DEĞİŞKEN KESİTLİ VE TABAKALANMIŞ KOMPOZİT MALZEMELİ, DOĞRU VE DAİRE EKSENLİ KARMA SİSTEMLERİN TAMAMLAYICI FONKSİYONLAR YÖNTEMİ İLE STATİK ANALİZİ

Beytullah TEMEL[1], Hasibullah RASOOLI[2]
[1,2]İnşaat Mühendisliği Bölümü- Çukurova Üniversitesi, ADANA

ABSTRACT

In this study, the behavior of frames made of laminated composite materials with a variable cross-section of straight and/or circular axis beams under in-plane static loading is investigated by the Complementary Functions Method (CFM). The axial and shear deformations are considered in the formulations. The fifth-order Runge-Kutta (RK5) algorithm has been employed in the solution process of initial value problems by the CFM. The rigidity matrices and load vectors of these structural elements have been obtained by the CFM and for this purpose, a computer program is coded in FORTRAN. Verification of the computer program is performed with the comparison of the presented results and those of the finite element and it is shown that they are effective and in a good agreement with the literature.

Keywords: Two-Point Boundary Value Problems; Complementary Functions Method (CFM); Laminated Composite Beams; Composite Frames.

ÖZET

Bu çalışmada, tabakalanmış kompozit malzemeli, değişken kesitli doğru ve/veya daire eksenli çubuklardan oluşan çerçevelerin düzlem içi statik yükler etkisindeki davranışı Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY) ile incelenmiştir. Formülasyonda, eksenel ve kayma deformasyonu etkileri göz önüne alınmıştır. TFY'ye dayalı başlangıç değer probleminin çözümleri için 5. mertebe Runge-Kutta (RK5) algoritması kullanılmıştır. Bu yapı elemanlarının rijitlik matrisleri ve yük vektörleri TFY ile elde edilmiş ve bu amaçla da Fortran dilinde bilgisayar programı hazırlanmıştır. Hazırlanan bilgisayar programın kontrolü literatürde mevcut sonlu eleman sonuçları ile karşılaştırılarak literatür ile uyumlu ve etkin oldukları gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: İki Nokta Sınır Değer Problemleri; Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY); Tabakalı Kompozit Çubuklar; Kompozit Çerçeveler.

GİRİŞ

Son yıllarda, mühendislik teknolojilerinin gelişimiyle birlikte özellikle kompozit malzemeli eğri eksenli ve düz eksenli çubuklardan oluşan sistemler modern mühendislik yapılarında çok yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu tür sistemlerin statik ve dinamik davranışı birçok araştırmacının dikkatini çekmektedir.

Tabakalı kompozit kirişlerin statik analizi için Özütok ve Madenci [1], yüksek mertebeden kayma deformasyon teorisine dayalı karışık sonlu elemanlar modeli geliştirmiştir. Chandrashekhara ve Bangera [2], tarafından tabakalı kompozit kirişlerin serbest titreşim davranışını incelemek için yüksek mertebe kayma deformasyonu teorisine dayalı bir sonlu eleman modeli geliştirilmiştir. Karaca [3], düzlemsel çubukların taşıma ve rijitlik matrisi metodu ile statik ve dinamik analizini incelemiştir. Haktanır ve Kıral [4], TFY'i–düzlemsel

çubukların statiğine doğrudan uygulamışlardır. Aslan [5], geometrik özellikleri eksen boyunca değişen, düzlemi içinde ve düzlemine dik yüklü eğri eksenli yapı elemanlarının statik yükler altındaki davranışlarını incelemiştir. Bayhan [6], çalışmalarında daire eksenli düzlemsel çubukların taşıma ve rijitlik matrisi ile analizini yapmıştır. Bingöl [7], değişken kesitli doğru eksenli kompozit çubukların dinamik davranışını Laplace uzayında teorik olarak incelemiştir. Chen ve Yang [8], anizotropik tabakalı kirişler için sonlu elemanlar yöntemi kullanarak etkin bir çözüm yöntemi geliştirmiştir, Formülasyonda kayma deformasyonu etkisini dahil etmişlerdir. Saatcı [9], tabakalı kirişleri analitik olarak ve sonlu elemanlar yöntemi ile incelemiştir. Hodges ve ark.[10], karışık sonlu elemanlar formülasyonu kullanarak kompozit kirişleri idare eden denklemleri çözmüşlerdir. Chandrashekhara ve ark. [11], birinci mertebe kayma deformasyonu teorisini kullanarak simetrik tabakalı kompozit kirişlerin kesin çözümlerini sunmuşlardır. Singh ve ark. [12], üniform olmayan kompozit kirişlerin analizi için yeni bir analitik model geliştirmişlerdir. Bernoulli kiriş teorisini kullanarak üniform olmayan kompozit kirişlerin analizini yapmışlardır. Khdeir ve Reddy [13], yapmış oldukları çalışmada kalın ve ince çapraz tabakalı kompozit kirişlerin eğilme davranışları için analitik çözümler geliştirmişlerdir. Çözümlerde simetrik ve antisimetrik çapraz tabakalı kompozit kirişlere sınır koşullarını keyfi alarak ve keyfi yüklemeler uygulayarak Euler-Bernoulli kirişi, Timoshenko kirişi ve yüksek mertebe kiriş teorileri kullanmışlardır. Kahya ve Turan [14], yüksek mertebe teorisini kullanarak tabakalı kompozit kirişlerin sehim analizini yapmışlardır. Madenci [15] yaptığı yüksek lisans çalışmasında; kompozit kirişlerin statik ve dinamik analizlerini Gâteaux diferansiyel metodunu kullanılarak, karışık sonlu elemanlar formülasyonu yardımı ile incelemiştir. Analizlerde, sabit geometriye sahip, üniform yayılı yük etkisi altında, üç farklı mesnet koşuluna göre simetrik, tek tabakalı ve çapraz tabakalı ortotropik kompozit Euler-Bernoulli ve Timoshenko kirişlerini ele alarak enerji prensipleri yardımı ile her iki kiriş teorisine ait kompozit kirişlerin diferansiyel alan denklemlerini elde etmiştir. Özbek [16], eğri eksenli çubukların statik davranışlarını incelemiştir. Deplasman ve kesit tesirlerini, birbirleriyle ardışık türevler ile ilk defa ifade ederek elde etmiştir. Yıldırım ve ark. [17], doğru ve daire eksenli elemanlardan oluşan bileşik düzlem çerçevelerin statik analizini rijitlik matrisi metodu ile incelemişlerdir. Dairesel elemanları düzlemi içinde ve düzlemine dik yükleme halleri için ayrı ayrı olmak üzere eleman rijitlik ve ankastrelik uç kuvvetlerini taşıma matrisi metodu ile kesin olarak elde etmiştir. Haktanır [18], elastik izotrop malzemeye sahip düzlemsel çubukların statik davranışını TFY'ye dayalı rijitlik matrisi yöntemiyle incelemiştir. Elde ettiği denklemlerin çözümünde Runge-Kutta 4 (RK4) algoritmasını kullanmıştır. Fortran77 dilinde programlar geliştirmiş ve literatürde bulunan çalışmalara uygulayarak sonuçları kıyaslamıştır.

