**ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ**
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**DOKTORA TEZİ**

**Soner ÇANKAYA**

# KANONİK KORELASYON ANALİZİ VE HAYVANCILIKTA KULLANIMI

**ZOOTEKNİ ANABİLİM DALI**

**ADANA, 2005**

**ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ**
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

# KANONİK KORELASYON ANALİZİ VE HAYVANCILIKTA KULLANIMI

**Soner ÇANKAYA**

**DOKTORA TEZİ**

**ZOOTEKNİ ANABİLİM DALI**

Bu tez **26/12/2005** Tarihinde Aşağıdaki Jüri Üyeleri Tarafından **Oybirliği** İle Kabul Edilmiştir.

| | | |
|---|---|---|
| İmza.....…… | İmza..... | İmza.....…… |
| Prof. Dr. G.Tamer KAYAALP | Prof. Dr. Yüksel BEK | Prof. Dr. Mustafa AKAR |
| DANIŞMAN | ÜYE | ÜYE |
| İmza.....…… | İmza..... | |
| Prof. Dr. Zeynel CEBECİ | Doç. Dr. Suat ŞAHİNLER | |
| ÜYE | ÜYE | |

Bu tez Enstitümüz Zootekni Anabilim Dalı'nda hazırlanmıştır.
**Kod No:**

Prof. Dr. Aziz ERTUNÇ
Enstitü Müdürü
İmza ve Mühür

**Bu Çalışma Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi Tarafından Desteklenmiştir.**
**Proje No: ZF2004D14**

**Not:** Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

# ÖZ
# DOKTORA TEZİ

## KANONİK KORELASYON ANALİZİ VE HAYVANCILIKTA KULLANIMI

**Soner ÇANKAYA**

ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ZOOTEKNİ ANABİLİM DALI

Danışman : Prof. Dr. G. Tamer KAYAALP
Yıl: 2005, Sayfa: 135
Jüri : Prof. Dr. G. Tamer KAYAALP
Prof. Dr. Yüksel BEK
Prof. Dr. Mustafa AKAR
Prof. Dr. Zeynel CEBECİ
Doç. Dr. Suat ŞAHİNLER

Zootekni çalışmalarında, bir hayvandan, genellikle, birden fazla özelliğe ait ölçümler alınmaktadır. Elde edilen bu ölçüm değerlerine ait doğrusal ilişkilerin derecesinin ve yönünün belirlenmesinde, araştırmacılar tarafından genellikle basit korelasyon analizi tercih edilmektedir. Ancak, bir araştırmada ele alınan değişkeni ve/veya değişkenleri, çok sayıda değişken etkilemekte olup, değişkenlerin birbirleri ile olan ilişkileri fazla olmaktadır. Günümüzde karşılaşılan sorunların birçoğu iki yada daha fazla değişken arasında bir ilişkinin olup olmadığının araştırılması ile ilgilidir.

Bu çalışmanın amacı; kanonik korelasyon analizini, temel kavramları (basit korelasyon, çoklu korelasyon, kanonik korelasyon, kısmi kanonik korelasyon, kanonik değişken vb. terimler) da dikkate alarak açıklamak; kanonik korelasyon katsayılarının önem kontrollerinde kullanılan test istatistiklerini tanıtmak; analiz uygulanırken ve sonuçları yorumlanırken dikkat edilmesi gereken hususları ortaya koymaktır. Kullanım yerine örnek olması açısından, 86 baş Alman Alaca x Kıl melezi oğlaklarından ölçülen 8 farklı morfolojik özellik (X değişken kümesi) ile 3 farklı dönemde tespit edilen canlı ağırlıklar (Y değişken kümesi) arasındaki ilişki kanonik korelasyon analizi ile incelenmiştir. Buna ilaveten, kanonik korelasyon katsayısının yüksek olması durumunda, bazı değişkenleri elemine ederek oluşturulan anlamlı kümeler (*L* ve *Y* değişken kümeleri) arasında hem kanonik korelasyon, hem de kısmı kanonik korelasyon katsayısı tahmin edilmiş ve sonuçları karşılaştırılmıştır.

