II. Ulusal Hesaplamalı Mekanik Konferansı
4-6 Eylül 1996, Trabzon

HARMONİK VE KEYFİ YÜKLEME HALLERİ İÇİN YAPI-ZEMİN ETKİLEŞİMİ PROBLEMLERİNİN SONLU VE SONSUZ ELEMANLAR İLE ANALİZİ

Beytullah TEMEL **Erhan KIRAL**

Ç.Ü. Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, ADANA

Özet

İki boyutlu veya eksenel dönel simetrik yapı-zemin etkileşimi problemleri, yakın bölgelerde standart sonlu ve uzak bölgelerde sonsuz eleman kullanılarak analiz edilmektedir. Formülasyon harmonik hal için kompleks uzayda ve zamanla değişen keyfi yüklemeler için ise, Laplace dönüşüm uzayında yapılmaktadır. Zaman uzayına geçiş için uygun bir sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemi kullanılmaktadır. Her iki yükleme durumu için FORTRAN dilinde hazırlanan programlar ile çözülen örnekler literatürde mevcut örneklerle karşılaştırılmaktadır.

1. Giriş

Makina temelleri, hareketli trafik yükleri, zemin sıkıştırmaları gibi inşaat aktiviteleri sebebi ile yer yüzeyinde meydana gelen titreşim zemin içinde yayılan çeşitli tipte dalgalar oluşturmaktadır. Titreşim kaynağı yakınında yüksek olan genlikler, geometri ve malzeme sönümleri nedeni ile, kaynaktan uzaklaştıkça azalmaktadır.

Yeraltı iletişim hatları, tüneller, kanalizasyonlar, hassas aletlerin yerleştirildiği kanallar gibi yeraltı yapıları inşa edilegelmektedir. Böylece, yer yüzünde meydana gelen titreşimden dolayı yeraltı yapılarında titreşim düzeyinin tahmini önemli bir mühendislik problemini oluşturmaktadır. Benzer şekilde, yeraltında oluşan patlamalar da yer yüzünde mevcut üst yapıları etkilemektedir.

Sonsuza uzanan ve tabii haldeki zeminlere daha rasyonel bir yaklaşım, yakın bölgeden sonra sonsuz eleman kullanılması olmuştur [1]. Değişik şekil fonksiyonları seçilerek, sonlu-sonsuz dinamik eleman uygulamaları, iki boyutlu harmonik yükleme için [2] ve üç boyutlu harmonik hal için [3] de verilmektedir.

Bu çalışmada, iki boyutlu düzlemsel veya eksenel dönel simetrik geometriye sahip zemin-yapı etkileşimi problemleri incelenmektedir. Zemin tabakalı, elastik ve/veya visko-elastik malzeme olarak ele alınmaktadır. Yarı sonsuz zemin ise, kaynağa yakın bölgelerde kuadratik sonlu elemanlar ile uzak bölgelerde ise sonsuz elemanlar ile modellenmektedir.

Bu çalışmada, azalan fonksiyonlu dinamik sonsuz eleman için rijitlik ve kütle matrisleri elde edilmektedir. Sonsuz elemanlar için deplasman kabulü dalga yayılışının özelliklerini taşımaktadır. Sonsuz elemanların rijitlik ve kütle matrisleri hesabında ihtiyaç duyulan integrasyon için Gauss-Laguerre yöntemi modifiye edilerek kullanılmaktadır.

Laplace dönüşüm uzayından zaman uzayına geçiş için Durbin'in sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemi uygulanmaktadır.

2. Sonlu Eleman Formülasyonu

Düzlem elastisite halinde, hareket denklemleri deplasmanlar cinsinden,

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(c_{11}\frac{\partial u}{\partial x}+c_{12}\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left[c_{33}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]+f_x-\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[c_{33}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left(c_{12}\frac{\partial u}{\partial x}+c_{22}\frac{\partial v}{\partial y}\right)+f_y-\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=0 \qquad (2)$$

şeklinde verilmektedir. Burada, f_x , f_y, x ve y doğrultularında, yayılı hacim (alan) kuvvetleri, ρ, kütlesel yoğunluk ve u, v, sırasıyla, x ve y doğrultusunda deplasman bileşenleridir.