Literatürde doğru veya daire eksenli elemanlardan oluşan çerçevelerin statik analizi mevcuttur, ancak, yazarların bilgisine göre kompozit malzemeli, değişken kesitli doğru ve daire eksenli çubuklardan oluşan karma çerçevelerin TFY ile statik analizi üzerinde herhangi bir çalışma bulunmamaktadır. Tabakalanmış kompozit malzemeli, değişken kesitli doğru ve daire eksenli çubuklardan oluşan çerçevelerin TFY ile statik analizi ilk defa bu çalışmada yapılmıştır. Bu yöntem, iki noktalı sınır değer problemini başlangıç değer problemine indirgemektedir.

MATERYAL VE METOT

Bu çalışmada, statik yükler altında doğru ve daire eksenli tabakalanmış kompozit kesitli çubuklardan oluşan sistemlerin davranışını idare eden denklemler, kanonik formda birinci mertebeden adi diferansiyel denklem takımı halinde elde edilmektedir. Formülasyonda eksenel ve kayma deformasyonu etkileri göz önüne alınmaktadır.

Doğru eksenli tabakalı kompozit çubukların davranışını idare eden skaler denklemler aşağıda verilmiştir:

$$\frac{dU_t}{dx} = A_{11}{}' \, T_t \tag{1}$$

$$\frac{dU_n}{dx} = \Omega_b + \alpha_n \, A_{22}{}' \, T_n \tag{2}$$

$$\frac{d\Omega_b}{dx} = D_{33}{}' \, M_b \tag{3}$$

$$\frac{dT_t}{dx} = -p_t \tag{4}$$

$$\frac{dT_n}{dx} = -p_n \tag{5}$$

$$\frac{dM_b}{dx} = -T_n \tag{6}$$

Daire eksenli tabakalı kompozit çubukların statik davranışı için adi diferansiyel denklemler aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\frac{dU_t}{d\phi} = U_n + R \, A_{11}{}' \, T_t \tag{7}$$

$$\frac{dU_n}{d\phi} = -\, U_t + R \, \Omega_b + R \, A_{22}{}' \, T_n \tag{8}$$

$$\frac{d\Omega_b}{d\phi} = R \, D_{33}{}' \, M_b \tag{9}$$

$$\frac{dT_t}{d\phi} = T_n - R \, p_t \tag{10}$$

$$\frac{dT_n}{d\phi} = -T_t - R \, p_n \tag{11}$$

$$\frac{dM_b}{d\phi} = -RT_n - R \, M_b \tag{12}$$

Burada T_t, eksenel normal kuvveti T_n, kesme kuvveti ve M_b ise, eğilme momentini göstermektedir. U_t ve U_n, **t** ve **n** eksenleri doğrultularındaki yer değiştirmeleri ve Ω_b ise, dönmeyi simgelemektedir. *R*, daire eksenli çubuğun yarıçapıdır.

A ve **D** matrisleri çubuk kesitinin indirgenmiş malzeme sabitlerini göstermekte olup, her bir tabaka malzemesinin rijitlik terimlerinin toplamından elde edilmektedir Bingöl [7]. Kompozit çubuklar ile ilgili bünye denklemleri ve çubukların toplam rijitliklerini içeren **A** ve **D** malzeme matrislerinin tersinden elde edilen esneklik matrisleri, **A′** ve **D′** Çalım [19]'da verilmektedir.

