin tahmini ise kalite karakteristiğinin normal dağıldığı varsayımı altında $w = \frac{R}{\sigma}$ relatif değişim aralığının dağılımından bulunur. w nun standart sapması, n nin bilinen fonksiyonu olan d_3 olsun. $R = w\sigma$ olduğundan R nin standart sapması $\sigma_R = d_3\sigma$ dır ve σ bilinmeyip tahmini $\overline{R}/d_2$ olduğundan σ_R nin tahmini $\hat{\sigma}_R = d_3\frac{R}{d_2}$ olur. Bu durumda R kontrol grafiğinin parametreleri

$$ÜKS = \hat{\mu}_R + 3\hat{\sigma}_R = \overline{R} + 3\frac{d_3}{d_2}\overline{R} = D_4\overline{R}$$
$$MÇ = \hat{\mu}_R = \overline{R} \qquad (4.9)$$
$$AKS = \hat{\mu}_R - 3\hat{\sigma}_R = \overline{R} - 3\frac{d_3}{d_2}\overline{R} = D_3\overline{R}$$

şeklindedir. $D_4 = 1 + 3\frac{d_3}{d_2}$, $D_3 = 1 - 3\frac{d_3}{d_2}$ değerleri örneklem büyüklüğüne bağlı olarak tablolandırılmıştır (Ek Tablo F-b). $n \leq 6$ iken D_3 negatif olur ve R pozitif olduğu için $D_3 = 0$ olarak alınır.

4.1.1.1. Standart Değerlere Dayalı $\bar{x}$ ve R Grafiği

μ ve σ standartlarının verildiğini varsayalım. $\bar{x}$ grafiğinin parametrelerinin

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= \mu + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ MÇ &= \mu \\ AKS &= \mu - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned} \tag{4.10}$$

olduğunu biliyoruz. $A = 3/\sqrt{n}$ alınırsa n ye bağlı değerler tablolandırılmıştır (Ek Tablo F-a). Sonuç olarak $\bar{x}$ grafiğinin parametreleri

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= \mu + A\sigma \\ MÇ &= \mu \\ AKS &= \mu - A\sigma \end{aligned} \tag{4.11}$$

olur.

R grafiğinin parametreleri ise d_2 ve d_3 sırasıyla relatif değişim aralığı dağılımın ortalaması ve varyansı olmak üzere $E(R) = d_2\sigma$ ve R nin standart sapması $\sigma_R = d_3\sigma$ olup

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= d_2\sigma + 3d_3\sigma \\ MÇ &= d_2\sigma \\ AKS &= d_2\sigma - 3d_3\sigma \end{aligned} \tag{4.12}$$

şeklindedir. $D_1 = d_2 - 3d_3$, $D_2 = d_2 + 3d_3$ sabitler olup değerleri tablolandırılmıştır (Ek Tablo F-b).

4.1.1.2. $\bar{x}$ ve R Grafiklerinde Örneklem Büyüklüğünün Değişmesi

Maliyet ve proses kontrolü için az kaynağın olması gibi nedenlerden dolayı örneklem büyüklüğünde sürekli değişiklikler yapılması gerekebilir. Bu gibi durumlarda yeni örneklem büyüklüğüne dayanan ilave örneklemler toplamaksızın yeni kontrol sınırları hesaplanabilir (Montgomery,1997).

$\bar{R}_{eski}$ = Eski örneklem büyüklüğü için ortalama örneklem genişliği

$\bar{R}_{yeni}$ = Yeni örneklem büyüklüğü için ortalama örneklem genişliği

n_{eski} = Eski örneklem büyüklüğü

n_{yeni} = Yeni örneklem büyüklüğü

$d_2(eski)$ = Eski örneklem büyüklüğü için d_2 faktörü

$d_2(yeni)$ = Yeni örneklem büyüklüğü için d_2 faktörü

olsun.

$\bar{x}$ grafiği için parametreler

$$\begin{aligned} ÜKS &= \bar{\bar{x}} + A_2\left[\frac{d_2(yeni)}{d_2(eski)}\right]\bar{R}_{eski} \\ MÇ &= \bar{\bar{x}} \\ AKS &= \bar{\bar{x}} - A_2\left[\frac{d_2(yeni)}{d_2(eski)}\right]\bar{R}_{eski} \end{aligned} \qquad (4.13)$$

olup A_2 faktörü yeni örneklem büyüklüğü için seçilir.

R grafiği için parametreler ise

$$\ddot{U}KS = D_4\left[\frac{d_2(yeni)}{d_2(eski)}\right]\overline{R}_{eski}$$

$$MÇ = \overline{R}_{yeni} = \left[\frac{d_2(yeni)}{d_2(eski)}\right]\overline{R}_{eski} \qquad (4.14)$$

$$AKS = maks\left\{0, D_3\left[\frac{d_2(yeni)}{d_2(eski)}\right]\overline{R}_{eski}\right\}$$

şeklindedir ve D_3 ve D_4 yeni örneklem büyüklüğü için seçilir.

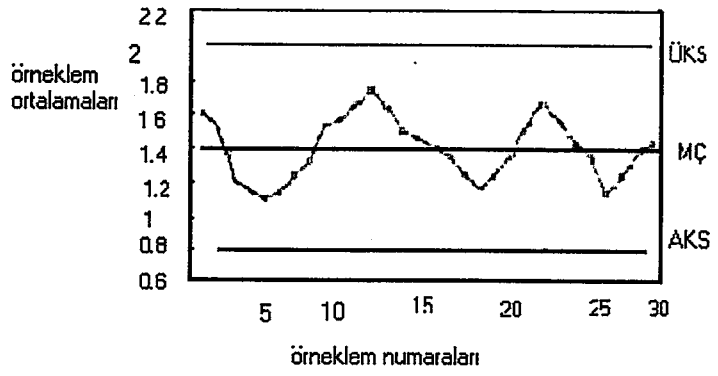
4.1.1.3. Kontrol Dışı Durum Analizi

Genel anlamda kontrol sınırlarını aşan nokta olduğunda prosesin kontrol dışı olduğunu söyleyebiliriz. Fakat kontrol sınırlarını aşan nokta olmadığı halde grafik rasgele olmayan bir görünümde ise sistematik faktörlerin varlığından şüphelenilir.

$\overline{x}$ grafiğini yorumlamadan önce ilk olarak R grafiğinin kontrol altında olup olmadığını incelemek gerekmektedir. Sistematik faktörler her iki $\overline{x}$ ve R grafiğinde de gözlemlenebilir. Eğer her iki grafik de rasgele olmayan bir görünüm sergiliyorsa en iyi yol ilk olarak R grafiğinde ortaya çıkan sistematik faktörleri ortadan kaldırmaktır. Bu, çoğu zaman $\overline{x}$ grafiğindeki rasgele olmayan durumları da ortadan kaldırır. Bu nedenle R grafiğinde kontrol dışı durum belirlenmeden $\overline{x}$ grafiğinin yorumlanması uygun olmaz.

$\overline{x}$ ve R grafiğindeki rasgele olmayan durumlar ve yorumları:

Tekrarlı değişimler,



Şekil 4.2. Tekrarlı değişimler (Oktay, 1998)

Bazen $\bar{x}$ ve R grafiğinde Şekil 4.2'de olduğu gibi periyodik yükselme ve alçalma gösteren durumlar ortaya çıkabilmektedir.

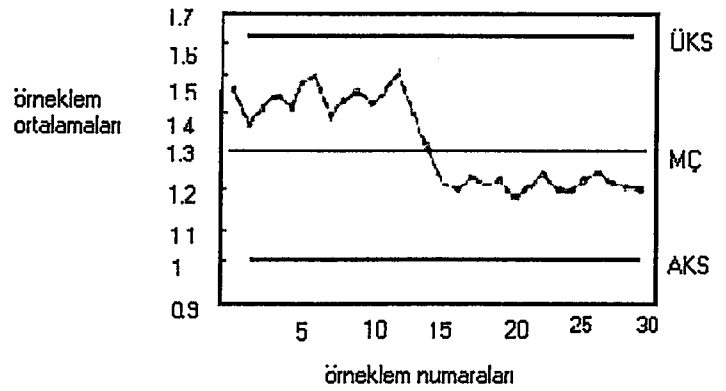
$\bar{x}$ grafiğinde böyle bir değişimin nedenleri:

1) Operatör ve/veya makinelerin düzenli değişimi
2) Voltaj, basınç veya üretim ekipmanındaki diğer değişkenlerdeki dalgalanma (değişip durma)
3) Operatör yorgunluğu

R grafiğinde görülen bu tip değişimin nedenleri:

1) Araç yıpranmasından kaynaklanan aşırı farklı sonuçlar
2) Operatör yorgunluğundan

Proses düzeyindeki değişim,

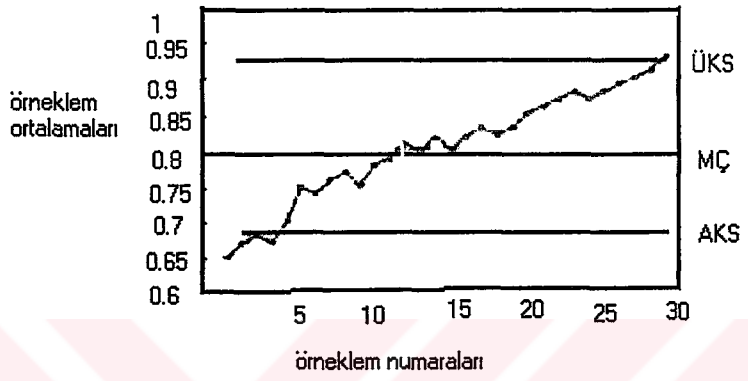


Şekil 4.3. Proses düzeyinde değişim (Oktay, 1998)

Proses düzeyindeki değişimin nedenleri; yeni işçilerin, metotların, materyallerin kullanılması sonucundaki değişimlerden, operatörlerin motivasyon değişikliklerinden kaynaklanabilir.

Bir yönde sürekli değişimler,

Şekil 4.4 de görüldüğü gibi bir tek yönde artma veya azalma şeklindeki görünümdür.



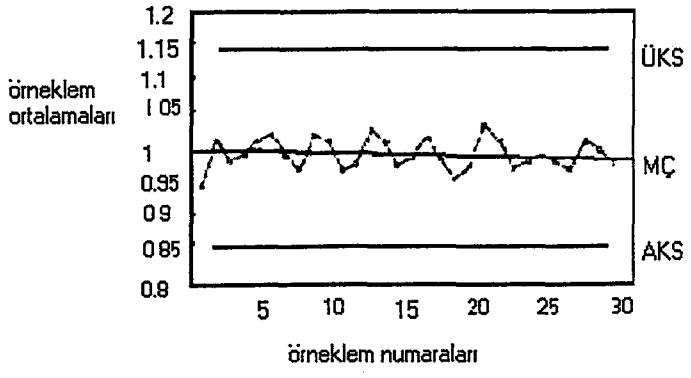
Şekil4.4. Bir yönde sürekli değişim (Oktay, 1998)

Bir yönde sürekli değişimin nedenleri:

1) Kimya prosesinde bir karışımın bileşenlerinin ayrıştırılması veya miktarlarının değişmesi
2) Operatör yorgunluğu veya yöneticinin bulunması gibi
3) Sıcaklık veya nem gibi dönemlik değişimler

Katmanlaşma,

Noktaların merkezi çizgi etrafında kümelenmesi görünümündedir.

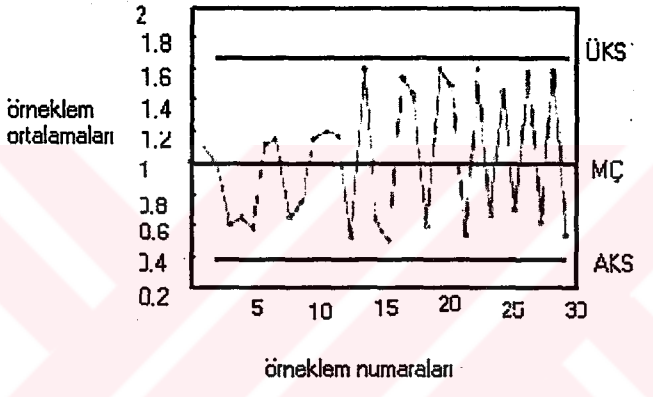


Şekil 4.5. Katmanlaşma (Oktay, 1998)

Katmanlaşmanın nedeni kontrol sınırlarının yanlış hesaplanması, farklı dağılımlardan örneklerin alınmasıdır. Farklı dağılımlardan örneklerin alınması sonucunda, her bir örneklemde en büyük ve en küçük birimler arasında fark varsa $\overline{R}$ büyük bir değer olacak ve $\overline{x}$ grafiğinin kontrol sınırları genişleyecek. Bu durumda $\overline{R}$ farklı dağılımlar arasındaki değişkenliği yanlış ölçecektir.

Karışım,

Noktaların çok azının merkezin yakınına düşmesi, çoğunun kontrol sınırları yakınına veya hafifçe dışına düşmesi.



Şekil 4.6. Karışım (Oktay, 1998)

Karışım durumunun nedenleri proses üzerinde sıkça düzeltme yapması ve bunun sonucunda sistematik faktörlerden çok tesadüfi faktörlerin oluşması, farklı kaynaklardan (örneğin, paralel makinelerden) üretimin prosesin kontrolü için aynı merkezi beslemesi.

$\overline{x}$ ve R grafikleri yorumlanırken birlikte ele alınmalıdır. Eğer dağılım normal dağılım ise aynı örneklemden hesaplanan $\overline{x}$ ve R kontrol grafiğinde bağımsız olarak davranırlar. Eğer $\overline{x}$ ve R arasında bir korelasyon varsa yani her iki grafikteki noktalar birbirini takip eder (benzer görünümde) ise bu dağılımın çarpık olduğunu gösterir.

4.1.2 $\bar{x}$ ve S Kontrol Grafikleri

Standartların biliniyor olması durumu; Kitle ortalaması (μ) ve standart sapması (σ) için bir standart verilmişse yani biliniyorsa kontrol sınırlarını bulalım. $x_1, x_2, \ldots, x_n$ gibi n birimlik örneklemin alındığını varsayalım. Bu örneklemin standart sapması

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \tag{4.15}$$

formülü ile bulunur. Kitle varyansı σ^2 nin yansız tahmin edicisi S^2 dir, fakat S, σ nın yansız tahmin edicisi değildir. Kitle normal dağılım gösteriyorsa

$$c_4 = \left(\frac{2}{n-1}\right)^{1/2} \frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma((n-1)/2)} \tag{4.16}$$

olmak üzere S, $c_4\sigma$ yı tahmin eder. Yani $E(S) = c_4\sigma$ olup merkez çizgi $c_4\sigma$ dır. S nin standart sapması ise

$$\begin{aligned} \text{var}(S) &= E(S^2) - [E(S)]^2 \\ &= \sigma^2 - (c_4\sigma)^2 = \sigma^2(1 - c_4^2) \end{aligned} \tag{4.17}$$

den $\sigma\sqrt{1-c_4^2}$ olarak bulunur. Bu durumda S için 3-sigma kontrol sınırları

$$\begin{aligned} ÜKS &= c_4\sigma + 3\sigma\sqrt{1-c_4^2} \\ MÇ &= c_4\sigma \\ AKS &= c_4\sigma - 3\sigma\sqrt{1-c_4^2} \end{aligned} \tag{4.19}$$

şeklindedir. $B_5 = c_4 - 3\sqrt{1-c_4^2}$, $B_6 = c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2}$ olarak alınırsa farklı örneklem büyülükleri için B_5 ve B_6 değerleri tablolandırılmıştır (Ek Tablo F-c).

$\bar{x}$ grafiği için kontrol sınırları ise

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= \mu + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ MÇ &= \mu \\ AKS &= \mu - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned} \qquad (4.19)$$

şeklindedir. $A = 3/\sqrt{n}$ alınarak A nın değerleri tablolandırılmıştır (Ek Tablo F-a).

Standartların bilinmemesi durumu; Kitle ortalaması ve standart sapması bilinmiyorsa kontrol sınırlarını bulalım. $\bar{x}$ ve R grafiğinde olduğu gibi n birimlik m örneğin alındığını varsayalım.

x_1	x_2	...	x_m
x_{11}	x_{12}	...	x_{1m}
x_{21}	x_{22}	...	x_{2m}
⋮	⋮	⋮	⋮
x_{n1}	x_{n2}	...	x_{nm}
$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	...	$\bar{x}_m$
S_1	S_2	...	S_m

S_i, i-inci örneklemin standart sapması olsun.

$$\bar{S} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} S_j \qquad (4.20)$$

olmak üzere $\bar{S}/c_4$, σ nın bir yansız tahmin edicisidir. Yani $\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4}$ dir. Bu durumda S grafiği için kontrol sınırları (4.18) eşitliğinden

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= \overline{S} + 3\frac{\overline{S}}{c_4}\sqrt{1-c_4^2} \\ MÇ &= \overline{S} \\ AKS &= \overline{S} - 3\frac{\overline{S}}{c_4}\sqrt{1-c_4^2} \end{aligned} \tag{4.21}$$

olarak elde edilir. $B_3 = 1 - \frac{3}{c_4}\sqrt{1-c_4^2}$, $B_4 = 1 + \frac{3}{c_4}\sqrt{1-c_4^2}$ olmak üzere B_3 ve B_4 değerleri tablolandırılmıştır (Ek Tablo F-c).

$\overline{x}$ grafiğinin kontrol sınırları ise $\overline{x}$ ve R grafiğine benzer düşünce ile $\hat{\mu} = \overline{\overline{x}}$ ve $\hat{\sigma} = \frac{\overline{S}}{c_4}$ olmak üzere

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= \overline{\overline{x}} + 3\frac{\overline{S}}{c_4\sqrt{n}} \\ MÇ &= \overline{\overline{x}} \\ AKS &= \overline{\overline{x}} - 3\frac{\overline{S}}{c_4\sqrt{n}} \end{aligned} \tag{4.22}$$

şeklindedir. $A_3 = 3/c_4\sqrt{n}$ alınarak farklı örneklem büyüklükleri için tablolandırılmıştır (Ek Tablo F-a).

$\overline{x}$ ve S kontrol grafikleri hesaplanırken örneklem standart sapması

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}} \tag{4.23}$$

formülü ile hesaplanmıştır. Bu formülde $(n-1)$ yerine n kullanıldığında c_4, B_3, B_4 ve A_3 katsayıları yerine c_2, B_1, B_2 ve A_1 katsayıları kullanılır ki bu değerler de tablolandırılmıştır (Ek Tablo F-a-c).

Eğer herhangi bir $S_1, S_2, \ldots, S_m$ değeri kontrol sınırları dışına çıkarsa, sistematik faktör araştırılmalıdır. Bu noktalar çıkarılır ve geri kalan noktalarla kontrol sınırları tekrar hesaplanır. Eğer tüm noktalar kontrol sınırları içinde ise proses kontrol altındadır.

4.1.2.1. Örneklem Büyüklüğünün Değişken Olması Durumunda $\bar{x}$ ve S Kontrol Grafiği

Örneklem büyüklüğünün değişken olması durumunda

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} \quad \text{ve} \quad \bar{S} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} (n_i - 1) S_i^2}{\sum_{i=1}^{n} n_i - m} \right]^{1/2} \tag{4.24}$$

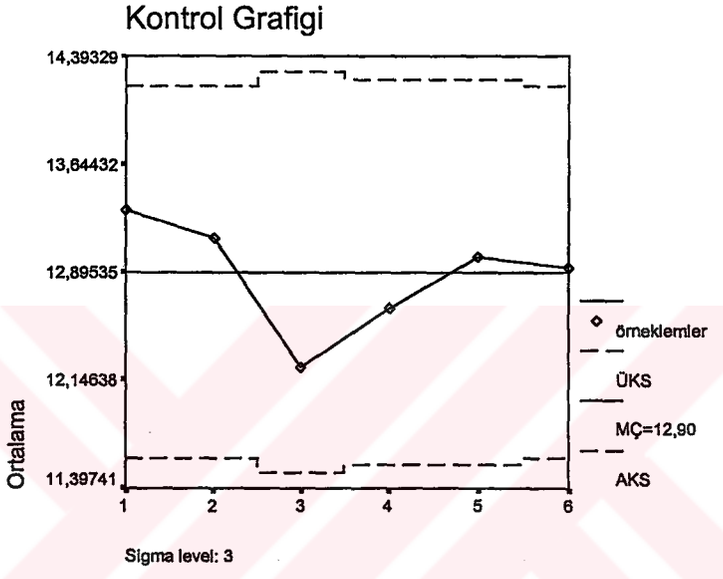
formülleri ile hesaplanır ve bu değerler $\bar{x}$ ve S kontrol grafiğinin merkezi çizgisidir. Kontrol sınırları ise (4.21) ve (4.22) eşitliklerinden hesaplanır. Fakat A_3, B_3 ve B_4 değerleri örneklem büyüklüğünden belirlendiğinden, örneklem büyüklüğünün değişkenlik göstermesi nedeniyle her bir örneklem için farklı sabitler kullanılması gerekecek ve kontrol sınırları örneklemden örnekleme değişecektir. Her bir örneklem için ayrı sınırlar kullanılması söz konusu olacağından, grafiğin yorumlanması da zorlaşacaktır.

Örnek 4.1. Bir üretim prosesinden 8 er birimlik 16 örneklem şansa bağlı olarak alınmıştır ancak ölçüm sırasında bazı birimler tahrip olmuştur. Örneklemlere ait ölçüm değerlerinin dağılımı aşağıdaki gibidir (Bircan ve Özcan, 2003).

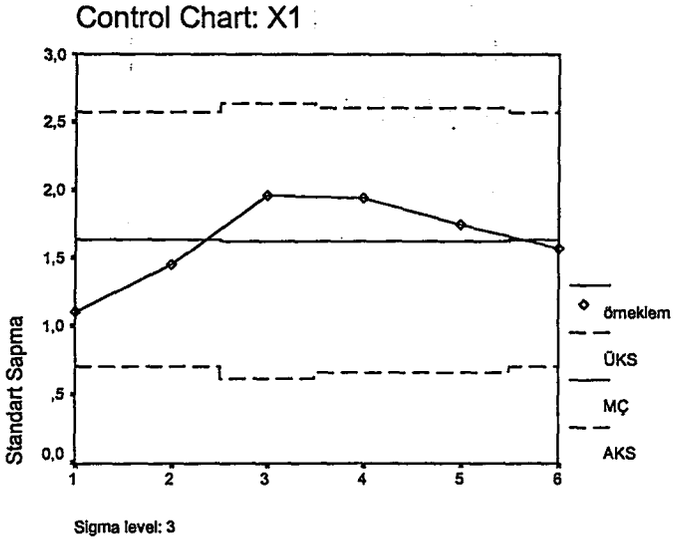
Bu verilerin $\bar{x}$ ve S grafiklerinin çizdirelim:

Çizelge 4.2. Ölçüm değerleri

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}
12	14	13	15	13	15	13	.	13	14	12	14	12	13	12	15
10	14	10	.	14	14	13	12	13	13	14	15	14	14	13	14
13	13	14	.	10	12	10	10	.	.	14	10	10	15	14	14
13	14	.	14	10	15	12	10	.	12	14	11	12	16	10	14
14	15	13	13	9	14	12	.	14	.	13	14	12	14	10	15
13	15	14	14	13	13	12	12	12	10	13	15	15	.	10	13



Şekil 4.7. $\overline{x}$ kontrol grafiği



Şekil 4.8. S kontrol grafiği

Her iki grafikte de noktalar kontrol sınırları arasında kaldığından proses kontrol altındadır.

Proses değişkenliğini kontrol etmek için hesaplama kolaylığı açısından genellikle R kontrol grafiği kullanılır fakat örneklem büyüklüğü arttığı zaman $(n>10 veya 12)$ S kontrol grafiği tercih edilirken bazı uygulamalarda doğrudan örneklem varyansı S^2 kontrol grafiği kullanılır.

S^2 kontrol grafiğinin kontrol sınırları

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= \frac{\overline{S}^2}{n-1}\chi^2_{\alpha/2,(n-1)} \\ MÇ &= \overline{S}^2 \\ AKS &= \frac{\overline{S}^2}{n-1}\chi^2_{(1-\alpha/2),(n-1)} \end{aligned} \qquad (4.25)$$

formülleri ile hesaplanır. Burada $\overline{S}^2$, örneklemlerin varyanslarının ortalaması, χ^2 ise $(n-1)$ serbestlik dereceli ki-kare dağılımıdır.

Standartların önceden verilmesi halinde, $\overline{S}^2$ yerine σ^2 kitle varyansı kullanılabilir.

4.1.3. Gözlem Değerleri (x) ve Hareketli Değişim Aralığı (MR) Kontrol Grafiği

Prosesi kontrol etmek için kullanılan örneklem büyüklüğünün $n=1$ olduğu durumlar vardır. Bunlar;

1) Ölçüm teknolojisi ve otomatik denetim kullanıldığında üretilen her bir birimin analiz edilmesi gerektiği durumlarda.
2) Üretim oranının çok düşük olması ve ölçümler arasındaki zaman aralığının çok geniş olması durumlarında (bu durumda örneklem içinde birden fazla gözlem değeri yer alamamaktadır).
3) Çoğu kimyasal proseste olduğu gibi, laboratuar veya analiz hatasından dolayı prosesteki tekrarlı ölçümlerin değişmesi durumunda.

4) Üretimin homojen olması durumunda (bu durumda her bir gözlem değeri doğrudan kullanılabilmekte ve böylece örnekleme maliyeti de düşmektedir).

Bu gibi durumlarda her bir gözlem değeri ayrı bir örneklemi oluşturmakta ve her bir gözlem değeri için kontrol grafiğini oluşturmak yararlı olmaktadır. Bu grafiğe XmR grafiği denir.

Gözlem değerlerinin normal dağılım gösterdiği ve birbirinden bağımsız olduğu varsayımı altında proses ortalaması (μ), gözlem değerlerinin ortalamasından ve proses değişkenliği, hareketli değişim aralığı (MR) kullanılarak tahmin edilir.

$x_1, x_2, \ldots, x_m$ prosesten alınan gözlem değerlerini göstersin. Bu durumda

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x_i \tag{4.26}$$

dir ve kontrol grafiğinin merkezini oluşturur.

Hareketli değişim aralığı ise ardışık iki gözlemin farkının mutlak değeri olarak ifade edilir. Yani k-ıncı hareketli değişim aralığı

$$MR_{k+1} = \left|x_{k+1} - x_k\right| \quad k = 1, 2, \ldots, m-1 \tag{4.27}$$

ile bulunur. Hareketli değişim aralığı ortalaması

$$\overline{MR} = \frac{1}{m-1}\sum_{k=1}^{m-1} MR_{k+1} \tag{4.28}$$

şeklindedir.

$\bar{x}, R$ grafiğinde standart sapmanın tahmini $\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$ olarak gösterilmişti. Benzer şekilde standart sapma hareketli değişim aralığı kullanılarak da $\hat{\sigma} = \frac{\overline{MR}}{d_2}$ tahmini elde edilir.

Böylece, gözlem değerleri (x) kontrol grafiğinin parametreleri

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= \overline{x} + 3\frac{\overline{MR}}{d_2} \\ MÇ &= \overline{x} \\ AKS &= \overline{x} - 3\frac{\overline{MR}}{d_2} \end{aligned} \qquad (4.29)$$

olarak bulunur. Burada $E_2 = \frac{3}{d_2}$ alınarak örneklem büyüklüğüne (n) göre değerleri tablolandırılmıştır (Ek Tablo F-b).

R kontrol grafiğinin kontrol sınırlarına benzer şekilde MR grafiğinin parametreleri,

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= D_4\overline{MR} \\ MÇ &= \overline{MR} \\ AKS &= D_3\overline{MR} \end{aligned} \qquad (4.30)$$

şeklindedir.

Gözlem değerleri (x) kontrol grafiği $\overline{x}$ kontrol grafiği ile benzer şekilde yorumlanır. Fakat MR kontrol grafikleri $\overline{x}$ ve R grafiği ile aynı şekilde yorumlanamaz. MR kontrol grafiğinde birbiri ile ilişkili veriler grafiklendirilmiştir ve proses değişkenliği ile ilgili yararlı bilgiyi sağlayamaz. Bu nedenle daha çok gözlem değerleri (x) kontrol grafiğinin yorumu üzerinde durulmalıdır.

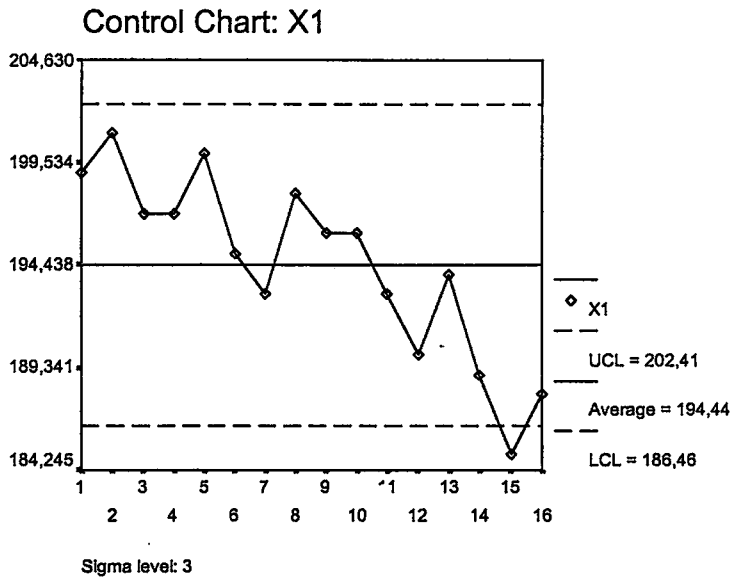
Örnek 4.2. Bir diyabet hastasının 16 hafta boyunca kilosu ölçülüyor ve aşağıdaki sonuçlar elde ediliyor:

Çizelge 4.3. Diyabet hastasının 16 hafta boyunca kilosu

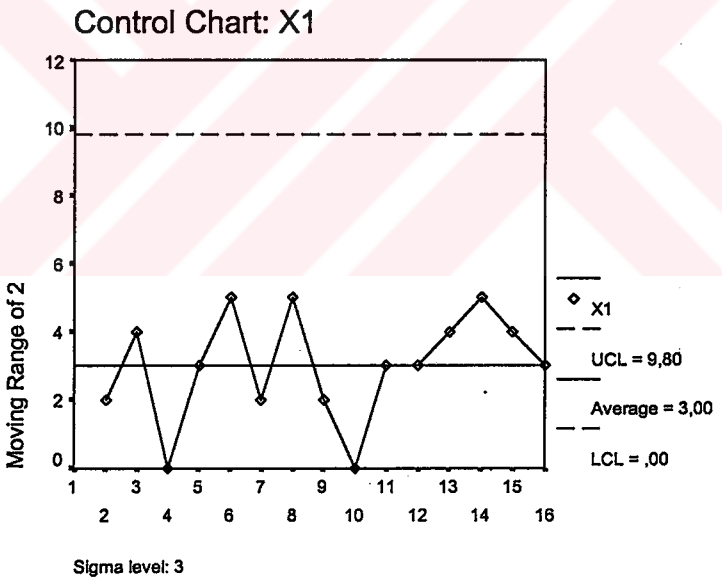
Zaman dilimi	Libre (453 gr)
1	199
2	201
3	197
4	197
5	200
6	195
7	193
8	198
9	196
10	196
11	193
12	190
13	194
14	189
15	185
16	188

Bu verilerin XmR grafiğini çizelim:

Proses ortalamasında bir yönde sürekli azalmanın olduğu ve 15-inci gözlemin kontrol dışı olduğunu söyleyebiliriz.



Şekil 4.9. x kontrol graiği



Şekil 4.10. MR kontrol grafiği

4.2. Birikimli Toplam (CUSUM) Kontrol Grafikleri

Shewhart kontrol grafikleri proseste meydana gelen büyük değişimleri belirlemekte etkili iken küçük değişimleri belirlemekte, özellikle $1,5\sigma$ veya daha

küçük değişimler için yetersiz kalmaktadır. Her ne kadar Shewhart kontrol grafiklerinin etkinliğini arttırmak için bazı kriterler geliştirilse de bunlar grafiğin yorumunu güçleştirmektedir.

Proseste küçük değişim söz konusu olduğunda Shewhart kontrol grafiklerine alternatif olarak birikimli toplam (CUSUM) kontrol grafiği ve üstel ağırlıklı hareketli ortalama (EWMA) kontrol grafiği kullanılır. (4.2) bölümü altında birikimli toplam (CUSUM) kontrol grafiği ele alınacaktır.

CUSUM kontrol grafikleri E.S Page tarafından 1954 yılında geliştirilmiş olup, örneklem ortalaması ile hedef değer olarak tanımladığı bir değer arasındaki farkların birikimli toplamına dayalı bir yöntemdir.

CUSUM kontrol grafiği esas olarak kronolojik sırada düzenlenmiş verilerin analizi ile ilgilidir. Böylece bir prosesin sürekli kontrolünün sağlanması amaçlanır. Klasik grafiklere göre başlıca üstünlükleri, özellikle değişimin fazla büyük olmadığı durumlarda, küçük maliyetle aynı etkinliği sağlamasıdır. CUSUM kontrol grafiğinde, proses ortalamasındaki ani ve ısrarlı değişim derhal fark edilmekte, değişimin zamanı daha belirgin olarak saptanmakta ve görüntülenebilmektedir. CUSUM kontrol grafiğinde herhangi bir karara varılırken elde edilen bilgilerin tümünün kullanılması gerekmemektedir (Gözübatık, 2000).

CUSUM grafiklerinin hangi amaçla kullanıldığını şu şekilde özetleyebiliriz (Bircan ve Özcan, 2003),

1) Proses ortalamasında meydana gelen küçük kaymaları tespit ederek, prosesin düzeltilmesi için bilgi sağlamak
2) Proses ortalamasındaki kaymanın hangi örneklemden itibaren başladığını tespit etmek
3) Geçerli proses ortalamasını tahmin etmek
4) Proses ortalaması hakkında kısa dönem için ileriye dönük tahminde bulunmak

Bu nedenlerden dolayı birikimli toplam kontrol grafikleri Shewhart kontrol grafikleri kadar yaygın uygulama alanları bulmuştur. Fakat, proses çıktı değerlerinin periyodik dalgalanmalar göstermesi durumunda proses hakkında isabetli karar vermede CUSUM kontrol grafikleri yetersiz kalır (Bircan ve Özcan, 2003).

CUSUM kontrol grafiği hedef değerden örneklem ortalamasının sapmalarının birikimli toplamlarının belirlenmesinden dolayı örneklem değerlerindeki tüm bilgileri direkt olarak dahil eder. Örneğin, $n \geq 1$ için verilerin toplandığını varsayalım, $\bar{x}_j$ j-inci örneklemin ortalaması ve μ_0 proses ortalaması için hedef değer ise birikimli toplam kontrol grafiği

$$C_i = \sum_{j=1}^{i} (\bar{x}_j - \mu_0) \tag{4.31}$$

değerlerinin i-inci örnekleme göre grafiklendirilmesi ile elde edilir. C_i ye i-inci örnekleme kadar olan ve i-inci örneklemi de içeren birikimli toplam denir. CUSUM kontrol grafiği prosesteki küçük değişimleri belirlemede ve kısmen de $n=1$ büyüklüğündeki örneklemlerde etkilidir. Bu nedenle hareketli değişim aralığı kontrol grafiği yerine de kullanılabilir.