Lineer elastik ve izotrop malzemeler için c_{ij}, malzeme sabitleri, düzlem şekil değiştirme halinde,

$$c_{11}=c_{22}=\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}\ ,\ c_{12}=\frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\ ,\ c_{33}=G=\frac{E}{2(1+\nu)} \qquad (3a)$$

düzlem gerilme halinde,

$$c_{11}=c_{22}=\frac{E}{(1-\nu^2)}\ ,\qquad c_{12}=\frac{\nu E}{(1-\nu^2)}\ ,\qquad c_{33}=G=\frac{E}{2(1+\nu)} \qquad (3b)$$

olarak alınmaktadır. Burada, E, Elastisite modülünü, ν, Poisson oranını ve G, kayma modülünü göstermektedir.

Harmonik yükleme için visko-elastik zemin durumunda malzemede histeretik sönüm olduğu vasayılarak, c_{ij}, malzeme sabitlerindeki elastisite modülü kompleks karşıtı ile değiştirilmektedir.

$$E^* = E\,(1 + 2iz) \qquad (4)$$

Burada, z histeretik sönüm oranıdır.

Herhangi bir h kalınlıklı eleman için (1) ve (2) hareket denklemlerine ağırlıklı artıklar yöntemi uygulandığında,

$$h\iint_A\left[\frac{\partial\psi_1}{\partial x}\left(c_{11}^*\frac{\partial u}{\partial x}+c_{12}^*\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\frac{\partial\psi_1}{\partial y}\left[c_{33}^*\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]+\psi_1\ddot{u}-\psi_1 f_x\right]dA-h\int_{S_\sigma}\psi_1 t_x ds=0 \qquad (5)$$

$$h\iint_A\left[\frac{\partial\psi_2}{\partial x}\left[c_{33}^*\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial\psi_2}{\partial y}\left(c_{12}^*\frac{\partial u}{\partial x}+c_{22}^*\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\psi_2\ddot{v}-\psi_2 f_y\right]dA-h\int_{S_\sigma}\psi_2 t_y ds=0 \qquad (6)$$

diferansiyel denklemler integral formda yazılmaktadır. Burada, ψ_1, ψ_2 ağırlık fonksiyonları ve A elemanın alanıdır. t_x ve t_y ise, sınır şartlarını temsil etmekte olup deplasmanlar cinsinden,

$$t_x=\left(c_{11}^*\frac{\partial u}{\partial x}+c_{12}^*\frac{\partial v}{\partial y}\right)n_x+c_{33}^*\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)n_y\ ,\ t_y=c_{33}^*\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)n_x+\left(c_{12}^*\frac{\partial u}{\partial x}+c_{22}^*\frac{\partial v}{\partial y}\right)n_y \qquad (7)$$

şeklinde yazılmaktadır. Burada, n_x ve n_y doğrultman kosinüsleridir. Elemanın herhangi bir noktasındaki deplasmanlar düğüm deplasmanları cinsinde,

$$\begin{Bmatrix}u\\v\end{Bmatrix}=[N]\{\Delta\} \qquad (8)$$

şeklinde yazılmaktadır. Burada, [N], şekil fonksiyonları matrisi ve$\{\Delta\}$, eleman düğüm deplasmanları vektörüdür. Galerkin ağırlık fonksiyonları olarak,

$$\psi_1=\delta u\ ,\ \psi_2=\delta v \qquad (9)$$

deplasmanların varyasyonları seçilmektedir. (5-9) denklemleri yardımıyla [B] şekil değiştirme matrisi oluşturulmaktadır. Buradan,

$$[k^e]=h\iint_A[B]^T[C][B]dxdy\ ,\ [m^e]=\rho h\iint_A[N]^T[N]dxdy\ ,\ \{f^e\}=h\int_{S_\sigma}[N]^T\begin{Bmatrix}t_x\\t_y\end{Bmatrix}ds \qquad (10)$$

tarifleri yapıldığında sonuçta eleman hareket denklemi, ağırlık kuvvetlerinin etkisi ihmal edilerek,