SAYISAL UYGULAMALAR

Bu bölümde, tabakalanmış kompozit malzemeli karma sistemlerin statik yükler altındaki analizi yapılacaktır. Eğri eksenli çubuklar için iki metot uygulanmaktadır. Bunlar direk Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ve Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metoduna dayalı rijitlik matrisi metodudur. Direk Tamamlayıcı Fonksiyonlar Metodu ara mesnetler ve tekil yükleme olmayan sistemler için uygundur. Daha genel olan ikinci yöntemde ise Tamamlayıcı Fonksiyonlar metodu ile eleman rijitlik matrisi ve eleman yük vektörü oluşturarak çözüme gidilmektedir. Doğru ve daire eksenli çubuklardan oluşan bu tip çerçevelerin statik analizini yapmak amacıyla Fortran dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Programda, yapı elemanlarının rijitlik matrisleri ve yük vektörleri TFY ile elde edilmektedir. Başlangıç değer probleminin çözümü için RK5 algoritması uygulanmaktadır. Elde edilen kanonik formdaki birinci mertebeden adi diferansiyel denklem takımının çözümü, özellikle de analitik çözümü yapılamayan değişken katsayılı denklemlerin sayısal çözümleri bu yöntem ile yapılabilmektedir. Bu çalışmadaki

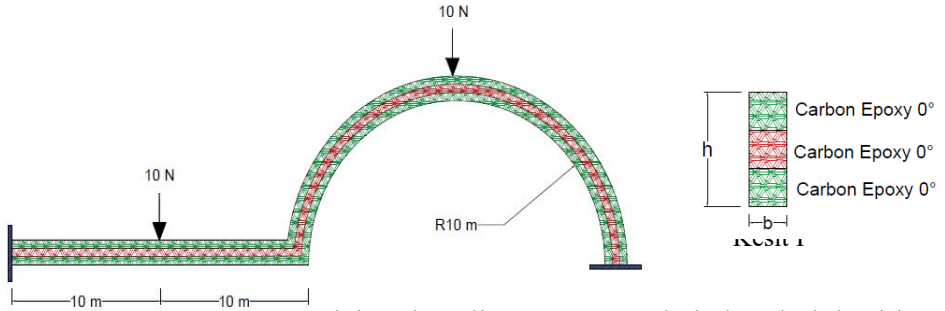
sayısal uygulamaları ANSYS programı ile karşılaştırmak için, ANSYS programında üç düğümlü kuadratik BEAM-189 elemanı seçilmiştir [20]. Uygulamalarda kullanılan malzeme özellikleri Çizelge 1.'de verilmektedir.

Çizelge 1. Malzeme özellikleri

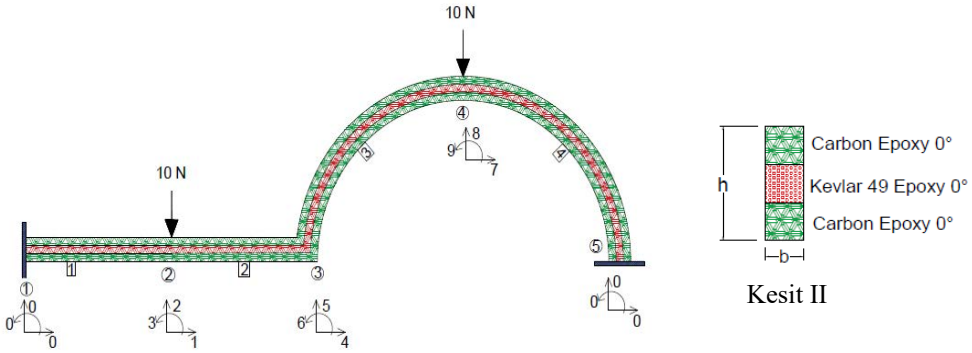
	E_1 (GPa)	$E_2 = E_3$ (GPa)	$G_{12} = G_{13}$ (GPa)	G_{23} (GPa)	$\nu_{12} = \nu_{13}$	ν_{23}	ρ (kg/m^3)
Kevlar 49 Epoxy	76	5.56	2.3	1.618	0.34	0.718	1460.00
Carbon Epoxy	144.8	9.54	4.14	3.45	0.30	0.399	1389.23

Örnek 1. Doğru ve Daire Eksenli, Kompozit Malzemeli Çerçeve Sistemi

Her iki ucu ankastre mesnetli, üzerinde tekil yükler bulunan tabakalanmış kompozit malzemeli, doğru ve daire eksenli çubuklardan oluşan, aşağıdaki çerçevenin iki farklı tabakalı kesit için statik analizleri yapılacaktır. Şekil 1'de görülen çerçeve çubuklarının hem kesit yüksekliği (h=0.90m), hem de kesit genişliği (b=0.45m) sabit olarak seçilmiştir. Çubuk kesitleri, kesit yüksekliği boyunca farklı açılara sahip, iki ayrı malzeme grubu olmak üzere simetrik üç eşit tabakalı olarak dikkate alınmıştır.



Şekil 1. Doğru ve daire eksenli çerçeve ve tabakalı çubuk kesiti I



Şekil 2. Sistemin düğüm serbestlikleri, kodlamaları ve tabakalı çubuk kesiti II

ANSYS programı ile çözüm yapılırken, Şekil 2'deki çerçevenin her bir çubuğu 5, 10 ve 20 eşit elemana bölünmüştür. Kesit I'deki malzeme grubu için bu çalışmada hesaplanan düğüm deplasmanları ile ANSYS sonuçları Çizelge 2 üzerinde karşılaştırılmıştır. Her bir çubuğu 20 eşit elamana bölünen ANSYS modelinden elde edilen deplasmanların noktadan sonraki üç hanesi, bu çalışmada hesaplanan düğüm deplasmanları ile çakışmaktadır. Bu bölme sayıları için ANSYS ve bu çalışma arsındaki bağıl farklar da çizelgede ayrıca verilmiştir.