Eğer proses μ_0 hedef değerde kontrolde kalıyor ise (4.31) de tanımlanan birikimli toplam sıfır etrafında rasgele dağılacaktır. Fakat eğer ortalama $\mu_1 > \mu_0$ gibi bir değere doğru değişiyor ise C_i birikimli toplam yukarı doğru değişecek yani pozitif sapma gösterecektir. Tersine eğer ortalama $\mu_1 < \mu_0$ gibi bir değere doğru değişiyor ise C_i birikimli toplam aşağı doğru değişecek yani negatif sapma gösterecektir. Eğer grafikte yukarı ya da aşağı yönde bir eğilim görülürse sistematik faktörler araştırılmalıdır (Montgomery, 1997).

CUSUM kontrol grafikleri iki şekilde ele alınır; Algoritmik CUSUM ve V-maskesi prosedürü olarak. Bunlardan algoritmik CUSUM tercih edilir.

4.2.1. Algoritmik CUSUM

x_i, prosesteki i-inci gözlem olmak üzere proses kontrolde iken x_i, σ standart sapmalı ve μ_0 ortalamalı normal dağılıma sahiptir. σ nın bilindiğini veya bir

tahminin elde edilebileceğini varsayalım. Şimdi proses ortalamasını kontrol için algoritmik birikimli toplam oluşturalım.

μ_0, x kalite karakteristiği için hedef değer olsun. Proses bu hedef değerden sapıyor ise birikimli toplam sinyal verecektir ve prosesi tekrar hedef değere getirmek için bazı değiştirilebilir değişkenlerde düzeltme yapılır. Ayrıca, bazı durumlarda birikimli toplamdaki bir sinyal sistematik faktörün varlığına işaret edebilir.

Algoritmik CUSUM, bir C^+ istatistiği ile birlikte μ_0 dan büyük bir hedeften ve diğer bir C^- istatistiği ile birlikte μ_0 dan küçük bir hedeften sapmaların toplanması ile çalışır. C^+ ve C^- istatistiklerine sırasıyla tek yönlü üst ve alt birikimli toplamlar denir ve şu şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned} C_i^+ &= maks\left[0, x_i - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+\right] \\ C_i^- &= maks\left[0, (\mu_0 - K) - x_i + C_{i-1}^-\right] \end{aligned} \tag{4.32}$$

ve başlangıç değerler $C_0^+ = C_0^- = 0$ dır.

Referans değer olarak adlandırılan K genellikle hedef değer μ_0 ve ortalamanın kontrol dışı değeri μ_1 in farkının yarısı olarak alınır.

Eğer değişim standart sapma cinsinden ifade edilirse, $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$, K değişimin şiddetinin yarısıdır.

$$K = \frac{\delta}{2}\sigma = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{2} \tag{4.33}$$

H karar aralığı olmak üzere, genellikle $H = 5\sigma$ olarak alınır, eğer C_i^+ veya C_i^- istatistiklerinden birisi H yi aşarsa proses kontrol dışıdır. Yani $C_i^+ > H$ veya $C_i^- > H$ oluyorsa proses i-inci örneklemde kontrol dışıdır. Aksi halde yani, her iki C_i^+, C_i^- istatistiklerinin de H yi aşmaması halinde ise proses kontroldedir.

Proses kontrol dışı ise tekrar hedef değere (μ_0) getirmek için bazı değişkenlerde düzeltmeye gerek olacağından yeni proses ortalamasının bir tahmini bulunabilir. Bu ise

$$\hat{\mu} = \begin{cases} \mu_0 + K + \dfrac{C_i^+}{N^+}, & C_i^+ > H \ \ ise \\ \mu_0 - K - \dfrac{C_i^-}{N^-}, & C_i^- > H \ \ ise \end{cases} \tag{4.34}$$

eşitliği ile hesaplanabilir. Burada N^+ ve N^- sırasıyla sıfırdan farklı C_i^+ ve C_i^- birikimli toplamların ardışık periyotlarının sayısıdır.

Algoritmik CUSUM, K referans değeri ve H karar aralığı için değerlerin seçilmesi ile oluşturulur. Bu değer ortalama adım uzunluğu (OAU) için iyi sonuç verecek şekilde seçilmeli. K ve H nin seçiminde genel öneriler şu şekildedir:

σ, CUSUM'ı oluşturmada kullanılan örneklem değişkeninin standart sapması olmak üzere $H = h\sigma$ ve $K = k\sigma$ olsun. $h = 4$ veya $h = 5$ ve $k = \dfrac{1}{2}$ alınması proses ortalamasındaki 1σ lık bir değişime karşı iyi OAU özelliklerine sahip bir CUSUM'ı sağlar.

$h = 4$ veya $h = 5$ ve $k = \dfrac{1}{2}$ olması durumunda beklenen OAU değerleri Çizelge 4.4 de gösterilmiştir.

Çizelge 4.4 i incelediğimizde 1σ lık bir değişimi belirlemek için, $h = 4$ olması durumunda 8,38 ve $h = 5$ olması durumuna 10,4 birimlik örnekleme ihtiyaç duyulur.

Genellikle k yı belirlemeye çalıştığımız değişimin büyüklüğüne göre seçeriz ve δ, standart sapma cinsinden değişimin büyüklüğü olmak üzere $k = \dfrac{1}{2}\delta$ olması önerilir. Uygulamada $k = \dfrac{1}{2}$ değeri daha çok kullanılır. Bu durumda k seçildiğinden kontrol durumunda istenen OAU performansını verecek şekilde h seçilir.

Çizelge 4.4. $h=4$ veya $h=5$ ve $k=\frac{1}{2}$ ile algoritmik CUSUM'ın OAU performansı (Montgomery, 1997)

Ortalamadaki Değişim (σ nın bir çarpanı olarak)	$h=4$	$h=5$
0	168	465
0,25	74,2	139
0,50	26,6	38,0
0,75	13,3	17,0
1,00	8,38	10,4
1,50	4,75	5,75
2,00	3,34	4,01
2,50	2,62	3,11
3,00	2,19	2,57
4,00	1,71	2,01

Çoğu uygulamacılar CUSUM'ı kullanırken hesaplamalardan önce x_i rasgele değişkenini standartlaştırmayı tercih ederler.

$$y_i = \frac{x_i - \mu_0}{\sigma} \tag{4.35}$$

x_i nin standartlaştırılmış değeri olsun. Bu durumda standartlaştırılmış birikimli toplamlar

$$\begin{aligned} C_i^+ &= maks\left[0, y_i - k + C_{i-1}^+\right] \\ C_i^- &= maks\left[0, -k - y_i + C_{i-1}^-\right] \end{aligned} \tag{4.36}$$

şeklinde tanımlanır. CUSUM'ı standartlaştırmanın iki yararı vardır. Birincisi, çoğu CUSUM grafikleri k ve h nin aynı değerlerine sahiptir ve bu parametrelerin seçimi birimsizdir (σ ya bağlı değildir). İkincisi, standartlaştırılmış CUSUM değişkenliğinin kontrolü için yeni bir CUSUM'a yönlendirir.

Algoritmik CUSUM'ın oluşturulmasını gözlem değerlerinin her biri ($n=1$) için elde ettik ama örneklem büyüklüğü 1'den büyükse ($n>1$) örneklem ortalamaları

durumu için de genişletilebilir. Bu durumda yukarıdaki formüllerde x_i yerine $\bar{x}_i$ (örneklem ortalaması) ve σ yerine $\sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n}$ ile yer değiştiririz.

4.2.1.1. Büyük Değişimler İçin CUSUM'ın Geliştirilmesi

CUSUM kontrol grafiği küçük değişimleri belirlemede etkilidir. Büyük değişimleri belirlemede Shewhart grafiği kadar etkili değildir. Prosesteki büyük değişimleri belirlemede CUSUM kontrol grafiğini geliştirmek için bir yaklaşım "birleştirilmiş CUSUM-Shewhart prosedürü"dür. Birikimli toplam prosedürüne Shewhart kontrol grafiğinin eklenmesi basit bir yöntemdir. Shewhart kontrol sınırları, merkezi çizgiden veya μ_0 hedef değerden 3,5 standart sapmaya yerleştirilir ve her iki grafik de çizilir. Kontrol dışı sinyal, bir veya her iki grafikte kontrol dışı sinyalin oluşmasıdır.

4.2.1.2. Tek Yönlü Birikimli Toplam Kontrol Grafikleri

Algoritmik yöntem ile C_i^+ ve C_i^- gibi iki tane tek yönlü prosedür oluşturuldu. Üst ve alt yanda farklı duyarlılığa sahip olabilen tek yönlü birikimli toplamlar da oluşturulabilir.

Genel olarak CUSUM grafiklerinde hedef değer olan μ_0'dan her iki yönde kaymanın olabileceği kabul edilir (denklem 4.31). Ortalamanın her iki yöndeki kaymalarının tespit edilmesini sağlayan grafikler iki yönlü grafik olarak adlandırılır. Fakat CUSUM grafikleri bir tek yöndeki kaymayı tespit etmek için de düzenlenebilir. Tek yönlü bir birikimli toplam kontrol grafiğinde

$$C_i = \sum_{j=1}^{i} \left[\bar{x}_j - (\mu_0 + K) \right] \tag{4.37}$$

değerleri grafik üzerinde işaretlenir.

Tek yönlü CUSUM prosedüründe pozitif ve negatif değişimleri ayrı ayrı ele alalım:

Pozitif değişimler; Eğer belirlenen δ değişimi pozitif ise, i-inci örneklem için hesaplanan CUSUM değeri

$$C_i = maks\left(0, C_{i-1} + (y_i - k)\right) \quad i = 1,2,\ldots,n$$
$$C_0 = 0 \tag{4.38}$$

şeklindedir. Burada y_i, standartlaştırılmış CUSUM değeri ve k parametresi de referans değeri olup pozitiftir. Bu C_i değerine üst birikimli toplam denir. C_i ifadesi

$$maks\left(0, C_{i-1} + \frac{\overline{x}_j - (\mu_0 + k\sigma_{\overline{x}_j})}{\sigma_{\overline{x}_j}}\right) \tag{4.39}$$

olarak da yazılabileceğinden (burada $y_i = \frac{\overline{x}_j - \mu_0}{\sigma_{\overline{x}_j}}$ dır), örneklemdeki C_i dizisinin birikimli sapmaları μ_0 dan standart hatanın k katı daha büyük olduğu anlamına gelir. Eğer C_i, pozitif h karar aralığı değerini aşarsa kontrol dışı durum sinyali ortaya çıkar.

Negatif değişimler; Eğer belirlenen δ değişimi negatif ise, i-inci örneklem için hesaplanan CUSUM değeri

$$C_i = maks\left(0, C_{i-1} - (y_i + k)\right) \quad i = 1,2,\ldots,n$$
$$C_0 = 0 \tag{4.40}$$

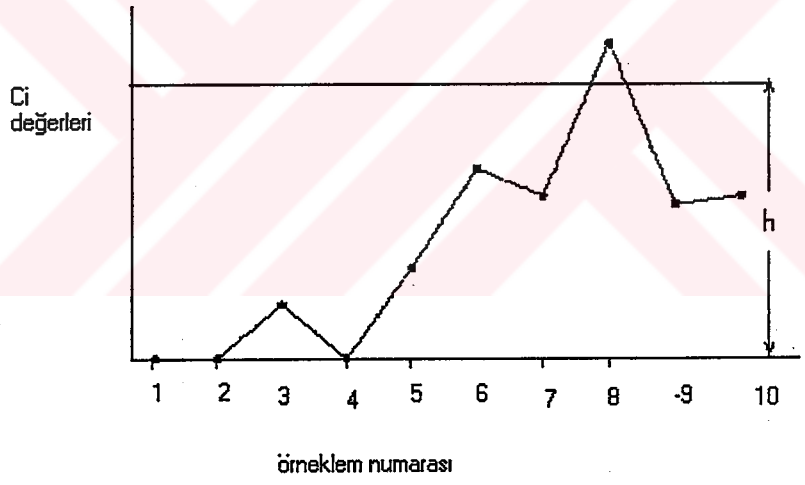
şeklindedir. Bu C_i değerine alt birikimli toplam denir. C_i ifadesi

$$maks\left(0, C_{i-1} - \frac{\bar{x}_j - (\mu_0 - k\sigma_{\bar{x}_j})}{\sigma_{\bar{x}_j}}\right) \tag{4.41}$$

olarak da yazılabileceğinden, örneklemdeki C_i dizisinin birikimli sapmaları μ_0 dan standart hatanın k katı daha az olduğu anlamına gelir. Eğer C_i, pozitif h karar aralığı değerini aşarsa kontrol dışı durum sinyali ortaya çıkar.

Dikkat edilirse δ nın pozitif veya negatif olması önemsenmeksizin h ve C_i daima pozitiftir.

Tek yönlü bir CUSUM prosedürü için karar aralığının yüksekliği (h), örneklem ortalamasının standart hatasının bir katı olarak ifade edilir. Karar aralığı Şekil 4.11 de gösterildiği gibi CUSUM grafiklerindeki yatay doğrudur.



Şekil 4.11. Karar aralığı (http://esra.univ-paris1.fr/sashtml/qc/chap12/sect15.htm)

Her hangi bir i anındaki C_i değeri karar aralığı doğrusunu aşarsa kontrol dışı durum ortaya çıkar. Şekil 4.11 için $i = 8$ dir.

4.2.2. V Maskesi Prosedürü

Bernard, 1959 yılında algoritmik CUSUM'a alternatif olarak V-maskesi kontrol planını önermiştir. V-maskesi, Shewhart kontrol grafiklerindeki kontrol

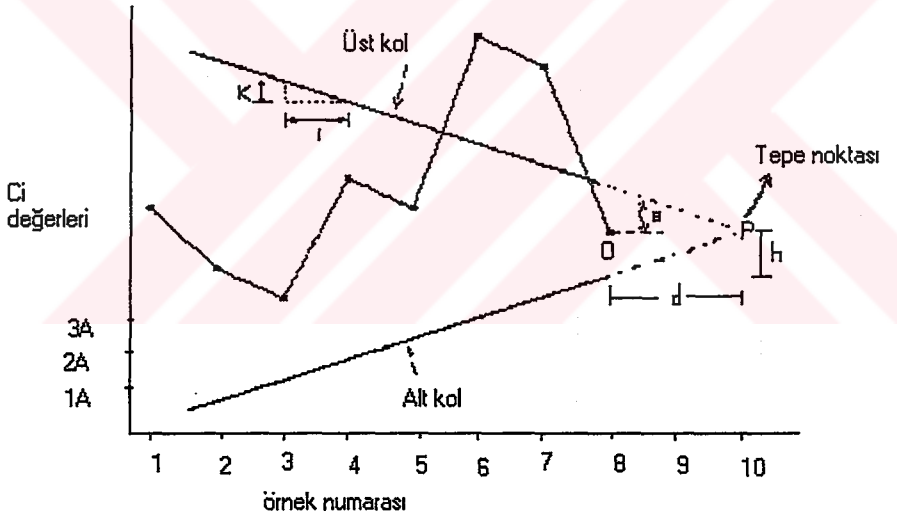
sınırlarına karşılık gelmektedir ve maskenin kolları prosesin kontrol altında kabul edileceği alt ve üst kontrol sınırlarını oluşturmaktadır.

V-maskesi , y_i standartlaştırılmış gözlem değeri $y_i = \frac{x_i - \mu_0}{\sigma}$ olmak üzere

$$C_i = \sum_{j=1}^{i} y_i = y_i + C_{i-1} \tag{4.42}$$

CUSUM istatistiğinin ardışık değerlerine uygulanır.

Genel haliyle bir V-maskesi Şekil 4.12 de gösterildiği gibidir.



Şekil 4.12. Tipik bir V-maskesi

Birikimli toplam kontrol grafiğinde V maskesini yerleştirmek şu adımlardan oluşur:

1) Son C_i değeri orijine (O noktasına) yerleştirilir.
2) Yatay eksene paralel olacak şekilde O noktasından d uzaklıkta bir P noktası belirlenir. Bu nokta V maskesinin tepe noktasını oluşturmaktadır.
3) OP doğru parçasıyla θ açısı yapacak şekilde P noktasından başlayarak iki çizgi çizilir. Bunlara maskenin kolları denir.

4) Tüm $C_1, C_2, \ldots, C_i$ birikimli toplamlar V maskesinin iki kolu arasında kalıyor ise proses kontroldedir. Herhangi bir birikimli toplam V maskesinin kolları dışına düşerse proses kontrol dışıdır.

Genel kullanımda, V maskesi grafiklendirilen her yeni noktaya uygulanır yani her yeni örneklem ilavesinde maske yeniden düzenlenir. V maskesinin performansı d uzaklığı ve θ açısı ile belirlenir. Eğer $k = A\tan\theta$ ve $h = Ad\tan\theta = dk$ ise algoritmik CUSUM ile V maskesi planı denktir. Burada,

h : V maskesinin üst (veya alt) kolu ile orijin (O noktası) arasındaki dik uzaklık

k : Yatay eksende bir örneklem biriminin bir aralığa uyan alt (veya üst) koldaki artışı (veya azalışı)

A : Dik ölçeklendirmede birim uzunluk cinsinden ardışık noktalar arasındaki yatay uzaklıktır

A bir ölçeklendirme faktörü olup, birikimli toplam kontrol grafiğinde dikey eksen birimi ile yatay eksen birimini ilişkilendirir. Ölçeklendirme faktöründe, yatay eksendeki bir birime karşılık dikey eksende $1\sigma - 2\sigma$ arasında bir birimin karşılık gelmesi önerilmekle beraber uygulamada daha çok 2σ birimin karşılık gelmesi önerilir (Ulutürk, 1999).

1961 yılında N.L. Johnson, d ve θ seçimini $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\delta}{2A}\right)$ ve $d = \left(\frac{2}{\delta^2}\right)\ln\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)$ olarak belirlemiştir. Burada α (I.tip hata), proses ortalamasında herhangi bir değişim olmadığı halde değişim olduğu biçiminde yanlış karar verme olasılığı ve β (II.tip hata) ise proses ortalaması değiştiği halde değişmediği biçiminde yanlış karar verme yani δ büyüklüğündeki bir değişimi belirleme olasılığıdır. Eğer β çok küçükse, $d \simeq -\frac{2\ln(\alpha)}{\delta^2}$ dır.

V maskesi kullanımının bazı dezavantajlarını şu şekilde sıralayabiliriz:

1) V maskesi iki yönlü bir plandır, tek yönlü proses kontrol problemleri için kullanışlı değildir.

2) Hızlı başlangıç tepkisi (HBT) metodu V maskesi ile uygulanamaz.. Yani C_0^+ ve C_0^- değerleri sıfırdan başlatılmıştır.

3) V maskesinin kollarının ne kadar uzakta olduğunu belirlemek zor olabilir, en büyük problem ise α ve β ile ilgili belirsizliktir. Bu nedenle uygulamacılar için yorumlamak zor olur.

4.2.3. Ortalama Adım Uzunluğu (OAU) ve Hızlı Başlangıç Tepkisi (HBT)

Ortalama adım uzunluğu (OAU), prosesin kontrol dışı sinyal vermeden önce alınan ortalama örneklem sayısıdır. h ve k parametreleri proses hedef değerde işlerken veya δ büyüklüğünde bir değişim olduğunda arzulanan ortalama adım uzunluğunu verecek şekilde seçilmelidir. $\mu_0 = \mu$ ise yani proses kontrolde ise ortalama adım uzunluğunun büyük (uzun) ve μ, μ_0 dan uzaklaşıyor ise yani proses kontrol dışı ise ortalama adım uzunluğunun küçük (kısa) olması istenir. Çünkü proses kontrol dışı ise bunun mümkün olduğunca çabuk belirlenmesi ve böylece en az riske girilmesi sağlanmalıdır. Bu da ancak OAU'nun kısa olması ile sağlanır ve böylelikle proses kontrol dışına çıktığında bu durum kısa sürede ve az örneklemle belirlenir. Benzer düşünce ile ve tanım da göz önünde bulundurulursa prosesin uzun süre kontrol altında devam etmesi arzulanır. Bunun için de proses kontrol altında iken OAU değeri büyük olmalıdır.

Ortalama adım uzunluğu (OAU) tek yönlü ve iki yönlü birikimli toplam planları için farklı şekilde hesaplanır. Hesaplamalara geçmeden önce "hızlı başlangıç tepkisi"ni açıklayalım.

Hızlı başlangıç tepkisi, C_0^+ ve C_0^- değerlerinin sıfırdan farklı bir değer, genellikle $\frac{h}{2}$, olarak alınmasıdır. Hızlı başlangıç tepkisi proses kontrolde iken sinyalin daha hızlı ortaya çıkmasını sağlar. Yani küçük OAU değerleri belirlenir. Hızlı başlangıç tepkisini yani sıfırdan farklı başlangıç değerini C_0 ile gösterelim. Çizelge 4.4 de $k = \frac{1}{2}$, $h = 4$ veya $h = 5$ başlangıç değer sıfır iken OAU değerleri

tablolandırılmıştı. Ek Tablo A da ise Lucas ve Crosier'in 1982'de yayınlamış oldukları tablo görülmektedir. Bu tabloda $k=\frac{1}{2}$, $h=4$ veya $h=5$ ve başlangıç değerleri $0,\frac{h}{4},\frac{h}{2},\frac{3h}{4},h$ için OAU değerleri verilmiştir (Ek Tablo A).

Tablo incelendiğinde, HBT CUSUM kullanıldığında kontrol dışı durum için OAU değerinin standart CUSUM'a göre daha kısa olduğunu söyleyebiliriz.

CUSUM planı için OAU'nun hesaplanmasını inceleyelim. İlk olarak tek yönlü birikimli toplam için anlatalım ve daha sonra buna bağlı olarak iki yönlü birikimli toplam için ele alalım. Aslında bunun için bir tek yaklaşım bulunmamaktadır. İlk olarak Lucas ve Crosier'in yaklaşımını ele alalım.

$f(x)$ ve $F(x)$ sırasıyla $N(m,1)$ dağılımının olasılık yoğunluk ve kümülatif dağılım fonksiyonu ve $L(x)$, x başlangıç değerindeki OAU olsun. Tek yönlü CUSUM planı için integral denklemi

$$L(s)=1+L(0)F(-s)+\int_0^h L(x)f(x-s)dx \tag{4.43}$$

dir. $L(s)$, $m=\delta\sigma-k$ için çözülürse yukarı doğru (pozitif yönde) değişimleri belirlemede CUSUM planı için OAU'yu verir, buna $L_H(S)$ diyelim. $L(s)$, $m=-\delta\sigma-k$ için çözülürse aşağı doğru (negatif yönde) değişimi belirlemede CUSUM planı için OAU'yu verir, buna da $L_L(S)$ diyelim.

$C_0 \le k+\frac{h}{2}$ iken, iki yönlü CUSUM planı için OAU sinyali ilk önce verecek şekilde iki tek yönlü planın birleştirilmesi ile oluşur. T_H (T_L), pozitif yönün (negatif yönün) sinyal vermesine kadar geçen zaman olsun. $E[T/H]$, ilk pozitif yönün sinyal verdiği bilindiğinde T (T_H veya T_L) rasgele değişkeninin koşullu beklenen değeri ve $E[T/L]$ de ilk negatif yönün sinyal verdiği bilindiğinde koşullu beklenen değer olsun. p ile ilk pozitif yönün sinyal verme olasılığını (koşulsuz olasılık) gösterelim.

$C_0 \le k + \frac{h}{2}$ sınırlaması getirildi, böylece grafiklerden biri sinyal verdiğinde diğeri sıfırda olacaktır. Bu koşul geçerli iken

$$\begin{aligned} E[T_H/L] &= E[T_H/L] + L_H(0) \\ E[T_L/H] &= E[T_H/H] + L_L(0) \end{aligned} \tag{4.44}$$

ve

$$\begin{aligned} L_H(s) &= E[T_H] = E[T_H/H]p + E[T_H/L](1-p) \\ L_L(s) &= E[T_L] = E[T_L/H]p + E[T_L/L](1-p) \end{aligned} \tag{4.45}$$

eşitlikleri vardır.

İki yönlü plan için

$$OAU(s) = E[T_H/H]p + E[T_L/L](1-p) \tag{4.46}$$

geçerlidir. Bu durumda (4.45) eşitlikleri

$$\begin{aligned} L_H(s) &= OAU(s) + (1-p)L_H(0) \\ L_L(s) &= OAU(s) + pL_L(0) \end{aligned} \tag{4.47}$$

halini alır. Bu denklemler $OAU(s)$ için çözülürse

$$OAU(s) = \frac{L_H(s)L_L(0) + L_H(0)L_L(s) - L_H(0)L_L(0)}{L_H(0) + L_L(0)} \tag{4.48}$$

elde edilir. Bu eşitlikler bize iki yönlü plan için OAU'yu verir. Ek Tablo B (a) ve (b) de tek yönlü ve iki yönlü CUSUM planı için OAU değerleri görülmektedir.

HBT koşulu altında iki yönlü plan için OAU'yu hesaplamada bir diğer yaklaşım ise OAU_+ ve OAU_- sırasıyla pozitif ve negatif yönde aynı büyüklükteki

bir değişimi belirlemek için integral denklemi ile bulunan OAU olmak üzere $(OAU)^{-1} = (OAU_+)^{-1} + (OAU_-)^{-1}$ şeklindedir.

4.2.4. CUSUM Kontrol Grafiği İle Shewhart Kontrol Grafiğinin Karşılaştırılması

CUSUM grafiği ve Shewhart grafiğinin her ikisi de proses ortalamasındaki değişimi belirlemekte kullanılsa da, iki metot arasında bazı farklılıklar vardır.

- Shewhart grafiğindeki her nokta basit bir örneklem veya ölçüm için bilgiye dayandırılmıştı. CUSUM grafiğindeki her nokta ise şu anki örneklemi (ölçümü) içeren ve tüm örneklemden (ölçümden) bilgiye dayanmaktadır.
- Bir Shewhart grafiğinde, üst ve alt kontrol sınırları bir noktanın kontrol dışı sinyal verip vermediğini belirlemede kullanılır. Bir CUSUM grafiğinde ise, sınırlar bir V maskesi veya bir karar aralığı yapısını alırlar.
- Bir Shewhart grafiğinde, kontrol sınırları genellikle 3σ sınırları olarak hesaplanır. Bir CUSUM grafiğinde ise sınırlar OAU spesifikasyonlarından, belirli hata olasılıklarından veya en ekonomik olacak şekilde belirlenir.

Bir CUSUM grafiğinin Shewhart grafiğine göre avantajlarını ise şu şekilde sıralayabiliriz.

- Bir CUSUM grafiği, proses ortalamasındaki küçük değişimleri (kısmen hedef değerden 0,5 standart sapmadan 2 standart sapmaya olan değişimler) belirlemede daha etkilidir. 1976 yılında Lucas bir 1σ lık değişimi belirlemek için oluşturulan bir V maskesinin bir Shewhart grafiğinden yaklaşık 4 kat daha hızlı olarak aynı büyüklükteki değişimi belirlediğini göstermiştir.
- Proses ortalamasındaki değişimler, grafiklendirilmiş noktaların eğiminde bir değişikliğe neden olduğundan bir CUSUM grafiğinde daha kolay belirlenir. Eğimde değişikliğin olduğu nokta değişimin ortaya çıktığı noktadır.

Fakat

- CUSUM grafiğinin oluşturulması zordur.

- Bir CUSUM grafiği proses ortalamasındaki büyük değişimleri belirlemede yavaş olabilir.
- Birikimli toplamlar ilişkili olduğunda CUSUM grafiğini yorumlamak zor olabilir.

4.3. Üstel Ağırlıklı Hareketli Ortalama (EWMA) Kontrol Grafiği

Küçük değişimlerle ilgilendiğimiz de Shewhart kontrol grafiklerine alternatif bir diğer yol EWMA kontrol grafiğidir. EWMA kontrol grafiğinin performansı yaklaşık olarak CUSUM grafiği ile denktir ve hatta bazı durumlarda oluşturulması ve uygulanması daha kolaydır. CUSUM grafiğinde olduğu gibi EWMA grafiği de her bir gözlem değeri için kullanılır. İlk olarak bu durumu ele alalım ve denklemleri gösterelim. $n>1$ büyüklüğündeki örneklemler için ise denklemler x_i yerine $\bar{x}_i$ ve σ yerine $\sigma_{\bar{x}}=\sigma/\sqrt{n}$ alınarak gösterilebilir.

EWMA kontrol grafiği 1959 yılında S.W. Roberts tarafından geliştirilmiştir. Roberts'ın çalışmalarını 1986 yılında J.S Hunter, 1987 yılında S.V Crowder ve 1990 yılında J.M Lucas ve M.S Saccucci'nin çalışmaları takip etmiştir.

İlgilendiğimiz kalite karakteristiğinin bağımsız gözlemler dizisini $\{x_i\}$ ile gösterelim. Burada x_i, $i \in Z$ olmak üzere i anındaki gözlemdir ve gözlemlerimizin μ ortalamalı ve σ^2 varyanslı normal dağılımdan alınan bağımsız gözlemler olduğunu varsayalım. μ_i gösterimindeki i indeksi gözlemlerin ortalamasının zaman içerisinde değiştiğini gösterir. i anındaki EWMA istatistiğini W_i ile gösterelim ve W_i

$$W_i = \lambda x_i + (1-\lambda) W_{i-1} \tag{4.49}$$

olarak tanımlanır. Burada λ, $\lambda \in (0,1)$ olacak şekilde bir sabittir. Genellikle başlangıç değeri w_0, hedef değere veya μ ortalamasına (bilinmediği durumlarda tahminine yani ön örneklem ortalamasına $(\bar{x})$) eşittir. W_i ifadesini hesaplamak için, W_{i-1} ifadesini içerdiğinden, önceki gözlemlerdeki tüm bilgiye ihtiyaç vardır. Bu durumu, göstermek için (4.49) eşitliğinin sağ tarafındaki W_{i-1} in değeri yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} W_i &= \lambda x_i + (1-\lambda)\left[\lambda x_{i-1} + (1-\lambda)W_{i-2}\right] \\ &= \lambda x_i + \lambda(1-\lambda)x_{i-1} + (1-\lambda)^2 W_{i-2} \end{aligned} \tag{4.50}$$

elde edilir. Benzer şekilde W_{i-j}, $j = 2,3,\ldots,t$ için değerleri yerine yazılırsa

$$W_i = \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j x_{i-j} + (1-\lambda)^i w_0 \tag{4.51}$$

elde edilir. O halde (4.49) denklemini

$$W_i = \begin{cases} w_0 & , \ t = 0 \ldots \ iken \\ \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j x_{i-j} + (1-\lambda)^i w_0 & , \ t = 1,2,\ldots \ iken \end{cases} \tag{4.52}$$

olarak yazabiliriz. Önceki gözlemlerin ağırlıkları $\left[\lambda(1-\lambda)^i\right]$ bir geometrik seri gibi yazıldığından, EWMA bazen geometrik hareketli ortalama (GMA) olarak da adlandırılabiliyor. Üstelik

$$\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j = \lambda \left[\frac{1-(1-\lambda)^i}{1-(1-\lambda)}\right] = 1-(1-\lambda)^i \tag{4.53}$$

olarak yazılabileceğinden ağırlıklar tek bir ifadeye toplanabilir.

λ nın seçimi ağırlıkların azalışını belirler ve dolayısıyla W_i hesaplanmasındaki önceki gözlemlerin etkisini de belirler. Fakat λ nın tüm olası seçimler için W_i nin hesaplanmasında daha yeni olan gözlemler eski gözlemlerden her zaman daha ağırlıklıdır. Eğer $\lambda \to 1$ ise $W_i \to x_i$ olur ve EWMA tüm ağırlıklarını en yeni gözlemlere yerleştirir. Bu durumda EWMA kontrol grafiği, Shewhart kontrol grafiği gibi davranır. Eğer $\lambda \to 0$ ise, en yeni gözlemler küçük ağırlık alır, oysa ki önceki gözlemlere bağlı ağırlık gözlemlerin yaşı ile birlikte çok az miktarda azalır. Bu durumda EWMA, CUSUM görünümünü alır. λ nın nasıl seçileceği daha sonra ele alınacaktır.

$w_0 = \mu$ ise (4.52) eşitliğinden W_i nin beklenen değerinin μ olduğu görülebilir ve W_i nin varyansı, x_i gözlemleri σ^2 varyanslı bağımsız rasgele değişkenler olduğundan,

$$\sigma_{W_i}^2 = \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) \left[1-(1-\lambda)^{2i} \right] \tag{4.54}$$

olur. Bu ifadeyi kullanarak, $\{x_i\}$ nin ortalaması için EWMA grafiğinin kontrol sınırları hesaplanabilir. i anındaki üst ve alt kontrol sınırları ve merkezi çizgi

$$\ddot{U}KS_i = \mu + L\sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) \left[1-(1-\lambda)^{2i} \right]} \tag{4.55}$$

$$MÇ_i = \mu \tag{4.56}$$

$$AKS_i = \mu - L\sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) \left[1-(1-\lambda)^{2i} \right]} \tag{4.57}$$

şeklindedir. (4.55) ve (4.57) eşitliklerindeki $L>0$ kontrol sınırlarının genişliğini gösteren bir sabit olup uygulamacı tarafından seçilir. i anındaki W_i değeri $ÜKS_i$ den büyük veya AKS_i den küçük ise EWMA grafiği i anında kontrol dışı sinyal verir.

(4.54) eşitliğinden $\sigma^2_{W_i}$ nin aynı zaman içerisinde arttığını görebiliriz. Bu nedenle (4.55) ve (4.57) eşitliklerindeki kontrol sınırları da genişleyecektir. Fakat λ çok küçük veya i yeterince büyükse, $\sigma^2_{W_i}$, $\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)\sigma^2$ değerine yakınsar. Bu durumda kontrol sınırları

$$ÜKS = \mu + L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \tag{4.58}$$

$$AKS = \mu - L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \tag{4.59}$$

ile verilen sabit durum değerlerine yakınsar. Fakat küçük i değerleri için (4.55) ve (4.57) denklemleri ile tanımlanan kontrol sınırlarının kullanılması önerilir çünkü bu, EWMA başladıktan sonra hedef dışı prosesi hızlı bir şekilde belirlemede kontrol grafiğinin performansını geliştirir (http://www.ub.rug.nl/eldoc/dis/eco/j.e.wieringa/c4.pdf).

4.3.1. λ ve L Parametrelerinin Seçimi

Prosesteki küçük kaymaları tespit etmek için kullanılan EWMA kontrol grafiğinin performansını λ ve L parametreleri belirler. Bu parametrelerin uygun şekilde seçilmesi durumunda CUSUM kontrol grafiğinin OAU performansına eşit EWMA kontrol grafiği elde edilir.

EWMA kontrol grafiğinin OAU performansını belirlemek üzere çeşitli çalışmalar yapılmış prosesin kontrol altında olduğu veya olmadığı durumlar için OAU değerlerini veren tablolar, grafikler hazırlanmıştır. Bu grafik ve tablolar

yardımıyla, proseste tespit edilmek istenen değişim ve arzulanan OAU performansına göre L ve λ değerleri seçilir (Ulutürk, 1999).

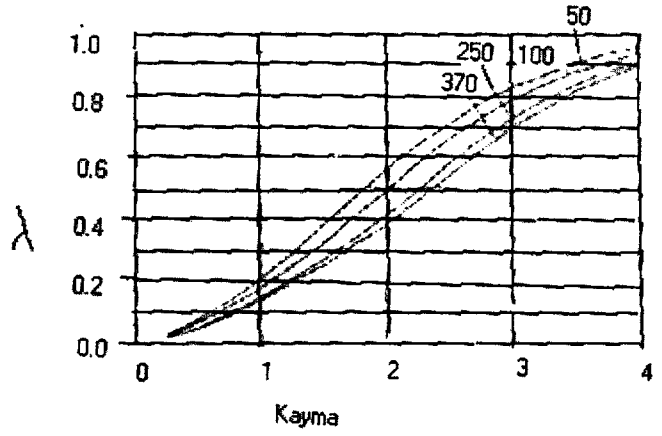
Kontrol dışı durumda EWMA'nın özelliklerini görmek için Lucas ve Saccucci (1990)'nin göstermiş olduğu tabloyu (Ek Tablo C) kullanabiliriz.