$$-\Omega^2[m^e]\{\Delta\}+(1+2iz)[k^e]\{\Delta\}=\{f^e\} \qquad (11)$$

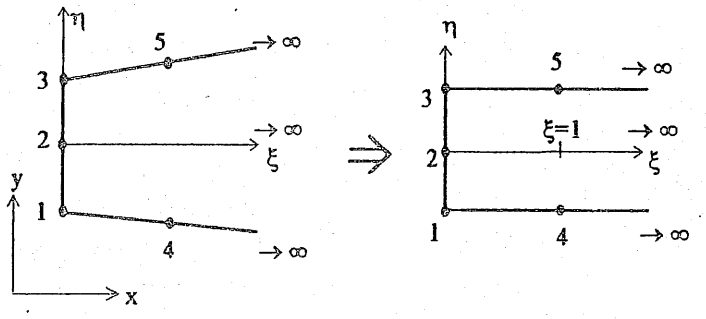
elde edilmektedir. $[k^e]$, eleman rijitlik, $[m^e]$ ise, eleman kütle matrisidir. Burada, $\{f^e\}$, harmonik yükleme halinde yükün genliğini ve Ω da frekansını göstermektedir.

Zemin-yapı etkileşimi problemlerinde üst yapı sekiz düğümlü standart sonlu elemanlarla modellenmektedir. Yarı sonsuz zemin ise, binaya yakın bölgelerde sekiz düğümlü standart sonlu elemanlar ile uzak bölgeler de ise sonsuz elemanlar ile modellenmektedir.

3. Sonsuz Eleman Formülasyonu

Bu kısımda, azalan fonksiyonlu dinamik sonsuz eleman için formülasyon yapılırken hem düzlem gerilme/şekil değiştirme hem de eksenel dönel simetrik durumlar göz önüne alınmaktadır.

Şekil 1 de görülen iki boyutlu bir sonsuz eleman yine iki boyutlu sonsuz bir bölgeye tasvir edilmektedir.



(a) Gerçek eleman (b) Referans elemanı

Şekil 1 Sonsuz eleman

Eleman koordinat dönüşümü,

$$x = \sum_{i=1}^{5} M_i x_i \quad , \qquad y = \sum_{i=1}^{5} M_i y_i \tag{12}$$

ile tarif edilmekte ve burada M_i , geometrik şekil fonksiyonları,

$$M_1 = \frac{1}{2}(\xi - 1)(\eta - 1) \qquad M_4 = \frac{1}{2}\xi(1 - \eta)$$

$$M_2 = 0 \tag{13}$$

$$M_3 = \frac{1}{2}(1 - \xi)(\eta + 1) \qquad M_5 = \frac{1}{2}\xi(1 + \eta)$$

olarak verilmektedir [2].

Harmonik yükleme halinde sonsuz elemana ait deplasman yaklaşımı,

$$u = \sum_{i=1}^{3} N_i u_i \quad \text{ve} \quad v = \sum_{i=1}^{3} N_i v_i \tag{14}$$

olup, N_i interpolasyon şekil fonksiyonları,

$$N_1 = P(\xi)\ \frac{1}{2}(-1+\eta)\eta$$
$$N_2 = P(\xi)\ (1-\eta^2) \qquad (15)$$
$$N_3 = P(\xi)\ \frac{1}{2}(1+\eta)\eta$$

şeklinde seçilmektedir. Burada, P(ξ), deplasman yayılma fonksiyonu olarak adlandırılmaktadır.

$$P(\xi) = e^{-(\alpha+i\frac{\Omega}{c}L)\xi} = e^{-\alpha\xi}e^{-i\beta\xi},\ \beta = (\frac{\Omega}{c}L) \qquad (16)$$

α ve β, yerel koordinatlarda, sırasıyla, deplasman genlik azaltma faktörü ve dalga sayısıdır. Yine yerel koordinatlarda dalga yayılmasından dolayı, $e^{-\alpha\xi}$ genlikteki azalmayı gösterirken, $e^{-i\beta\xi}$ terimi de faz gecikmesini ifade etmektedir. Burada, c, elastik ortamda dalga hızı ve L, karakteristik bir uzunluktur.