Çizelge 2. Kesit I için hesaplanan düğüm deplasmanlarının karşılaştırılması

Düğüm No		U dep. (m)	V dep. (m)	Teta (Rad.)
2	**Bu Çalışma**	-8.09944E-10	-2.85552E-06	-3.53885E-07
	ANSYS **(5 El.)**	-8.09950E-10	-2.85550E-06	-3.53880E-07
	ANSYS **(10 El.)**	-8.09950E-10	-2.85550E-06	-3.53880E-07
	ANSYS **(20 El.)**	-8.09940E-10	-2.85550E-06	-3.53880E-07
	Bağıl Hata	**4.93861E-06**	**7.00398E-06**	**1.41289E-05**
Düğüm No		**U dep. (m)**	**V dep. (m)**	**Teta (Rad.)**
3	**Bu Çalışma**	-1.61989E-09	-4.85219E-06	-1.08097E-08
	ANSYS **(5 El.)**	-1.61990E-09	-4.85220E-06	-1.08090E-08
	ANSYS **(10 El.)**	-1.61990E-09	-4.85220E-06	-1.08090E-08
	ANSYS **(20 El.)**	-1.61990E-09	-4.85220E-06	-1.08100E-08
	Bağıl Hata	**6.17326E-06**	**2.06093E-06**	**2.77529E-05**
Düğüm No		**U dep. (m)**	**V dep. (m)**	**Teta (Rad.)**
4	**Bu Çalışma**	-1.52514E-06	-2.55377E-06	3.08127E-07
	ANSYS **(5 El.)**	-1.52100E-06	-2.55380E-06	3.08130E-07
	ANSYS **(10 El.)**	-1.52100E-06	-2.55380E-06	3.08130E-07
	ANSYS **(20 El.)**	-1.52510E-06	-2.55380E-06	3.08130E-07
	Bağıl Hata	**2.62271E-05**	**1.17473E-05**	**9.73625E-06**

Kesit I'deki malzeme grubu ve dört farklı tabaka açıları için Şekil 2'deki çerçevenin TFY ile elde edilen eleman uç kuvvetleri Çizelge 3 üzerinde toplu olarak sunulmuştur.

Çizelge 3. Farklı tabaka açıları ve Kesit I malzeme grubu için eleman uç kuvvetleri

Tabaka Açıları		El. No	N_i (N)	T_i (N)	M_i (N.m)	N_j (N)	T_j (N)	M_j (N.m)
Durum I	0^0 0^0 0^0	1	4.7498	11.8972	94.5072	-4.7498	-11.8972	24.4651
		2	4.7498	1.8972	-24.4651	-4.7498	-1.8972	43.4375
		3	4.7498	1.8972	-43.4375	-4.7498	-1.8972	14.9115
		4	4.7498	-8.1028	-14.9115	-4.7498	8.1028	-18.6177
Tabaka Açıları		**El. No**	**N_i (N)**	**T_i (N)**	**M_i (N.m)**	**N_j (N)**	**T_j (N)**	**M_j (N.m)**
Durum II	0^0 45^0 0^0	1	4.7871	11.9102	94.6507	-4.7871	-11.9102	24.4514
		2	4.7871	1.9102	-24.4514	-4.7871	-1.9102	43.5535
		3	4.7871	1.9102	-43.5535	-4.7871	-1.9102	14.7850
		4	4.7871	-8.0898	-14.7850	-4.7871	8.0898	-18.2423
Tabaka Açıları		**El. No**	**N_i (N)**	**T_i (N)**	**M_i (N.m)**	**N_j (N)**	**T_j (N)**	**M_j (N.m)**
Durum III	45^0 0^0 45^0	1	4.8043	11.9162	94.7169	-4.8043	-11.9162	24.4451
		2	4.8043	1.9162	-24.4451	-4.8043	-1.9162	43.6072
		3	4.8043	1.9162	-43.6072	-4.8043	-1.9162	14.7264
		4	4.8043	-8.0838	-14.7264	-4.8043	8.0838	-18.0688
Tabaka Açıları		**El. No**	**N_i (N)**	**T_i (N)**	**M_i (N.m)**	**N_j (N)**	**T_j (N)**	**M_j (N.m)**
Durum IV	0^0 90^0 0^0	1	4.8043	11.9162	94.7169	-4.8043	-11.9162	24.4451
		2	4.8043	1.9162	-24.4451	-4.8043	-1.9162	43.6072
		3	4.8043	1.9162	-43.6072	-4.8043	-1.9162	14.7264
		4	4.8043	-8.0838	-14.7264	-4.8043	8.0838	-18.0688

Kesit I'deki malzeme grubu için bu çalışmadan elde edilen eleman uç kuvvetleri ile her bir çubuğun 20 eşit elemana bölünmesi sonucunda ANSYS programından elde edilen değerler Çizelge 4 üzerinde karşılaştırılmaktadır.