Ek Tablo C de λ nın 1.00, 0.75, 0.50, ,0.03 değerleri ile birlikte EWMA kontrol planının OAU değerleri verilmiştir. λ nın 0.5 den küçük değerleri için daha ayrıntılı OAU değerleri verilmiştir. Çünkü küçük λ değerleri küçük değişimleri belirlemede daha etkilidir. λ ya uygun L değerleri değişim olmadığı (değişim=0) değişken durum için OAU=500 olacak şekilde seçilmiştir. Çünkü, Shewhart kontrol grafiği için OAU değerinin proses kontrolde iken yaklaşık olarak 370'dir. $\lambda \to 1$ iken EWMA kontrol grafiği Shewhart kontrol grafiğine yaklaşmaktadır. Bu nedenle, Shewhart kontrol grafiğinin OAU'nun 370 değerine denk olacak şekilde EWMA kontrol grafiği için OAU değeri 500 alınmıştır. Ek Tablo C deki L ve λ nın aynı değerleri "değişken durum" ve "sabit durum" için kullanılmıştır. Böylece her iki durum için uygun karşılaştırmalar yapmak mümkündür.

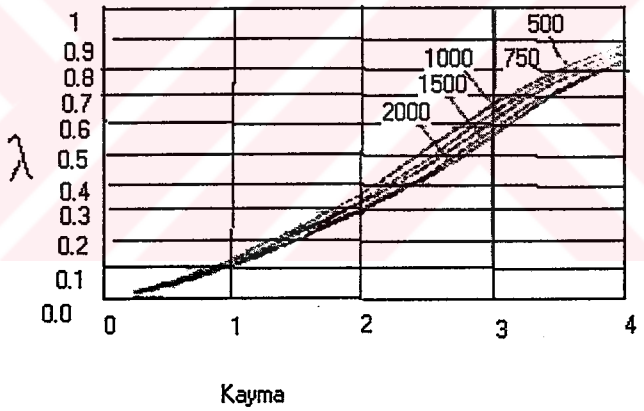
Grafiksel yaklaşım ise şu şekildedir. Proseste meydana gelebilecek değişimin tespit edilmesi dört adımdan oluşur.

1) Proses kontrol altında iken uygun en küçük OAU değerini seçmek. Bu I.tip hata olasılığına eşittir.
2) Proseste hızlı bir şekilde tespit etmeye değecek değişimi belirlemek. Daha sonra, bu büyüklükteki bir değişim için en küçük OAU değerini sağlayan λ değerini seçmek.
3) λ değerini kullanarak kontrol durumu OAU değerini belirleyen L değerini bulmak.
4) Arzu edilen iyi performansı sağlayacak (λ, L) kombinasyonlarını tespit etmek.

Tüm bu basamaklar grafikler yardımıyla bulunur. Şekil 4.13 ve Şekil 4.14 50 den 2000 e kadar değişen kontrol durumu OAU değerleri ile, 0.25 den 4 e kadar olan değişimlerin yardımıyla bulunan λ değerini göstermektedir.

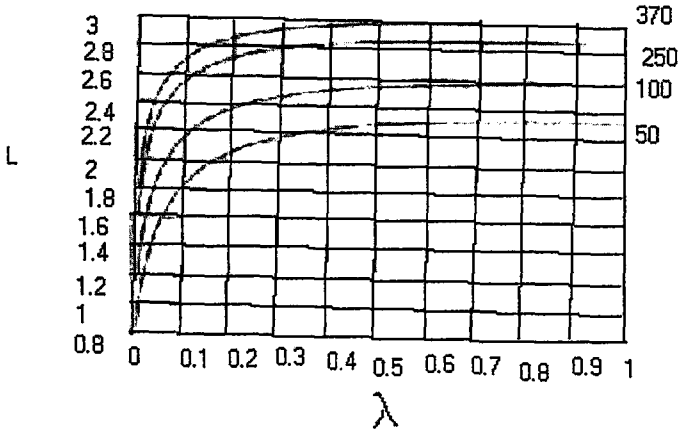


Şekil 4.13. 50,100,250 ve 370 lik OAU değerlerinde EWMA grafikleri için optimum λ değerleri (Oktay, 1998)

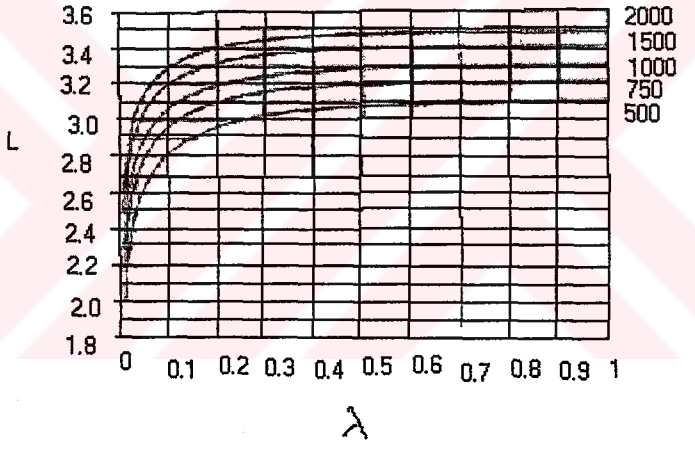


Şekil 4.14. 500,750,1000 ve 2000 lik OAU değerlerinde EWMA grafikleri için optimum λ değerleri (Oktay, 1998)

Şekil 4.13 ve 4.14 yardımıyla bulunan λ değerlerine bağlı olarak L değerleri Şekil 4.15 ve Şekil 4.16 yardımıyla bulunur.



Şekil 4.15. 500,100,250 ve 370 lik OAU değerleri için optimum λ ve L Kombinasyonları (Oktay,1998)



Şekil 4.16. 500,750,1000,1500 ve 2000 lik OAU değerleri için optimum λ ve L Kombinasyonları (Oktay, 1998)

4.3.2. Birleştirilmiş Shewhart-EWMA Grafikleri

CUSUM gibi EWMA da küçük değişimleri belirlemede iyi iken büyük değişimlere karşı Shewhart grafiği kadar hızlı değildir. Fakat EWMA, özellikle $\lambda > 0,01$ değerleri için, büyük değişimlere karşı CUSUM'dan daha iyidir. Küçük değişimleri belirleme yeteneğini kaybetmeksizin büyük değişimlere karşı duyarlılığını arttırmanın bir diğer yolu da EWMA grafiği ile Shewhart grafiğinin

birleştirilmesidir. Bu birleştirilmiş Shewhart-EWMA kontrol prosedürü büyük ve küçük değişimlerin her ikisine karşı da duyarlıdır. Bu gibi planları uygularken Shewhart grafiğindeki kontrol sınırlarının her zamanki sınırlara göre genişletilmesi ($3,25\sigma$ veya $3,5\sigma$) daha uygun bulunmuştur (Montgomery, 1997).

4.3.3. Proses Standart Sapmasını Kontrol İçin EWMA Grafiği

x_i, i anındaki gözlem olmak üzere gözlemlerimizin μ ortalamalı ve σ^2 varyanslı normal dağılımdan alınan bağımsız gözlemler olduğunu varsayalım. Üstel ağırlıklı ortalama kare hatası (EWMS)

$$S_i^2 = \lambda(x_i - \mu)^2 + (1-\lambda)S_{i-1}^2 \tag{4.60}$$

olarak tanımlanır. $E(S_i^2) = \sigma^2$ (büyük i için) olduğu gösterilebilir ve eğer gözlemler bağımsız ise, bu tahmin $\nu = (2-\lambda)/\lambda$ serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahiptir. Bu nedenle eğer σ_0, proses standart sapmasının hedef değeri veya kontrol durumunu temsil ederse, $\sqrt{S_i^2}$ üstel ağırlıklı ortalama karekök (EWRMS) kontrol grafiğinde

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= \sigma_0\sqrt{\frac{\chi^2_{\nu,\alpha/2}}{\nu}} \\ AKS &= \sigma_0\sqrt{\frac{\chi^2_{\nu,1-(\alpha/2)}}{\nu}} \end{aligned} \tag{4.61}$$

kontrol sınırları ile grafiklendirilir. (4.60) eşitliğinde μ yerine her noktadaki $\hat{\mu}_i$ tahmini de yerleştirilebilir.

EWMA, proses ortalamasının bir sonraki zaman periyodunda nerede olacağının tahminini sağlar. Bu durumda W_i, $(i+1)$ anında μ proses ortalamasının tahmini değerini oluşturmaktadır.

EWMA, ortalamayı daha iyi tahmin edecek şekilde değiştirilebilir. Proses ortalamasının hedef değerden uzaklaştığını varsayalım. Bu durumda EWMA nın tahmin performansı geliştirilebilir. İlk olarak

$$\begin{aligned} W_i &= \lambda x_i + (1-\lambda) W_{i-1} \\ &= W_{i-1} + \lambda (x_i - W_{i-1}) \end{aligned} \tag{4.62}$$

yazalım. Eğer W_{i-1} e i periyodunda proses ortalaması için tahmin olarak ele alırsak, $x_i - W_{i-1}$ ifadesini i-inci periyot için e_i tahmin hatası olarak düşünebiliriz. O halde $W_i = W_{i-1} + \lambda e_i$ yazabiliriz. Bu denkleme $W_i = W_{i-1} + \lambda_1 e_i + \lambda_2 \sum_{j=1}^{i} e_j$ olacak şekilde iki yeni terim ekleyelim. Burada λ_1 ve λ_2 sırasıyla i anındaki hatayı ve i anına kadar olan hataların toplamını ağırlıklandırır. Eğer $\nabla e_i = e_i - e_{i-1}$ hataların "ilk farkı" ise EWMA nın son değişim hali

$$W_i = W_{i-1} + \lambda_1 e_i + \lambda_2 \sum_{j=1}^{i} e_j + \lambda_3 \nabla e_i \tag{4.63}$$

elde edilir. Bu deneysel kontrol denkleminde i anındaki EWMA (bu aynı zamanda $(i+1)$ anındaki proses ortalamasının bir tahminidir) ortalamanın şu anki tahmini (W_{i-1}, μ_i yi tahmin eder), hataya orantılı bir terim, hataların toplamı ile ilişkili bir terim ve hataların ilk farkı ile ilişkili bir terimin toplamına eşittir. Bu üç terime ((4.63) eşitliğinin sağ yanındaki üç terim) sırasıyla "orantılı", "integral" ve "diferansiyel" düzeltmeler denir. λ_1, λ_2 ve λ_3 parametreleri ise en iyi tahmin performansını verecek şekilde seçilir (Montgomery, 1997).

4.4. Hareketli Ortalama (MA) Kontrol Grafiği

EWMA grafiği ağırlıklı ortalamayı grafik istatistiği olarak alır. Bir diğer kontrol grafiği ise ağırlıksız hareketli ortalamaya dayanmaktadır.

Grafik üzerindeki her bir nokta o örneklem için değişmeyen ağırlıklı (ağırlıksız) hareketli ortalamanın değerini gösterir. w, hareketli ortalamanın büyüklüğü (terim sayısı) olmak üzere i-inci örneklem için hareketli ortalama

$$A_i = \frac{(\bar{x}_1 + \cdots + \bar{x}_i)}{i} \qquad i < w \ ise$$
$$A_i = \frac{(\bar{x}_i + \cdots + \bar{x}_{i-w+1})}{w} \qquad i \geq w \ ise \tag{4.64}$$

şeklinde tanımlanır.

Hareketli ortalama kontrol grafiğinde merkezi çizgiyi μ nün bir tahmini belirler. Bu ise

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{x}} = \frac{n_1\bar{x}_1 + \cdots n_N\bar{x}_N}{n_1 + \cdots + n_N} \tag{4.65}$$

(n_j, $j = 1,2,\ldots,N$ j-inci örneklem büyüklüğü olup değişkendir) şeklinde hesaplanır. Eğer μ için bir değer biliniyor (μ_0 olsun) ise, merkezi çizgiyi μ_0 ın değeri belirler.

Kontrol sınırları ise merkezi çizgiden A_i nin standart sapmasının k katı kadar aşağı ve yukarı değerlerdir (genellikle $k = 3$ olarak alınır). Bu durumda kontrol sınırları

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= \bar{\bar{x}} + k\left(\hat{\sigma}/\min(i,w)\right)\sqrt{\left(\frac{1}{n_i}\right)+\left(\frac{1}{n_{i-1}}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n_{1+maks(i-w,0)}}\right)} \\ AKS &= \bar{\bar{x}} - k\left(\hat{\sigma}/\min(i,w)\right)\sqrt{\left(\frac{1}{n_i}\right)+\left(\frac{1}{n_{i-1}}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n_{1+maks(i-w,0)}}\right)} \end{aligned} \quad (4.67)$$

şeklindedir. Eğer μ ve σ nın standart değerleri μ_0 ve σ_0 biliniyor ise $\bar{\bar{x}}$ yerine μ_0 ve $\hat{\sigma}$ yerine σ_0 yerleştirilebilir. Kontrol sınırları i ve n_i birlikte değişmektedir. Eğer örneklem büyüklüğü sabit $(n_i = n)$ ise kontrol sınırları için formüller

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= \bar{\bar{x}} + \frac{k\hat{\sigma}}{\sqrt{n\min(i,w)}} \\ AKS &= \bar{\bar{x}} - \frac{k\hat{\sigma}}{\sqrt{n\min(i,w)}} \end{aligned} \quad (4.67)$$

olarak değişir ve kontrol sınırlarının genişliği monoton olarak azalmaktadır. Çünkü ilk w hareketli ortalamaların her biri önceki hareketli ortalamalardan bir terim daha fazladır.

Eğer asimptotik tercih belirlenirse, aşağıdaki sabit kontrol sınırları elde edilir:

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= \bar{\bar{x}} + \frac{k\hat{\sigma}}{\sqrt{nw}} \\ AKS &= \bar{\bar{x}} - \frac{k\hat{\sigma}}{\sqrt{nw}} \end{aligned} \quad (4.68)$$

Hareketli ortalama kontrol grafiği belirlenen kontrol sınırlarında A_i değerlerinin grafiklendirilmesi ile elde edilir.

w değerinin ne olduğu hakkında pek çok çalışma yapılmıştır. Bunlardan birisi 1959 yılında Roberts'ın yaptığı çalışmadır. Çalışmasında w nun, OAU'daki etkisinin göz önünde bulundurularak seçilmesini önermektedir. Ek Tablo D ve Tablo E de

kontrol durumundaki ($\delta = 0$) proses veya δ nın belli değişimi için istenen OAU'yu verecek şekilde k ve w nun bileşenleri gösterilmiştir.

Örneğin, kontrol durumu ($\delta = 0$) için OAU değerinin 100 ve $\delta = 1$ değişimini belirlemek için OAU değerinin 9 olduğu iki yönlü hareketli ortalama oluşturmak istiyoruz. Ek Tablo E $w = 3$ ve $k = 2,5$ bileşenlerinin kontrol durumu için OAU değerinin 101,24 ve $\delta = 1$ için OAU değerinin 8,61 olduğunu göstermektedir.

5. NİTEL KONTROL GRAFİKLERİ

Nicel kontrol grafiklerinin ölçülebilen kalite özelliklerine ait durumları kontrol ettiğini belirtmiştik. Fakat ölçülemeyen iyi/kötü, hatalı/hatasız gibi kalite özellikleri söz konusu ise nicel kontrol grafikleri kullanılamaz. Bu durumda, prosesin kontrol altında olup olmadığını belirlemek üzere nitel kontrol grafikleri kullanılır.

Nitel kontrol grafiklerini,

- Kusurlu oranı (p) kontrol grafiği
- Kusurlu sayısı (np) kontrol grafiği
- Kusur sayısı (c) kontrol grafiği
- Birim başına kusur sayısı (u) kontrol grafiği

olmak üzere dört başlıkta inceleyeceğiz.

Nitel kontrol grafiklerinden kusurlu oranı (p) ve kusurlu sayısı (np) kontrol grafikleri binom dağılımı, kusur sayısı (c) ve birim başına kusur sayısı (u) kontrol grafikleri ise poisson dağılımını esas almaktadır:

5.1. Kusurlu Oranı (p) Kontrol Grafiği

p grafiği bir iş merkezinde, bir departmanda, bir vardiyada veya tüm birimlerde kaliteyi ölçmek için genellikle de bir operatörün veya operatör grubunun performansını rapor etmek için kullanılır.

Kusurlu oranı, bir kitledeki kusurlu parçaların sayısının kitledeki toplam parçaların sayısına oranına denir. Parçalar araştırmacı tarafından test edilecek pek çok kalite karakteristiğine (uzunluk, genişlik, renk, vs) sahip olabilir. Eğer parça bu karakteristiklerin biri veya daha fazlasındaki standartları doğrulamıyorsa, parça kusurlu olarak sınıflandırılır.

Kusurlu oran için kontrol grafiğinin altında yatan istatistiksel kural binom dağılımına dayanmaktadır. Üretim prosesinin, spesifikasyonlara uymayan herhangi bir birimin olasılığının p ve üretilen birimlerin birbirinden bağımsız olduğu sabit durumda işlem yaptığını varsayalım. Bu durumda üretilen her bir birim p

parametresi ile bir Bernoulli rasgele dağılımına sahiptir.

Eğer üretimden n birimlik bir örneklem seçilirse ve D kusurlu üretilen birimlerin sayısı ise D, n ve p parametreli binom dağılımına sahiptir. Yani,

$$f(x) = P(D = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \quad x = 0,1,\ldots,n \tag{5.1}$$

dır ve D rasgele değişkeninin ortalama ve varyansı sırasıyla

$$\begin{aligned} E(D) &= np \\ Var(D) &= np(1-p) \end{aligned} \tag{5.2}$$

şeklindedir.

Kusurlu oranı (p) kontrol grafiğini standartların bilinmesi ve bilinmemesi durumlarında örneklem büyüklüklerinin sabit ve değişken olması durumlarında ele alacağız.

Standartların bilinmesi, kitle kusurlu oranı p nin bilinmesi durumunda, prosesin kusurlu oranı itibariyle kontrol altında bulunup bulunmadığına, prosesten alınan örneklemlerden hesaplanan kusurlu oranların kontrol sınırları içinde kalıp kalmadığına bakarak karar verilir.

i) Örneklem büyüklüğünün sabit olması, her biri n birimden oluşan m örneklemin olduğunu ve her örneklemdeki kusurlu birimlerin sayısının D olduğunu varsayalım. Bu durumda örneklem kusurlu oranı, $\hat{p} = \frac{D}{n}$ dır. $\hat{p}$ rasgele değişkeni de binom dağılımına sahiptir. $\hat{p}$ rasgele değişkenin ortalama ve varyansı $E(\hat{p}) = p$, $\sigma_{\hat{p}}^2 = \frac{p(1-p)}{n}$ dır. Shewhart kontrol grafiğindeki genel mantıkla kontrol parametreleri,

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= p+3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \\ MÇ &= p \\ AKS &= p-3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \end{aligned} \qquad (5.3)$$

şeklindedir.

Hesaplanan $\hat{p}$ değerleri grafik üzerinde işaretlenir. $\hat{p}$, kontrol sınırları içerisinde olduğu ve grafiklendirilen noktalar herhangi bir sistematik durum sergilemediği sürece proses p seviyesinde kontroldedir.

i) Örneklem büyüklüğünün değişken olması, her biri n_i $(i=1,2,\ldots,m)$ birimden oluşan m örneklemin olduğunu ve tüm birimlerin birbiri ile bağımsız olduğunu varsayalım. D_i, i-inci örneklemdeki kusurlu üretilen birimlerin sayısı olsun. Bu durumda i-inci örneklemdeki kusurlu oran, $\hat{p}_i=\frac{D_i}{n_i}$ dır. $\hat{p}_i$ rasgele değişkeninin ortalama ve varyansı $E(\hat{p}_i)=p$, $Var(\hat{p}_i)=\frac{p(1-p)}{n_i}$ şeklinde olup her bir gözlem için farklı kontrol sınırları hesaplanacaktır. Bu durumda kontrol parametreleri,

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= p+3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n_i}} \\ MÇ &= p \\ AKS &= p-3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n_i}} \end{aligned} \qquad (5.4)$$

dır. Hesaplanan $\hat{p}_i$ değerleri örneklem numaralarına $(i=1,2,\ldots,m)$ karşı grafik üzerinde işaretlenir.

Standartların bilinmesi durumunda çalışırken dikkatli olmak gerekmektedir. Uygulamada p nin doğru değeri nadiren bilindiğinden, proses kusurlu oranı için

hedef değeri temsil eden p nin standart değeri verilir. Eğer durum bu ise ve sonraki örneklemler kontrol dışı durumu belirliyorsa prosesin, standart değer p de kontrol dışı fakat p nin diğer bazı değerlerinde kontrolde olup olmadığını belirlemeliyiz. Örneğin, yöneticinin standart değeri $p=0,01$ olarak belirlediğini ve prosesin gerçekte kusurlu oranın daha büyük değerinde, $p=0,05$ olsun, kontrolde olduğunu varsayalım. Proses gerçekte $p=0,05$ de kontrolde olduğu için $p=0,01$ e dayalı kontrol grafiği kullanılırsa noktaların çoğunun, üst kontrol sınırının üstünde olduğu gözlenir. Fakat proses gerçekte $p=0,01$ standart değerine göre kontrol dışıdır. Bazen standart değerler kullanılarak veya prosesi kalite performansının özel bir seviyesine getirerek kalite düzeyini geliştirmek mümkün olmaktadır. Sonuç olarak, p nin standart değerini belirlemek uzmanlık gerektirir diyebiliriz.

Standartların bilinmemesi: Kitle kusurlu oranı p bilinmiyorsa gözlenen verilerden tahmin edilmelidir.

i) Örneklem büyüklüğünün sabit olması, her biri n birimden oluşan m örneklemin olduğunu varsayalım. Genellikle m nin 20 veya 25 olması istenir. D_i, i-inci örneklemdeki kusurlu birim sayısı olmak üzere i-inci örneklemdeki kusurlu oran

$$\hat{p}_i = \frac{D_i}{n} \quad i=1,2,\ldots,m \tag{5.5}$$

olarak hesaplanır ve bu her bir örneklemin kusurlu oranlarının ortalaması

$$\overline{p} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \hat{p}_i}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{m} D_i}{mn} \tag{5.6}$$

dır. $\overline{p}$ istatistiği bilinmeyen kusurlu oranı p nin bir tahmin edicisidir. Yani $E(\overline{p})=p$ dır. Kusurlu oran için kontrol grafiğinin kontrol parametreleri,

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \\ MÇ &= \bar{p} \\ AKS &= \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \end{aligned} \qquad (5.7)$$

şeklindedir. Hesaplanan $\hat{p}_i$ değerleri (5.7) de verilen kontrol sınırları ile grafiklendirilir.

ii) Örneklem büyüklüğünün değişken olması, her biri n_i $(i = 1,2,\ldots,m)$ birimden oluşan m (genellikle 20 veya 25) örneklemin olduğunu varsayalım. D_i, i-inci örneklemdeki kusurlu birim sayısı olmak üzere i-inci örneklemin kusurlu oranı $\hat{p}_i = \frac{D_i}{n_i}$ dır ve p nin en iyi tahmin edicisi tüm örneklemdeki kusurlu oranın birleştirilmesinden

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{m} D_i}{\sum_{i=1}^{m} n_i} \qquad (5.8)$$

dır. Kontrol parametreleri ise,

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}} \\ MÇ &= \bar{p} \\ AKS &= \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}} \end{aligned} \qquad (5.9)$$

şeklindedir. Hesaplanan $\hat{p}_i$, $(i = 1,2,\ldots,m)$ değerleri grafiklendirilir.

5.1.1. Kusurlu Oran (p) Kontrol Grafiğindeki Noktaların Yorumu

Genel anlamda grafik üzerinde işaretlenen istatistikler kontrol sınırları arasında kalıyor ve de rasgele dağılım gösteriyorsa proses kontrol altındadır deriz. Rasgele olmayan bir durum ile karşılaşılırsa bu Shewhart kontrol grafiği ile benzer şekilde yorumlanabilir.

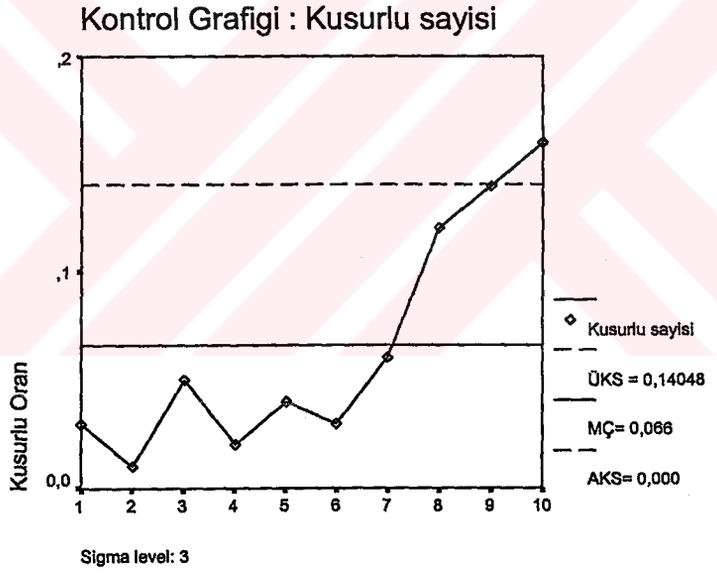
Eğer kontrol sınırlarını aşan herhangi bir nokta var ise ve bu nokta veya noktalar için sistematik nedenler bulunabiliyorsa, bu noktalar atılarak kontrol sınırları tekrar hesaplanır. Geri kalan noktalar için hesaplanan istatistikler grafiklendirilir ve grafik tekrar yorumlanır.

Teorik olarak hesaplanan AKS negatif bir değer çıkabilir. Uygulamada ise negatif bir kusurlu oranı mümkün değildir. Bu nedenle negatif değer yerine sıfır alınabilir. Bir p kontrol grafiği operasyon personeli tarafından izleniyorsa, kusurlu oranın AKS altına düştüğünü açıklamak zor olacaktır. Başka bir deyişle, beklenenden daha iyi bir kalite değeri kontrol dışı olarak sınıflandırılmış olur. Bu durumu açıklamaktan kaçındığı için operasyon personeli alt kontrol sınırının pozitif değerini sıfır ile değiştirir. Eğer p kontrol grafiği bir kalite kontrol personeli ve idareci tarafından yürütülüyorsa pozitif alt sınır değiştirilmeden olduğu gibi bırakılır. Bu durumda beklenilenden iyi kalitede yani alt kontrol sınırı daha az kusurlu oranına sahip örneklem bir kontrol dışı durum olarak işlenecek ve bunun nedenleri araştırılacaktır (Lucas ve Crosier, 1982).

Örnek 5.1. Her biri 100 birimlik 10 örneklemin olduğunu varsayalım. Aşağıdaki tabloyu göz önünde bulundurarak prosesin kontrol altında olup olmadığını kontrol edelim (http://www.stats.uwo.ca/courses/ss316b/2003/notes/attrib_charts.pdf)

Çizelge 5.1. Örneklem büyüklüğünün sabit olması durumunda kusurlu oran kontrol grafiği için veriler

Örneklem No	Örneklem Büyüklüğü (n)	Kusur Sayıları (D_i)	Kusurlu Oranı $(\hat{p}_i)$
1	100	3	0,03
2	100	1	0,01
3	100	5	0,05
4	100	2	0,02
5	100	4	0,04
6	100	3	0,03
7	100	6	0,06
8	100	12	0,12
9	100	14	0,14
10	100	16	0,16



Şekil 5.1. 10 gözlem için kusurlu oran kontrol grafiği

Kontrol sınırları incelendiğinde $AKS = 0,000$ olarak ifade edilmiştir. Fakat aslında bu değer $AKS = -0,00848$ olarak bulunmuştur ve kusurlu oranın negatif olması mümkün olamayacağından $AKS = 0,0000$ olarak alınmıştır.

$$\overline{p} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \hat{p}_i}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{10} \hat{p}_i}{10} = 0,066$$

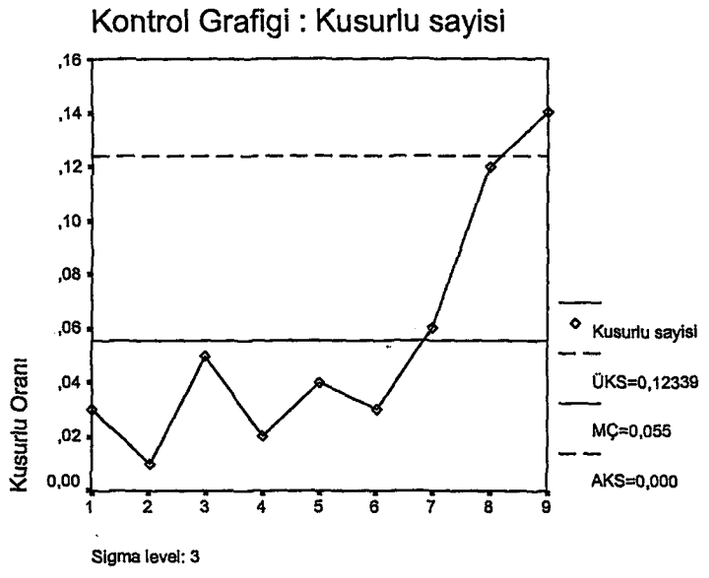
$$\hat{p}_{10} = \frac{D_{10}}{n} = 0,16$$

$\hat{p}_{10} = 0,16 > \ddot{U}KS = 0,14048$ olduğundan 10 nolu örneklem kontrol dışıdır. Bu örneklemin kontrol dışı olma nedeninin sıstematik bir faktörden kaynaklandığını varsayalım. Bu durumda 10 nolu örneklemi veri kümesinden çıkardığımız da geriye kalan örneklemlerle tekrar prosesi kontrol edelim. Bu durumda aşağıdaki tabloyu elde ederiz.

Çizelge 5.2. kontrol dışı olan 10.gözlemin atılması ile elde edilen veriler

Örneklem No	Örneklem Büyüklüğü (n)	Kusur Sayıları (D_i)	Kusurlu Oranı ($\hat{p}_i$)
1	100	3	0,03
2	100	1	0,01
3	100	5	0,05
4	100	2	0,02
5	100	4	0,04
6	100	3	0,03
7	100	6	0,06
8	100	12	0,12
9	100	14	0,14

Şimdi bu veriler için kontrol grafiğini çizdirip benzer işlemleri yaparsak aşağıdaki sonuçlar elde edilir.



Şekil 5.2. 9 gözlem için kusurlu oran kontrol grafiği

Kontrol sınırları hesaplandığında $AKS = -0,01339$ olarak bulunmuştur. Ama $AKS = 0,0000$ olarak alınmıştır.

$$\overline{p} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \hat{p}_i}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{9} \hat{p}_i}{9} = 0,055$$

$$\hat{p}_9 = \frac{D_9}{n} = 0,14$$

$\hat{p}_9 = 0,14 > \ddot{U}KS = 0,12339$ olduğundan 9 nolu örneklem kontrol dışıdır. Bu örneklemin kontrol dışı olma nedeninin sistematik bir faktörden kaynaklandığını varsayalım. Bu durumda 9 nolu örneklemi veri kümesinden çıkardığımız da geriye kalan örneklemlerle tekrar prosesi kontrol edelim.

Çizelge 5.3. Kontrol dışı olan 9.gözlemin atılması ile elde edilen veriler

Örneklem No	Örneklem Büyüklüğü (n)	Kusur Sayıları (D_i)	Kusurlu Oranı $(\hat{p}_i)$
1	100	3	0,03
2	100	1	0,01
3	100	5	0,05
4	100	2	0,02
5	100	4	0,04
6	100	3	0,03
7	100	6	0,06
8	100	12	0,12

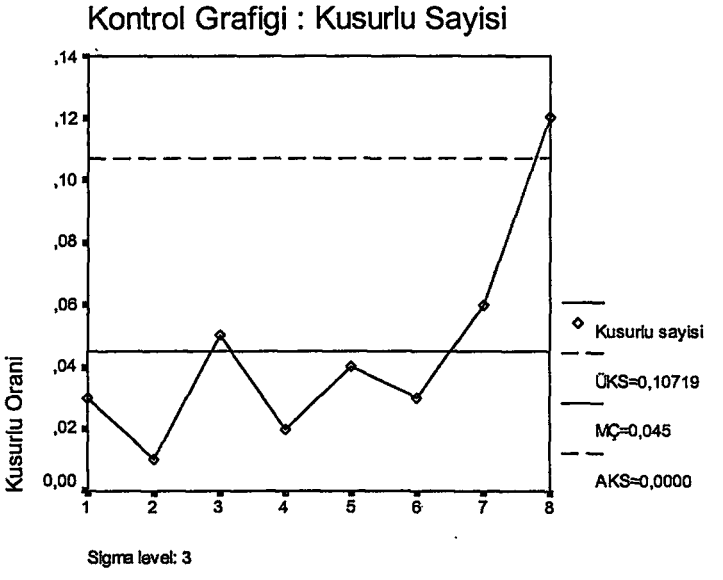
Şimdi bu veriler için kontrol grafiğini çizdirip benzer işlemleri yaparsak aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

Kontrol sınırları hesaplandığında $AKS = -0,01719$ olarak bulunmuştur. Ama $AKS = 0,0000$ olarak alınmıştır.

$$\overline{p} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \hat{p}_i}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{8} \hat{p}_i}{8} = 0,045$$

$$\hat{p}_8 = \frac{D_8}{n} = 0,12$$

$\hat{p}_8 = 0,12 > \ddot{U}KS = 0,10719$ olduğundan 8 nolu örneklem kontrol dışıdır.



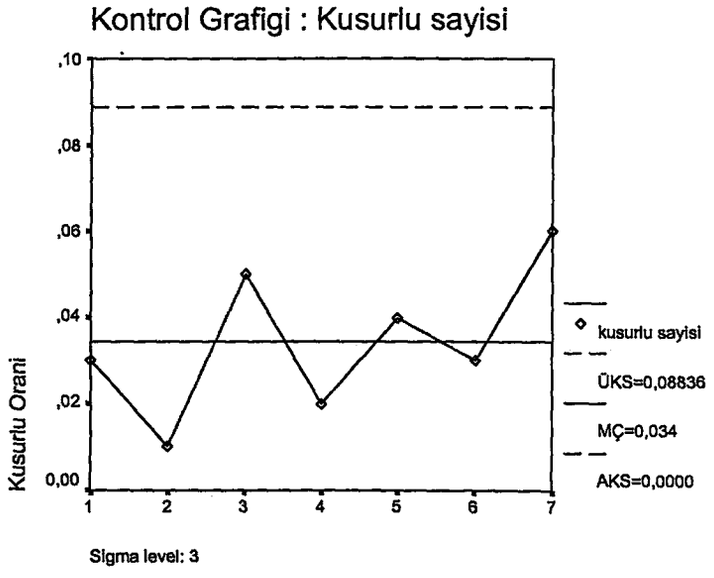
Şekil 5.3. 8 gözlem için kusurlu kontrol grafiği

8 nolu örneklemin kontrol dışı olma nedeninin sistematik bir faktörden kaynaklandığını varsayalım. Bu durumda 8 nolu örneklemi veri kümesinden çıkardığımız da geriye kalan örneklemlerle tekrar prosesi kontrol etmeye devam edelim.

Çizelge 5.4. Kontrol dışı olan 8.gözlemin atılması ile elde edilen veriler

Örneklem No	Örneklem Büyüklüğü (n)	Kusur Sayıları (D_i)	Kusurlu Oranı $(\hat{p}_i)$	Kusurlu Oranı $(\hat{p}_i)$
1	100	3	0,03	0,03
2	100	1	0,01	0,01
3	100	5	0,05	0,05
4	100	2	0,02	0,02
5	100	4	0,04	0,04
6	100	3	0,03	0,03
7	100	6	0,06	0,06

Şimdi bu veriler için kontrol grafiğini çizdirip benzer işlemleri yaparsak aşağıdaki sonuçlar elde edilir.