Zamanla değişen keyfi dış yükleme halinde formülasyon Laplace dönüşüm uzayında yapılmaktadır. Zamana bağlı bir f(t) fonksiyonun Laplace dönüşümü ise, $\overline{F}(s)$,

$$L[f(t)] = \overline{F}(s) = \int_0^\infty f(t)\,e^{-st}\,dt \qquad (17)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. s, kompleks Laplace parametresini göstermektedir. Harmonik yükleme halindeki deplasman yayılma fonksiyonunda, iΩ yerine s konulmaktadır. Böylece (16) ifadesi,

$$P(\xi, s) = e^{-(\alpha+\frac{s}{c}L)\xi} \qquad (18)$$

şeklini almaktadır. Bu hal için deplasman yaklaşımı ise,

$$\overline{u} = \sum_{i=1}^{3} N_i(\xi,\eta,s)\overline{u}_i \quad \text{ve} \quad \overline{v} = \sum_{i=1}^{3} N_i(\xi,\eta,s)\overline{v}_i \qquad (19)$$

olup, N_i interpolasyon şekil fonksiyonları s parametresine bağlı olmaktadır.

Visko-elastik zemin olması halinde, Kelvin tipi viskoz sönüm göz önüne alınmaktadır. Bu durumda, visko-elastik kayma modülü ve Lame' sabiti,

$$G^*=G(1+g\,s),\ \lambda^*=\lambda(1+g\,s) \qquad (20)$$

şeklinde ifede edilmektedir. Burada, g viskoz sönüm oranını göstermektedir. Bunlara bağlı olarak dalga hızı da,

$$c^* = c\sqrt{(1+gs)} \qquad (21)$$

şeklinde yazılabilmektedir.

3.1. Sonsuz Eleman Rijitlik ve Kütle Matrisleri

Eleman rijitlik ve kütle matrislerinin hesabı için, deplasman yayılma fonksiyonu olarak, harmonik yükleme halinde (16), keyfi yükleme halinde (18) eşitliği kullanılmaktadır. Bu durum, hem düzlem gerilme/şekil değiştirme hem de eksenel dönel simetrik formülasyon için geçerlidir.

Düzlem gerilme/şekil değiştirme halinde sonsuz eleman rijitlik ve kütle matrisleri aşağıdaki şekilde yazılmaktadır.

$$[k^e]_{(6x6)} = h \int_{\eta=-1}^{1} \int_{\xi=0}^{\infty} [B]^T [C]\,[B]\,\det[J] d\xi\, d\eta \;,\; [m^e]_{(6x6)} = h\,\rho \int_{\eta=-1}^{1} \int_{\xi=0}^{\infty} [N]^T\,[N]\,\det[J] d\xi\, d\eta \tag{22}$$

Bu hal için [C] matrisinin elemanları (3) de verilmektedir.

Eksenel dönel simetrik halde ise sonsuz eleman rijitlik ve kütle matrisleri aşağıdaki şekilde ifede edilmektedir.

$$[k^e]_{(6x6)} = 2\pi \int_{\eta=-1}^{1} \int_{\xi=0}^{\infty} [\hat{B}]^T [\hat{C}]\,[\hat{B}]\,r\,\det[J]\,d\xi\,d\eta,\; [m^e]_{(6x6)} = 2\pi\,\rho \int_{\eta=-1}^{1} \int_{\xi=0}^{\infty} [N]^T\,[N]\,r\,\det[J]\,d\xi\,d\eta \tag{23}$$

Burada, det[J], M_i geometrik şekil fonksiyonlarına bağlı olan Jacobian dönüşüm matrisinin determinantı, r, dönel simetrik elemanda herhangi bir noktanın simetri eksenine olan uzaklığı ve $[\hat{C}]$ ise, bu hale ait malzeme matrisidir. Bu ifadeler, sonlu yönde Gauss-Legendre ile 3 nokta, sonsuz yönde ise modiye Gauss-Leguerre sayısal integrasyon yöntemi ile 17 nokta seçilerek hesaplanmaktadır.