X ve Y değişken kümeleri için oluşturulan U ve V kanonik değişkenleri arasında tahmin edilen kanonik korelasyon katsayısı (0.931) bu değişkenler arasında hesaplanan en büyük Pearson korelasyon katsayısından (0.871) daha yüksek bulunmuştur. Vücut uzunluğu, cidago yüksekliği, göğüs derinliğine ait özelliklerin elimine edilmesi sonucu oluşturulan anlamlı kümeler arasında kanonik korelasyon katsayısı 0.901 olarak hesaplanmıştır. Aynı değişkenlerin elimine edilmesi yerine diğer değişken kümeleri üzerinde etkisi sabit tutulması durumunda kısmi kanonik korelasyon katsayısı 0.572 olarak tahmin edilmiştir. Bu sonuçlara göre aynı değişken kümeleri arasında hesaplanan korelasyon katsayıları arasında yaklaşık olarak % 33' lük bir fark olduğu belirlenmiştir. Buna ilaveten, U ve V kanonik değişkenlerin açıklayıcı gücüne en fazla katkı sağlayan orijinal değişkenin göğüs derinliği olduğu tespit edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Kanonik korelasyon katsayısı, kısmi kanonik korelasyon katsayısı, kanonik değişken

## ABSTRACT

## PhD THESIS

**CANONICAL CORRELATION ANALYSIS AND ITS APPLICATION ON ANIMAL SCIENCE**

**Soner ÇANKAYA**

DEPARTMENT OF ANIMAL SCIENCE
INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ

Supervisor : Prof. Dr. G. Tamer KAYAALP
Year: 2005, Pages :135
Jury : Prof. Dr. G. Tamer KAYAALP
Prof. Dr. Yüksel BEK
Prof. Dr. Mustafa AKAR
Prof. Dr. Zeynel CEBECİ
Assoc. Prof. Dr. Suat ŞAHİNLER

In animal breeding researches, generally more than one character or variable are taken for measurement from the same animal. In order to determine the degree and direction of the linear relationships belonging to these obtained measurements, simple correlation analysis is usually preferred by researchers. However, there may be many variables having effects on the chosen variable or variables, and these variables may also be interrelated. Most of the problems challenging the contemporary researchers are related to whether there is any relationship between two or more variables.

The aims of this study are to explain canonical correlation analysis by taking into consideration main concepts which are simple correlation, multiple correlation, canonical correlation, partial canonical correlation, canonical variate, etc.; to present the test statistics which are used to test the significance of canonical correlation coefficients (CCC's); to put into practice the necessary points at stage both analysis and interpreting results. In order to illustrate its application, the relationship between eight different morphologic characters (*X set)* and three different live weights (*Y set)* measured from 86 kids, German Fawn*x*Hair Crossbred, was investigated by canonical correlation analysis. Moreover, both CCC's and partial CCCs for meaningful sets, *L* and *Y* sets, obtained via elimination of some variables, were estimated and compared the results of both analyses in the case of a high canonical correlation coefficient between *X* and *Y* sets.

The results showed that the CCC was higher than maximum Pearson correlation coefficient between chest depth and chest girth, 0.931 and 0.871 respectively, and statistically significant ($p< 0.01$). Moreover, the CCC was estimated as 0.901 for *L* and *Y* sets. Instead of eliminating the variables, the first partial CCC was estimated as 0.572 when the effect of the variables on *L* and *Y* sets were kept constant. According to the results, it was determined that there was a difference of approximately 33 % between the correlation coefficients estimated for both meaning sets. It was also determined that the original variable contributing the explanatory capacity of U and V the most was chest depth.



**Key Words:** Canonical correlation coefficient, partial canonical correlation coefficient, canonical variate.

**TEŞEKKÜR**

Tez çalışmam süresince çalışmalarımda bana her türlü yardımı sağlayan ve ilgisini esirgemeyen danışmanım Prof. Dr. G. Tamer KAYAALP' e sonsuz teşekkürlerimi ve saygılarımı sunarım. Tez izleme komitesinde yer alan Prof. Dr. Mustafa AKAR ve Prof. Dr Zeynel CEBECİ' ye tez süresinde sağlamış oldukları katkılarından dolayı teşekkürlerimi sunarım.

Tez materyali temininde desteğini esirgemeyen Prof. Dr. Okan GÜNEY, Prof. Dr. Osman Torun, Doç Dr. Nazan DARCAN ve verilerin toplanmasında emeği geçen hayvansal üretim programı öğrencilerine, Araş. Gör. Aykut BURGUT ve Araş. Gör. Mustafa BOĞA' ya, tez çalışmalarım süresince desteğini ve sabrını esirgemeyen değerli arkadaşım Araş. Gör. Levent SANGÜN' e en derin şükranlarımı sunarım. Ayrıca tez süresinin sonuçlanma aşamasında desteğini esirgemeyen Öğr. Gör. Özlem İLK' e, tezin değerlendirilme aşamasında katkılarını esirgemeyen saygı değer hocalarım Prof. Dr. Yüksel BEK ve Doç Dr. Suat ŞAHİNLER' e teşekkürlerimi ve saygılarımı sunarım.