Şekil 5.4. 7 gözlem için kusurlu kontrol grafiği

Kontrol sınırları hesaplandığında $AKS = -0,02036$ olarak bulunmuştur. Ama $AKS = 0,0000$ olarak alınmıştır.

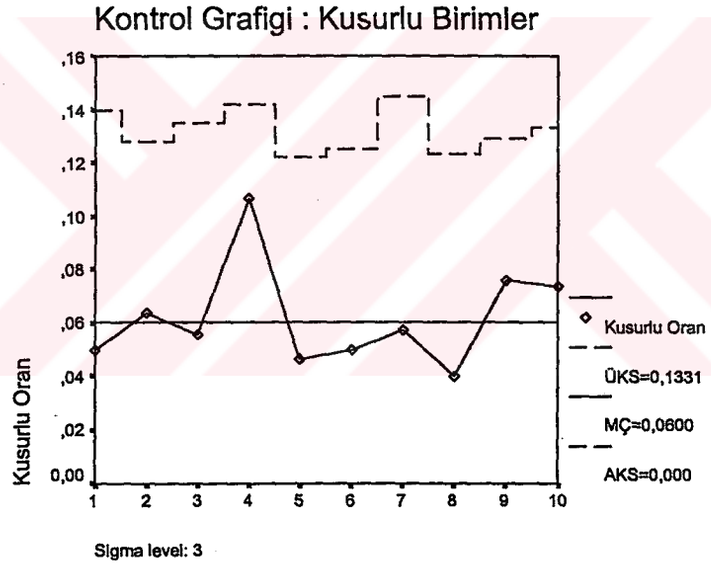
$$\overline{p} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \hat{p}_i}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{7} \hat{p}_i}{7} = 0,034$$

Tüm kusurlu oran değerleri kontrol sınırları arasında kaldığından proses kontrol altındadır.

Örnek 5.2. Aşağıdaki verilerde son 10 günde üretilen bilgisayarların tüm birimlerinin araştırma sonuçları görülmektedir. Bu prosesin kontrolde olup olmadığını araştırınız
(http://www.maths.murdoch.edu.au/ünits/m284/ünitnotes/chapter7.pdf)

Çizelge 5.5. Örneklem büyüklüğünün değişken olması durumunda kusurlu oran kontrol grafiği verileri

Gün	Araştırılan Birimler (n_i)	Kusurlu birimler (D_i)	Kusurlu Oranı $(\hat{p}_i)$
1	80	4	0,05
2	110	7	0,064
3	90	5	0,056
4	75	8	0,107
5	130	6	0,038
6	120	6	0,05
7	70	4	0,057
8	125	5	0,04
9	105	8	0,076
10	95	7	0,074



Şekil 5.5. Örneklem büyüklüğünün değişken olması durumunda kusurlu oran kontrol grafiği

Hesaplanan tüm kusurlu oranlar belirlenen kontrol sınırları içinde kaldığından prosesin kontrol dışı olduğunu gösteren herhangi bir belirti yoktur.

5.1.1.1. Kusurlu Oranı (p) Kontrol Grafiğinde Örneklem Büyüklüğünün Belirlenmesi

n nin seçimi için pek çok kural önerilmiştir. Burada sadece üç farklı yöntemi ele alacağız (http://www.stats.uwo.ca/courses/ss3166/2003/notes/attrib_charts.pdf).

1) p çok küçükse, n yi öyle büyük seçmeliyiz ki örneklemdeki en az bir kusurlu birimi bulmak için yüksek olasılık elde etmeliyiz. Aksi takdirde, örneklemdeki sadece bir kusurlu birimin varlığı kontrol dışı durumu belirleyecek şekilde kontrol sınırları bulunur. Örneğin, $p = 0,01$ ve $n = 8$ ise üst kontrol sınırı

$$\ddot{U}KD = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 0,1155$$

olur. Eğer örneklemde kontrol dışı bir birim varsa

$$\hat{p} = \frac{D}{n} = \frac{1}{8} = 0,1250$$

olur ve $\hat{p} = 0,1250 > \ddot{U}KS = 0,1155$ olduğundan prosesin kontrol dışı olduğunu söyleyebiliriz. Fakat çoğu kez basit bir kusurlu parçanın gözleminden prosesin kontrol dışı olduğu sonucuna varmak mantıklı değildir.

Bu durumdan kaçınmak için, örneklem büyüklüğü n yi örneklem başına en az bir kusurlu birimi bulma olasılığı en az γ olacak şekilde seçmeliyiz. Yani

$$P(D \geq 1) \geq \gamma \tag{5.9}$$

olmalı. Buna eşdeğer olarak

$$P(D = 0) < 1 - \gamma \tag{5.10}$$

yazabiliriz. D, n ve p parametreli binom dağılımına sahip olduğundan

$$\begin{aligned} &P(D=0)=(1-p)^n<1-\gamma \\ &\Rightarrow n\ln(1-p)<\ln(1-\gamma) \\ &\Rightarrow n<\frac{\ln(1-\gamma)}{\ln(1-p)} \end{aligned} \tag{5.11}$$

elde edilir. O halde örneklem büyüklüğü

$$n>\frac{\ln(1-\gamma)}{\ln(1-p)} \tag{5.12}$$

olacak şekilde seçilmelidir.

Örneğin, $p=0,001$ olsun. En az bir kusurlu birimin olasılığı 0,95 olacak şekildeki örneklem büyüklüğünü bulalım. $\gamma=0,95$ olup

$$n>\frac{\ln(1-\gamma)}{\ln(1-p)}=\frac{\ln(0,05)}{\ln(0,999)}=2995$$

bulunur. Yani, 2995 büyüklüğünde bir örneklem alındığında, örneklemlerin çoğu en az bir kusurlu birim içerir.

2) Eğer p değeri küçükse, yararlı bir diğer kriter de alt kontrol sınırı pozitif olacak şekilde n yi yeter derecede büyük seçmektir. Bu, küçük sayıda kusurlu birim içeren bir veya daha fazla örneklemi araştırmamızda gerekli koşulu sağlar.

$$\begin{aligned} &AKS=p-k\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}>0 \\ &\Rightarrow\sqrt{n}>k\frac{\sqrt{p(1-p)}}{p} \\ &\Rightarrow n>k^2\frac{p(1-p)}{p^2}=k^2\frac{(1-p)}{p} \end{aligned} \tag{5.13}$$

Örneğin, $p=0,001$ ve $k=3$ ise $n>9\frac{(0,999)}{(0,001)}=8991$. Yani, örneklem büyüklüğü $n\geq 8992$ ise kontrol grafiği pozitif alt kontrol sınırına sahiptir.

3) Örneklem büyüklüğünün (n), belirli bir büyüklükteki bir proses değişimini (δ) yaklaşık % 50 olasılıkla belirleyecek, başka bir ifade ile $OAU=2$ olacak, şekilde yeter derecede büyük seçilmesi gerektiğinde aşağıdaki yol izlenir.

p_1, değişim oranı olmak üzere $\delta=p_1-p$ dir. Eğer $p_1>p$ ise yani pozitif yönde bir değişim söz konusu ise değişimin olduğu biliniyorken örneklem kusurlu oranın üst kontrol sınırının aşma olasılığı 0,5 tir. Yani,

$$P(\hat{p}>\ddot{U}KS/p=p_1)=0,5 \qquad eğer\ p_1>p \tag{5.14}$$

dır. Eğer $p_1<p$ ise yani negatif yönde bir değişim söz konusu ise değişimin olduğu biliniyorken örneklem kusurlu oranın alt kontrol sınırını aşma olasılığı 0,5 tir. Yani,

$$P(\hat{p}>AKS/p=p_1)=0,5 \qquad eğer\ p_1<p \tag{5.15}$$

dır. Kısaca

$$\begin{aligned} &P(\hat{p}>\ddot{U}KS/p=p_1)=0,5 \qquad eğer\ p_1>p \\ &P(\hat{p}>AKS/p=p_1)=0,5 \qquad eğer\ p_1<p \end{aligned} \tag{5.16}$$

dolayısıyla

$$\begin{aligned} &p+k\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}-p_1=0 \\ &p-k\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}-p_1=0 \end{aligned} \tag{5.17}$$

yazabiliriz. Buradan,

$$n = \frac{p(1-p)k^2}{(p_1 - p)^2} \doteq \frac{p(1-p)k^2}{\delta^2} \tag{5.18}$$

bulunur.

Örneğin, $p = 0,01$ de kontrol altında olan bir prosesi ele alalım. $p_1 = 0,02$ değişimi için ortalama adım uzunluğunun 2 olduğu 3-sigma kontrol sınırlı bir p grafiği için istenen örneklem büyüklüğü

$$n = \frac{(0,01)(1-0,01)3^2}{(0,02-0,01)^2} = 891$$

olarak bulunur.

Örnek 5.3. Kayak maskelerinin üretildiği bir prosesten 100 büyüklüğünde 10 örneklem alınmıştır. Sırasıyla her örneklem için kusurlu birimlerin sayısı D,

1,2,6,4,7,3,2,5,6,14

şeklinde ise p grafiği için alt kontrol sınırı pozitif olacak şekilde minimum örneklem büyüklüğünü bulunuz.

Soruda p için herhangi bir standart değer verilmemiştir. Bu nedenle p için tahmini bulalım.

$$\overline{p} = \frac{\sum_{i=1}^{m} D_i}{mn} = \frac{50}{10.100} = 0,05.$$

$AKS > 0$ olsun istediğimiz için

$$n > \frac{k^2(1-p)}{p} = \frac{9(1-0,05)}{0,05} = 171$$

olarak bulunur. Fakat üst kontrol sınırı da hesaplanırsa

$$\ddot{U}KS = \overline{p} + 3\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}} = 0,11538$$

olarak bulunur.

10-uncu örneklem için

$$\hat{p}_{10} = \frac{D_{10}}{n} = \frac{14}{100} = 0,14$$

ve $\hat{p}_{10} > \ddot{U}KS$ olup proses kontrol dışıdır. 10 nolu örneklemin kontrol dışı olma nedeninin sistematik bir faktör olduğu varsayımı altında, bunu örneklem grubundan çıkarıp p nin tahminini hesaplarsak

$$\overline{p} = \frac{\sum_{i=1}^{9} D_i}{9.100} = \frac{36}{900} = 0,04$$

bulunur ve $AKS > 0$ olacak şeklindeki örneklem büyüklüğü

$$n > \frac{k^2(1-p)}{p} = \frac{9(1-0,04)}{0,04} = 216$$

olur. Yani en azından 217 büyüklüğünde bir örneklem almalıyız ki $AKS > 0$ olsun.

5.2. Kusur Sayısı (np) Kontrol Grafiği

Kusur sayısı (np) kontrol grafiği, bir prosesin üretilen kusurlu birim sayısı bakımından kontrol altında olup olmadığını belirlemek amacıyla kullanılır. p

kontrol grafiği ile np kontrol grafiği hemen hemen aynıdır. Fakat p kontrol grafiği örneklem büyüklüğü sabit veya değişken olması durumlarında kullanılırken, np kontrol grafiği örneklem büyüklüğü sabitken kullanılır.

Eğer p için standart değeri biliniyorsa np kontrol grafiğinin parametreleri,

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= np + 3\sqrt{np(1-p)} \\ MÇ &= np \\ AKS &= np - 3\sqrt{np(1-p)} \end{aligned} \qquad (5.19)$$

şeklindedir. Eğer p nin standart değeri bilinmiyorsa, p kontrol grafiğindeki hesaplama ile bulunan $\overline{p}$ ile tahmin edilir.

Sabit örneklem büyüklüklü p kontrol grafiğinin kontrol sınırları ve merkezi çizgisi ile np kontrol grafiğinin kontrol sınırları ve merkezi çizgisi karşılaştırıldığında, np kontrol grafiği için tanımlanan kontrol sınırları ve merkezi çizgi p kontrol grafiği için tanımlananın n katıdır. Dolayısıyla görünüm açısından bir fark bulunmayacaktır. Ancak uygulama açısından np kontrol grafiğini uygulamak daha kolaydır.

5.3. Kusur Sayısı (c) Kontrol Grafiği

Kusurlu parça, bir üretim için bir veya daha fazla spesifikasyona uymayan o üretimin bir birimidir. Kusurlu parça en az bir kusur içerir. Fakat, bir birimin çeşitli kusurlar içermesi doğal olabilmektedir ve bu birimler kusurlu olarak sınıflandırılmamaktadır. Örneğin, bilgisayar üretildiğini varsayalım. Bitiş ünitesindeki her birim bir veya daha fazla küçük kusur içerebilir ve bu kusurlar birimin işleyişini etkilemediğinden kusurlu olarak sınıflandırılmaz. Fakat eğer çok fazla kusur varsa, bu kusurlar fark edilebilir olacağından (işleyişi etkileyeceğinden) bilgisayar kusurlu olarak sınıflandırılır. Kusurlu orandan çok kusur sayısı ile

ilgilenilen pek çok uygulama alanı vardır. Örneğin, bir elektronik aletteki işlevsel hataların sayısı, bir boru hattının 100m'sindeki hatalı kaynakların sayısı gibi.

Bir birimdeki kusurların toplam sayısı veya birim başına kusur sayısı için kontrol grafikleri (sırasıyla c ve u) geliştirilmiştir. Bu kontrol grafikleri sabit büyüklükteki bir örneklemde bulunan kusurların Poisson dağılımına sahip olduğunu varsayar. Yani, kusurların sayısı büyük (sonsuz sayıda) ve kusurun bulunma olasılığı küçük ve sabittir. Ayrıca, araştırma birimi (kontrol ünitesi de denilebilir) her örneklem için aynı olmalı. Bu varsayımlardan küçük sapmaları görmezden gelebiliriz.

Bir araştırma biriminde bulunan kusurların sayısının Poisson dağılımına uyduğunu varsayalım, bu durumda x kusurlarının sayısı olmak üzere,

$$f(x)=\frac{e^{-c}c^{x}}{x!} \quad x=0,1,2,\ldots \tag{5.20}$$

dır. Burada c, Poisson dağılımının parametresidir. c parametreli Poisson dağılımının ortalama ve varyansı c olup, c için bir standardın bilinmesi durumunda kusur sayısı (c) grafiğinin kontrol parametreleri

$$\begin{aligned} &\ddot{U}KS = c+3\sqrt{c} \\ &MÇ = c \\ &AKS = c-3\sqrt{c} \end{aligned} \tag{5.21}$$

şeklindedir. Eğer c için bir standart verilmemişse, c nin değeri araştırma biriminden alınan bir ön örneklemdeki ortalama kusur sayısı $(\bar{c})$ ile tahmin edilir.

Örneğin, m tane ön örneklem olduğunu ve her birinde sırasıyla $c_1, c_2, \ldots, c_m$ kusurun olduğunu varsayarsak

$$\bar{c}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} c_i \tag{5.22}$$

ile bulunur. Bu durumda kusur sayısı (c) kontrol grafiğinin parametreleri

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= \overline{c} + 3\sqrt{\overline{c}} \\ MÇ &= \overline{c} \\ AKS &= \overline{c} - 3\sqrt{\overline{c}} \end{aligned} \tag{5.23}$$

şeklindedir.

Eğer $AKS < 0$ olarak bulunursa $AKS = 0$ alınır. Örneklem numaralarına karşı kusur sayıları işaretlenerek grafik oluşturulur. İşaretlenen tüm kusur sayıları kontrol sınırları içinde ise proses kontrol altındadır. Aksi halde kontrol sınırlarını aşan kusur sayısı için bir sistematik faktör bulunursa bu örneklem veri grubundan çıkarılarak proses tekrar kontrol edilir. Bu şekilde prosesin kontrol altında olup olmadığı incelenir.

Örnek 5.4. 25 dikdörtgensel çelik plaka üzerindeki kusurlar sayılmış ve veriler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir. Bu verilere uyan kusurlar için kontrol grafiğini çiziniz. Plakaları üreten proses istatistiksel kontrol altında mı? (http://www.maths.murdoch.edu.au/units/m284/unitnotes/chapter7.pdf)

Çizelge 5.6. Kusurlu sayısı kontrol grafiği için veriler

Plakaların numarası	Kusurların sayısı	Plakaların numarası	Kusurların sayısı
1	1	14	0
2	0	15	2
3	4	16	1
4	3	17	3
5	1	18	5
6	2	19	4
7	5	20	6
8	0	21	3
9	2	22	1
10	1	23	0
11	1	24	2
12	0	25	4
13	8		

Soruda c için bir standart verilmemiştir. Dolayısıyla $\overline{c}$ yı hesaplarız.

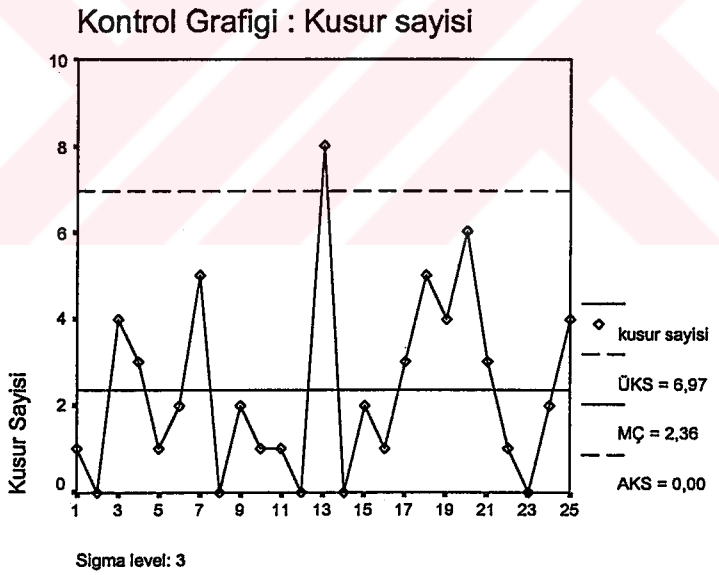
$$\overline{c} = \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25} c_i = \frac{59}{25} = 2,360$$

ve $\overline{c}$ yardımıyla kontrol sınırlarını buluruz.

$$\ddot{U}KS = \overline{c} + 3\sqrt{\overline{c}} = 6,9686$$

$$AKS = \overline{c} - 3\sqrt{\overline{c}} = -2,2486$$

$AKS < 0$ olduğundan $AKS = 0$ olarak alınır ve c_i değerlerinin grafik üzerinde işaretlenmesi ile aşağıdaki grafik elde edilir.



Şekil 5.6. 25 gözlem değeri için kusurlu sayısı kontrol grafiği

13 numaralı plaka $\ddot{U}KS$ nı aştığından proses kontrol dışıdır.13 numaralı plaka için sistematik faktörün neden olduğunu varsayarak bunu veri kümesinden atarak prosesi tekrar kontrol edelim.

Çizelge 5.7. kontrol dışı olan 13.gözlemin atılması ile elde edilen veriler

Plakaların numarası	Kusurların sayısı	Plakaların numarası	Kusurların sayısı
1	1	14	0
2	0	15	2
3	4	16	1
4	3	17	3
5	1	18	5
6	2	19	4
7	5	20	6
8	0	21	3
9	2	22	1
10	1	23	0
11	1	24	2
12	0	25	4

Benzer şekilde $\bar{c}$ yı hesaplarsak

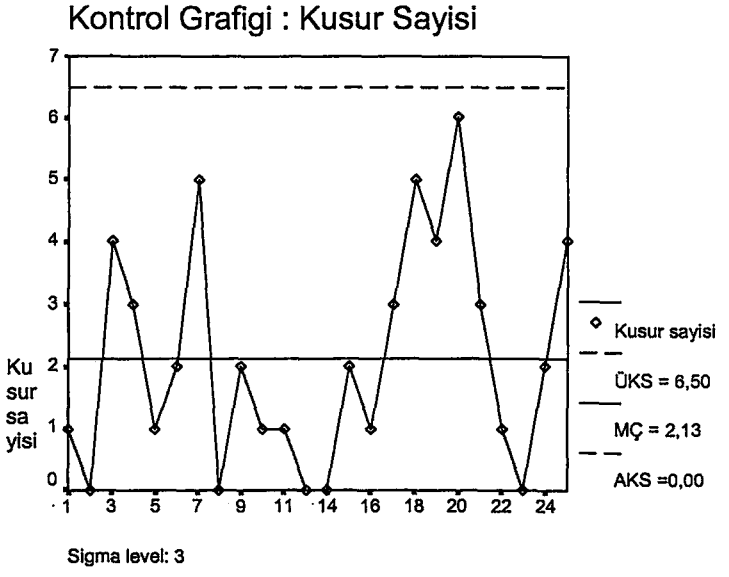
$$\bar{c} = \frac{1}{24}\sum_{i=1}^{24} c_i = \frac{51}{24} = 2,125$$

ve $\bar{c}$ yardımıyla kontrol sınırlarını buluruz.

$$\ddot{U}KS = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} = 6,4982$$

$$AKS = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} = -2,2482$$

$AKS < 0$ olduğundan $AKS = 0$ olarak alınır ve c_i değerlerinin grafik üzerinde işaretlenmesi ile aşağıdaki grafik elde edilir.



Şekil 5.7. 24 gözlem için kusur sayısı kontrol grafiği

Tüm değerler kontrol sınırları içerisinde kaldığından proses kontrol altındadır.

5.4. Birim Başına Kusur Sayısı (u) Kontrol Grafiği

"c grafiği bir birimdeki toplam kusurların sayısı ile ilgilenirken u grafiği birim başına ortalama kusur sayısı ile ilgilenir. c grafiğinde örneklem büyüklükleri sabitken (genellikle 1), u grafiğinde örneklem büyüklükleri değişkendir.

Her biri n_i birimden oluşan m örneklemin olduğunu ve her örneklemde c_i kusurun olduğunu varsayalım. $(i = 1,2,\ldots,m)$ Bunu

Çizelge 5.8. u kontrol grafiği veri genel yapısı

Araştırma Birimleri (örneklemler)	Örneklemin Hacmi	Araştırma Birimindeki Kusur Sayısı	Birim Başına Kusur Sayısı
1	n_1	c_1	u_1
2	n_2	c_2	u_2
⋮	⋮	⋮	⋮
m	n_m	c_m	u_m

şeklinde ifade edelim. Burada,

$$u_i = \frac{c_i}{n_i} \quad i = 1,2,\ldots,m \tag{5.24}$$

i-inci örneklemin birim başına kusur sayısıdır. Her bir örneklemin λ parametreli Poisson dağılımına sahip olduğu varsayımı altında, c_i bir Poisson rasgele değişkenidir. c_i rasgele değişkeninin ortalama ve varyansının λ olduğunu biliyoruz.

$$\begin{aligned} E(c_i) &= \lambda \\ E(u_i) &= \frac{1}{n_i} E(c_i) = \frac{\lambda}{n_i} = u \end{aligned} \tag{5.25}$$

olsun ve

$$Var(u_i) = Var(\frac{c_i}{n_i}) = \frac{1}{n_i^2} Var(c_i) = \frac{1}{n_i^2}\lambda = \frac{1}{n_i^2} n_i u = \frac{u}{n_i} \tag{5.26}$$

eşitliklerinden u kontrol grafiği için parametreleri

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= u + 3\sqrt{\frac{u}{n_i}} \\ MÇ &= u \\ AKS &= u - 3\sqrt{\frac{u}{n_i}} \end{aligned} \tag{5.27}$$

yazabiliriz. Dikkat edilecek olunursa kontrol sınırları her bir örneklem için değişecektir.

Eğer $E(u_i)$ için bir standart verilmemişse yani u bilinmiyorsa,

$$\overline{u} = \frac{\sum_{i=1}^{m} c_i}{\sum_{i=1}^{m} n_i} \tag{5.28}$$

ile tahmin edilir. Bu durumda kontrol parametrelerini

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= \overline{u} + 3\sqrt{\frac{\overline{u}}{n_i}} \\ MÇ &= \overline{u} \\ AKS &= \overline{u} - 3\sqrt{\frac{\overline{u}}{n_i}} \end{aligned} \tag{5.29}$$

olarak yazabiliriz.

Eğer örneklem büyüklükleri sabit ise yani $\forall i$ için $u_i = n$ ise u kontrol grafiğini, c kontrol grafiği olarak kullanabiliriz. Bunun bir sonucu olarak (5.27) ve (5.29) eşitliklerinde n_i yerine n yazarız.

Kontrol sınırlarının değişken olması, grafiğinin yorumunu güçleştireceğinden kontrol sınırlarını sabit tutmak amacıyla iki yöntem geliştirilmiştir (Montgomery, 1997).

1) Ortalama örneklem büyüklüğüne

$$\overline{n} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} n_i \tag{5.30}$$

dayalı kontrol sınırları kullanılır.

Bulunan $\overline{n}$ değeri (5.27) ve (5.29) eşitliklerinde n_i yerine kullanılarak kontrol sınırları bulunur.

2) Araştırma birimlerine (örneklemlere) ait istatistiklerin standartlaştırılması

$$z_i = \frac{u_i - \overline{u}}{\sqrt{\frac{\overline{u}}{n_i}}} \tag{5.31}$$

ile bulunan değerin grafiklendirilmesi ile oluşan standartlaştırılmış kontrol grafiğinin kullanılmasıdır. Bu durumda

$$\begin{aligned} \ddot{U}KS &= 3 \\ MÇ &= 0 \\ AKS &= -3 \end{aligned} \tag{5.32}$$

olur.

Örnek 5.5. Bir kağıt fabrikası üretilmiş kağıt rulolarındaki kusurları kontrol etmek için bir kontrol grafiği kullanmaktadır. 20 günlük üretim çıktıları araştırılmış ve aşağıdaki veriler elde edilmiştir. Bu verileri kullanarak kağıt ruloları başına kusur için kontrol grafiği oluşturunuz. Prosesin kontrol altında olup olmadığını inceleyiniz (Montgomery, 1997)

Çizelge 5.9. u kontrol grafiği için veriler

Gün	Üretilen ruloların sayısı	Kusurların sayısı	Gün	Üretilen ruloların sayısı	Kusurların sayısı
1	18	12	11	18	18
2	18	14	12	18	14
3	24	20	13	18	9
4	22	18	14	20	10
5	22	15	15	20	14
6	20	12	16	20	13
7	20	11	17	24	16
8	20	15	18	24	18
9	20	12	19	22	20
10	18	10	20	21	17

Veriler için u kontrol grafiğini oluşturalım:

u için herhangi bir standart verilmediğinden $\overline{u}$ değerini bulup buna bağlı merkezi çizgi ve kontrol sınırlarını hesaplayalım.

$$\overline{u} = \frac{\sum_{i=1}^{20} c_i}{\sum_{i=1}^{20} n_i} = 0,70073$$

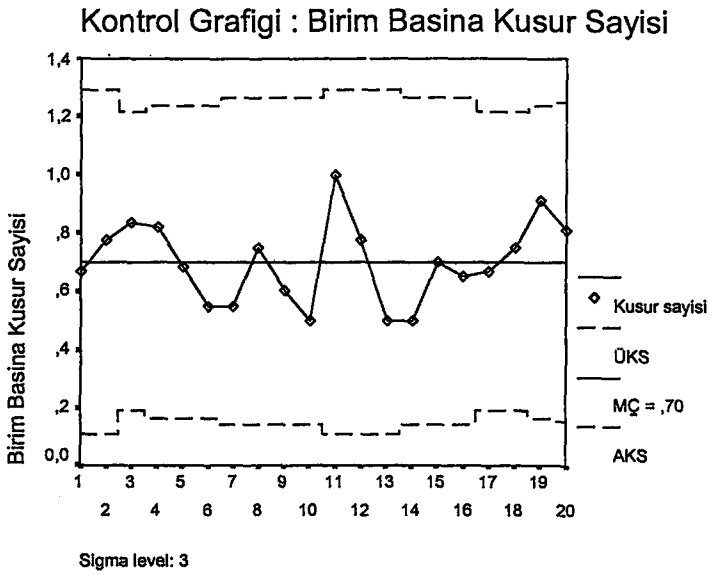
$$\ddot{U}KS = 0,70073 + 3\sqrt{\frac{0,70073}{n_i}}$$

$$MÇ = 0,70073$$

$$AKS = 0,70073 - 3\sqrt{\frac{0,70073}{n_i}}$$

olarak bulunur.

Hesaplanan $u_i = \frac{c_i}{n_i}$ $i = 1,2,\ldots,20$ değerleri bulunan kontrol sınırları ile grafiklendirilirse aşağıdaki grafik elde edilir.



Şekil 5.8. u kontrol grafiği

Tüm u_i değerleri kontrol sınırları arasında kaldığından proses kontrol altındadır.Yani her kağıt rulosundaki kusurlar beklenilen düzeydedir.

Bu örneği ortalama örneklem büyüklüğünü kullanarak tekrar çözelim

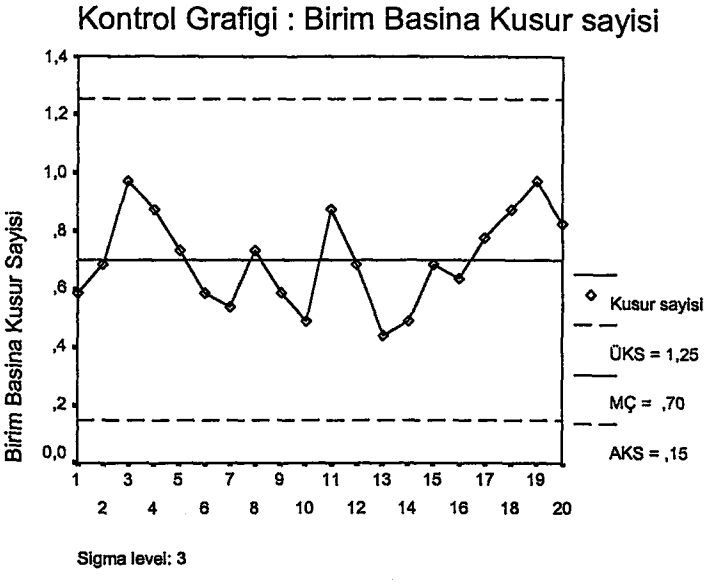
$$\overline{n} = \frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20} n_i = 20,55$$

$$\ddot{U}KS = 0,70073 + 3\sqrt{\frac{0,70073}{20,55}} = 1,2547$$

$$MÇ = 0,70073$$

$$\ddot{U}KS = 0,70073 + 3\sqrt{\frac{0,70073}{20,55}} = 0,1467$$

olmak üzere kontrol grafiği aşağıdaki gibidir.

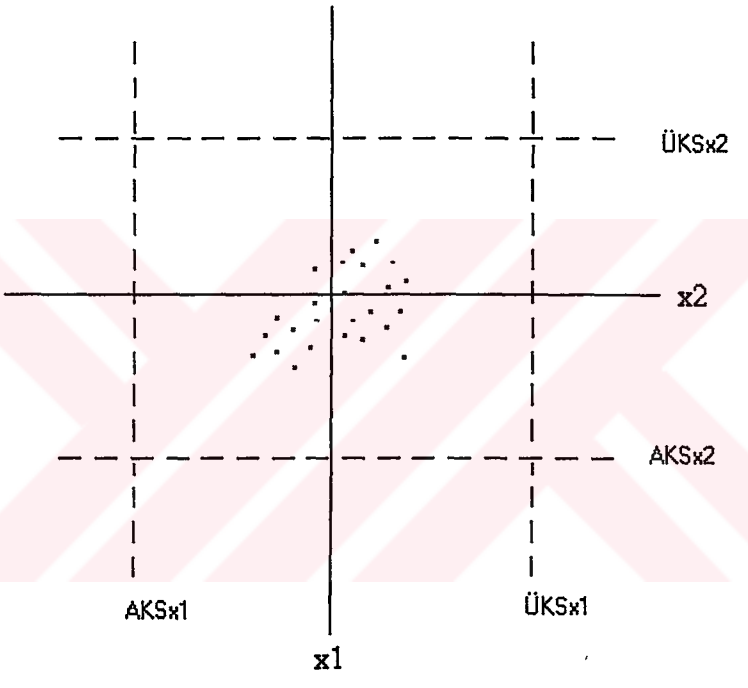


Şekil 5.8. Ortalama örneklem büyüklüğüne dayalı u kontrol grafiği

Prosesin kontrol altında olduğu görülmektedir.

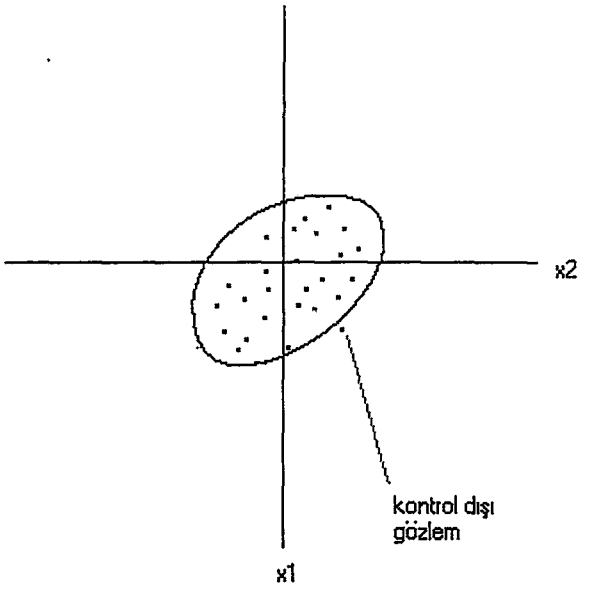
6. ÇOK DEĞİŞKENLİ KALİTE KONTROL

İki veya daha fazla kalite karakteristiklerinin (değişkenlerinin) ilişkili olduğu durumda tek değişkenli kalite kontrol tekniklerini kullanmak yanıltıcı sonuçlar verebilir. Örneğin, iki değişkenli bir prosesi kontrol etmek için her bir değişkenin kontrol grafikleri çizilir ve gözlemlerin kontrol sınırları içerisinde olup olmadığı kontrol edilir. Bu amaçla çizilmiş olan Şekil 6.1 i ele alalım.



Şekil 6.1. 2 değişkenli bir gözlem için kontrol sınırları
(http.//www.sys.virginia.edu/mqc/index2.htm)

Gözlem değerleri kontrol sınırları içerisine düştüğü için proses kontrol altında görülüyor. Fakat değişkenler ilişkili olduğunda tek değişkenli kontrol grafikleri yeterli olmayacaktır. Şekil 6.2 de, Şekil 6.1 de görülen noktalara elips kontrol bölgesi ile yaklaşımı görülmektedir. Şekil 6.1 de tüm gözlemler kontrol altında ilen Şekil 6.2 de kontrol dışı gözlem görülmektedir. Değişkenlerin ilişkili olduğu durumlarda çok değişkenli kalite kontrol teknikleri kullanılır.



Şekil 6.2. Kontrol elipsi

Çok değişkenli durumda kontrol dışı gözlemler Hotelling T^2, çok değişkenli EWMA (MEWMA) ve çok değişkenli CUSUM (MCUSUM) kontrol grafikleri kullanılarak belirlenir.

6.1. Hotelling T^2 İstatistiği

1931 yılında Hotelling, Student-t istatistiğini genelleştirmiş. 1947 yılında ise çok değişkenli durumda ilişkili değişkenleri analiz etmek için kullanmıştır. Daha sonra bu istatistik Hotelling T^2 istatistiği olarak adlandırılmıştır.