Çizelge 4. Kesit I için hesaplanan eleman uç kuvvetlerinin karşılaştırılması

	N_i (N)	T_i (N)	M_i (N.m)	N_j (N)	T_j (N)	M_j (N.m)
(XYZ) KOORDİNAT TAKIMINDA				ELEMAN NO ==>		**1**
Bu Çalışma	4.7498	11.8972	94.5072	-4.7498	-11.8972	24.4651
ANSYS	4.7498	11.8970	94.5070	-4.7498	-11.8972	24.4650
(XYZ) KOORDİNAT TAKIMINDA				ELEMAN NO ==>		**2**
Bu Çalışma	4.7498	1.8972	-24.4651	-4.7498	-1.8972	43.4375
ANSYS	4.7498	1.8972	-24.4650	-4.7498	-1.8972	43.4380
(XYZ) KOORDİNAT TAKIMINDA				ELEMAN NO ==>		**3**
Bu Çalışma	-4.7498	-1.8972	-43.4375	-4.7498	-1.8972	14.9115
ANSYS	-4.7498	-1.8972	-43.4380	-4.7498	-1.8972	14.9120
(XYZ) KOORDİNAT TAKIMINDA				ELEMAN NO ==>		**4**
Bu Çalışma	-4.7498	-8.1028	-14.9115	-4.7498	8.1028	-18.6177
ANSYS	-4.7498	-8.1028	-14.9120	-4.7498	8.1028	-18.6180

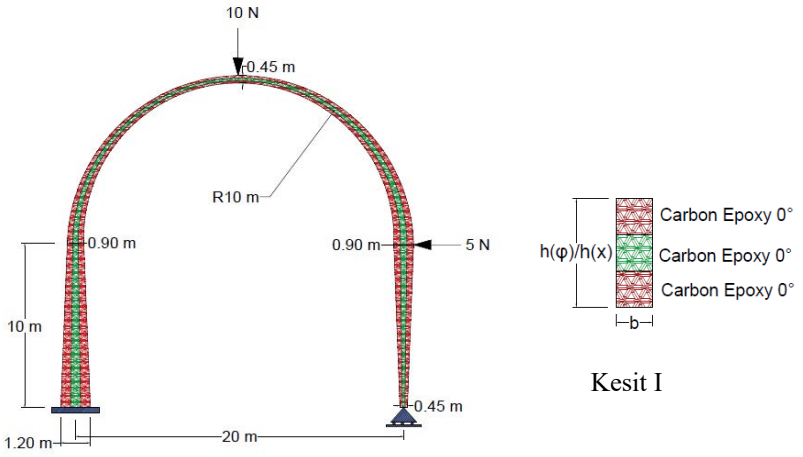
Ayrıca, kesit II'deki malzeme grubu ve dört farklı tabaka açıları için Şekil 2'deki çerçevenin TFY ile elde edilen elaman uç kuvvetleri Çizelge 5 üzerinde toplu olarak sunulmuştur.

Çizelge 5. Farklı tabaka açıları ve Kesit II malzeme grubu için eleman uç kuvvetleri

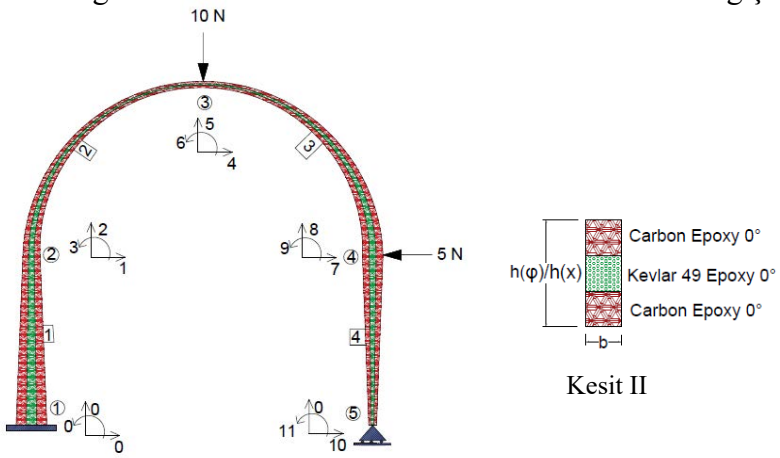
Tabaka Açıları		**El. No**	N_i (N)	T_i (N)	M_i (N.m)	N_j (N)	T_j (N)	M_j (N.m)
Durum I		1	4.7498	11.8972	94.5072	-4.7498	-11.8972	24.4651
	0^0	2	4.7498	1.8972	-24.4651	-4.7498	-1.8972	43.4375
	0^0	3	4.7498	1.8972	-43.4375	-4.7498	-1.8972	14.9115
	0^0	4	4.7498	-8.1028	-14.9115	-4.7498	8.1028	-18.6177
Tabaka Açıları		**El. No**	N_i (N)	T_i (N)	M_i (N.m)	N_j (N)	T_j (N)	M_j (N.m)
Durum II		1	4.7498	11.8972	94.5072	-4.7498	-11.8972	24.4651
	0^0	2	4.7498	1.8972	-24.4651	-4.7498	-1.8972	43.4375
	45^0	3	4.7498	1.8972	-43.4375	-4.7498	-1.8972	14.9115
	0^0	4	4.7498	-8.1028	-14.9115	-4.7498	8.1028	-18.6177
Tabaka Açıları		**El. No**	N_i (N)	T_i (N)	M_i (N.m)	N_j (N)	T_j (N)	M_j (N.m)
Durum III		1	4.8121	11.9192	94.7532	-4.8121	-11.9192	24.4389
	45^0	2	4.8121	1.9192	-24.4389	-4.8121	-1.9192	43.6309
	0^0	3	4.8121	1.9192	-43.6309	-4.8121	-1.9192	14.7020
	45^0	4	4.8121	-8.0808	-14.7020	-4.8121	8.0808	-17.9850
Tabaka Açıları		**El. No**	N_i (N)	T_i (N)	M_i (N.m)	N_j (N)	T_j (N)	M_j (N.m)
Durum IV		1	4.7498	11.8972	94.5072	-4.7498	-11.8972	24.4651
	0^0	2	4.7498	1.8972	-24.4651	-4.7498	-1.8972	43.4375
	90^0	3	4.7498	1.8972	-43.4375	-4.7498	-1.8972	14.9115
	0^0	4	4.7498	-8.1028	-14.9115	-4.7498	8.1028	-18.6177