Yaşamım boyunca iyi ve kötü her durumda desteklerini hissettiğim, hayata atılmamda, lisans ve lisans üstü çalışmalarımda maddi ve manevi olarak beni destekleyen, annem Hava ÇANKAYA, kardeşim Sema ÇANKAYA ile hayat arkadaşım ve dert ortağım saygıdeğer sevgili eşim Necda ÇANKAYA' ya sonsuz teşekkürlerimi ve şükranlarımı sunarım.

**İÇİNDEKİLER** **SAYFA**

ÖZ. ..... I
ABSTRACT ..... II
TEŞEKKÜR ..... III
İÇİNDEKİLER ..... IV
ÇİZELGELER DİZİNİ…. ..... VI
ŞEKİLLER DİZİNİ…. ..... VIII
KISALTMALAR DİZİNİ ..... IX
1. GİRİŞ ..... 1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR ..... 6
3. MATERYAL VE METOT ..... 20
3.1. Materyal ..... 20
3.2. Metot ..... 22
3.2.1. Kanonik Korelasyon Analizinin Amaçları ..... 24
3.2.2. Kanonik Korelasyon Analizinin Uygulanabilmesi İçin Gerekli Varsayımlar ..... 25
3.2.3. Kanonik Korelasyon Ve Kanonik Değişkenler ..... 26
3.2.4. Kanonik Değişkenler İle Orijinal Değişkenler Arasındaki Korelasyonlar ..... 38
3.2.5. Kanonik Korelasyon Katsayıları İle İlgili Sonuçlar ..... 39
3.2.6. Kanonik Korelasyon Katsayısının Önem Kontrolü ..... 41
3.2.7. Açıklanabilirlik Belirleme (Redundancy) İndeksinin Hesaplanması ..... 42
3.2.8. Kısmi Kanonik Korelasyon Analizi ..... 44
3.2.8.1. Kısmi Kanonik Korelasyon Katsayılarını Önem Kontrolleri ..... 47
3.2.8.2 Kanonik Değişkenler İle Orijinal Değişkenler Arasındaki Korelasyonlar ..... 49
4. BULGULAR VE TARTIŞMA ..... 51
4.1. Tanımlayıcı İstatistikler ..... 51
4.2. Kanonik Korelasyon Analiz Sonuçları ..... 55
4.3. Kanonik Korelasyon Analiz Sonuçlarına Göre Anlamlı Kümeler Oluşturulması ..... 69

4.4. Kısmi Kanonik Korelasyon Analiz Sonuçları ..... 78
5. SONUÇ VE ÖNERİLER ..... 86
KAYNAKLAR ..... 90
ÖZGEÇMİŞ ..... 98
EKLER ..... 99
Ek.1 Çalışmada Kullanılan Orijinal Ölçüm Değerler ..... 99
Ek.2 Çalışmada Kullanılan Standardize Edilmiş Ölçüm Değerleri ..... 101
Ek 3. Kanonik Korelasyon Analizinin Elde Çözümü ..... 103
Ek 4. Kısmi Kanonik Korelasyon Analizinin Elde Çözümü ..... 117
Ek.5 Statistica Paket Programı ile Kanonik Korelasyon Analizi ..... 127
Ek.6 SAS Paket Programı ile Kanonik Korelasyon Analizi ..... 135

**ÇİZELGELER DİZİNİ** **SAYFA**

Çizelge 4.1. İncelenen Özelliklere Ait Tanımlayıcı İstatistikler ..... 51
Çizelge 4.2. X ve Y Değişkenler Kümelerinde Bulunan Değişkenler Arası Korelasyon Matrisi ..... 53
Çizelge 4.3.Değişkenlerin Tek ve Çok Değişkenli Normal Dağılış ile ilgili İstatistikleri ..... 56
Çizelge 4.4.Çoklu Bağlantı Test Sonuçları ..... 59
Çizelge 4.5.Korelasyon Matrisinin Özdeğerleri ..... 59
Çizelge 4.6.Kanonik Korelasyon Katsayıları ve İlgili Test Sonuçları ..... 62
Çizelge 4.7.Kanonik Değişken Çiftlerine ait Kanonik Katsayılar ..... 63
Çizelge 4.8.Kanonik Değişken Çiftlerine ait Kanonik Yükler ..... 64
Çizelge 4.9.Kanonik Değişken Çiftleri ile Diğer Değişken Kümesinde Yer Alan Orijinal Değişkenlere ait Kanonik Yükler ..... 65
Çizelge 4.10.Kanonik Değişken Çiftleri ile Diğer Değişken Kümesinde Yer Alan Orijinal Değişkenler Arasındaki Çoklu Korelasyon Katsayılarının Kareleri 66
Çizelge 4.11. X Değişken Kümesindeki Toplam Varyansın Kanonik Değişkenler Tarafından Açıklanan Kısmı ..... 67
Çizelge 4.12.*Y* Değişken Kümesinin Varyansının Kanonik Değişkenler Tarafından Açıklanan Kısmı ..... 67
Çizelge 4.13. *L* ve *Y* Değişken Kümeleri Arasındaki Korelasyon Matrisinin Özdeğerleri ..... 70
Çizelge 4.14. *L* ve *Y* değişken kümesi Arasında Hesaplanan Kanonik Korelasyon Katsayıları ve İlgili Test Sonuçları ..... 72
Çizelge 4.15. *L* ve *Y* Değişken Kümelerinde Hesaplanan Kanonik Değişken Çiftlerine ait Kanonik Katsayılar ..... 73
Çizelge 4.16. *L* ve Y Değişken Kümelerinde Hesaplanan Kanonik Değişken Çiftlerine ait Standardize Kanonik Yükler ..... 74
Çizelge 4.17.Birinci Kanonik Değişken Çifti ile Diğer Değişken Kümesinde Yer Alan Orijinal Değişkenlere ait Kanonik Yükler ..... 74