Hotelling T^2 istatistiğinin dağılım özelliklerini ele almadan önce çok değişkenli gözlemlerin μ ortalama vektörlü, Σ kovaryans matrisli p değişkenli normal dağılıma sahip kitleden rasgele örnekleme ile alındığını varsayalım. Bağımsız gözlemlerin davranışı bilinen veya bilinmeyen parametreli bir olasılık fonksiyonu tarafından açıklanır. Eğer parametreler bilinmiyorsa proses kontrolde iken toplanan önceki veri kümesinden (HDS' den) tahmin edilir. Bu p-değişkenli örneklem gözlemlerini Hotelling T^2 istatistiğine dönüştürerek prosesi inceleyeceğiz.

Genel bir fikir vermesi amacıyla, kovaryans matrisinin örneklem tahminine dayalı T^2 istatistiğinin aslında tek değişkenli student-t istatistiğini çok değişkenli duruma genişletilmesi olduğunu gösterelim.

Tek değişkenli student- t istatistiği

$$t = \frac{(\bar{X} - \mu)}{S/\sqrt{n}} \tag{6.1}$$

olup karesi alınırsa

$$t^2 = \frac{(\bar{X} - \mu)^2}{S^2/n} = n(\bar{X} - \mu)(S^2)^{-1}(\bar{X} - \mu) \tag{6.2}$$

elde edilir.

$X_i' = \left(x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{ip}\right)$ $i = 1,2,\ldots,n$ olmak üzere $X_1, X_2, \ldots, X_n$ μ ortalamalı ve Σ kovaryans matrisli p değişkenli normal dağılımdan alınan n birimlik örneklem olsun. $\bar{X}$, μ nün ve S de Σ nın örneklem tahmin edicileri olmak üzere t istatistiğinin çok değişkenli genelleştirilmesi

$$T^2 = n(\bar{X} - \mu)' S^{-1}(\bar{X} - \mu) \tag{6.3}$$

şeklindedir.

6.3 eşitliği ile verilen Hotelling T^2 istatistiği $\bar{X}$ ile μ arasındaki istatistiksel uzaklığı gösterir ve bu ifade p- boyutlu gözlemlerin pek çok faklı bileşenleri arsındaki istatistiksel uzaklığı gösterecek şekilde genişletilebilir. Örneğin, bir tek gözlem vektörü X ile kitle ortalaması μ veya μ nün tahmini $\bar{X}$ arasında ya da i- inci gözlem ortalaması $\bar{X}_i$ ile tüm örneklem ortalaması $\bar{X}$ arasında istatistiksel uzaklık tanımlanabilir.

Her biri m büyüklükte p değişken (kalite karakteristiği) içeren n tane gözlemin olduğunu ve gözlemelerin μ ortalama vektörlü ve Σ kovaryans matrisli normal dağılımdan alındığını varsayalım. Hesaplamalarda aksi belirtilmedikçe p bileşen üzerinde tek bir gözlem olduğunu, $m=1$, varsayacağız.

T^2 istatistiğinin açıklanmasında farklı olasılık fonksiyonları kullanılabilir. Burada üç faklı yaklaşım ele alınır.

1) Çok değişkenli normal dağılım için μ ve Σ nın bilindiğini varsayalım. Her bir gözlem vektörü X, için T^2 istatistiği

$$T^2=(X-\mu)'\Sigma(X-\mu)\sim\chi^2_{(p)} \tag{6.4}$$

olup p serbestlik dereceli ki-kare dağılımı, $\chi^2_{(p)}$, gösterir. T^2 dağılımı sadece X gözlem vektöründeki değişken sayısı p ye bağlıdır.

2) Çok değişkenli normal dağılım için μ ve Σ parametrelerinin bilinmeyip $\bar{X}$ ve S tahmin edicileri kullanılarak tahmin edildiğini varsayalım. $\bar{X}$ ve S değerleri n gözlemi içeren önceki veri kümesin (HDS)'den elde edilir.

$$\begin{aligned}\bar{X}&=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i\\ S&=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})(X_i-\bar{X})'\end{aligned} \tag{6.5}$$

$\bar{X}$ ve S den bağımsız gözlem vektörü X için T^2 istatistiği

$$T^2=(X-\bar{X})'S^{-1}(X-\bar{X})\sim\left[\frac{p(n+1)(n-1)}{n(n-p)}\right]F_{(p,n-p)} \tag{6.6}$$

olup p ve $(n-p)$ serbestlik dereceli F dağılımına sahiptir.

3) μ ve Σ nin bilinmeyip $\bar{X}$ ve S ile tahmin edildiğini, X gözlem vektörünün $\bar{X}$ ve S den bağımsız olmadığını varsayalım. Bu durumda T^2 istatistiğinin yapısı ve dağılımı

$$T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X}) \sim \left[\frac{(n-1)^2}{n} \right] B_{(p/2,(n-p-1)/2)} \qquad (6.7)$$

şeklindedir. Dağılım değişken sayısı p ve örneklem büyüklüğü n ye bağlıdır.

T^2 istatistiğinin grafiklendirilmesi iki aşamada ele alınır. I.aşamada kontrol durumunda gözlemlerin bir veri kümesi oluşturulur, II.aşamada ise T^2 istatistiği grafiklendirilir.

Tek değişkenli durumda olduğu gibi çok değişkenli durumda da ön kontrol prosedürü yardımıyla kontrol dışı gözlemler belirlenerek gözlem grubundan atılır ve T^2 istatistiğine uyan ÜKS belirlenir. T^2 istatistiğinin farklı olasılık fonksiyonları olduğundan ÜKS nın hesaplamaları farklı olacaktır. I.aşama işlemlerinde Beta ve Ki-kare dağılımları, II.aşama işlemlerinde F ve Ki-kare dağılımları kullanılır.

I.aşama ve II.aşamada T^2 istatistiğinin grafiklendirilmesi:

6.2. I.Aşamada T^2 İstatistiğinin Grafiklendirilmesi

I.aşamada kontrol dışı gözlemlerin belirlenmesi sapan değeri belirleme yöntemi ile aynıdır. T^2 istatistiği sapan değeri belirlemede ideal bir yöntem olmamakla birlikte uygulaması kolaydır. Eğer bir gözlem T^2 istatistiğine uyan ÜKS' yi aşarsa bu veri grubundan atılır. I.aşama için kontrol sınırlarını belirleyelim.

6.2.1. Parametrelerin Bilinmemesi Durumunda Kontrol Dışı Gözlemin Temizlenmesi

Bir $X' = (x_1, x_2, \ldots, x_p)$ gözlem vektörünü kontrol etmek için T^2 grafiğinin kullanıldığı bir proseste kontrol dışı gözlemlerin veri grubundan atılmasını ele alalım. Verilerimizin bilinmeyen μ ortalamalı ve Σ kovaryans matrisli çok değişkenli normal dağılımdan alındığını varsayalım. Ön verilerden μ ve Σ nın tahminleri olan $\bar{X}$ ve S bulunur.

İl olarak ön verileri ele alarak prosesi temizlemeye başlarız. Verilen bir α için, ÜKS' ye eşit veya daha az olan T^2 değerleri tüm gözlem vektörleri veri kümesinde kalır.

$$ÜKS = \left[\frac{(n-1)^2}{n}\right] B_{(\alpha;p/2,(n-p-1)/2)} \tag{6.8}$$

üst kontrol sınırı olmak üzere eğer

$$T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X}) \leq ÜKS \tag{6.9}$$

ise X veride kalır. Eğer bir gözlem vektörü ÜKS' den daha büyük bir değere sahipse ön veriden temizlenir. Geriye kalan verilerle ortalama vektörü ve kovaryans matrisi için yeni tahminler hesaplanır. İkinci olarak, veriler tekrar ele alınır ve benzer işlemler yapılır. Bu şekilde işlemler homojen veri kümesi elde edilene kadar devam eder. Son olarak elde edilen veri kümesi önceki veri kümesi (HDS) olarak adlandırılır.

Örnek 6.1. Çizelge 6.1 de bir kazandaki sekiz yakıcı sıcaklığı ölçülmüş ve bunlar $t_1, t_2, \ldots, t_8$ ile gösterilmiştir. Sıcaklıkta herhangi bir önemli sapmanın veya bu değişkenler arasındaki korelasyonda bir değişimin olup olmadığını belirlemek

istiyoruz. Eğer bir değişim veya sapma var ise "soğuk nokta" oluşur ve yetersiz yanma meydana çıkar (Mason and Young, 2002)

Çizelge 6.1. Kazan sıcaklık verileri

Gözlem no	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8
1	507	516	527	516	499	512	472	477
2	512	513	533	518	502	510	476	475
3	520	512	537	518	503	512	480	477
4	520	514	538	516	504	517	480	479
5	530	515	542	525	504	512	481	477
6	528	516	541	524	505	514	482	480
7	522	513	537	518	503	512	479	477
8	527	509	537	521	504	508	478	472
9	533	514	528	529	508	512	482	477
10	530	512	538	524	507	512	482	477
11	530	512	541	525	507	511	482	476
12	527	513	541	523	506	512	481	476
13	529	514	542	525	506	512	481	477
14	522	509	539	518	501	510	476	475
15	532	515	545	528	507	511	481	478
16	531	514	543	525	507	511	482	477
17	535	514	542	530	509	511	483	477
18	516	515	537	515	501	516	476	481
19	514	510	532	512	497	512	476	476
20	536	512	540	526	509	512	471	477
21	522	514	540	518	497	514	482	478
22	520	514	540	518	501	514	475	478
23	526	517	546	522	502	516	475	480
24	527	514	543	523	502	512	477	476
25	529	518	544	525	504	516	475	481

Bu değişkenler arasındaki korelasyon matrisi Çizelge 6.2 de verilmiştir.

Çizelge 6.2. Kazan sıcaklık verileri için korelasyon matrisi

	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8
t_1	1	0,059	0,584	0,901	0,819	-0,147	0,813	0,014
t_2	0,059	1	0,281	0,258	0,044	0,659	0,094	0,797
t_3	0,584	0,281	1	0,444	0,308	0,200	0,396	0,294
t_4	0,901	0,258	0,444	1	0,846	-0,226	0,788	0,018
t_5	0,819	0,044	0,308	0,849	1	-0,231	0,924	-0,043
t_6	-0,147	0,659	0,200	-0,226	-0,231	1	-0,103	0,893
t_7	0,813	0,094	0,396	0,788	0,924	-0,103	1	0,079
t_8	0,014	0,797	0,294	0,018	-0,043	0,893	0,079	1

$\alpha = 0,001$ için bu 25 gözlemin T^2 değerleri hesaplanarak.

$$\ddot{U}KS = \frac{(25-1)^2}{25}.B_{[0,001;8/2,(25-8-1)/2]} = 17,416$$

üst kontrol sınırına göre karşılaştırılırsa kontrol dışı gözlemler belirlenir. (6.9) yardımıyla T^2 değerleri hesaplanırsa Çizelge 6.3 elde edilir.

Çizelge 6.3. 25 gözlem için T^2 değerleri

Gözlem no	T^2 değeri	Gözlem no	T^2 değeri
1	13,96	14	9,55
2	9,78	15	7,07
3	5,47	16	6,52
4	14,74	17	4,77
5	6,58	18	8,74
6	5,31	19	9,84
7	7,89	20	8,64
8	9,78	21	12,58
9	17,58*	22	2,79
10	2,79	23	6,09
11	3,29	24	7,98
12	3,63	25	5,32
13	1,32		

9. gözlem için $T^2 = 17,58 > \ddot{U}KS$ olduğundan bu gözlem kontrol dışı bir gözlem olup veri grubundan çıkarılır ve geriye kalan 24 gözlem için korelasyon matrisi tekrar oluşturularak önceki veri kümesi (HDS) elde edilmeye çalışılır. Bu 24 gözlem için korelasyon matrisi Çizelge 6.4 de gösterilmiştir.

Çizelge 6.4. Kontrol dışı gözlemin atılması sonucu elde edilen korelasyon matrisi

	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8
t_1	1	0,051	0,807	0,899	0,808	-0,141	0,805	0,021
t_2	0,051	1	0,342	0,259	0,034	0,662	0,087	0,799
t_3	0,807	0,342	1	0,717	0,506	0,204	0,596	0,320
t_4	0,899	0,259	0,717	1	0,838	-0,225	0,780	0,027
t_5	0,808	0,034	0,506	0,838	1	-0,228	0,922	-0,037
t_6	-0,141	0,662	0,204	-0,225	-0,228	1	-0,096	0,893
t_7	0,805	0,087	0,596	0,780	0,922	-0,096	1	0,086
t_8	0,021	0,799	0,320	0,027	-0,037	0,893	0,086	1

Kontrol dışı gözlem atılmadan önce ve atıldıktan sonra elde edilen korelasyon matrisleri incelendiğinde t_1 ve t_3 arasındaki korelasyonun 0,584 den 0,807 ye yükseldiği görülmektedir.

Yeni T^2 değerleri Çizelge 6.5 de gösterilmiştir.

Çizelge 6.5: Yeni T^2 değerleri

Gözlem no	T^2 değeri	Gözlem no	T^2 değeri
1	16,07	14	9,84
2	9,62	15	7,55
3	5,41	16	7,49
4	14,09	17	6,62
5	6,56	18	8,75
6	5,43	19	9,66
7	7,89	20	10,62
8	9,34	21	12,62
10	5,26	22	3,26
11	3,21	23	6,79
12	3,53	24	7,76
13	1,22	25	5,44

24 gözlem için

$$\ddot{U}KS = \frac{23^2}{24}.B_{0,001;4,8} = 17,00$$

olup tüm gözlemler için $T^2 < \ddot{U}KS$ olduğundan elde edilen bu 24 gözlem önceki veri kümesi (HDS) olarak adlandırılır.

6.2.2. Parametrelerin Bilinmesi Durumunda Kontrol Dışı Gözlemlerin Temizlenmesi

Örneklem verilerinin bilinen ortalama vektörlü ve kovaryans matrisli çok değişkenli normal dağılımdan alındığını varsayalım. Bu durumda $X' = (x_1, x_2, \ldots, x_p)$ gözlem vektörü için T^2 test istatistiği

$$T^2 = (X - \mu)'\Sigma^{-1}(X - \mu) \qquad (6.10)$$

eşitliği ile verilir. Üst kontrol sınırı

$$\ddot{U}KS = \chi^2_{(\alpha,p)} \tag{6.11}$$

dır ve üst kontrol sınırını aşan T^2 değeri veri grubundan atılır.

(6.9) ve (6.10) arasındaki temel farklılık, T^2 istatistiğine uyan üst kontrol sınırıdır. Parametreler biliniyorken Ki-kare dağılımı, bilinmiyorken Beta dağılımı kullanılır. Büyük n değerleri için Beta dağılımını kullanarak hesaplanan üst kontrol sınırı ($\ddot{U}KS_B$), Ki-kare dağılımını kullanarak hesaplan üst kontrol sınırı ($\ddot{U}KS_C$) ye yakınsar. Bu Çizelge 6.6 da $\alpha = 0,01$ iken n ve p nin çeşitli değerleri için gösterilmiştir.

Çizelge 6.6. $\alpha = 0,01$ iken $\ddot{U}KS_B$ nın değerleri

	n										
p	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	∞
2	8,55	8,88	8,99	9,04	9,08	9,10	9,12	9,13	9,14	9,14	9,21
6	15,00	15,90	16,21	16,36	16,45	16,51	16,55	16,58	16,61	16,63	16,81
30	39,27	45,39	47,27	48,19	48,74	49,10	49,36	49,55	49,70	49,82	50,89

Çizelge 6.6 yardımıyla $p = 2$ ve $n = 50$ gibi küçük n ve p değerleri için $\ddot{U}KS_B$ yerine $\ddot{U}KS_C$ nin kullanılması HDS' deki kontrol dışı gözlemlerin kabul bölgesini arttırır. Çünkü $n = \infty$ da her zaman $\ddot{U}KS_C$, $\ddot{U}KS_B$ yi aşar. $p = 30$ gibi büyük p değerleri için n 500 geçmeli ki $\ddot{U}KS_C$ kullanılabilsin.

6.3. II.Aşama T^2 İstatistiğinin Grafiklendirilmesi

II.aşamada T^2 istatistiğinin grafiklendirilmesini μ ve Σ parametrelerinin bilinmesi veya bilinmemesi durumlarında ele alacağız.

6.3.1. Bilinmeyen Parametrelerle T^2 Grafiği

Gözlem vektörlerinin bağımsız, normal dağılım parametrelerinin bilinmediği ve tahmin edildiği durumu ele alalım. Prosesin $X' = (x_1, x_2, \ldots, x_p)$ gözlem vektörü tarafından kontrol edildiğini varsayalım. X ile verilen T^2 değeri

$$T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X}) \tag{6.12}$$

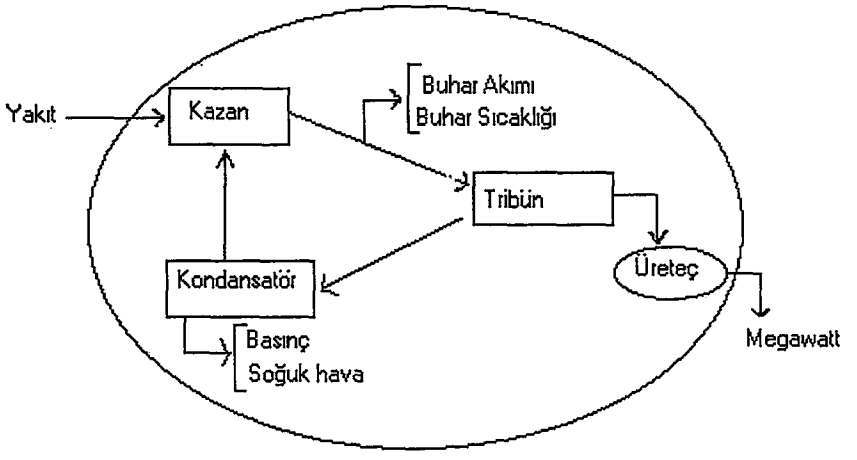
şeklinde olup $\bar{X}$ ve S I.aşamada bulunan HDS' den tahmin edilir. (6.12) ile verilen T^2 istatistiği F dağılımına sahip olup verilen α için üst kontrol sınırı, n HDS' nin büyüklüğü olmak üzere,

$$ÜKS = \left[\frac{p(n+1)(n-1)}{n(n-p)} \right] F_{(\alpha; p, n-p)} \tag{6.13}$$

şeklindedir.

(6.12) ve (6.13) yardımıyla yeni gözlemler (HDS' den farklı ve daha sonra elde edilmiş gözlemler) grafiklendirilir. Hesaplanan T^2 değerleri ÜKS' yi aşarsa gözlemlerin ana veri kümesi ile uyumlu olmadığı sonucuna varırız.

Örnek 6.2. Bir buhar tribününü ele alalım. Kazandaki buharı üretmek için yakıt kullanılır. Yüksek basınçlı buhar jeneratör ile bağlantılı olan tribünü döndürür ve megawaat-saat olarak elektrik üretilir. Tribündeki düşük basınçlı buhar kondansatöre taşınır burada düşük basınçlı buhar kazana pompalanmak üzere sıvıya dönüştürülür. Kazanda, sıvı suyu yüksek basınçlı buhara dönüştürmek için ısı kullanılır (Mason and Young, 2002)



Şekil 6.3. Buhar tribün sistemi

Bir buhar tribün sisteminden alınan 28 ana veri gözlemi Çizelge 6.7 de gösterilmiştir. Ölçümler yakıt kullanımı (Yakıt), üretilen buhar miktarı (Buhar Akımı), buhar sıcaklığı, tribünün megawatt-saat üretimi (MW), soğuk hava, basınç olarak ölçülmüştür.

Bu veriler yardımıyla ortalama vektörü ve kovaryans matrisinin tahminleri

$$\bar{X} = (237596 \quad 179016 \quad 846{,}393 \quad 20{,}647 \quad 53{,}871 \quad 29{,}139)'$$

$$S = \begin{bmatrix} 5{,}25.10^{-7} & 2{,}76.10^{-7} & -11749{,}5 & 3313{,}42 & -408{,}673 & -169{,}391 \\ 2{,}76.10^{-7} & 1{,}91.10^{-7} & -8112{,}06 & 2302{,}14 & -203{,}795 & -115{,}969 \\ -11749{,}5 & -8112{,}06 & 8{,}6918 & -0{,}93735 & 0{,}152381 & 0{,}0321143 \\ 3313{,}42 & 2302{,}14 & -0{,}93735 & 0{,}285332 & -0{,}02312 & -0{,}0134 \\ -408{,}673 & -203{,}795 & 0{,}152381 & -0{,}02312 & 0{,}043598 & 0{,}003757 \\ -169{,}391 & -115{,}969 & 0{,}032143 & -0{,}0134 & 0{,}003757 & 0{,}002474 \end{bmatrix}$$

olarak bulunur.

Çizelge 6.7. I.Aşama buhar tribün verileri

Gözlem	Yakıt	Buhar	Buhar	MW	Soğuk	Basınç
1	232666	178753	850	20,53	54,1	29,2
2	237813	177645	847	20,55	54,2	29,2
3	240825	177817	848	20,55	54,0	29,2
4	240244	178839	850	20,57	53,9	29,1
5	239042	177817	849	20,57	53,9	29,2
6	239436	177903	850	20,59	54,0	29,1
7	234428	177903	848	20,57	53,9	29,2
8	232319	177990	848	20,55	53,7	29,1
9	233370	177903	848	20,48	53,6	29,1
10	237221	178076	850	20,49	53,9	29,1
11	238416	177817	848	20,55	53,9	29,1
12	235607	177817	848	20,55	53,8	29,1
13	241423	177903	847	20,55	53,7	29,1
14	233353	177731	849	20,53	53,6	29,1
15	231324	178753	846	20,64	53,9	29,1
16	243930	187378	844	21,67	53,9	29,1
17	252550	187287	843	21,65	54,2	29,1
18	251166	187745	842	21,67	53,7	29,1
19	252597	188770	841	21,78	53,4	29,1
20	243360	179868	842	20,66	53,7	29,1
21	238771	181389	843	20,81	53,9	29,1
22	239777	181411	841	20,88	54,0	29,1
23	219664	167330	850	19,08	54,1	29,2
24	228634	176137	846	20,64	54,0	29,2
25	231514	176029	843	20,24	53,8	29,2
26	235024	176115	846	20,22	53,6	29,2
27	239413	176115	845	20,31	53,7	29,2
28	228795	176201	847	20,24	54,3	29,2

Bu veriler yardımıyla üst kontrol sınırı

$$\ddot{U}KS = \frac{6.29.27}{28.(28-6)}.F_{0,001;6,28-6} = 43,91$$

olarak hesaplanır. Çizelge 6.8 deki veriler göz önünde bulundurularak yeni 16 gözlem ve (6.12) ile verilen T^2 değerleri Çizelge 6.8 de verilmiştir.

Çizelge 6.8. II.Aşama buhar tribün verileri

Gözlem no	Yakıt	Buhar Akımı	Buhar sıcaklığı	MW	Soğuk Hava	Basınç	T^2
1	234953	181678	843	20,84	54,5	29,0	35,00
2	247080	189354	844	20,86	54,4	28,9	167,98*
3	238323	184419	845	21,10	54,5	28,9	56,82*
4	248801	189169	843	22,18	54,5	28,9	69,48*
5	246525	185511	842	21,21	54,6	28,9	65,91*
6	233215	180409	845	20,75	54,5	29,0	32,56
7	233955	181323	842	20,82	54,6	29,0	43,91
8	238693	181346	844	20,92	54,8	29,0	49,33*
9	248048	185307	844	21,15	54,6	29,0	39,96
10	233074	181411	844	20,93	54,5	29,0	34,46
11	242833	186216	844	21,59	54,4	29,0	25,51
12	243950	182147	844	21,37	54,2	29,0	41,03
13	238739	183349	844	21,01	54,3	29,0	23,28
14	251963	1888012	850	21,68	54,4	29,0	29,33
15	240058	183372	846	21,15	54,2	29,0	16,40
16	235376	182436	844	20,99	54,3	29,0	24,10

2., 3., 4., 5. ve 8. gözlemler üst kontrol sınırını aştığından yeni bu gözlemler önceki veri kümesine (HDS) uymamaktadır.

6.3.2. Bilinen Parametrelerle T^2 Grafiği

Çok değişkenli normal dağılımın parametreleri biliniyor ise, II.aşama işlemlerindeki bir $X' = \left(x_1, x_2, \ldots, x_p\right)$ gözlem vektörü için T^2 değeri

$$T^2 = (X - \mu)' \Sigma^{-1} (X - \mu) \tag{6.14}$$

ile hesaplanır. T^2 istatistiğini açıklamak için kullanılan olasılık fonksiyonu I.aşamada HDS' yi oluştururken kontrol dışı gözlemlerin temizlenmesinde kullanılan Ki-kare dağılımı ile aynıdır. Verilen bir α için üst kontrol sınırı

$$\ddot{U}KS = \chi^2_{(\alpha,p)} \tag{6.15}$$

ile hesaplanır. Bu durumda, kontrol sınırı HDS' nin büyüklüğünden bağımsızdır.

Tek değişkenli kontrol prosedüründe genellikle ortalamadaki değişim için $\bar{X}$ grafiği ve değişkenlikteki değişim için R grafiği kullanılarak kontrol çalışmaları yapılmaktaydı. Her iki grafikte sinyal ortaya çıktığında önceki verilerde bir sapmanın olduğunu ve prosesin değiştiğini söyleyebiliyorken çok değişkenli kalite kontrolde durum daha karmaşıktır. Genel anlamda T^2 istatistiği kontrol bölgesinin dışına düşerse bir sinyal ortaya çıkacaktır fakat (değişkenler ilişkili ise) değişkenler arsındaki ilişki de sinyale neden olabileceğinden sinyali belirlemek zorlaşır.

Çok değişkenli kalite kontrolde bir sinyali yorumlama problemi için pek çok çözüm üretilmiştir. Biz burada Mason-Young-Tracy (MYT) ayrıştırma metodunu kullanarak sinyalin kaynağını bulacağız.

6.4. MYT Ayrışımı

T^2 istatistiğini p bağımsız bileşene ayrıştırmanın pek çok yolu vardır. MYT ayrışımı bu yöntemlerden bir tanesidir.

$X' = \left(x_1, x_2, \ldots, x_p\right)$ gözlem vektörü için T^2 istatistiği

$$T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X}) \tag{6.16}$$

olarak yazılabilir.

$X^{(p-1)'} = \left(x_1, x_2, \ldots, x_{p-1}\right)$ ve $\bar{X}^{(p-1)}$ bu $(p-1)$ boyutlu vektörün ortalaması olmak üzere $(X - \bar{X})$ vektörünü

$$(X - \bar{X})' = \left[\left(X^{(p-1)} - \bar{X}^{(p-1)}\right), (x_p - \bar{x}_p)\right]' \tag{6.17}$$

olarak parçalayalım. Benzer şekilde S_{xx} ilk $(p-1)$ değişken için kovaryans matrisi, s_p^2 x_p nin varyansı, s_{xX} x_p ve geri kalan $(p-1)$ değişken arasındaki kovaryansı içeren $(p-1)$ boyutlu vektör olmak üzere S matrisini

$$S = \begin{bmatrix} S_{XX} & s_{xX} \\ s'_{xX} & s_p^2 \end{bmatrix} . \tag{6.18}$$

olarak parçalayalım. Bu durumda (6.16) de verilen T^2 istatistiğini

$$T^2 = T^2_{p-1} + T^2_{p.1,2,\ldots,p-1} \tag{6.19}$$

olacak şekilde iki bağımsız terime parçalayabiliriz. (6.19) de verilen ilk terim

$$T^2_{p-1} = \left(X^{(p-1)} - \bar{X}^{(p-1)}\right)' S^{-1}_{XX} \left(X^{(p-1)} - \bar{X}^{(p-1)}\right) \tag{6.20}$$

olup ilk $(p-1)$ değişkeni kullanır ve kendi başına bir T^2 istatistiğidir. (6.19) de verilen ikinci terim ise $(x_1, x_2, \ldots, x_{p-1})$ verilmişken x_p nin koşullu dağılımının standart sapma ve ortalamasının tahminleri tarafından düzeltilen X vektörünün p-inci bileşenin karesidir. Bunu şu şekilde gösterebiliriz; $B'_p = S'_{XX} s_{xX}$, x_p nin $x_1, x_2, \ldots, x_{p-1}$ $(p-1)$ değişkeni üzerindeki regresyon katsayılarının $(p-1)$ vektör tahmini ve

$$\bar{x}_{p.1,2,\ldots,p-1} = \bar{x}_p + B'_p \left(X^{(p-1)} - \bar{X}^{(p-1)}\right) \tag{6.21}$$

olmak üzere

$$T^2_{p.1,2,\ldots,p-1} = \frac{(x_p - \bar{x}_{p.1,2,\ldots,p-1})^2}{s^2_{p.1,2,\ldots,p-1}} \tag{6.22}$$

dır. Koşullu varyansın tahmini ise

$$s^2_{p.1,2,\ldots,p-1} = s_p^2 - s'_{xX} S^{-1}_{XX} s_{xX} \tag{6.23}$$

ile verilir.

(6.19) in ilk terimi bir T^2 istatistiği olduğundan benzer şekilde iki ortagonal terime ayrılabilir;

$$T^2_{p-1} = T^2_{p-2} + T^2_{p-1.1,2,\ldots,p-2} \tag{6.24}$$

T^2 istatistiğinin mümkün olan MYT ayrışımlarının tekrarlanması sonucunda

$$T^2 = T^2_1 + T^2_{2.1} + T^2_{3.1,2} + \ldots + T^2_{p.1,2,\ldots,p-1} \tag{6.25}$$

elde edilir. (6.25) deki ilk terim X vektörünün birinci değişkeni için tek değişkenli t istatistiğinin karesidir.

$$T^2_1 = \frac{(x_1 - \bar{x}_1)^2}{s^2_1} \tag{6.26}$$

dır. Bu terimin değeri bir koşullu dağılıma dayanmadığından bu terime koşulsuz terim, diğerlerine koşullu terim denir.

6.4.1. Ayrışım Terimlerinin Hesaplanması

MYT ayrışımının terimlerini hesaplama yollarından birisi şu şekildedir: (6.19) de verilen T^2 istatistiğinin ilk teriminin $X'_{(p-1)} = (x_1, x_2, \ldots, x_{p-1})$ alt vektörünün T^2 değerine uyduğunu biliyoruz. Bu durumda

$$T^2_{(x_1,x_2,\ldots,x_{p-1})} = T^2_1 + T^2_{2.1} + T^2_{3.1,2} + \ldots + T^2_{p-1.1,2,\ldots,p-2} \tag{6.27}$$

yazabiliriz. Benzer şekilde bu açılımın ilk $(p-2)$ terimi $X'_{(p-2)}=(x_1,x_2,\ldots,x_{p-2})$ alt vektörünün T^2 değerine uyar,

$$T^2_{(x_1,x_2,\ldots,x_{p-2})}=T^2_1+T^2_{2.1}+T^2_{3.1,2}+\ldots+T^2_{p-2.1,2,\ldots,p-3}. \tag{6.28}$$

Bu şekilde devam edilerek orijinal X vektörünün tüm alt vektörleri için T^2 değerleri hesaplanabilir. $X_{(1)}=(x_1)$ ilk bileşeni içeren son alt vektör (6.26) da verilen koşulsuz T^2 terimini hesaplamada kullanılır, $T^2_{(x_1)}=T^2_1$.

Tüm T^2 değerleri, $T^2_{(x_1,x_2,\ldots,x_p)},T^2_{(x_1,x_2,\ldots,x_{p-1})},\ldots,T^2_{(x_1)}$

$$T^2_{(x_1,x_2,\ldots,x_j)}=\left(X^{(j)}-\bar{X}^{(j)}\right)' S^{-1}_{jj}\left(X^{(j)}-\bar{X}^{(j)}\right) \tag{6.29}$$

genel formülü kullanılarak hesaplanır. Burada $X^{(j)}$ uygun alt vektör, $\bar{X}^{(j)}$ bu vektörün ortalaması ve S_{jj} (6.18) de verilen S matrisinin kullanılmayan tüm satır ve sütunlarının silinmesiyle elde edilen alt kovaryans matrisini göstermektedir. Bu durumda, MYT ayrışımının terimleri

$$\begin{aligned}
&T^2_{p.1,2,\ldots,p-1}=T^2_{(x_1,x_2,\ldots x_p)}-T^2_{(x_1,x_2,\ldots x_{p-1})}\\
&T^2_{p-1.1,2,\ldots,p-2}=T^2_{(x_1,x_2,\ldots x_{p-1})}-T^2_{(x_1,x_2,\ldots x_{p-2})}\\
&\vdots\\
&T^2_{2.1}=T^2_{(x_1,x_2)}-T^2_1\\
&T^2_1=\frac{(x_1-\bar{x}_1)^2}{s^2_1}
\end{aligned} \tag{6.30}$$

şeklinde hesaplanır.

6.4.2. MYT Ayrışımının Özellikleri

1) T^2 istatistiğinin parçalanması tek türlü değildir. $(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ vektörünün bileşenlerinin $p!$ permütasyonu olduğundan T^2 değerini $p!$ farklı şekilde parçalayabiliriz. Örneğin, $p=3$ için T^2 değerinin $3!=6$ ayrışımı vardır. Bunlar şu şekildedir.

$$\begin{aligned} T^2 &= T_1^2 + T_{2.1}^2 + T_{3.1,2}^2 \\ &= T_1^2 + T_{3.1}^2 + T_{2.1,3}^2 \\ &= T_2^2 + T_{3.2}^2 + T_{1.2,3}^2 \\ &= T_2^2 + T_{1.2}^2 + T_{3.1,2}^2 \\ &= T_3^2 + T_{1.3}^2 + T_{2.1,3}^2 \\ &= T_3^2 + T_{2.3}^2 + T_{1.2,3}^2 \end{aligned} \qquad (6.31)$$

Böylece T^2 istatistiği farklı açılardan değerlendirilebilir.

2) Ayrıştırmadan önce terimler bağımsız olmamasına rağmen her hangi bir ayrışımdaki p terim birbirinden bağımsızdır. Her bir parçalanmadaki p terim ve $p!$ parçalanmayla birlikte, sinyal veren bir T^2 istatistiğini toplam MYT ayrıştırmasını hesaplamada $(pxp!)$ terim vardır.

3) Parçalanmalar tek türlü olmadığından belirli bir terim birden fazla bulunacaktır. Genel olarak, mümkün olan ayrışımlar arasında $p2^{(p-1)}$ farklı terim vardır. Bu farklı terimler T^2 sinyaline olası katkı için test edilmesi gerekenlerdir.

4) MYT ayrışımında $p\left(2^{p-1}-1\right)$ farklı koşullu terim vardır.

6.4.3. Sinyal Veren Değişkenlerin Belirlenmesi

Sinyale katkıda bulunan vektör bileşenlerinin bulunması, sinyal veren gözlem vektörünün MYT ayrışımının her bir teriminin kendi kritik değeri ile karşılaştırılması ile mümkündür.

p değişkenli durumda koşulsuz terimler

$$T_j^2 \sim \left(\frac{n+1}{n}\right) F_{(1,n-1)} \tag{6.32}$$

ve k koşullu terim sayısı olmak üzere koşullu terimler

$$T_{j.1,2,\ldots,j-1}^2 \sim \left[\frac{(n+1)(n-1)}{n(n-k-1)}\right] F_{(1,n-k-1)} \tag{6.33}$$

şeklindedir. Bu dağılımlar yardımıyla belli bir α ve önceki veri kümesinin (HDS) büyüklüğü n için kritik değer

$$\begin{aligned} &\textit{Koşulsuz Terimler}: \; KD = \left(\frac{n+1}{n}\right) F_{(\alpha;1,n-1)} \\ &\textit{Koşullu Terimler}: \; KD = \left[\frac{(n+1)(n-1)}{n(n-k-1)}\right] F_{(\alpha;1,n-k-1)} \end{aligned} \tag{6.34}$$

şeklinde olup ayrışımın her bir terimi kendi kritik değeri ile karşılaştırılır ve belli bir sonuca varılır. Örneğin, T_j^2 koşulsuz teriminin ve j-inci bileşeni içeren diğer tüm koşullu terimlerin kendi kritik değerleri ile karşılaştırıldığında sinyale katkıda bulunduğunu varsayalım. Tüm bu terimlerde ortak olan x_j noktasında bir problem olduğunu söyleyebiliriz. Fakat koşullu terimler x_j değişkeni ile birlikte diğer bazı değişkenleri de içerdiğinden x_j sinyal verme nedeninin diğer bazı terimlerden de kaynaklandığını düşünebiliriz. Bu nedenle ayrışımdaki sinyali neyin ürettiğini daha detaylı incelemek gerekmektedir.