4. Hareket Denklemleri

Visko-elastik bir ortamda sonlu ve sonsuz elemanların rijitlik ve kütle matristeri uygun bir şekilde birleştirilirse, harmonik yükleme halinde, sistem hareket denklemi,

$$-\Omega^2[M]\{V_0\} + (1 + 2iz)[K]\{V_0\} = \{F_0\} \tag{24}$$

şeklinde yazılmaktadır. Burada, [M] ve [K], sırasıyla sistem kütle ve rijitlik matrisleridir. $\{V_0\}$, bilinmeyen deplasmnanların genliğini, $\{F_0\}$, kuvvetin genliğini ve Ω da frekansını göstermektedir.

Zamanla değişen keyfi yükleme halinde sistem hareket denklemi, sıfır başlangıç şartları ile Laplace dönüşüm uzayında,

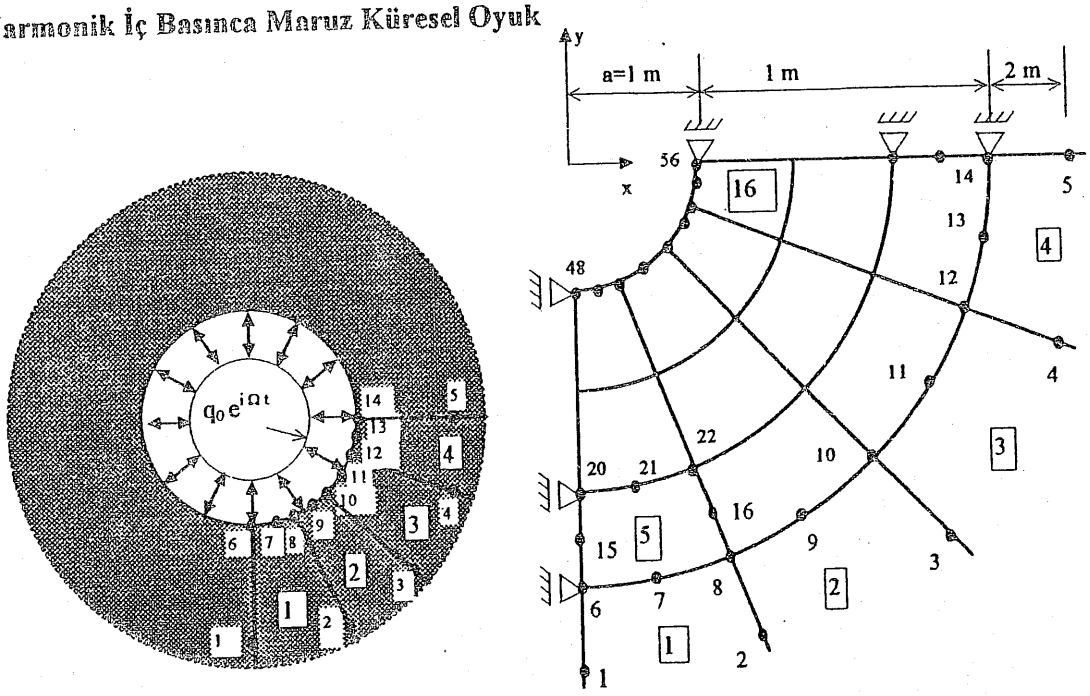
$$s^2[M]\{\bar{V}\}+(1+gs)[K]\{\bar{V}\}=\{\bar{F}\} \tag{25}$$

şeklini almaktadır. $\{\bar{V}\}$ ve $\{\bar{F}\}$, sırasıyla, düğüm deplasmanları ve sistem yük vektörlerinin Laplace dönüşümleridir. Sonlu elemanlar bölgesinde, eleman matrisleri s parametresine bağlı olmadığı için sonlu bölgeye ait sistem matrislerinin bir kez oluşturulması yeterli olmaktadır.

Laplace dönüşüm uzayında çeşitli s parametreleri için çözümler sayısal olarak bulunmaktadır. Bu çözümlerden zaman uzayına geçiş için Durbin'in sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemi [4] uygulanmaktadır.