Örnek 2. Tabakalanımış Malzemeye Sahip Değişken Kesitli Kolon-Kemer Sistemi

Biri ankastre diğeri kayıcı mesnetli kolonlara oturan kemerin statik analizi ele alınmıştır. Kesit genişliği, b=0.45m olan ve değişken yüksekliğe (h (ϕ)/$h(x)$) sahip, doğru ve daire eksenli çubuklardan oluşan çerçevenin tekil yükler etkisindeki iki farklı tabakalanma grubu için statik analizleri yapılacaktır.



Şekil 3. Doğru eksenli kolonlara oturan kemer ve tabakalı değişken kesiti I



Şekil 4. Sistemin düğüm serbestlikleri, kodlamaları ve çubuk kesiti II

Kesit I'deki malzeme grubu ve yukarıdaki kolon-kemer sistemi için bu çalışmadan elde edilen eleman uç kuvvetleri ile her bir çubuğun 20 eşit elemana bölünmesi sonucunda ANSYS programından elde edilen değerler Çizelge 6 üzerinde karşılaştırılmaktadır.

Çizelge 6. Kesit I için hesaplanan eleman uç kuvvetlerinin karşılaştırılması

	N_i (N)	T_i (N)	M_i (N.m)	N_j (N)	T_j (N)	M_j (N.m)
(XYZ) KOORDİNAT TAKIMINDA				ELEMAN NO ==>		**1**
Bu Çalışma	5.0000	4.8201	-53.5990	-5.0000	-4.8201	3.5990
ANSYS	5.0000	4.8200	-53.6000	-5.0000	-4.8200	3.6002
(XYZ) KOORDİNAT TAKIMINDA				ELEMAN NO ==>		**2**
Bu Çalışma	5.0000	4.8201	-3.5990	-5.0000	4.8201	1.7995
ANSYS	5.0000	4.8200	-3.6002	-5.0000	4.8200	1.8001
(XYZ) KOORDİNAT TAKIMINDA				ELEMAN NO ==>		**3**
Bu Çalışma	5.0000	-5.1800	-1.7995	-5.0000	5.1800	0.0000
ANSYS	5.0000	-5.1800	-1.8001	-5.0000	5.1800	0.0000
(XYZ) KOORDİNAT TAKIMINDA				ELEMAN NO ==>		**4**
Bu Çalışma	0.0000	-5.1800	0.0000	0.0000	5.1800	0.0000
ANSYS	0.0000	-5.1800	0.0000	0.0000	5.1800	0.0000

ANSYS programı ile çözüm yaparken, Şekil 4'teki çerçevenin her bir çubuğu 5, 10 ve 20 eşit elemana bölünmüştür. Kesit I'deki malzeme grubu için bu çalışmada hesaplanan düğüm deplasmanları ile ANSYS sonuçları Çizelge 7 üzerinde karşılaştırılmıştır. Her bir çubuğu 20 eşit elamana bölerek ANSYS ile hesaplanan deplasmanların noktadan sonraki üç hanesi, bu çalışmada hesaplanan düğüm deplasmanları ile çakışmaktadır. Bu bölme sayıları için ANSYS ve bu çalışma arsındaki bağıl farklar da çizelgede ayrıca verilmiştir.

Çizelge 7. Kesit I için hesaplanan düğüm deplasmanlarının karşılaştırılması

Düğüm No		U dep. (m)	V dep. (m)	Teta (Rad.)
2	**Bu Çalışma**	-1.53109E-06	-7.09353E-10	2.38973E-07
	ANSYS **(5 El.)**	-1.52420E-06	-7.10570E-10	2.37530E-07
	ANSYS **(10 El.)**	-1.53180E-06	-7.09220E-10	2.39130E-07
	ANSYS **(20 El.)**	-1.53110E-06	-7.09340E-10	2.38980E-07
	Bağıl Hata	6.53129E-06	1.83266E-05	2.92920E-05
3	**Bu Çalışma**	-3.26896E-06	9.10094E-07	5.51869E-09
	ANSYS **(5 El.)**	-3.24770E-06	9.01670E-07	5.17070E-09
	ANSYS **(10 El.)**	-3.27260E-06	9.12690E-07	5.55660E-09
	ANSYS **(20 El.)**	-3.26910E-06	9.10290E-07	5.52130E-09
	Bağıl Hata	4.28271E-05	2.15362E-04	4.72938E-04
4	**Bu Çalışma**	-5.14256E-06	-1.22450E-09	-2.73445E-07
	ANSYS **(5 El.)**	-5.09870E-06	-1.22250E-09	-2.69970E-07
	ANSYS **(10 El.)**	-5.15000E-06	-1.22470E-09	-2.73910E-07
	ANSYS **(20 El.)**	-5.14310E-06	-1.22450E-09	-2.73480E-07
	Bağıl Hata	1.05006E-04	0.00000E+00	1.27996E-04
5	**Bu Çalışma**	-7.87702E-06	0.00000E+00	-2.73445E-07
	ANSYS **(5 El.)**	-7.79840E-06	0.00000E+00	-2.69970E-07
	ANSYS **(10 El.)**	-7.88910E-06	0.00000E+00	-2.73910E-07
	ANSYS **(20 El.)**	-7.87780E-06	0.00000E+00	-2.73480E-07
	Bağıl Hata	9.90222E-05	0.00000E+00	1.27996E-04