6.4.4. Bir T^2 Bileşenindeki Sinyalin Yorumu

Sinyal veren bir gözlemle T^2 istatistiğinin ayrışımından elde edilen p koşulsuz terimden birini ele alalım,

$$T_j^2 = \frac{(x_j - \bar{x}_j)^2}{s_j^2}, \; j = 1,2,\ldots,p. \tag{6.35}$$

Kontrolün devam edebilmesi için bu bileşenin KD den küçük olması gerekir,

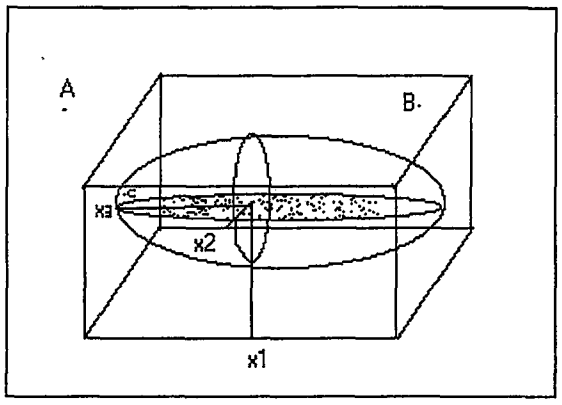
$$T_j^2 < \left(\frac{n+1}{n}\right) F_{(\alpha;1,n-1)}. \tag{6.36}$$

$t_{(\alpha/2,n-1)} = \sqrt{F_{(\alpha;1,n-1)}}$ olduğundan bu T_j ifadesini

$$\bar{x}_j - \sqrt{\frac{(n+1)}{n}} t_{(\alpha/2,n-1)} s_j < T_j < \bar{x}_j + \sqrt{\frac{(n+1)}{n}} t_{(\alpha/2,n-1)} s_j \tag{6.37}$$

aralığı ile belirtebiliriz.

(6.37) deki kontrol sınırları p değişkenin her biri için oluşturulur ve p-boyutlu uzayda grafiklendirilirse hiperdikdörtgensel kutu elde edilir. Fakat, T^2 istatistiğine dayalı pek çok kontrol bölgesi kutu içerisine yerleştirilmiş hiperelipstir. Çoğu durumda ise elips kutu içerisine uymaz. Şekil 6.4 de $p = 3$ için bu durumu gösterelim.



Şekil 6.4. Kutu içerisindeki elipsoid (Mason and Young, 2002)

Dikdörtgensel kutu (6.37) yardımıyla hesaplanan her bir değişken üzerindeki kontrol sınırlarını göstermekte iken elipsoid tüm T^2 istatistiği için kontrol bölgesini göstermektedir.

Gözlem değerleri dört farklı şekilde gözlemlenir:

1) Gözlem değerleri eliptik bölgenin ve kontrol sınırlarının içinde ise: Proses kontrol altındadır, sinyal ortaya çıkmaz.

2) Gözlem değerleri eliptik bölgenin ve kontrol sınırlarının dışında ise: Koşulsuz terim T_j^2 üzerindeki sinyal, o terimin HDS ile belirlenen işlem aralığının dışında olduğu anlamına gelir. Yani, j-inci değişken üzerindeki gözlem HDS tarafından belirlendikten sonra değişmiştir. Bu nedenle tüm koşulsuz terimlerle belirlenen kontrol sınırı ile tanımlı hiperdikdörtgensel kutunun dışına düşecektir. (Şekil 6.4 deki A noktası)

3) Gözlem değeri eliptik bölgenin içinde, kontrol sınırlarının dışında ise: Koşulsuz terim sinyal ürettiğinde o terim üzerindeki gözlem izin verilen gözlem aralığının dışındadır fakat eliptik bölgenin içinde olduğundan bu nokta için tüm T^2 değeri sinyal vermez. (Şekil 6.4 de C noktası)

4) Gözlem değeri eliptik bölgenin dışında, kontrol sınırları içinde ise: Bu durumda proses sinyal verecektir. Gözlem değeri kontrol sınırları

içerisinde olduğundan (T_j^2 sinyal vermeyecek) sinyalin sebebini belirleyebilmek için koşullu terimlerin incelenmesi gerekir.

$$T^2_{j.1,2,\ldots,j-1} = \frac{(x_j - \bar{x}_{j.1,2,\ldots,j-1})^2}{s^2_{j.1,2,\ldots,j-1}} \tag{6.38}$$

ile verilen genel koşullu terimini ele alalım. (6.38) deki değer üst kontrol sınırından küçükse

$$T^2_{j.1,2,\ldots,j-1} < \left[\frac{(n+1)(n-1)}{n(n-k-1)}\right] F_{(\alpha;1,n-1)} \tag{6.39}$$

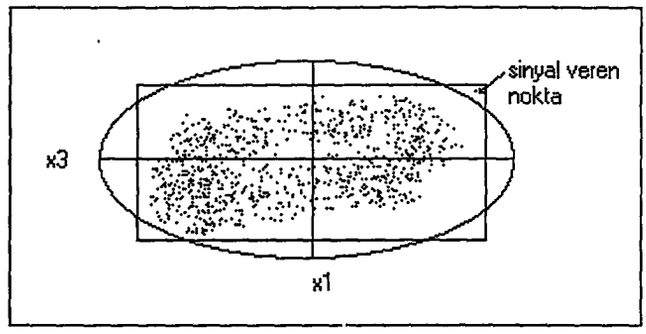
$X' = (x_1, x_2, \ldots, x_j, \ldots, x_p)$ gözlem vektöründen x_j bileşeni $x_1, x_2, \ldots, x_{j-1}$ verilmişken x_j nin koşullu dağılımda içerilir ve eliptik kontrol bölgesinin içerisine düşer.

x_j, $x_1, x_2, \ldots, x_{j-1}$ verildiğinde x_j nin koşullu dağılımda bulunmadığı durumda (6.38) de verilen terimde sinyal oluşur,

$$T^2_{j.1,2,\ldots,j-1} > \left[\frac{(n+1)(n-1)}{n(n-k-1)}\right] F_{(\alpha;1,n-1)} \tag{6.40}$$

Bunun anlamı $x_1, x_2, \ldots, x_j$ değişkenleri içinde ve arasındaki ilişkide yanlış bir şeylerin olduğudur. Örneğin; $T^2_{j.1,2,\ldots,j-1}$ deki bir sinyal, x_j ve diğer değişkenler arasındaki ilişkinin önceki veride gözlenen ilişkiye ters olduğu şeklinde yorumlanabilir.

Bunu göstermek için Şekil 6.4 ün kontrol bölgesinin Şekil 6.5 de gösterilen x_1, x_3 uzayına izini ele alalım.



Şekil 6.5. x_1 ve x_3 için kontrol bölgesinin izi

Şekil 6.4 de sinyale neden olan B noktası Şekil 6.5 de gösterilmiştir. Bu nokta x_1 ve x_3 ün işlem aralığında fakat T^2 kontrol bölgesinin dışındadır. Bu nedenle T_1^2 ve T_3^2 terimleri sinyal vermez fakat $T_{1.3}^2$ ve $T_{3.1}^2$ terimleri sinyal verir.

6.5. Çok Değişkenli EWMA (MEWMA) Kontrol Grafiği

Hotelling T^2 grafikleri, Shewhart tipi kontrol grafikleridir. Yani sadece şu anki örneklemi kullanırlar ve küçük değişimlere karşı duyarlı değillerdir. Bu nedenle küçük değişimlere karşı çok değişkenli CUSUM ve EWMA grafikleri geliştirilmiştir.

Çok değişkenli durumda EWMA istatistiği, $W_0 = 0$ olmak üzere

$$W_i = \Lambda X_i + (I - \Lambda) W_{i-1} \quad i = 1,2,\ldots \tag{6.41}$$

ile tanımlanır. p değişken sayısı olmak üzere

$$\Lambda = diag(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p)\ ,\ 0 \le \lambda_i \le 1 \quad i = 1,2,\ldots,p \tag{6.42}$$

ve W_i ile X_i $(px1)$ tipinde birer vektördür.

Σ, her bir değişkenin standartlaştırılması ile elde edilen birim matris olmak üzere W_i istatistiğinin kovaryans matrisi $\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_p = \lambda$ olması durumunda

$$\Sigma_{W_i} = \frac{\lambda}{2-\lambda}\left[1-(1-\lambda)^{2i}\right]\Sigma \tag{6.43}$$

şeklindedir.

$$T_i^2 = W_i' \Sigma_{W_i}^{-1} W_i \tag{6.44}$$

değeri üst kontrol sınırı H' ye göre karşılaştırılarak proses kontrol edilir. H, kontrol durumunda OAU' yu verecek şekilde seçilen bir değerdir.

6.6. Çok Değişkenli CUSUM (MCUSUM) Kontrol Grafiği

İyi OAU performansı verecek şekilde MCUSUM grafiklerinden birisi şu şekildedir;

Her biri kontrol edilecek p kalite karakteristiğini temsil etmek üzere $X_1, X_2, X_3, \ldots$ ($px1$) tipinde vektörler olsun. Bu rasgele vektörlerin bilinen Σ kovaryans matrisli ve sırasıyla μ_i $i = 1,2,\ldots$ ortalama vektörlü normal dağılıma sahip olduğunu varsayalım. Genelliği kaybetmeksizin kontrol durumunda ortalama vektörünün $\mu_0 = (0,0,\ldots,0)'$ olduğunu ve Σ nın bilinmemesi durumunda kontrol durumundaki verilerden tahmin edildiğini varsayalım.

$$C_t = \sum_{i=t-n_t+1}^{t} (X_i - \mu_0) \tag{6.45}$$

$$\|C_t\| = \sqrt{C_t' \Sigma^{-1} C_t} \tag{6.46}$$

ve k referans değeri, n_t alt grup büyüklüğü

$$n_t = \begin{cases} n_{t-1}+1 \text{ , } MC_{t-1} > 0 \\ 1 \quad \text{ , } diğer\ durumlarda \end{cases} \tag{6.47}$$

olmak üzere

$$MC_t = maks\left\{\left\|C_t\right\| - kn_t, 0\right\} \tag{6.48}$$

istatistiği grafiklendirilir. MC_t karar aralığı h yi aşarsa, $MC_t > h$, $h > 0$, kontrol dışı sinyal oluşur.

7. UYGULAMA

Uygulama bir fabrikanın iplik üretim bölümünde gerçekleştirilmiştir. Elyaftan iplik elde edilmesi belirli aşamalar sonunda gerçekleşir.Genel bir fikir vermesi amacı ile bunları şu şekilde özetleyebiliriz.

Elyaf, tekstil hammaddesi olarak kullanılan liflerdir. Doğada 2000 elyaf çeşiti bulunmakla birlikte bunlardan 50 tanesi tekstile uygundur. Genel olarak elyafta bulunan özellikler eğrilebilirlik, boyanabilme, ısı iletkenliği, parlaklık, ekonomiklik, koruyuculuk, biyolojik dayanıklılık, kimyasal dayanıklılık, yumuşaklık, incelik, uzunluk, renk, kalite gibi özellikler olmakla birlikte tekstilde kullanılabilecek elyaflarda bulunması gereken özellikleri şu şekilde özetleyebiliriz:

a) Elyafın uzunluğu çapının 100-200 katı ve eğrilebilmesi için en az 50 mm olmalıdır.

b) Eğirme ve dokunabilme işlemlerine dayanabilmesi için belli ölçüde mukavemet ve elastikiyete sahip olması gerekir.

c) İplik yapılabilmesi için kıvrımlı ve dalgalı olmalıdır.

d) Doğada bol miktarda bulunmalıdır.

Elyaftan ipliğin elde edilmesi belirli aşamalar sonucunda gerçekleşir. İplik tabii, suni ve sentetik elyafların belirli temizleme, tarama, paralelleştirme işlemlerinden geçirilip birbiri ile bükülmesinden meydana gelir. Elyaf Balya Açma, Mikser, ERM, Tarak, CER, Fitil, Vater, Bobin dairelerinden geçtikten sonra iplik haline dönüşür.Bu aşamaların gerçekleştiği atölyeler kaliteli iplik elde edilmesi amacı ile 20-25 derece sıcaklıkta ve %60-65 rutubettedir.

Balya Açma: Bu araçların görevi elyafları açmak, temizlemek ve karıştırmaktır. Böylece kirlilik oranı ve artık malzeme belirlenir. Karıştırılan elyaflar borular yardımıyla bir sonraki araç olan miksere yollanır. Bu borularda mıknatıs ve yangın dedektörü vardır. Yangına sebep olabilecek maddeler yangını önleyen makinelere yollanır. Mıknatıs, elyaf içerisindeki metal nesneler mıknatıs yardımıyla temizlenir.

Mikser: Balya açıcıdan gelen elyafla beslenir. Burada elyafın harmanlanması, temizlenmesi ve açılması işlemleri yapılır. Mikser makinesinin içerisinde fotosel

vardır. Yani, mikserin depolama bölümündeki elyafın seviyesi yükseldikçe basınç da yükselir ve basınç maksimum noktaya ulaştığı anda beslenme otomatik olarak kesilir.

ERM: İnce açıcı olarak da bilinir.Elyafa hassas açma ve temizleme işlemleri uygulanır. ERM ye gelen elyaflar lamellere çarptırılarak yabancı maddeleri belirlenir, diğer elyaflar ise alt kata yollanarak burada tutamları parçalanır. Bu parçalanma liflere zarar verilmeden gerçekleştirilir.

Balya açma, mikser, ERM araçlarındaki işlemlerin tamamına harman-hallaç dairesi denir. Harman-hallaç dairesi iplik üretimine hazırlığın ilk safhasıdır.

Tarak: Burada elyaf açılarak tek bir lif haline gelinceye kadar taranır. Yabancı maddeler, kısa elyaflar, neps'ler (elyaf düğümlenmesi) atılır. Elyafa bir yön verilip, düzgün bir tülbent elde edilir. Elde edilen tülbent şerit halinde helezonik sarım yapılarak kovaya sarılır. Helezonik sarım yapılmasının amacı daha kolay işlenmesini sağlamaktır. Bundan sonraki tüm makinelerde helezonik sarım yapılır.

CER: Taraktan gelen şeritlerin düzgünsüzlüğünü giderme ve elyafı paralelleştirme dairesidir.Dublaj ve çekim yolu ile elyafın daha paralel hale gelmesi ve homojen bir şekilde karıştırılması sağlanır. Dublaj, birden fazla şeridin birleştirilip katlanma işlemidir. Böylece düzgünsüzlük giderilir. Çekim, şeritleri veya birleştirilmiş şeritleri inceltmek için yapılır. Böylece dublaj yapılırken birleştirilmiş olan şeritler tekrar eski kalınlığına getirilir.CER'lerde ayrıca taraklardan çıkan şeritlerde görünen farklı renkler de pasaj sayısı arttırılarak giderilir. Yani renk düzgünsüzlüğü giderilir. CER'den her geçişe bir pasaj denir.

Fitil Dairesi: Dublajı yapılıp düzgünsüzlüğü asgariye indirilmiş olan şeritler fitil dairesini besler. Burada çekim,büküm ve sarım işlemleri yapılır. Fitil dairesinde dört çekim silindiri vardır. Çekim silindirlerinin üzerinde ise baskı silindirleri (manşonlar) bulunur. Bu silindirler farklı hızlarda (yavaştan hızlıya doğru) çalışır. Fitil dairesinde yalancı büküm verilir. Bu bükümler vater makinesinde açılacağı için sağlam büküm verilmiyor.Şeritler hafif bir büküm verilip mukavemeti arttırılarak fitil makaralara konik şeklinde sarılır.Konikliğin amacı bir sonraki daire olan vaterde kolay işlenmesini sağlamaktır. Konik sarım; ilk olarak makaranın tamamı önce sarılıyor, ikinci sarım önceki sarımdan bir sıra önce (bir iplik önce) yapılıyor ve bu şekilde belirlenen sayıda sarım yapılarak makara sarılır.

Vater: Vater dairesi ipliğin son aşamasıdır. Burada da çekim,büküm ve sarım işlemleri yapılır. Büküm işlemi ön silindir ile kopça arasında olur. Ön silindirden incelenerek çıkan iplik iğin dönmesi ile meydana gelen kuvvet sonucu kopçanın bilezik etrafında dönmesi ile büküm alır. Vaterde kalıcı son büküm verilir. İplik sarılır. Buradaki sarım kurs sarımıdır. Yani masura üç kısımda sarılır.İlk olarak alt kısım sonra orta kısım ve son olarak da üst kısım sarılır.

Vaterde ipliğin içerisine (merkezine) lycra da karıştırılabilir. Bu tür ipliklere core-spun iplik denir.

Bobin Dairesi: Vaterden gelen kopsların bobin makinelerinde birleştirilmesi, iplik hatalarının belirlenen sınırlarda temizlenmesi, istenilen uzunlukta, ağırlıkta, yoğunlukta uygun bir patron rengine sarılmasıdır.

Mükemmel iplik edilmek istense de oluşabilecek hatalar vardır:

- Tarakta oluşabilecek en belirgin hata nepstir. Neps, elyaf düğümlenmesi olarak bilinir. Tarak dairesinde elyafın taranma işlemi birizör, ara tambur, şapka ve doffer üzerinde gerçekleşir. Birizörde iri, ara tamburda küçük, şapkada esnek ve dofferde uzun dişler vardır. Dişlerin amacı elyafı paralelleştirmektir. Birizörde elyaf tutamları küçültülerek tarama kısmına hazırlanır. Asıl tarama işlemi ara tambur ile şapka üzerinde gerçekleşir. Tarama gerçekleştikten sonra dofferde tülbent haline gelir. Buradan da şerit halinde kovaya sarılır. Dişler kırılmış ise elyaf taranmadan geçeceği için neps hatası oluşur.
- Fitilde oluşabilecek hatalar şeridin yırtılması, kopmasıdır. Fitilde oluşabilecek hatalara bir müdahale yapılamıyor ve şeritler vatere hatalı olarak gidiyor.
- Fitilde oluşan hatalara bir müdahale yapılamadığı için genel olarak hatalar vaterde gözlenir. Vaterde oluşabilen hatalar şu şekildedir;

  •Uçuntu, vater makinesinde ipliğin üzerine birikebilecek elyafları havalandırmak amacı ile üfleyiciler çalışmaktadır. Üfleyiciler tam olarak görev yapmazsa elyaf ipliğin üzerinde kalır. Buna uçuntu denir.

  •Üstübü, operatör hatası nedeni ile kırılan ipliğin veya başka ipliklerin masura üzerine dolanmasıdır.

•Şantuk ve Balık, fitilde kaslı silindirlerin yıpranması nedeni ile şeridi ezmemesi sonucunda ipliğin düzgünsüz olmasıdır.1-3 cm boyunda olan hatalara şantuk, 3-5 cm boyunda olan hatalara balık denir.

•Büküm dişlilerinde oluşabilecek hatalardan dolayı belirli inch'te olması beklenen büküm sayısı az yada çok olabilir.

•Vater dairesinde iplik içerisine eklenen lycranın büküm hatasından dolayı ipliğin merkezinde olmayıp üzerinde olması veya lycra ipliğinin kısa aralıklarla kopuk vaziyette görünümü de birer hata olarak karşımıza çıkar.

Bunların dışında oluşabilecek operatör hataları da olabilir. Fakat bu tür hatalar proses kontrol olarak ele alındığı için tolerans dışına çıkan ürüne direkt müdahele ediliyor.

Genel olarak iplikte en sık gözlenen hatalar neps, şantuk ve balık hatalarıdır. Fakat tüketiciler bu tür iplikler isteyebiliyorlar. Bu durumda bilinçli olarak bu tür iplikler üretiliyor.

Tezde kullanılan iplik 20/1 P/V 985+44DTEX LYCRA dır. Yani tek sarım %50 polyester-%50 viskon ,siyah,44DTEX elyaf uzunluklu, lycra (core-spun) ipliktir. İplikte kullanılan polyester, viskon ve lycra nın özellikleri şu şekildedir:

Polyester:

a) İncelik ve uzunluk:

i) dtex numarası: 0,6-44

ii) uzunluk mm: 38-200

iii) sunuluşu: Kesik elyaf, filament, kablo

b) Özellikleri: Önemini gittikçe arttıran bir tekstil lifi. Üniversal elyaf, hemen hemen her amaçla kullanılabilir pamuk, yün ve viskonla karıştırılarak değişik modifikasyonlar elde edilir. Değişik özellikler kazandırılır. Tipik özellikleri; temizleme kolaylığı, yüksek ıslak ve kuru mukavemet, sürtünme haslığı, kalıcı plise haslığı, kimyasallara dirençli, yumuşak tutumlu, ancak düşük rutubet emme ve statik elektrik yüklenme eğilimlidir.

c) Yanma:

i) Tutuşmadan önce: Ergir, damlar, büzülür.

ii) Alev altında: Alev alır.

iii) Alev çekilince: Yavaş yanmaya devam eder.

iv) Koku: Hoş kokulu

v) Kalıntı:Koyu renk toprak kalıntı.

d) Kullanıldığı yerler:

i) Tekstiller: Üst ve iç giyim, ev giysileri, dekorasyon kumaşları, dikiş ipliği, dolgu maddesi, tufting halı

ii) Teknik tekstiller: Kord, halat,ağ, koruyucu kumaşlar, branda kaplama taşıyıcısı, filtre, vatka, elektrik izolasyonu, kuvvetlendirici malzeme.

Viskon:

a) incelik ve uzunluk:

i) dtex numara:

Normal/Yüksek ıslak modüllü/Teknik tipler: 1,3/22

Polizonik: 1,3/3,6

ii) uzunluk (mm): 28-200

iii) Sunuluşu: Kesik elyaf, filament, kablo

b) Özellikleri: Miktar olarak önemli elyaf türlerindendir. Üretim yaklaşık olarak sabit, kullanım alanı sınırlıdır. Tipik özellikler; Diğer kimyasal liflere oranla daha yüksek rutubet alır, modifiye edilmemiş halde gevşek tutumlu, elastikiyeti düşük ıslak modül, yüksek şişme özelliği (yıkama boyut değişimi). Boyamaya ve baskıya çok uygundur. %100 veya diğer elyaf türleri ile karıştırılarak işlenebilir.

c) Yanma:

i) Tutuşmadan önce: Ergimez

ii) Alev altında: Alev alır.

iii) Alev çekilince: Hızla yanmaya devam eder.

iv) Koku: Yanık kağıt koku

v) Kalıntı: Beyaz gri kül bırakır.

d) Kullanıldığı yerler:

i) Tekstiller: Üst ve iç giyim, ev çamaşırları, dekorasyon kumaşları, zemin kaplamları, nonwovenler, dikiş iplikler (sadece polizonik), vatka; viskon

filamentler, parlak olması istenen kumaş ve örgülerde, kumaşa parlaklık efekti vermek için ve krep (kırışık) kumaşlarda kullanılır. Astarlık kumaşların çoğu viskondur.

ii) Teknik tekstiller: kord, konveyör bezleri, kaplama taşıyıcıları.

Elestan (lycra):

a) İncelik ve uzunluk:

i) dtex uzunluk: 50-500

ii) uzunluk(mm): -

iii) sunuluşu: filament

b) Özellikleri: Sebest zaman ve spor giysileri, iç çamaşırları, çoraplar, plaj giysileri, yüksek elsatik uzama özelliği, iyi boyanabilirlik, ter, kimyasal ve yağlara karşı haslık, elestan filament iplikleri ile ayrıca kesik elyaf ile sarılarak eğrilebilir (core-spun) veya kesik elyaf iplikleri ile birlikte bükülebilir.

c) Yanma:

i) Tutuşmadan önce: Alev temasında aşırı büzülme.

ii) Alev altında: Alev alır.

iii) Alev çekilince: Yanmaya devam eder.

iv) Koku: Keskin ve hoş koku.

v) Kalıntı: Sert ve koyu renk kalıntı.

d) Kullanıldığı yerler:

i) Tekstiller: Üst giyim, özellikle elastik serbest zaman giysileri, iç çamaşırları,kadın çorapları, medikal koruyucu çoraplar, bandajlar, plaj giysileri, oto koltuk kılıfları

ii) Teknik tekstiller: Bilinmiyor.

Her gün öğleden önce ve öğleden sonra vater makinesinden alınan beş kops için numara kontrol, düzgünsüzlük, mukavemet, elastikiyet ve büküm kontrolleri yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar Çizelge 6.1 de verilmiştir. x_1 numara kontrol, x_2 büküm, x_3 düzgünsüzlük, x_4 mukavemet, x_5 elastikiyet olmak üzere bu değişkenlerin her biri için beş ayrı kopstan ölçümler alınmış ve bu beş ölçümün aritmetik ortalaması kontrol çalışmasında kullanılmak üzere tabloya işlenmiştir.

Çizelge 7.1. Kopslar için yapılan test sonuçları

	Test no	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
1. gün (24.03.2004)	1	20,474	18,87	8,98	497,0	16,89
	2	20,668	18,35	8,77	489,2	17,02
2.gün (25.03.2004)	3	20,046	18,51	8,73	514,2	17,96
	4	20,250	18,38	8,64	492,5	17,48
3.gün (26.03.2004)	5	20,068	18,29	8,70	508,6	17,61
	6	19,958	18,85	8,66	506,0	17,85
4.gün (27.03.2004)	7	19,868	18,79	8,45	527,8	18,12
	8	19,938	18,58	8,68	504,6	17,70
5.gün (29.03.2004)	9	20,044	18,52	8,82	522,5	17,75
	10	19,646	18,78	8,43	530,4	17,82
6.gün (30.03.2004)	11	19,540	18,48	8,52	537,7	18,29
	12	20,384	18,58	8,64	533,9	17,91
7.gün (31.03.2004)	13	19,846	18,91	8,62	540,9	17,64
	14	19,814	18,59	8,62	548,5	17,65
8.gün (01.04.2004)	15	20,086	18,53	8,78	518,2	17,49
	16	20,184	18,67	8,80	505,8	17,10
9.gün (02.04.2004)	17	20,078	18,61	8,70	518,0	17,49
	18	19,682	18,60	8,68	533,1	17,40
10.gün (03.04.2004)	19	20,102	18,59	8,84	518,6	17,47
	20	20,160	18,54	8,78	504,8	17,17
11.gün (05.04.2004)	21	19,752	18,47	8,41	521,1	17,33
	22	19,842	18,50	8,44	526,3	17,01

Her bir kops için standart iplik değerleri vardır. İpliğimiz %50 polyester-%50 viskon +Lycra (core-spun) siyah iplik olup istenen (beklenen) Ne değeri 20 dır. Buna göre x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 için spesifikasyon değerleri Çizelge 7.2 de verilmiştir.

Çizelge 7.2. %50 polyester+%50 viskon+Lycra (core-spun) iplik cinsi için standart iplik değerleri

Spesifikasyonlar		Kops Değerleri
Ne (Numara kontrol)	(+%2,5/-%3)	20
UM% (Düzgünsüzlük)	(Maks)	9,5
Mukavemet	(Min)	425
Elastikiyet	(Min)	15,5
Büküm	(+%5/-%5)	18

x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 değişkenlerimiz birbiri ile ilişkili olup çok değişkenli kalite kontrol grafiklerinden yararlanılacaktır. Genel anlamda Hotelling T^2 grafiğini kullanalım ve kontrol dışı gözlemi (varsa) MYT ayrıştırma yöntemi ile bulalım.

Değişkenlerin ilişkili olduğu korelasyon matrisi yardımıyla da belirlenebilir.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & -0,178875 & 0,676784 & -0,6979 & -0,497675 \\ -0,178875 & 1 & 0,0080871 & 0,256694 & 0,106602 \\ 0,676784 & 0,0080871 & 1 & -0,507912 & -0,404766 \\ -0,6979 & 0,256694 & -0,507912 & 1 & 0,496869 \\ -0,497675 & 0,106602 & -0,404766 & 0,496869 & 1 \end{bmatrix}$$

Çok değişkenli kalite kontrolde değişkenlerimizin her birinin normal dağılıma sahip olduğu varsayımı altında T^2 istatistiğinin sırasıyla I.ve II.aşamalarda Beta ve F dağılımına sahip olduğunu biliyoruz. Aksi takdirde T^2 istatistiğinin dağılımı değişmekte ve tahmin ediciler yardımıyla dağılımı belirlenmeye çalışılmaktadır. Bu nedenle değişkenlerimizin normal dağılıma sahip olup olmadığını inceleyelim. Herhangi bir değişken için normal dağılım grafiği orjinden geçen ve eğimi 1 olan bir doğru gösteriyor ise o değişkenin normal dağılıma sahip olduğu varsayılır. Normalliğin görsel olarak belirlenmesi dışında Shapiro-Wilk testi, Kolmogorov-Smirov testi ve Anderson-Darling testi gibi testler yardımıyla da değişkenlerin normal dağılıma uyup uymadığı belirlenebilir.

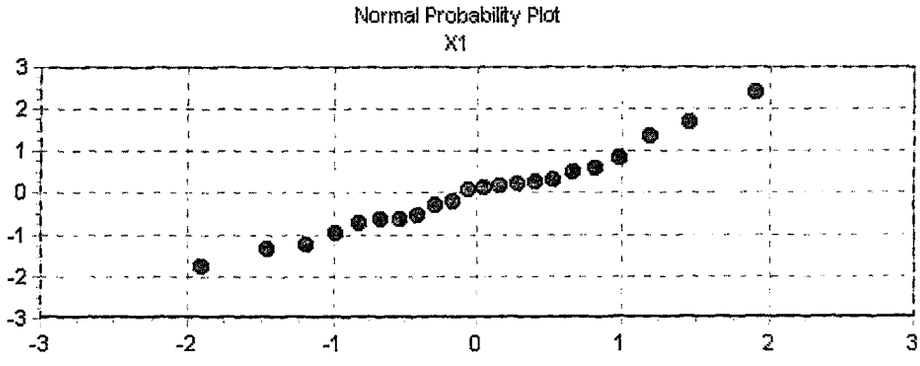
Değişkenlere Shapiro-Wilk testi uygulanmıştır. Shapiro-Wilk testi x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 değişkenlerinin her birinin normal dağılımdan gelip gelmediğini test

eder: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 değişkenlerinin herhangi birinin gözlem değerlerini $y_1, y_2, \ldots, y_n$ ile gösterelim. $y_1, y_2, \ldots, y_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ bağımsız rasgele değişkenler olsun. $y_{(i)}$, i-inci sıra istatistiğini göstermek üzere $\left[y_{(1)} \le y_{(2)} \le \ldots \le y_{(n)}\right]$ Shapiro-Wilk test istatistiği

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} a_i y_{(i)}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y})^2} \tag{7.1}$$

olarak verilir. a_i sabitleri 1 den 50 ye kadar olan n nin değerleri için tablolandırılmıştır (Ek Tablo H) .

Shapiro-Wilk testi $y_1, y_2, \ldots, y_n$ rasgele örneklemin gerçekten normal dağılımdan gelip gelmediğini test eder. Eğer bir α önem düzeyi için $W \le W_\alpha$ eşitsizliğini sağlıyorsa değişkenler normal dağılıma sahip değildir. Hesaplanan W değerleri $\alpha = 0,05$ ve $n = 22$ için $W_\alpha = 0,911$ tablo değerine (Ek Tablo G) göre karşılaştırılır.



Şekil 7.1. x_1 değişkeni için normal dağılım grafiği

Shapiro Wilks Testi:

Test sonuç değeri $W = 0,9762$

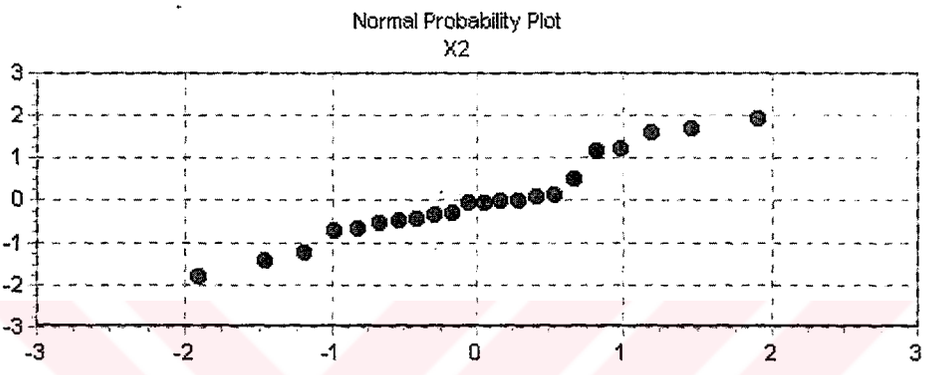
Değişken bilgileri:

Gözlem sayısı = 22

Ortalama = 20,0195454545455

Standart sapma = 0,2735

x_1 değişkeninin yaklaşık olarak normal dağılıma sahip olduğunu söyleyebiliriz.



Şekil 7.2. x_2 değişkeni için normal dağılım grafiği

Shapiro Wilks Testi:

Test sonuç değeri W = 0,9499

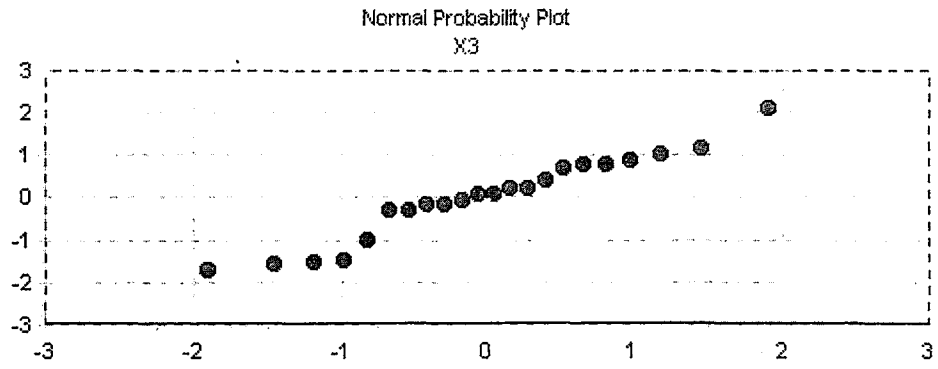
Değişken bilgileri:

Gözlem sayısı = 22

Ortalama = 18,5904545454545

Standart sapma = 0,1655

x_2 değişkeninin normal dağılıma sahip olduğunu söyleyebiliriz.