5. Uygulamalar

5.1. Harmonik İç Basınca Maruz Küresel Oyuk



(a) Sadece sonsuz eleman ağı (b) Sonlu-sonsuz eleman ağı

Şekil 2 Küresel boşlukta harmonik iç basınç

Elastik bir sonsuz ortamın içinde küresel bir oyuk yüzeyindeki bir noktada, radyal doğrultuda komplayens (deplasmanların genlikleri) değerleri aranmaktadır. Ortamın geometrisi ve yüklemenin özelliği nedeni ile bu örnek eksenel dönel simetriye sahiptir. Malzeme sabitleri, $E=2\times10^{10}$ N/m^2, $\nu=0$ ve $\rho=2000$ kg/m^3 seçilmektedir. Küresel oyuğun yarıçapı a=1 metre olup,

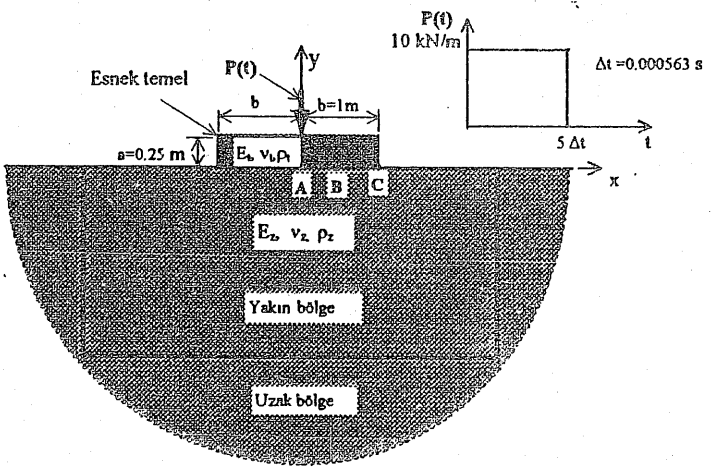
harmonik iç basıncın genliği, q_0=1 N/m^2 dir. Sonlu-sonsuz ve sadece sonsuz eleman ağları Şekil 2 de verilmektedir.

Oyuğun çevresinde oluşan radyal yer değiştirmenin genliği, $u_0=Cq_0$ olarak verilmektedir[5]. Burada, C, komplayens sabitini göstermektedir.

$a_0=\Omega$ a/c_P, boyutsuz frekans olup, Şekil 2 de görülen sonlu-sonsuz ve sadece sonsuz eleman ağları için hesaplanan sonuçlar kesin çözüm ile karşılaştırılmıştır. Sonlu-sonsuz eleman kullanılarak bulunan sonuçların, sadece sonsuz eleman ile bulunanlardan daha iyi olduğu gözlenmektedir.

5.2. Yarı Sonsuz Zemin Üzerine Oturan İmpulsif Şerit Yüklü Esnek Temel

Elastik yarı sonsuz zemin üzerinde esnek şerit bir temel oturmaktadır. Temelin ortasında impulsif çizgisel bir yük bulunmaktadır (Şekil 3). Temelin altında belli noktalarda deplasmanlar hesaplanmaktadır. Elastik ortamın malzemesi, E_z=2.66x10^{8}N/m^2, ν_z=1/3, ρ_z=2000 kg/m^3 dür.