Çizelge 8. Farklı tabaka açıları ve Kesit I malzeme grubu için eleman uç kuvvetleri

Tabaka Açıları		**El. No**	**N_i (N)**	**T_i (N)**	**M_i (N.m)**	**N_j (N)**	**T_j (N)**	**M_j (N.m)**
Durum I	0^0 0^0 0^0	1	4.7498	11.8972	94.5072	-4.7498	-11.8972	24.4651
		2	4.7498	1.8972	-24.4651	-4.7498	-1.8972	43.4375
		3	4.7498	1.8972	-43.4375	-4.7498	-1.8972	14.9115
		4	4.7498	-8.1028	-14.9115	-4.7498	8.1028	-18.6177
Tabaka Açıları		**El. No**	**N_i (N)**	**T_i (N)**	**M_i (N.m)**	**N_j (N)**	**T_j (N)**	**M_j (N.m)**
Durum II	0^0 45^0 0^0	1	4.7871	11.9102	94.6507	-4.7871	-11.9102	24.4514
		2	4.7871	1.9102	-24.4514	-4.7871	-1.9102	43.5535
		3	4.7871	1.9102	-43.5535	-4.7871	-1.9102	14.7850
		4	4.7871	-8.0898	-14.7850	-4.7871	8.0898	-18.2423
Tabaka Açıları		**El. No**	**N_i (N)**	**T_i (N)**	**M_i (N.m)**	**N_j (N)**	**T_j (N)**	**M_j (N.m)**
Durum III	45^0 0^0 45^0	1	4.8043	11.9162	94.7169	-4.8043	-11.9162	24.4451
		2	4.8043	1.9162	-24.4451	-4.8043	-1.9162	43.6072
		3	4.8043	1.9162	-43.6072	-4.8043	-1.9162	14.7264
		4	4.8043	-8.0838	-14.7264	-4.8043	8.0838	-18.0688
Tabaka Açıları		**El. No**	**N_i (N)**	**T_i (N)**	**M_i (N.m)**	**N_j (N)**	**T_j (N)**	**M_j (N.m)**
Durum IV	0^0 90^0 0^0	1	4.7706	11.9045	94.5875	-4.7706	-11.9045	24.4574
		2	4.7706	1.9045	-24.4574	-4.7706	-1.9045	43.5022
		3	4.7706	1.9045	-43.5022	-4.7706	-1.9045	14.8410
		4	4.7706	-8.0955	-14.8410	-4.7706	8.0955	-18.4080

Kesit I'deki malzeme grubu ve dört farklı tabakalanma durumu için Şekil 4'teki çerçevenin TFY ile elde edilen eleman uç kuvvetleri Çizelge 8 üzerinde toplu olarak sunulmuştur.

Ayrıca, Kesit II'deki malzeme grubu ve dört farklı tabakalanma durumu için Şekil 4'teki çerçevenin TFY ile elde edilen elaman uç kuvvetleri Çizelge 9 üzerinde toplu olarak sunulmuştur.

Çizelge 9. Farklı tabaka açıları ve Kesit II malzeme grubu için eleman uç kuvvetleri

Tabaka Açıları		El. No	N_i (N)	T_i (N)	M_i (N.m)	N_j (N)	T_j (N)	M_j (N.m)
Durum I	0^0	1	5.0000	4.8201	-53.5991	-5.0000	-4.8201	3.5991
	0^0	2	5.0000	4.8201	-3.5991	-5.0000	-4.8201	1.7995
	0^0	3	5.0000	-5.1800	-1.7995	-5.0000	5.1800	0.0000
		4	0.0000	-5.1800	0.0000	0.0000	5.1800	0.0000
Tabaka Açıları		**El. No**	**N_i (N)**	**T_i (N)**	**M_i (N.m)**	**N_j (N)**	**T_j (N)**	**M_j (N.m)**
Durum II	0^0	1	5.0000	4.8199	-53.6017	-5.0000	-4.8199	3.6017
	45^0	2	5.0000	4.8199	-3.6017	-5.0000	-4.8199	1.8008
	0^0	3	5.0000	-5.1801	-1.8008	-5.0000	5.1801	0.0000
		4	0.0000	-5.1801	0.0000	0.0000	5.1801	0.0000
Tabaka Açıları		**El. No**	**N_i (N)**	**T_i (N)**	**M_i (N.m)**	**N_j (N)**	**T_j (N)**	**M_j (N.m)**
Durum III	45^0	1	5.0000	4.8198	-53.6045	-5.0000	-4.8198	3.6045
	0^0	2	5.0000	4.8198	-3.6045	-5.0000	-4.8198	1.8023
	45^0	3	5.0000	-5.1802	-1.8023	-5.0000	5.1802	0.0000
		4	0.0000	-5.1802	0.0000	0.0000	5.1802	0.0000
Tabaka Açıları		**El. No**	**N_i (N)**	**T_i (N)**	**M_i (N.m)**	**N_j (N)**	**T_j (N)**	**M_j (N.m)**
Durum IV	0^0	1	5.0000	4.8200	-53.6003	-5.0000	-4.8200	3.6003
	90^0	2	5.0000	4.8200	-3.6003	-5.0000	-4.8200	1.8001
	0^0	3	5.0000	-5.1800	-1.8001	-5.0000	5.1800	0.0000
		4	0.0000	-5.1800	0.0000	0.0000	5.1800	0.0000