Şekil 7.3. x_3 değişkeni için normal dağılım grafiği

Shapiro Wilks Testi:

Test sonuç değeri $W = 0{,}9544$

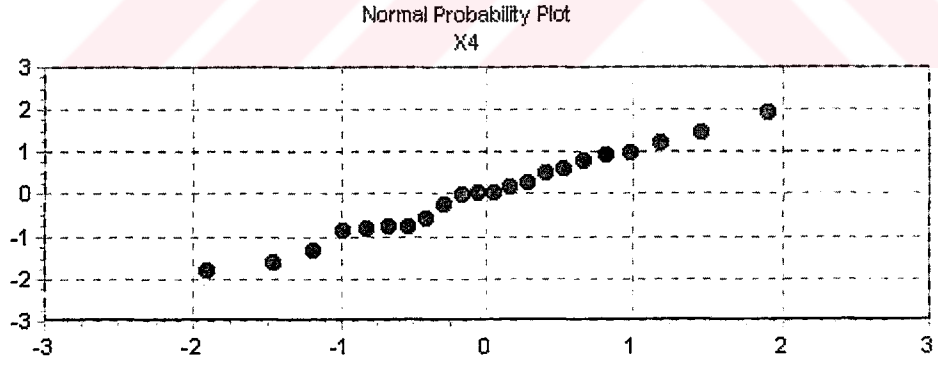
Değişken bilgileri:

Gözlem sayısı = 22

Ortalama = 8,66772727272727

Standart sapma = 0,1480

x_3 değişkeninin yaklaşık olarak normal dağılıma sahip olduğunu söyleyebiliriz



Şekil 7.4. x_4 değişkeni için normal dağılım grafiği

Shapiro Wilks Testi:

Test sonuç değeri $W = 0{,}9822$

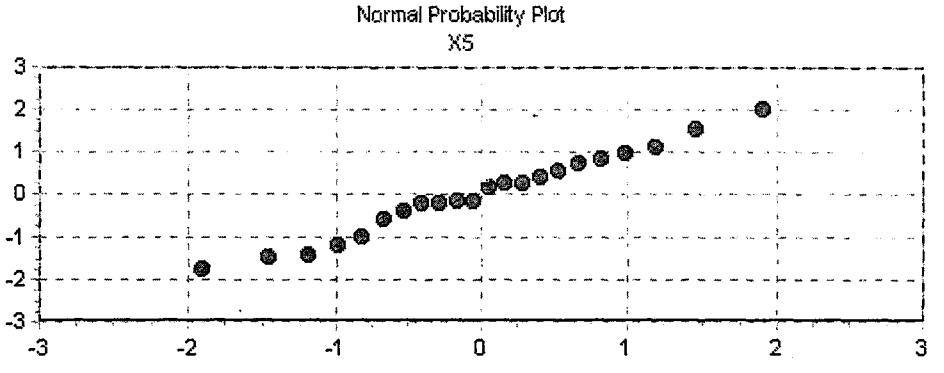
Değişken bilgileri :

Gözlem sayısı = 22

Ortalama = 518,168181818182

Standart sapma = 15,9494

x_4 değişkeninin yaklaşık olarak normal dağılıma sahip olduğunu söyleyebiliriz



Şekil 7.5. x_5 değişkeni için normal dağılım grafiği

Shapiro Wilks Testi:

Test sonuç değeri W = 0,9814

Değişken bilgileri:

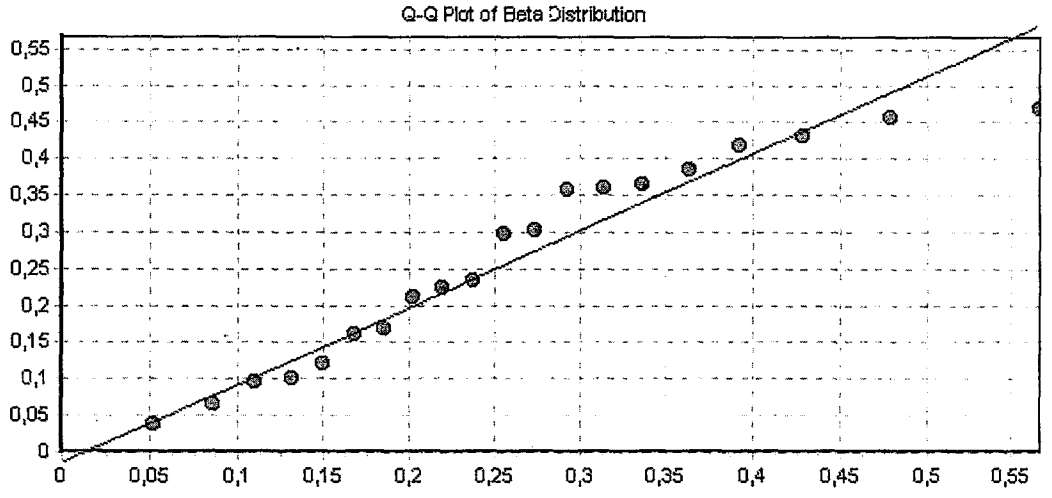
Gözlem sayısı = 22

Ortalama = 17,5522727272727

Standart sapma = 0,3691

x_5 değişkeninin yaklaşık olarak normal dağılıma sahip olduğunu söyleyebiliriz.

Verilerin çok değişkenli normal dağılıma ne kadar iyi uyarsa Beta dağılımı da T^2 istatistiğinin davranışını o derece iyi açıklar. Verilerimizin çok değişkenli normal dağılımdan geldiğini varsaydığımız takdirde Beta dağılımının Q-Q grafiğinde gözlemlerimiz orjinden geçen ve eğimi 1 olan bir doğru göstermelidir. Şekil 7.6 incelendiğinde gözlemlerin yaklaşık olarak çok değişkenli normal dağılıma sahip olduğunu söyleyebiliriz.



Şekil 7.6. T^2 değerleri için Q-Q grafiği

İlk olarak I.aşama işlemleri ile sapan değerler belirlenip veri kümesinden atılarak önceki veri kümesi (HDS) oluşturulur. Daha sonra II. aşama işlemlerine geçilir. I.Aşama işlemleri için verilerimizin çok değişkenli normal dağılıma sahip olduğunu varsayalım. Ortalama vektör μ ve kovaryans matrisi Σ bilinmeyip örneklemden tahmin edilir. Bu durumda

$$\ddot{U}KS = \left[\frac{(n-1)^2}{n}\right] B_{[\alpha;p/2,(n-p-1)/2]} \tag{7.2}$$

olmak üzere

$$T^2 = (X-\bar{X})' S^{-1} (X-\bar{X}) \geq \ddot{U}KS \tag{7.3}$$

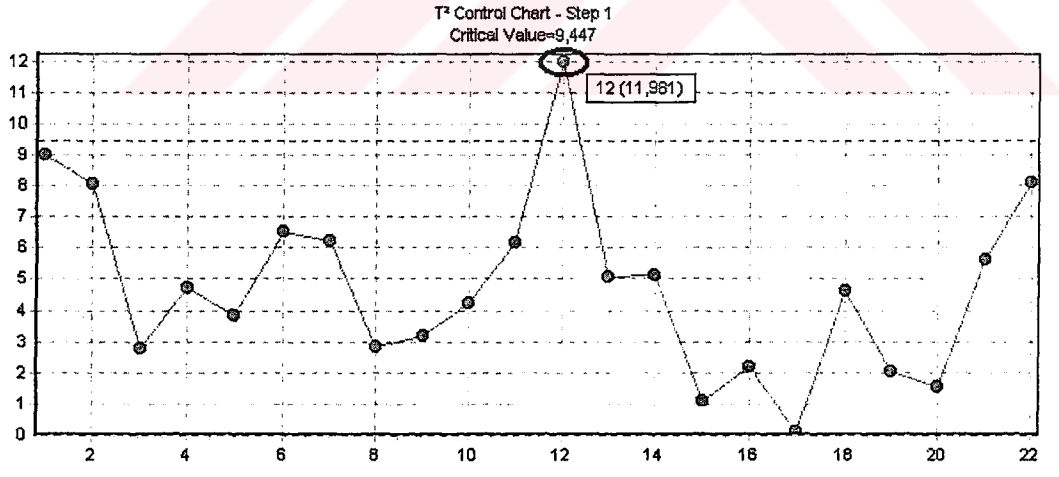
olan gözlem veri grubundan atılır. x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 değişkenleri için T^2 değerleri Çizelge 7.3 de verilmiştir.

Çizelge 7.3. x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 değişkenler için T^2 değerleri

Test no	T^2 değeri	Test no	T^2 değeri
1	9,013	12	11,981*
2	8,03	13	5,071
3	2,765	14	5,097
4	4,741	15	1,102
5	3,819	16	2,196
6	6,494	17	0,119
7	6,227	18	4,604
8	2,854	19	2,046
9	3,158	20	1,53
10	4,243	21	5,625
11	6,167	22	8,119

$$\ddot{U}KS = \frac{21^2}{22} B_{0,05;5/2,16/2} = \frac{21^2}{22} 0,4713 = 9,447$$

ÜKS ile bu T^2 değerleri karşılaştırılarak $T^2 \geq \ddot{U}KS$ olan gözlemler veri grubundan atılır. Bu değerler için T^2 kontrol grafiğini çizersek Şekil 7.9 elde edilir.



Şekil 7.7. x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 değişkenleri için Hotelling T^2 grafiği

12. gözlem için $T^2 = 11,981 \geq \ddot{U}KS = 9,447$ olduğundan 12. gözlem veri grubundan atılır.

Çizelge 7.4. 12. gözlem veri grubundan atıldıktan sonra elde edilen veriler.

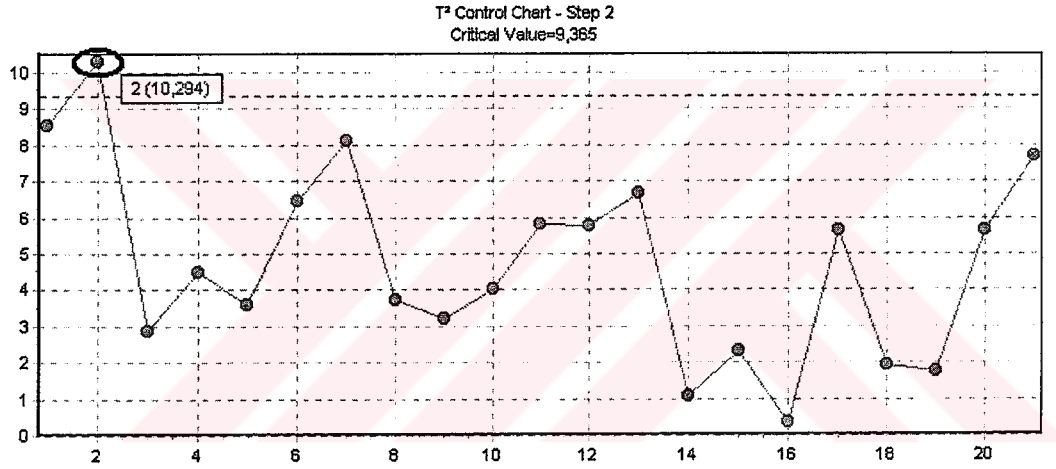
Test no	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
1	20,474	18,87	8,98	497,0	16,89
2	20,668	18,35	8,77	489,2	17,02
3	20,046	18,51	8,73	514,2	17,96
4	20,250	18,38	8,64	492,5	17,48
5	20,068	18,29	8,70	508,6	17,61
6	19,958	18,85	8,66	506,0	17,85
7	19,868	18,79	8,45	527,8	18,12
8	19,938	18,58	8,68	504,6	17,70
9	20,044	18,52	8,82	522,5	17,75
10	19,646	18,78	8,43	530,4	17,82
11	19,540	18,48	8,52	537,7	18,29
12	19,846	18,91	8,62	540,9	17,64
13	19,814	18,59	8,62	548,5	17,65
14	20,086	18,53	8,78	518,2	17,49
15	20,184	18,67	8,80	505,8	17,10
16	20,078	18,61	8,70	518,0	17,49
17	19,682	18,60	8,68	533,1	17,40
18	20,102	18,59	8,84	518,6	17,47
19	20,160	18,54	8,78	504,8	17,17
20	19,752	18,47	8,41	521,1	17,33
21	19,842	18,50	8,44	526,3	17,01

Bu yeni veriler için T^2 değerleri ve ÜKS hesaplanır ve üst kontrol sınırını aşan gözlem veri grubundan atılır.

$$\ddot{U}KS = \frac{20^2}{21} B_{0,05;5/2,15/2} = \frac{20^2}{21} 0,4916 = 9,365$$

Çizelge 7.5. 21 gözlem için T^2 değerleri

Test no	T^2 değeri	Test no	T^2 değeri
1	8,563	12	5,768
2	10,294*	13	6,676
3	2,874	14	1,089
4	4,489	15	2,314
5	3,594	16	0,327
6	6,457	17	5,652
7	8,118	18	1,932
8	3,72	19	1,731
9	3,206	20	5,644
10	4,015	21	7,707
11	5,83		



Şekil 7.8. T^2 kontrol grafiği

2. gözlem için $T^2 = 10,294 \geq \ddot{U}KS = 9,365$ olduğundan 2. gözlem veri grubundan atılır. Elde edilen yeni gözlem değerleri için tekrar T^2 değerleri hesaplanıp üst kontrol sınırı ile karşılaştırılır.

Çizelge 7.6. 2. gözlem veri grubundan atıldıktan sonra elde edilen veriler

Test no	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
1	20,474	18,87	8,98	497,0	16,89
2	20,046	18,51	8,73	514,2	17,96
3	20,250	18,38	8,64	492,5	17,48
4	20,068	18,29	8,70	508,6	17,61
5	19,958	18,85	8,66	506,0	17,85
6	19,868	18,79	8,45	527,8	18,12
7	19,938	18,58	8,68	504,6	17,70
8	20,044	18,52	8,82	522,5	17,75
9	19,646	18,78	8,43	530,4	17,82
10	19,540	18,48	8,52	537,7	18,29
11	19,846	18,91	8,62	540,9	17,64
12	19,814	18,59	8,62	548,5	17,65
13	20,086	18,53	8,78	518,2	17,49
14	20,184	18,67	8,80	505,8	17,10
15	20,078	18,61	8,70	518,0	17,49
16	19,682	18,60	8,68	533,1	17,40
17	20,102	18,59	8,84	518,6	17,47
18	20,160	18,54	8,78	504,8	17,17
19	19,752	18,47	8,41	521,1	17,33
20	19,842	18,50	8,44	526,3	17,01

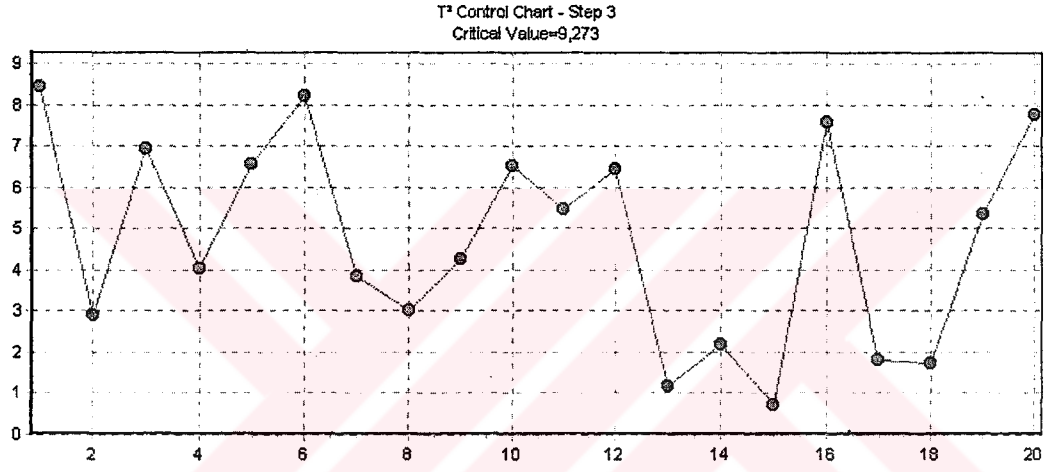
Bu 20 gözlem değerleri için

$$\ddot{U}KS = \frac{19^2}{20} B_{0,05;5/2,14/2} = \frac{19^2}{20}\, 0,5137 = 9,273$$

olup T^2 değerleri Çizelge 7.7 de verilmiştir.

Çizelge 7.7. 20 gözlem için T^2 değerleri

Test no (gözlem no)	T^2 değeri	Test no (gözlem no)	T^2 değeri
1	8,446	11	5,466
2	2,888	12	6,463
3	6,944	13	1,177
4	4,042	14	2,201
5	6,578	15	0,702
6	8,232	16	7,563
7	3,841	17	1,809
8	3,033	18	1,726
9	4,251	19	5,353
10	6,514	20	7,774



Şekil 7.9. T^2 kontrol grafiği

2. ve 12. gözlemlerin kontrol dışı sinyal verme nedenlerini bir proses kontrol çalışması olarak ele alıp nedenini belirlemeye çalıştığımızda 12.gözlemin değerlerinin spesifikasyon değerini aşmadığı görülmektedir. 12.gözlemin kontrol dışı sinyal verme nedeni bir proses kontrol çalışması olarak belirlenememiştir.

2. gözlem için x_1 değişkeninin Çizelge 7.2 de belirtilen spesifikasyon sınırlarına uymadığı görülmektedir. Her bir gözlem için 5 kops alındığını ve bu 5 kopstan elde edilen sonuçların ortalamasının Çizelge 7.1 e işlendiğini belirtmiştik. 2.gözlemin x_1 değişkeni için 5 kops sonuçları sırasıyla 20.48, 20.43, 20.55, 20.93, 20.95 şeklindedir. x_1 değişkeni için spesifikasyon değişim aralığı (19.5;20.6) olup 4. ve 5. kopsların bu aralığı aştığı görülmektedir. 2.gözlemin kontrol dışı sinyal verme nedeninin kopslar arasındaki değişimden kaynaklandığını söyleyebiliriz. Kopslar

arasındaki değişkenliğin nedeni de uçuntu veya üstübü hatası olarak saptanmış olup gerekli önlemler alındıktan II.aşama işlemlerine geçilir.

Hesaplanan tüm T^2 değerleri üst kontrol sınırının altında olduğu için elde edilen bu son veri grubunu önceki veri grubu (HDS) olarak adlandırabiliriz. HDS belirlendikten sonra II.aşama işlemlerine geçeriz. II.aşama işlemleri için $\bar{X}$ ve S HDS den hesaplanmak üzere

$$\bar{X} = (19,9689 \quad 18,29 \quad 8,664 \quad 518,83 \quad 17,561)$$

$$S = \begin{bmatrix} 0,0508263 & 0,000127684 & 0,0271162 & -2,64206 & -0,0437557 \\ 0,000127684 & 0,0270642 & 0,00155053 & 0,382274 & 0,000544211 \\ 0,0271162 & 0,00155053 & 0,0236042 & -1,14365 & -0,02102 \\ -2,64206 & 0,382274 & -1,14365 & 223,506 & 2,11949 \\ -0,0437557 & 0,000544211 & -0,02102 & 2,11949 & 0,128883 \end{bmatrix}$$

olup

$$\ddot{U}KS = \left(\frac{p(n+1)(n-1)}{n(n-p)} \right) F_{(\alpha;p,n-p)} \tag{7.4}$$

ve

$$T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X}) \tag{7.5}$$

eşitlikleri ile hesaplanır.

HDS göz önünde bulundurularak yeni bir X gözlemi daha alınmıştır;

$$X = (20,33 \quad 18,56 \quad 8,87 \quad 529,6 \quad 17,86)$$

Bu yeni gözlemle bulunan T^2 değeri;

$$X-\bar{X}=(0,3611 \quad 0,27 \quad 0,2060 \quad 10,7700 \quad 0,2990)$$

$$S^{-1}=\begin{bmatrix} 126,9831 & -9,1555 & -87,7247 & 0,9426 & 13,3408 \\ -9,1555 & 39,5642 & -1,1359 & -0,1767 & -0,5551 \\ -87,7147 & -1,1359 & 121,5750 & 0,3781 & -3,7320 \\ 0,9426 & -0,1767 & 0,3781 & 0,0137 & 0,0341 \\ 13,3408 & -0,5551 & -3,7320 & 0,0341 & 11,1203 \end{bmatrix}$$

$$T^2=(X-\bar{X})'S^{-1}(X-\bar{X})=19,3971$$

olup

$$\ddot{U}KS=\frac{5.21.19}{20.15}F_{0,05;5,15}=\frac{5.21.19}{20.15}2,9=19,285<T^2=19,3971$$

olduğundan bu yeni gözlem önceki veri kümesine uymamaktadır.

Bu yeni gözlemin kontrol dışına çıkmasının hangi değişkenden veya değişkenler arasındaki ilişkiden kaynaklandığını MYT ayrıştırma yöntemi ile belirleyelim. Bunun için T^2 yi parçalamalıyız. Bu parçalanış $p!=5!=120$ şekilde yapılabilir fakat bu parçalanışta benzer terimler de vardır. Bu nedenle hesaplanması gereken farklı terimlerin sayısı $p.2^{p-1}=5.2^{5-1}=80$ dır. Hesaplanan koşulsuz terimler

$$Kritik\ Değer=KD=\frac{n+1}{n}F_{\alpha;1,n-1} \tag{7.6}$$

ve koşullu terimler k koşullu değişken sayısı olmak üzere

$$Kritik\ Değer=KD=\left[\frac{(n+1)(n-1)}{n(n-k-1)}\right]F_{\alpha;1,n-k-1} \tag{7.7}$$

kritik değerleri ile karşılaştırılır ve gerekli yorumlar yapılır.

T_j^2 $(j=1,2,3,4,5)$ koşulsuz terimleri için $T_j^2 > KD$ olduğunda x_j değişkeni HDS ile belirlenen değişim aralığının dışına çıkmıştır deriz ve x_j değişkenini veri grubundan atarız.

$T_{j.1,2,\ldots,j-1}^2$ koşullu terimleri için $T_{j.1,2,\ldots,j-1}^2 > KD$ olduğunda ise x_j değişkeni üzerindeki gözlem $x_1, x_2, \ldots, x_{j-1}$ değişkenlerinin değerlerine göre olması gereken yerde olmadığı şeklindedir. Yani x_j değişkeni ile diğer değişkenler arasındaki ilişki HDS ile belirlenen ilişkiye karşı olduğu şeklindedir.

İlk olarak T_j^2 terimlerini hesaplayıp

$$KD = \frac{n+1}{n} F_{\alpha;1,n-1} = \frac{21}{20} F_{0,05;1,19} = \frac{21}{20} 4,38 = 4,599$$

kritik değerleri ile karşılaştıralım.

$$T_j^2 = \frac{(x_j - \bar{x}_j)^2}{s_j^2}, \; j=1,2,3,4,5 \tag{7.8}$$

Çizelge 7.8. Koşulsuz T^2 değerleri

$T_1^2 = 2,5655$	$T_3^2 = 1,7978$	$T_5^2 = 0,6937$
$T_2^2 = 2,6936$	$T_4^2 = 0,5197$	

Tüm $T_j^2 < KD$ olduğundan x_j değişkenlerinin tamamı HDS ile belirlenen değişim aralığının içindedir. Bu durumda yeni değişkenin kontrol dışına çıkmasının nedeni değişkenler arası ilişkiden kaynaklanıyor olabilir. Bunu koşullu terimleri inceleyerek belirleyelim.

İlk olarak bir değişkenin diğer bir değişken üzerindeki koşullu terimlerini inceleyelim.

$$k=1 \text{ için } KD=\left[\frac{21.19}{20.18}\right]F_{0,05;1,18}=\left[\frac{21.19}{20.18}\right].4,41=4,88775$$

Çizelge 7.9. $T_{i.j}^2$ koşullu terimleri

$T_{1.2}^2=2,5474$	$T_{2.1}^2=2,6755$	$T_{3.1}^2=0,0195$	$T_{4.1}^2=10,163^*$	$T_{5.1}^2=4,0776$
$T_{1.3}^2=0,7872$	$T_{2.3}^2=2,4396$	$T_{3.2}^2=1,5438$	$T_{4.2}^2=0,2222$	$T_{5.2}^2=0,6688$
$T_{1.4}^2=12,2088^*$	$T_{2.4}^2=2,3961$	$T_{3.4}^2=3,8444$	$T_{4.3}^2=2,5663$	$T_{5.3}^2=2,1128$
$T_{1.5}^2=5,9494^*$	$T_{2.5}^2=2,6687$	$T_{3.5}^2=3,2169$	$T_{4.5}^2=0,1818$	$T_{5.4}^2=0,3558$

$T_{1.4}^2$, $T_{1.5}^2$, $T_{4.1}^2$ değerleri KD den büyük olduğu için bunlar sinyale neden olmaktadır. x_4 değerine bağlı olan x_1 değeri (x_4 üzerindeki x_1 in lineer regresyon modeli olarak düşünebiliriz), x_5 değerine bağlı olan x_1 değeri ve x_1 değerine bağlı olan x_4 değeri olması gereken yerde değildir. Yani bu değişkenler arasındaki ilişki HDS ile belirlenen ilişkiye karşıdır. Daha detaylı olarak inceleyelim.

HDS den elde edilen veriler için korelasyon matrisi R şu şekildedir;

$$R=\begin{pmatrix} 1 & & & & \\ 0,00344267 & 1 & & & \\ 0,782871 & 0,0613461 & 1 & & \\ -0,783887 & 0,155429 & -0,497914 & 1 & \\ -0,54062 & 0,00921449 & -0,381101 & 0,394902 & 1 \end{pmatrix}$$

HDS olarak belirlenen 20 gözlem için tanımlayıcı istatistikler Çizelge 7.10 da verilmiştir.

x_1 ile x_4 ve x_1 ile x_5 arasında negatif bir ilişki vardır. Yeni X vektörü, $\bar{X}$ ortalama vektörü ile karşılaştırıldığında x_4 ve x_5 değerleri $\bar{X}$ değerinden artmıştır ve x_1 ile aralarındaki negatif ilişkiden dolayı x_1 in değerinin azalmasını bekleriz. Fakat x_1 in değeri de artmıştır. Bu ise yeni gözlemin x_1, x_4, x_5 değişkenleri arasındaki ilişkinin HDS ile belirlenen ilişkiye karşı olduğunu gösterir.

Çizelge 7.10. HDS ile belirlenen istatistikler

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Ortalama	19,9689	18,603	8,664	518,83	17,561
Maks	20,474	18,91	8,98	548,5	18,29
Min	19,54	18,29	8,41	492,5	16,89
Std sapma	0,225447	0,164512	0,153637	14,9501	0,359003

$T^2_{j.1,2,\ldots,j-1}$ ifadesi x_j değişkeninin diğer değişkenler üzerindeki lineer regresyon modeli olup x_1 bağımlı değişken ve x_4 bağımsız değişkenlerden biri olduğunda benzer şekilde x_1 bağımlı değişken ve x_5 bağımsız değişkenlerden biri, x_4 bağımlı değişken ve x_1 bağımsız değişkenlerden biri olduğunda T^2 değerlerinin sinyal vermesini bekleriz. Çizelge 7.12, 7.13, 7.14 de gösterilen T^2 değerleri de bunu göstermektedir.

$$\text{k=2 için } KD = \left[\frac{21.19}{20.17}\right] F_{0,05;1,17} = \left[\frac{21.19}{20.17}\right].4,45 = 5,2222$$

Çizelge 7.11. $T^2_{i.j,k}$ koşullu terimleri

$T^2_{1.2,3} = 1,0038$	$T^2_{2.1,3} = 2,6562$	$T^2_{3.1,2} = 0,0002$	$T^2_{4.1,2} = 8,2109^*$	$T^2_{5.1,2} = 3,9918$
$T^2_{1.2,4} = 10,5361^*$	$T^2_{2.4,1} = 0,7234$	$T^2_{3.1,4} = 0,7342$	$T^2_{4.1,3} = 10,8777^*$	$T^2_{5.1,3} = 4,0586$
$T^2_{1.2,5} = 5,8704^*$	$T^2_{2.1,5} = 2,5897$	$T^2_{3.1,5} = 0,0005$	$T^2_{4.1,5} = 10,9222^*$	$T^2_{5.1,4} = 4,8368$
$T^2_{1.3,4} = 9,0986^*$	$T^2_{2.3,4} = 1,5539$	$T^2_{3.4,2} = 3,0022$	$T^2_{4.2,3} = 0,9606$	$T^2_{5.2,4} = 0,4717$
$T^2_{1.3,5} = 2,7331$	$T^2_{2.3,5} = 2,2847$	$T^2_{3.5,2} = 2,8329$	$T^2_{4.2,5} = 0,0251$	$T^2_{5.2,3} = 1,9579$
$T^2_{1.5,4} = 16,6898^*$	$T^2_{2.4,5} = 2,5120$	$T^2_{3.4,5} = 4,6534$	$T^2_{4.3,5} = 1,6183$	$T^2_{5.3,4} = 1,1648$

$$\text{k=3 için } KD = \left[\frac{21.19}{20.16}\right] F_{0,05;1,16} = \left[\frac{21.19}{20.16}\right].4,49 = 5,5985$$

Çizelge 7.12. $T^2_{i.j,k,l}$ koşullu terimleri

$T^2_{1.2,3,4} = 8,2966^*$	$T^2_{2.1,3,4} = 0,7519$	$T^2_{3.4,1,2} = 0,7627$	$T^2_{4.2,1,3} = 8,9734^*$	$T^2_{5.1,2,3} = 4,0220$
$T^2_{1.2,3,5} = 3,0679$	$T^2_{2.1,3,5} = 2,6196$	$T^2_{3.1,5,2} = 0,0304$	$T^2_{4.1,2,5} = 8,9545^*$	$T^2_{5.1,3,4} = 5,2838$
$T^2_{1.2,4,5} = 14,7998^*$	$T^2_{2.1,4,5} = 0,6220$	$T^2_{3.5,4,1} = 1,1812$	$T^2_{4.1,3,5} = 12,1028^*$	$T^2_{5.1,2,4} = 4,7354$
$T^2_{1.3,4,5} = 13,2176^*$	$T^2_{2.3,4,5} = 1,6115$	$T^2_{3.2,4,5} = 3,7529$	$T^2_{4.5,2,3} = 0,9451$	$T^2_{5.2,3,4} = 1,2224$

$$\text{k=4 için } KD = \left[\frac{21.19}{20.15}\right] F_{0,05;15} = \left[\frac{21.19}{20.15}\right].4,54 = 6,0382$$

Çizelge 7.13. $T^2_{i.j,k,l,m}$ koşullu terimleri

$T^2_{1.2,3,4,5} = 12,2567^*$	$T^2_{3.1,2,4,5} = 1,2098$	$T^2_{5.1,2,3,4} = 5,1825$
$T^2_{2.1,3,4,5} = 0,6506$	$T^2_{4.1,2,3,5} = 10,1339^*$	

Sonuç olarak prosesin kontrol dışına çıkma nedeni x_1 ile x_4, x_1 ile x_5 ve x_4 ile x_1 arasındaki ilişkiden kaynaklanmaktadır.

8.SONUÇ VE ÖNERİLER

İstatistiksel kalite kontrol çalışmalarında kalite karakteristikleri ele alınarak hangi tür kalite kontrol grafiğinin kullanılması gerektiği belirlenmelidir. Eğer birden fazla kalite karakteristiği söz konusu ise bunların ilişkili olup olmadıkları araştırılarak çok değişkenli kalite kontrol grafiği veya tek değişkenli kalite kontrol grafiklerinden biri kullanılmalıdır.

Kullanılan kalite kontrol grafiklerinde kontrol dışı sinyal ortaya çıktığı takdirde bunun sebepleri araştırarak proses tekar kontrol altına alınmaya çalışılmalıdır.

KAYNAKLAR

AKTAN, C. A., 2000, Yönetimde Rönesans ve Kalite Devrimi,TOSTÖV Yayınları, Ankara <http://www.canaktan.org/yonetim/toplam_kalite/anasayfa-kalite.htm>

ALAGÖZ, B., 1998, Yüksek Lisans Tezi, V-Maskesi Tekniği ve İstatistiksel Proses Kontrol Araçlar. (Yayınlanmamış)

BİRCAN, H.; ÖZCAN, S., 2003, Excel Uygulamalı Kalite Kontrol. Yargı Yayınevi, Sivas, 375s.

CHANDRA, M. J., 2001, Statistical Quality Control. CRC Pres, Florida, 284p.

GÖZÜBATIK, K., 1997, Yüksek Lisans Tezi, İstatistiksel Kalite Kontrol ve Süreç Kontrolündeki Gelişmeler. (Yayınlanmamış)

GÜMÜŞOĞLU, Ş., 2000, İstatistiksel Kalite Kontrol ve Toplam Kalite Yönetim Araçları. Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş., İstanbul, 171s.

LOWRY, C. A.; WOODALL, W. H.; CHAMP, C. W.; RİGDON, S. E., 1992, A Multivariate Exponentially Weighted Moving Average Control Chart. Technometrics. Vol.34, no.1, 46-54

LUCAS, J. M.; CROSİER, R. B., 1982, Fast Initial Response for CUSUM Quality-Control Schemes: Give Your CUSUM a Head Start Technometrics. Vol.24, no.3, 199-207

MASON, R. L.; YOUNG, J. C., 2002, Multivariate Statistical Process Control with Industrial Applications. ASA-SIAM Series on Statistics and Applied Probability, 250 pages

MONTGOMERY, D. C., 1997, Introduction to Statistical Quality Control. John Wiley and Sons., Canada, 677p.

OKTAY, E., 1998, Kalite Kontrol Grafikleri. Şafak Yayınevi.,Erzurum,185s.

ÖZÇOMAK, M. S., 1999, Yüksek Lisans Tezi, Nicel ve Nitel Cusum Kontrol Grafikleri ile Bir Kalite Kontrol Çalışması (Yayınlanmamış)

ULUTÜRK, S., 1999, Doktora Tezi, İstatistiksel Kalite Kontrol Teknikleri ve Bir Uygulama (Yayınlanmamış)

YILDIRIM, H., 1999, Doktora Tezi, İstatistiksel Proses (Süreç) Kontrol ve Isıl İşlem Fabrikasında Uygulaması. (Yayınlanmamış)

ÖZGEÇMİŞ

1979 yılında Kadirli' de doğdum. 1991 yılında Cumhuriyet İlkokulu, 1995 de Kadirli Anadolu Lisesi, 1998 de Kurttepe Anadolu Lisesinden mezun olarak Çukurova Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümünü kazandım. Haziran 2002 de bu bölümden mezun oldum ve yüksek lisans öğrenimime başladım. Şu anda Çukurova Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü' nde Araştırma Görevlisi olarak görevimi sürdürmekteyim.