Şekil 3 Elastik yarı sonsuz zemin üzerinde esnek şerit temel

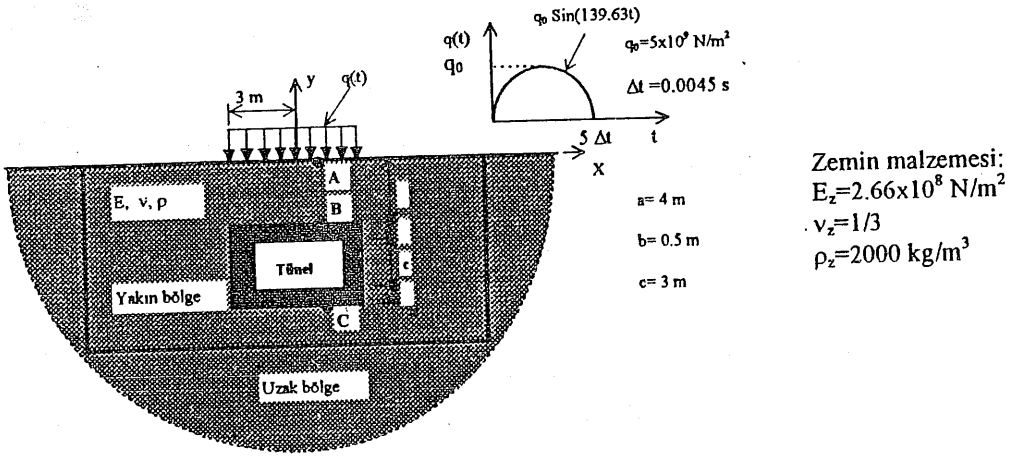
Kütlesiz (ρ_t=0) temel için temel elastikliği zayıftan rijite doğru değiştirilerek (E_t=4E_z, 10E_z, 100 E_z, ∞) A, B ve C noktalarında düşey deplasmanlar karşılaştırılmaktadır. Ayrıca, E_t=10 E_z için, kütlesiz (ρ_t=0) ve kütleli (ρ_t=3000kg/m^3) temel halinde A noktasındaki düşey deplasmanlar da hesaplanmaktadır.

Şerit temel rijitliği esnekten rijite doğru arttıkça temel altında herhangi bir noktasındaki maksimum deplasmanın değeri azalmaktadır. Ayrıca, esnek temelin rijitliklerinden bağımsız olarak merkezden uzaklaştıkça maksimum deplasman değerlerinin azaldığı da gözlenmektedir. (E_t=10E_z) temel rijitliği için kütlesiz (ρ_t=0) ve kütleli (ρ_t=3000 kg/m^3) temel halinde A, B ve C

noktalarındaki düşey deplasmanlar da karşılaştırılmıştır. Kütleli durumda deplasmanların genliklerinde bir miktar azalma olduğu gözlenmiştir.

5.3. Yarı Sonsuz Zemin Üzerindeki İmpulsif Yük Nedeni İle Dikdörtgen Bir Tünelin Dinamik Davranışı

Elastik yarı sonsuz zemin yüzeyinde sinüzoidal impulsif üniform yayılı bir yük ve zemin içinde dikdörtgen bir tünel bulunmaktadır (Şekil 4). Yükün altında ve tünelin alt ve üst yüzeylerinde verilen noktalarda düşey deplasmanların zamanla değişimi hesaplanmaktadır. Tünel çevresinde beton bir zarf bulunmakta olup, Poisson oranı ve kütlesel yoğunluğu zemin malzemesi ile aynıdır. Tünel zarf betonu malzemesi için çeşitli rijitlikler (E_t=0, $6x10^9$ N/m^2, $30x10^9$ N/m^2) alınarak ve ayrıca tünelin mevcut olup olmamasına göre, A, B ve C noktalarındaki düşey deplasmanlar incelenmektedir.