SONUÇLAR

Bu çalışmada, tabakalı kompozit malzemeden yapılmış, doğru ve daire eksenli çubuklardan oluşan, değişken kesitli çerçevelerin dış yükler altındaki statik analizleri TFY ile yapılmıştır. TFY'nde başlangıç değer probleminin sayısal çözümleri için RK5 algoritması kullanılmıştır. Yapılan çözümlerde eksenel ve kayma deformasyonu etkileri dikkate alınmıştır. Sayısal uygulamalardan anlaşıldığı üzere, her bir çubuk için tek eleman kullanarak bu çalışmadan elde edilen deplasman ve uç kuvvetleri ile, her bir çubuğun en az 20 eşit parçaya bölünmesi halinde ANSYS paket programından bulunan değerlerin çakıştıkları gözlenmiştir. Her iki malzeme grubunda da tabakalanma açılarının çubuk uç kuvvetleri üzerindeki etkisi çok az olurken, düğüm deplasmanlarının önemli ölçüde etkilendiği görülmüştür.

KAYNAKLAR

[1] Özütok, A. and Madenci, E. (2017) Static analysis of laminated composite beams based on higher-order shear deformation theory by using mixed-type finite element method. *International Journal of Mechanical Sciences,* 130, 234–243

[2] Chandrashekhara, K. Bangera, K. M. (1992). Free vibration of composite beams using a refined shear flexible beam element. *Computer and Structures***,** 43(4), 719-727.

[3] Karaca, N. (2014). *Düzlemsel çubukların taşıma ve rijitlik matrisi metodu ile statik ve dinamik analizi*. Yüksek lisans tezi, Mustafa Kemal Üniversitesi, Hatay.

[4] Haktanır, V. ve Kıral, E.(1991). *Tamamlayıcı fonksiyonlar yönteminin düzlemsel çubukların statiğine doğrudan uygulanması*, Ç.Ü. Müh. Mim. Fak. Dergisi., Adana, 2,155-167

[5] Aslan, T. (2016). *Eğrisel yapı elemanlarının etkin sayısal analizi üzerine bir araştırma.* Yüksek lisans tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.

[6] Bayhan, S. (1993). D*aire eksenli düzlemsel çubukların taşıma ve rijitlik matrisi ile analizi.* Yüksek lisans tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana.

[7] Bingöl, M.(2009) *Değişken kesitli kompozit kirişlerin dinamik analizi.* Yüksek lisans tezi, Mustafa Kemal Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Hatay.

[8] Chen, A.T. and Yang, T.Y. (1985). *Static and dynamic formulation of symmetrically laminated beam finite element for microcomputer*, J. Compos. Mater. 19 459-475.

[9] Saatcı, S.(2001). *Analytical and finite element investigation of layered beams.* Yüksek lisans tezi, Orta Doğu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

[10] Hodges, D. H. Atılgan, A. R. Fulton, M. V. and Rehfield, L. W. 1991. Free Vibration Analysis of Composite Beams. *Journal of the American Helicopter Society*, 36(3): 36-47.

[11] Chandrashekhara, K., Krisnamurty, K., and Roy, S., 1990. Free Vibration of Composite Beams Including Rotary Inertia and Shear Deformation. *Composite Structures*, 14: 269-279.

[12] Singh, M. P., and Abdelnaser, A. S., 1992. Random Response of Symmetric Cross-Ply Composite Beams with Arbitrary Boundary Conditions. *AIAA Journal*, 30(4): 1081-1088.

[13] Khdeir A, Reddy J. An exact solution for the bending of thin and thick cross-ply laminated beams. *Composite Structures* 1997; 37:195–203.

[14] V. Kahya and M. Turan (2017). Bending of Laminated Composite Beams by a Multi-Layer Finite Element Based on a Higher-Order Theory. *International Conference on Computational and Experimental Science and Engineering (2016). Vol.132 No: 3*

[15] Madenci, E. (2011). *Kompozit kirişlerin karışık sonlu elemanlar yöntemi ile statik ve dinamik analizi.* Yüksek lisans Tezi, Selçuk üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

[16] ÖZBEK, T. 1963. Bulletin of Technical University of İstanbul vol. 15

[17] YILDIRIM, V., İNCE, N., and KIRAL, E., "Doğru ve Daire Eksenli Elemanlardan Oluşan Bileşik Düzlem Çerçevelerin Statik Analizi", *J. of Engineering and Environmental Sciences*, 137-148, 1997.

[18] Haktanır, V., (1994). A New Method for the Element Stiffness Matrix of Arbitrary Planar Bars, *Computers & Structures* Vol. 52, No. 4. pp. 679-691, 1994

[19] Çalim, F. F. (2003). *Viskoelastik, anizotropik, eğri eksenli uzaysal çubuk sistemlerin* dinamik analizi. Doktora Tezi, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.

[20] ANSYS, Inc Release 15.0 (2013), Canonsburg, PA