EKLER

Tablo A: $k = 0,5$ olmak üzere CUSUM planı için bazı HBT ve OAU değerleri

	$h = 4$					$h = 5$				
δ	$C_0 = 0$	$C_0 = 1$	$C_0 = 2$	$C_0 = 3$	$C_0 = 4$	$C_0 = 0$	$C_0 = 1,25$	$C_0 = 2,5$	$C_0 = 3,75$	$C_0 = 5$
0	168	163	149	106	34,7	465	459	430	324	98,6
0,25	74,2	71,1	62,7	43,4	14,2	139	135	122	87,1	25,4
0,5	26,6	24,4	20,1	13,1	4,6	38	34,9	28,7	18,5	5,56
0,75	13,3	11,6	8,97	5,67	2,39	17	14,8	11,2	6,89	2,52
1	8,38	7,04	5,29	3,36	1,7	10,4	8,62	6,35	3,88	1,75
1,5	4,75	3,85	2,86	1,9	1,25	5,75	4,61	3,37	2,13	1,26
2	3,34	2,7	2,01	1,4	1,09	4,01	3,2	2,36	1,54	1,09
2,5	2,62	2,12	1,59	1,18	1,03	3,11	2,5	1,86	1,26	1,03
3	2,19	1,77	1,32	1,07	1,01	2,57	2,1	1,54	1,11	1,01
4	1,71	1,31	1,07	1	1	2,01	1,61	1,16	1,01	1
5	1,31	1,07	1,01	1	1	1,69	1,23	1,02	1	1

Tablo B

(a): Tek yönlü CUSUM planı için OAU değerleri

H	K	C_0	0.000	0.250	0.500	0.750	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	4.00	5.00
2.50	0.25	1.25	22.87	10.32	5.668	3.664	2.667	1.760	1.368	1.169	1.068	1.006	1.000
4.00	0.25	2.00	66.57	20.25	8.991	5.291	3.700	2.354	1.770	1.441	1.233	1.040	1.003
6.00	0.25	3.00	225.4	38.76	13.48	7.382	5.054	3.169	2.372	1.932	1.638	1.227	1.040
8.00	0.25	4.00	684.3	63.25	17.86	9.416	6.390	3.967	2.940	2.383	2.046	1.605	1.227
10.0	0.25	5.00	1972	93.75	22.13	11.43	7.724	4.767	3.509	2.815	2.381	1.933	1.599
2.00	0.50	1.00	34.40	15.19	7.785	4.626	3.126	1.873	1.395	1.174	1.069	1.006	1.000
3.00	0.50	1.50	108.0	33.39	13.25	6.755	4.208	2.353	1.680	1.348	1.165	1.023	1.001
4.00	0.50	2.00	316.4	66.57	20.25	8.991	5.291	2.862	2.014	1.586	1.325	1.067	1.006
5.00	0.50	2.50	895.9	124.9	28.76	11.24	6.348	3.372	2.362	1.856	1.540	1.159	1.023
6.00	0.50	3.00	2492.	225.4	38.76	13.48	7.382	3.875	2.703	2.125	1.774	1.311	1.067
1.50	0.75	0.75	39.44	18.70	9.747	5.658	3.659	2.015	1.431	1.182	1.070	1.006	1.000
2.25	0.75	1.12	131.9	46.22	18.72	9.004	5.140	2.499	1.670	1.314	1.138	1.017	1.001
3.00	0.75	1.50	426.6	108.0	33.39	13.25	6.755	3.010	1.950	1.489	1.243	1.040	1.003
3.75	0.75	1.87	1345.	242.8	56.40	18.36	8.482	3.528	2.251	1.696	1.386	1.085	1.009
4.50	0.75	2.25	4193	534.0	91.74	24.32	10.12	4.043	2.560	1.922	1.559	1.160	1.023
1.00	1.00	0.50	33.54	17.78	10.04	6.084	3.982	2.135	1.466	1.190	1.071	1.006	1.000
1.50	1.00	0.75	89.74	39.44	18.70	9.747	5.658	2.608	1.657	1.282	1.115	1.012	1.001
2.00	1.00	1.00	250.2	88.45	34.40	15.19	7.785	3 126	1.873	1.395	1.174	1.023	1.001
2.50	1.00	1.25	699.9	195.9	61.68	22.87	10.32	3.664	2.107	1.529	1.252	1.040	1.003
3.00	1.00	1.50	1934.	426.6	108.	33.39	13.25	4.208	2.353	1.680	1.348	1.067	1.006
3.50	1.00	1.75	5292.	918.6	185.9	47.59	16.56	4.752	2.606	1.843	1.460	1.107	1.012
0.70	1.50	0.35	66.43	34.92	19.31	11.27	6.966	3.204	1.887	1.367	1.146	1.016	1.001
1.10	1.50	0.55	181.2	83.78	40.61	20.79	11.36	4.279	2.225	1.502	1.207	1.026	1.002
1.50	1.50	0.75	542.8	216.1	89.74	39.44	18.70	5.658	2.608	1.657	1.282	1.041	1.003
1.90	1.50	0.95	1748.	585.2	203.5	75.30	30.51	7.325	3.020	1.828	1.371	1.062	1.005
2.30	1.50	1.15	5871.	1619.	464.3	142.8	48.99	9.260	3.447	2.012	1.473	1.091	1.009

(b): Tek yönlü CUSUM planı için OAU değerleri

H	K	C_0	0.000	0.250	0.500	0.750	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	4.00	5.00
2.50	0.25	1.25	9.236	7.553	5.083	3.515	2.624	1.755	1.367	1.169	1.068	1.006	1.000
4.00	0.25	2.00	28.03	17.36	8.682	5.240	3.690	2.354	1.770	1.441	1.233	1.040	1.003
6.00	0.25	3.00	100.0	36.77	13.38	7.372	5.053	3.169	2.372	1.932	1.638	1.227	1.040
8.00	0.25	4.00	315.9	62.16	17.83	9.414	6.390	3.967	2.940	2.383	2.046	1.605	1.227
10.0	0.25	5.00	936.2	93.21	22.12	11.43	7.724	4.767	3.509	2.815	2.381	1.933	1.599
2.00	0.50	1.00	15.13	11.79	7.178	4.487	3.086	1.896	1.395	1.174	1.069	1.006	1.000
3.00	0.50	1.50	49.19	29.33	12.88	6.694	4.195	2.352	1.680	1.348	1.165	1.023	1.001
4.00	0.50	2.00	148.7	62.70	20.06	8.968	5.287	2.862	2.014	1.586	1.325	1.067	1.006
5.00	0.50	2.50	430.4	121.7	28.67	11.24	6.347	3.372	2.362	1.856	1.540	1.159	1.023
6.00	0.50	3.00	1215.	222.9	38.71	13.48	7.382	3.875	2.703	2.125	1.774	1.311	1.067
1.50	0.75	0.75	18.15	14.51	8.997	5.498	3.617	2.010	1.430	1.182	1.070	1.006	1.000
2.25	0.75	1.12	62.08	40.02	18.16	8.918	5.121	2.497	1.670	1.314	1.138	1.017	1.001
3.00	0.75	1.50	205.2	100.3	33.03	13.21	6.747	3.009	1.949	1.489	1.243	1.040	1.003
3.75	0.75	1.87	656.9	234.1	56.19	18.34	8.425	3.528	2.251	1.696	1.386	1.085	1.009
4.50	0.75	2.25	2068.	524.6	91.62	24.31	10.12	4.042	2.560	1.922	1.559	1.160	1.023
1.00	1.00	0.50	15.89	13.44	9.118	5.882	3.931	2.131	1.466	1.190	1.071	1.006	1.000
1.50	1.00	0.75	42.82	32.22	17.75	9.597	5.627	2.606	1.657	1.282	1.115	1.012	1.001
2.00	1.00	1.00	120.8	77.40	33.57	15.10	7.767	3.125	1.873	1.395	1.174	1.023	1.001
2.50	1.00	1.25	341.9	180.3	61.02	22.81	10.31	3.663	2.107	1.529	1.252	1.040	1.003
3.00	1.00	1.50	952.6	405.5	107.5	33.35	13.25	4.208	2.353	1.680	1.348	1.067	1.006
3.50	1.00	1.75	2621.	890.8	185.5	47.57	16.56	4.752	2.606	1.843	1.460	1.107	1.012
0.70	1.50	0.35	32.57	27.22	17.90	11.02	6.917	3.202	1.886	1.367	1.146	1.016	1.001
1.10	1.50	0.55	89.02	68.64	38.71	20.55	11.33	4.278	2.225	1.502	1.207	1.026	1.002
1.50	1.50	0.75	267.9	185.8	87.31	39.22	18.67	5.657	2.608	1.657	1.282	1.041	1.003
1.90	1.50	0.95	866.4	524.6	200.6	75.13	30.49	7.325	3.020	1.828	1.371	1.062	1.005
2.30	1.50	1.15	2920.	1502.	461.1	142.7	48.98	9.260	3.447	2.012	1.473	1.091	1.009

Tablo C: L ve λ nın farklı değerleri için OAU değerleri

		L =3,09	3,087	3,071	3,054	3,023	2,998	2,962	2,814	2,615	2,437
Değişim	Tip	λ =1	0,75	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,1	0,05	0,03
0	Değişken Durum	500	500	500	50	500	500	500	500	500	500
	Sabit Durum	500	500	499	498	497	496	496	492	487	480
0,25	Değişken Durum	374	321	255	224	189	170	150	106	84,1	76,7
	Sabit Durum	374	321	254	223	188	169	149	104	81,7	74,1
0,5	Değişken Durum	201	140	88,8	71,2	55,4	48,2	41,8	31,3	28,8	29,3
	Sabit Durum	201	140	88,4	70,7	54,9	47,7	41,2	30,6	28	28,6
0,75	Değişken Durum	103	62,5	35,9	28,4	22,5	20,1	18,2	15,9	16,4	17,6
	Sabit Durum	103	62,4	35,7	28,1	22,2	19,8	17,8	15,5	16	17,3
1	Değişken Durum	54,6	30,6	17,5	14,3	12	11,1	10,5	10,3	11,4	12,6
	Sabit Durum	54,6	30,5	17,3	14,1	11,8	10,9	10,3	10,1	11,2	12,5
1,5	Değişken Durum	17,9	9,9	6,53	5,88	5,53	5,46	5,5	6,09	7,12	8,08
	Sabit Durum	17,9	9,86	6,44	5,79	5,43	5,37	5,4	5,99	7,03	8

Tablo C nin devamı

2	Değişken Durum	7,26	4,54	3,63	3,52	3,54	3,61	3,74	4,36	5,23	5,99
	Sabit Durum	7,26	4,52	3,58	3,47	3,49	3,5	3,69	4,31	5,18	5,95
2,5	Değişken Durum	3,6	2,69	2,5	2,54	2,65	2,74	2,88	3,44	4,17	4,8
	Sabit Durum	3,6	2,67	2,47	2,5	2,61	2,71	2,84	3,41	4,14	4,78
3	Değişken Durum	2,15	1,88	1,93	2,02	2,16	2,26	2,38	2,87	3,5	4,03
	Sabit Durum	2,15	1,87	1,91	1,99	2,12	2,22	2,35	2,85	3,48	4,02
3,5	Değişken Durum	1,52	1,46	1,58	1,69	1,85	1,95	2,07	2,47	3,04	3,49
	Sabit Durum	1,52	1,46	1,58	1,68	1,82	1,91	2,03	2,47	3,02	3,49
4	Değişken Durum	1,22	1,22	1,34	1,44	1,61	1,73	1,86	2,19	2,69	3,11
	Sabit Durum	0,122	1,23	1,36	1,46	1,6	1,69	1,8	2,2	2,68	3,09
5	Değişken Durum	1,03	1,04	1,07	1,12	1,22	1,32	1,48	1,94	2,16	2,55
	Sabit Durum	1,03	1,04	1,1	1,17	1,29	1,38	1,49	1,83	2,22	2,55

Tablo D: Tek yönlü hareketli ortalama kontrol grafiği için OAU değerleri

		w						
k	δ	2	3	4	5	6	8	10
2	0	51,58	60,97	70,58	80,18	89,78	108,65	127,47
2	0,25	25,01	26,47	28	29,33	30,76	33,08	35,18
2	0,5	13,41	13,31	13,4	13,69	14,01	14,66	15,17
2	0,75	8	7,75	7,78	7,97	8,15	8,6	9,06
2	1	5,27	5,2	2,29	5,45	5,67	6,15	6,69
2	1,5	2,9	3,03	3,24	3,5	3,73	4,23	4,66
2	2	2,04	2,27	2,51	2,73	2,95	3,32	3,65
2	2,5	1,68	1,91	2,11	2,31	2,48	2,78	3,04
2	3	1,46	1,68	1,85	2,01	2,16	2,4	2,63
2	4	1,2	1,38	1,52	1,64	1,75	1,94	2,1
2	5	1,06	1,18	1,31	1,31	1,5	1,65	1,79
2,5	0	179,92	204,43	230,32	259,32	287,08	339,71	394,43
2,5	0,25	72,62	71,56	72,48	72,93	73,4	75,54	77,47
2,5	0,5	33,67	30,13	28,54	27,49	26,93	26,29	26,03
2,5	0,75	17,28	15,01	13,91	13,42	13,13	13	13,1
2,5	1	9,94	8,66	8,2	8,01	7,96	8,24	8,63
2,5	1,5	4,43	4,13	4,21	4,39	4,64	5,17	5,69
2,5	2	2,65	2,77	3,03	3,29	3,54	4,01	4,43
2,5	2,5	1,98	2,24	2,5	2,74	2,95	3,32	3,67
2,5	3	1,7	1,95	2,17	2,37	2,55	2,86	3,14
2,5	4	1,37	1,59	1,76	1,9	2,03	2,28	2,49
2,5	5	1,15	1,35	1,51	1,62	1,73	1,92	2,08
3	0	792,24	867,57	963,95	1051,77	1150,79	1345,96	1539,75
3	0,25	269,28	244,26	231,5	226,25	220,89	209,87	204,74
3	0,5	104,18	83,86	72,84	65,43	60,85	54,62	50,34
3	0,75	45,69	34,45	28,79	25,69	23,66	21,24	20,15
3	1	22,73	16,74	14,2	12,89	12,12	11,52	11,45
3	1,5	7,65	6,16	5,7	5,64	5,75	6,23	6,78
3	2	3,77	3,49	3,63	3,89	4,17	4,71	5,2
3	2,5	2,46	2,63	2,9	3,18	3,43	3,88	4,28
3	3	1,96	2,23	2,5	2,74	2,95	3,33	3,65
3	4	1,57	1,81	2	2,18	2,34	2,62	2,87
3	5	1,3	1,55	1,72	1,85	1,97	2,2	2,4
3,5	0	4275,15	4536,99	4853,63	5168,75	5485,97	6088,003	6613,01
3,5	0,25	1281,12	1078,59	964,86	886,26	830,03	751,66	684,98
3,5	0,5	413,3	294,47	235	197,27	169,5	136,01	115,48
3,5	0,75	153,5	98,31	73,49	59,29	50,49	40,45	34,53
3,5	1	63,68	39,34	29,37	24,06	20,88	17,7	16,12
3,5	1,5	15,84	10,44	8,5	7,78	7,47	7,51	7,97
3,5	2	6,06	4,73	4,49	4,61	4,86	5,43	6,01
3,5	2,5	3,27	3,13	3,34	3,63	3,92	4,45	4,91
3,5	3	2,31	2,54	2,83	3,11	3,36	3,8	4,19
3,5	4	1,77	2,02	2,25	2,45	2,64	2,97	3,27
3,5	5	1,48	1,74	1,91	2,06	2,21	2,48	2,71

Tablo E: İki yönlü hareketli ortalama kontrol grafiği için OAU değerleri

		w						
k	δ	2	3	4	5	6	8	10
2	0	25,46	29,62	33,94	33,08	42,35	51,20	59,48
2	0,25	20,43	22,38	24,21	25,87	37,35	30,08	32,33
2	0,5	12,73	12,80	13,02	13,29	13,57	14,19	14,84
2	0,75	7,87	7,68	7,71	7,86	8,03	8,44	8,90
2	1	5,24	5,14	5,22	5,40	5,59	6,09	6,60
2	1,5	2,90	3,02	3,24	3,48	3,71	4,19	4,63
2	2	2,04	2,26	2,51	2,73	2,94	3,31	3,63
2	2,5	1,67	1,91	2,12	2,30	2,47	2,77	3,03
2	3	1,46	1,67	1,85	2,01	2,15	2,4	2,63
2	4	1,2	1,38	1,52	1,64	1,75	1,94	2,10
2	5	1,06	1,19	1,31	1,41	1,5	1,65	1,79
2,5	0	89,48	101,24	114,35	127,74	140,88	166,98	192,93
2,5	0,25	63,12	64,91	67,00	68,75	69,84	72,22	74,49
2,5	0,5	32,46	29,54	28,20	27,33	26,72	25,92	25,72
2,5	0,75	17,28	14,97	13,85	13,29	13,02	12,81	12,98
2,5	1	9,94	8,61	8,16	7,99	8,01	8,23	8,63
2,5	1,5	4,42	4,14	4,20	4,38	4,62	5,16	5,67
2,5	2	2,65	2,77	3,03	3,29	3,54	4,00	4,43
2,5	2,5	1,99	2,24	2,50	2,73	2,95	3,33	3,65
2,5	3	1,69	1,95	2,17	2,37	2,54	2,86	3,14
2,5	4	1,37	1,59	1,76	1,90	2,04	2,27	2,49
2,5	5	1,15	1,35	1,51	1,63	1,73	1,92	2,09
3	0	397,12	436,27	481,16	527,14	574,05	667,68	762,89
3	0,25	245,51	228,67	222,75	216,07	213,79	207,79	201,71
3	0,5	103,15	83,49	72,47	65,67	60,67	53,93	50,30
3	0,75	45,56	34,25	29,01	25,72	23,59	21,12	19,93
3	1	22,68	16,81	14,19	12,92	12,18	11,54	11,48
3	1,5	7,68	6,14	5,71	5,65	5,77	6,23	6,77
3	2	3,74	3,49	3,63	3,88	4,17	4,71	5,21
3	2,5	2,46	2,63	2,90	3,18	3,43	3,89	4,29
3	3	1,96	2,23	2,50	2,73	2,95	3,32	3,66
3	4	1,57	1,81	2,00	2,18	2,34	2,62	2,88
3	5	1,30	1,55	1,72	1,85	1,97	2,20	2,40
3,5	0	2217,61	2372,09	2567,27	2775,06	2983,70	3398,08	3810,50
3,5	0,25	1186,27	1027,67	940,30	875,91	826,53	744,59	676,61
3,5	0,5	411,69	295,62	232,68	195,65	169,21	135,73	116,06
3,5	0,75	152,52	97,33	72,30	58,98	50,59	40,22	34,71
3,5	1	64,03	39,46	29,18	24,08	20,80	17,54	16,16
3,5	1,5	15,83	10,36	8,47	7,73	7,46	7,56	8,00
3,5	2	6,05	4,71	4,41	4,61	4,85	5,44	6,00
3,5	2,5	3,27	3,12	3,34	3,64	3,92	4,44	4,91
3,5	3	2,32	2,54	2,83	3,11	3,36	3,80	4,19
3,5	4	1,77	2,02	2,25	2,45	2,65	2,97	3,26
3,5	5	1,49	1,74	1,91	2,06	2,21	2,48	2,71

Tablo F:

a) $\bar{X}$ Kontrol Grafiği Katsayıları

n	A	A_1	A_2	A_3
2	2.121	3.760	1.880	2.159
3	1.732	2.394	1.023	1.954
4	1.500	1.880	0.729	1.628
5	1.342	1.596	0.577	1.427
6	1.225	1.410	0.483	1.287
7	1.134	1.277	0.419	1.182
8	1.061	1.175	0.373	1.099
9	1.000	1.094	0.337	1.032
10	0.949	1.028	0.308	0.975
11	0.905	0.973	0.285	0.927
12	0.866	0.925	0.266	0.886
13	0.832	0.884	0.249	0.850
14	0.802	0.848	0.235	0.817
15	0.775	0.816	0.223	0.789
16	0.750	0.788	0.212	0.763
17	0.728	0.762	0.203	0.739
18	0.707	0.738	0.194	0.718
19	0.688	0.717	0.187	0.698
20	0.671	0.697	0.180	0.680
21	0.655	0.979	0.173	0.663
22	0.640	0.662	0.167	0.647
23	0.626	0.647	0.162	0.633
24	0.612	0.632	0.157	0.619
25	0.600	0.619	0.153	0.606
	$3/\sqrt{n}$	$3/\left(c_2\sqrt{n}\right)$	$3/\left(d_2\sqrt{n}\right)$	$3/\left(c_4\sqrt{n}\right)$

b) R Kontrol Grafiği Katsayıları

n	d_2	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4	E_2
2	1.128	0.853	0	3.686	0	3.269	2.659
3	1.693	0.888	0	4.358	0	2.574	1.772
4	2.059	0.880	0	4.698	0	2.282	1.457
5	2.326	0.864	0	4.918	0	2.114	1.290
6	2.534	0.848	0	5.078	0	2.004	1.184
7	2.704	0.833	0.205	5.203	0.076	1.924	1.109
8	2.847	0.820	0.387	5.307	0.136	1.864	1.054
9	2.970	0.808	0.546	5.391	0.184	1.816	1.010
10	3.078	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777	0.975
11	3.137	0.787	0.812	5.534	0.256	1.744	0.946
12	3.258	0.778	0.924	5.592	0.284	1.716	0.921
13	3.336	0.770	1.026	5.646	0.308	1.692	0.899
14	3.407	0.762	1.121	5.693	0.329	1.671	0.881
15	3.472	0.755	1.207	5.737	0.348	1.652	0.864
16	3.532	0.749	1.285	5.779	0.364	1.636	0.849
17	3.588	0.743	1.359	5.817	0.379	1.621	0.836
18	3.640	0.738	1.426	5.854	0.392	1.608	0.824
19	3.689	0.733	1.490	5.888	0.404	1.596	0.813
20	3.735	0.729	1.548	5.922	0.414	1.586	0.803
21	3.778	0.724	1.606	5.950	0.425	1.575	0.794
22	3.819	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566	0.785
23	3.858	0.716	1.710	6.006	0.443	1.555	0.778
24	3.895	0.712	1.759	6.031	0.452	1.548	0.770
25	3.931	0.709	1.804	6.058	0.459	1.541	0.763

c) S Kontrol Grafiği Katsayıları

n	c_2	c_4	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
2	0.564	0.798	0	1.843	0	3.267	0	2.606
3	0.724	0.886	0	1.858	0	2.568	0	2.276
4	0.798	0.921	0	1.808	0	2.266	0	2.088
5	0.841	0.940	0	1.756	0	2.089	0	1.964
6	0.869	0.952	0.026	1.711	0.030	1.970	0.029	1.874
7	0.888	0.959	0.105	1.672	0.118	1.882	0.113	1.806
8	0.903	0.965	0.167	1.638	0.185	1.815	0.179	1.751
9	0.914	0.969	0.219	1.609	0.239	1.761	0.232	1.707
10	0.923	0.973	0.262	1.584	0.284	1.716	0.276	1.669
11	0.930	0.975	0.299	1.561	0.321	1.679	0.313	1.637
12	0.936	0.978	0.331	1.541	0.354	1.646	0.346	1.610
13	0.941	0.979	0.359	1.523	0.382	1.618	0.374	1.585
14	0.945	0.981	0.387	1.507	0.406	1.594	0.399	1.563
15	0.949	0.982	0.406	1.492	0.428	1.572	0.421	1.544
16	0.952	0.984	0.427	1.478	0.448	1.552	0.440	1.526
17	0.955	0.985	0.445	1.465	0.466	1.534	0.458	1.511
18	0.958	0.985	0.461	1.454	0.482	1.518	0.475	1.496
19	0.960	0.986	0.447	1.443	0.497	1.503	0.490	1.483
20	0.962	0.987	0.491	1.433	0.510	1.490	0.504	1.470
21	0.964	0.988	0.504	1.424	0.523	1.477	0.516	1.459
22	0.966	0.988	0.516	1.415	0.534	1.466	0.528	1.448
23	0.967	0.989	0.527	1.407	0.545	1.455	0.539	1.438
24	0.968	0.989	0.538	1.399	0.555	1.445	0.549	1.429
25	0.970	0.990	0.548	1.392	0.565	1.435	0.559	1.420

Tablo G: Shapiro-Wilk Testi İçin Kritik Değerler

	α								
n	**0.01**	**0.02**	**0.05**	**0.10**	**0.50**	**0.90**	**0.95**	**0.98**	**0.99**
3	0.753	0.756	0.767	0.789	0.959	0.998	0.999	1.000	1.000
4	0.687	0.707	0.748	0.792	0.935	0.987	0.992	0.996	0.997
5	0.686	0.715	0.762	0.806	0.927	0.979	0.986	0.991	0.993
6	0.713	0.743	0.788	0.826	0.927	0.974	0.981	0.986	0.989
7	0.730	0.760	0.803	0.838	0.928	0.972	0.979	0.985	0.988
8	0.749	0.778	0.818	0.851	0.932	0.972	0.978	0.984	0.987
9	0.764	0.791	0.829	0.859	0.935	0.972	0.978	0.984	0.986
10	0.781	0.806	0.842	0.869	0.938	0.972	0.978	0.983	0.986
11	0.792	0.817	0.850	0.876	0.940	0.973	0.979	0.984	0.986
12	0.805	0.828	0.859	0.883	0.943	0.973	0.979	0.984	0.986
13	0.814	0.837	0.866	0.889	0.945	0.974	0.979	0.984	0.986
14	0.825	0.846	0.874	0.895	0.947	0.975	0.980	0.984	0.986
15	0.835	0.855	0.881	0.901	0.950	0.975	0.980	0.984	0.987
16	0.844	0.863	0.887	0.906	0.952	0.981	0.981	0.985	0.987
17	0.851	0.869	0.892	0.910	0.954	0.977	0.981	0.985	0.987
18	0.858	0.874	0.897	0.914	0.956	0.978	0.982	0.986	0.988
19	0.863	0.879	0.901	0.917	0.957	0.978	0.982	0.986	0.988
20	0.868	0.884	0.905	0.920	0.959	0.979	0.983	0.986	0.988
21	0.873	0.888	0.908	0.923	0.960	0.980	0.983	0.987	0.989
22	0.878	0.892	0.911	0.926	0.961	0.980	0.984	0.987	0.989
23	0.881	0.895	0.914	0.928	0.962	0.981	0.984	0.987	0.989
24	0.884	0.898	0.916	0.930	0.963	0.981	0.984	0.987	0.989
25	0.888	0.901	0.918	0.931	0.964	0.981	0.985	0.985	0.989

Tablo G nin Devamı

26	0.891	0.904	0.920	0.933	0.965	0.982	0.985	0.985	0.989
27	0.894	0.906	0.923	0.935	0.965	0.982	0.985	0.985	0.990
28	0.896	0.908	0.924	0.936	0.966	0.982	0.985	0.985	0.990
29	0.898	0.910	0.926	0.937	0.966	0.982	0.985	0.985	0.990
30	0.900	0.912	0.927	0.939	0.967	0.983	0.985	0.985	0.990
31	0.902	0.914	0.929	0.940	0.967	0.983	0.986	0.985	0.990
32	0.904	0.915	0.930	0.941	0.968	0.983	0.986	0.985	0.990
33	0.906	0.917	0.931	0.942	0.968	0.983	0.986	0.989	0.990
34	0.908	0.919	0.933	0.943	0.969	0.983	0.986	0.989	0.990
35	0.910	0.920	0.934	0.944	0.969	0.984	0.986	0.989	0.990
36	0.912	0.922	0.935	0.945	0.970	0.984	0.986	0.989	0.990
37	0.914	0.924	0.936	0.946	0.970	0.984	0.987	0.989	0.990
38	0.916	0.925	0.938	0.947	0.971	0.984	0.987	0.989	0.990
39	0.917	0.927	0.939	0.948	0.971	0.984	0.987	0.989	0.991
40	0.919	0.928	0.940	0.949	0.972	0.985	0.987	0.989	0.991
41	0.920	0.929	0.941	0.950	0.972	0.985	0.987	0.989	0.991
42	0.922	0.930	0.942	0.951	0.972	0.985	0.987	0.989	0.991
43	0.923	0.932	0.943	0.951	0.973	0.985	0.987	0.990	0.991
44	0.924	0.933	0.944	0.952	0.973	0.985	0.987	0.990	0.991
45	0.926	0.934	0.945	0.953	0.973	0.985	0.988	0.990	0.991
46	0.927	0.935	0.945	0.953	0.974	0.985	0.988	0.990	0.991
47	0.928	0.936	0.946	0.954	0.974	0.985	0.988	0.990	0.991
48	0.929	0.937	0.947	0.954	0.974	0.985	0.988	0.990	0.991
49	0.929	0.937	0.947	0.955	0.974	0.985	0.988	0.990	0.991
50	0.930	0.938	0.947	0.955	0.974	0.985	0.988	0.990	0.991

Tablo H: Normallik Testi İçin $\{a_{n-i+1}\}$ değerleri ($a_i = -a_{n-i+1}$ dir)

i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	0.7071	0.7071	0.6872	0.6646	0.6431	0.6233	0.6052	0.5888	0.5739	
2	—	0.0000	0.1677	0:2413	0.2806	0.3031	0.3164	0.3244	0.3291	
3	—	—	—	0.0000	0.0875	0.1401	0.1743	0.1976	0.2141	
4	—	—	—	—	—	0.0000	0.0561	0.0947	0.1224	
5	—	—	—	—	—	—	—	0.0000	0.0399	
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0.5601	0.5475	0.5359	0.5251	0.5150	0.5056	0.4968	0.4886	0.4808	0.4734
2	0,3315	0.3325	0.3325	0.3318	0.3306	0.3290	0.3273	0.3253	0.3232	0.3211
3	0.2260	0.2347	0.2412	0.2460	0.2495	0.2521	0.2540	0.2553	0.2561	0.2565
4	0.1429	0.1586	0.1707	0.1802	0.1878	0.1939	0.1988	0.2027	0.2059	0.2085
5	0.0695	0.0922	0.1099	0.1240	0.1353	0.1447	0.1524	0.1587	0.1641	0.1686
6	0.0000	0.0303	0.0539	0.0727	0.0880	0.1005	0.1109	0.1197	0.1271	0.1334
7	—	—	0.0000	0.0240	0.0433	0.0593	0.0725	0.0837	0.0932	0.1013
8	—	—	—	—	0.0000	0.0196	0.0359	0.0496	0.0612	0.0711
9	—	—	—	—	—	—	0.0000	0.0163	0.0303	0.0422
10	—	—	—	—	—	—	—	—	0.000	0.0140
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	0.4643	0.4590	0.4542	0.4493	0.4450	0.4407	0.4366	0.4328	0.4291	0.4254
2	0.3185	0.3156	0.3126	0.3098	0.3069	0.3043	0.3018	0.2992	0.2968	0.2944
3	0.2578	0.2571	0.2563	0.2554	0.2543	0.2533	0.2522	0.2510	0.2499	0.2487
4	0.2119	0.2131	0.2139	0.2145	0.2148	0.2151	0.2152	0.2151	0.2150	0.2148
5	0.1736	0.1764	0.1787	0.1807	0.1822	0.1836	0.1848	0.1857	0.1864	0.1870
6	0.1399	0.1443	0.1480	0.1512	0.1539	0.1563	0.1584	0.1601	0.1616	0.1630
7	0.1092	0.1150	0.1201	0.1245	0.1283	0.1316	0.1346	0.1372	0.1395	0.1415
8	0.0804	0.0878	0.0941	0.0997	0.1046	0.1089	0.1128	0.1162	0.1192	0.1219
9	0.0530	0.0618	0.0696	0.0764	0.0823	0.0876	0.0923	0.0965	0.1002	0.1036
10	0.0263	0.0368	0.0459	0.539	0.0610	0.0672	0.0728	0.0778	0.0822	0.0862
11	0.0000	0.0122	0.0228	0.0321	0.0403	0.0476	0.0540	0.0598	0.0650	0.0697
12	—	—	0.0000	0.0107	0.0200	0.0284	0.0358	0.0424	0.0483	0.0537
13	—	—	—	—	0.0000	0.0094	0.0178	0.0253	0.320	0.0381
14	—	—	—	—	—	—	0.0000	0.0084	0.0159	0.0227
15	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0000	0.0076

Tablo H ın Devamı

i	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	0.4220	0.4188	0.4156	0.4127	0.4096	0.4068	0.4040	0.4015	0.3989	0.3964
2	0.2921	0.2898	0.2876	0.2854	0.2834	0.2813	0.2794	0.2774	0.2755	0.2737
3	0.2475	0.2463	0.2451	0.2439	0.2427	0.2415	0.2403	0.2391	0.2380	0.2368
4	0.2145	0.2141	0.2137	0.2132	0.2127	0.2121	0.2116	0.2110	0.2104	0.2098
5	0.1874	0.1878	0.1880	0.1882	0.1883	0.1883	0.1883	0.1881	0.1880	0.1878
6	0.1641	0.1651	0.1660	0.1667	0.1673	0.1678	0.1683	0.1686	0.1689	0.1691
7	0.1433	0.1449	0.1463	0.1475	0.1487	0.1496	0.1505	0.1513	0.1520	0.1526
8	0.1243	0.1265	0.1284	0.1301	0.1317	0.1331	0.1344	0.1356	0.1366	0.1376
9	0.1066	0.1093	0.1118	0.1140	0.1160	0.1179	0.1196	0.1211	0.1225	0.1237
10	0.0899	0.0931	0.0961	0.0988	0.1013	0.1036	0.1056	0.1075	0.1092	0.1108
11	0.0739	0.0777	0.0812	0.0844	0.0873	0.0900	0.0924	0.0947	0.0967	0.0986
12	0.0585	0.0629	0.0669	0.0706	0.0739	0.0770	0.0798	0.0824	0.0848	0.0870
13	0.0435	0.0485	0.0530	0.0572	0.0610	0.0645	0.0677	0.0706	0.0733	0.0759
14	0.0289	0.0344	0.0395	0.0441	0.0484	0.0523	0.0559	0.0592	0.0622	0.0651
15	0.0144	0.0206	0.0262	0.0314	0.0361	0.0404	0.4444	0.0481	0.0515	0.0546
16	0.0000	0.0068	0.0131	0.0187	0.0239	0.0287	0.0331	0.0372	0.0409	0.0444
17	—	—	0.0000	0.0062	0.0119	0.0172	0.0220	0.0264	0.0305	0.0343
18	—	—	—	—	0.0000	0.0057	0.0110	0.0158	0.0203	0.0244
19	—	—	—	—	—	—	0.0000	0.0053	0.0101	0.0146
20	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0000	0.0049

Tablo H nin Devamı

i	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	0.3940	0.3917	0.3894	0.3872	0.3850	0.3830	0.3808	0.3789	0.3770	0.3751
2	0.2719	0.2701	0.2684	0.2667	0.2651	0.2635	0.2620	0.2604	0.2589	0.2574
3	0.2357	0.2345	0.2334	0.2323	0.2313	0.2302	0.2291	0.2281	0.2271	0.2260
4	0.2091	0.2085	0.2078	0.2072	0.2065	0.2058	0.2052	0.2045	0.2038	0.2032
5	0.1876	0.1874	0.1871	0.1868	0.1865	0.1862	0.1859	0.1855	0.1851	0.1847
6	0.1693	0.1694	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695	0.1695	0.1693	0.1692	0.1691
7	0.1531	0.1535	0.1539	0.1545	0.1545	0.1548	0.1550	0.1551	0.1553	0.1554
8	0.1384	0.1392	0.1398	0.1410	0.1410	0.1415	0.1420	0.1423	0.1427	0.1430
9	0.1249	0.1259	0.1269	0.1286	0.1286	0.1293	0.1300	0.1306	0.1312	0.1317
10	0.1123	0.1136	0.1149	0.1170	0.1170	0.1180	0.1189	0.1197	0.1205	0.1212
11	0.1004	0.1020	0.1035	0.1062	0.1062	0.1073	0.1085	0.1095	0.1105	0.1113
12	0.891	0.0909	0.0927	0.0959	0.0959	0.0972	0.0986	0.0998	0.1010	0.1020
13	0.0782	0.0804	0.0824	0.0860	0.0860	0.0876	0.0892	0.0906	0.0919	0.0932
14	0.0677	0.0701	0.0724	0.0765	0.0765	0.0783	0.0801	0.0817	0.0832	0.0846
15	0.0575	0.0602	0.0628	0.0673	0.0673	0.0694	0.0713	0.0731	0.0748	0.0764
16	0.0476	0.0506	0.0534	0.0584	0.0584	0.0607	0.0628	0.0648	0.0667	0.0685
17	0.0379	0.0411	0.0442	0.0497	0.0497	0.0522	0.0546	0.0568	0.0588	0.0608
18	0.0283	0.0318	0.0352	0.0412	0.0412	0.0439	0.0465	0.0489	0.0511	0.0532
19	0.0188	0.0227	0.0296	0.328	0.0328	0.0357	0.0385	0.0411	0.0436	0.0459
20	0.0094	0.0136	0.0211	0.0245	0.0245	0.0277	0.0307	0.0335	0.0361	0.0386
21	0.0000	0.0045	0.0087	0.0163	0.0163	0.0197	0.0229	0.0259	0.0288	0.0314
22	—	—	0.0000	0.0081	0.0081	0.0118	0.0153	0.0185	0.0215	0.0244
23	—	—	—	0.0000	0.0000	0.0039	0.0076	0.0111	0.0143	0.0174
24	—	—	—	—	—	—	0.0000	0.0037	0.0071	0.0104
25	—	—	—	—	—	—	—	—	0.0000	0.0035