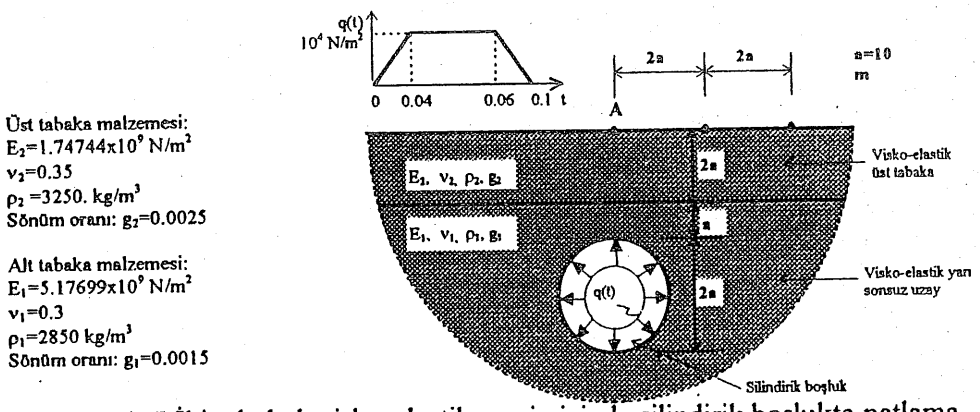


Şekil 4 Yarı sonsuz zemin içinde dikdörtgen tünel

Tünel zarf betonu malzemesi rijitlikleri arttırılarak ve tünel boşluğunun mevcut olup olmamasına göre, A, B ve C noktalarındaki düşey deplasmanların zamanla değişimleri hesaplanmıştır. Tünel çeperine zarf betonu yapıldığında zemin yüzeyindeki düşey deplasmanın azaldığı gözlenmiştir. Dalganın tünel çevresini dolaşması nedeniyle, tünel alt yüzündeki C noktasına erişim süresinin üst yüzdeki B noktasına göre arttığı gözlenmektedir.

5.4. Tabakalı Yarı Sonsuz Visko-Elastik Zeminde Silindirik Boşluk İçinde Patlama

İki tabakalı yarı sonsuz visko-elastik zemin içindeki silindirik boşlukta impulsif bir basınç etkimektedir (Şekil 5). Bu örnek, bir düzlem şekil değiştirme problemdir.



Şekil 5 İki tabakalı visko-elastik zemin içinde silindirik boşlukta patlama

Beklendiği gibi, noktalar patlamanın bulunduğu yerden uzaklaştıkça genliklerin küçüldüğü gözlenmiştir. Basınç dalgasının iki tabakadan geçerek, A noktasına erişme zamanı, 0.028 saniye olup, çözümlerle uyum göstermektedir. Karşılaştırma amacıyla bu örnek, sonsuz elemanların başladığı yerden kesilerek bir kere viskoz sınır şartları ile bir kere de sadece sonlu elemanlar alınıp sınırları tutularak çözülmüştür. Viskoz sınır şartları ve sonlu-sonsuz model ile çözüm sonuçlarının uyumlu oldukları söylenebilir. Sedece sonlu eleman kullanılması halinde dalgaların sınıra çarparak yansıması nedeniyle belli bir süreden sonra davranışın karakteri bozulmaktadır.

6. Sonuçlar

Sadece sonlu elemanlar kullanılması ile kaynaktan uzak bölgelerde, yapay sınırlar oluşturulmakta ve dalganın yansıyarak geri dönmesine sebep olmaktadır. Bu durum, sonsuza uzanan bölgelerde dalganın gerçek davranışına uymamaktadır.

Sonsuza uzanan ortamlarda, sonlu-sonsuz eleman kullanımı, viskoz sınırlar ile çözüme göre daha etkin olmaktadır. Bunun yanında, standart sonlu eleman formülasyonu uygulanmakta, ayrıca, sistem matrisleri bant ve simetri özelliklerini korumaktadır. Ayrıca, yakın bölgedeki sonlu elemanlar frekansa veya Laplace parametresine bağlı olmadığından bu bölgedeki eleman matrislerinin bir kez hesaplanması yeterli olmaktadır.

Bunlara ilave olarak, sonlu-sonsuz eleman formülasyonu ile homojen olamayan ortamların kolaylıkla ele alınabildiği görülmektedir.

7. Kaynaklar

[1] **BETTESS, P.,** "Infinite Elements", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 11, 53-64, 1977.

[2] **CHUHAN, Z. and CHONGBIN, Z.,** "Coupling Method of Finite and Infinite Elements for Strip Foundation Wave Problems", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 15., 839-851, 1987.

[3] **CHONGBIN, Z. and VALLIAPPAN, S.,** "A Dynamic Infinite Element for Three-Dimensional Infinite-Domain Wave Problems", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 36, 2567-2580, 1993.

[4] **DURBIN, F.,** "Numerical Inversion of Laplace Transforms: An Efficient Improvement to Dubner and Abate's Method", The Computer Journal, Vol. 17, No. 4, 371-376, 1974

[5] **WOLF, J. P.,** Soil-Structure Interaction Analysis in Time Domain, Printice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey ,1988.