Çizelge 4.18.Birinci Kanonik Değişken Çifti ile Diğer Değişken Kümesinde Yer Alan Orijinal Değişkenler Arasındaki Çoklu Korelasyon Katsayılarının Kareleri ..... 75
Çizelge 4.19. *L* Değişken Kümesindeki Toplam Varyansın Kanonik Değişkenler Tarafından Açıklanan Kısmı ..... 76
Çizelge 4.20. *Y* Değişken Kümesinin Varyansının Kanonik Değişkenler Tarafından Açıklanan Kısmı ..... 76
Çizelge 4.21.Korelasyon Matrisine ait Özdeğerler ..... 78
Çizelge 4.22. *L* ve *Y* Değişken Kümesi Arasında Hesaplanan Kısmi Kanonik Korelasyon Katsayıları ve İlgili Test Sonuçları ..... 80
Çizelge 4.23. *L* ve *Y* Değişken Kümelerinde Hesaplanan Kanonik Değişken Çiftlerine Ait Kısmi Kanonik Katsayılar ..... 80
Çizelge 4.24. *L* ve *Y* Değişken Kümelerinde Hesaplanan Kanonik Değişken Çiftlerine ait Kısmi Kanonik Yükler ..... 81
Çizelge 4.25. Kısmi Kanonik Korelasyon Analizi İçin Birinci Kanonik Değişken Çifti ile Diğer Değişken Kümesinde Yer Alan Orijinal Değişkenlere ait Kanonik Yükler ..... 82
Çizelge 4.26. Kısmi Kanonik Korelasyon Analizi için Birinci Kanonik Değişken Çifti ile Diğer Değişken Kümesinde Yer Alan Orijinal Değişkenler Arasındaki Çoklu Korelasyon Katsayılarının Kareleri ..... 82
Çizelge 4.27. Kısmi Kanonik Korelasyon Analizi için *L* Değişken Kümesindeki Toplam Varyansın Kanonik Değişkenler Tarafından Açıklanan Kısmı ..... 83
Çizelge 4.28. Kısmi Kanonik Korelasyon Analizi için *Y* Değişken Kümesinin Varyansının Kanonik Değişkenler Tarafından Açıklanan Kısmı ..... 83

**ŞEKİLLER DİZİNİ** **SAYFA**

Şekil 3.1. Keçiden Alınan Vücut Özelliklerine Ait Uzunluk Ölçülerinin Alındığı Kısımlar ..... 21
Şekil 3.2. Keçiden Alınan Vücut Özelliklerine Ait Genişlik Ölçülerinin Alındığı Kısımlar ..... 21
Şekil 4.1.Değişken Kümeleri Arasındaki İlişki ..... 55
Şekil 4.2. *X* Değişken Kümesi için Khi-kare Grafiği ..... 57
Şekil 4.3. *Y* değişken kümesi için Khi-kare grafiği ..... 58
Şekil 4.4.Korelasyon Matrisinin Özdeğerlerine Ait Grafik ..... 60
Şekil 4.5.Kanonik Korelasyon Katsayılarının Grafiği ..... 61
Şekil 4.6. *L* ve *Y* Değişken Kümelerine Ait Korelasyon Matrisinin Özdeğerleri ..... 70
Şekil 4.7. *L* ve *Y* değişken kümesi Arasında Hesaplanan Kanonik Korelasyon Katsayılarının Grafiği ..... 71
Şekil 4.8.Kısmi Kanonik Değişken İçin Korelasyon Matrisinin Özdeğerleri ..... 78
Şekil 4.9.Kısmi Kanonik Değişken Çiftlerinden Hesaplanan Kanonik Korelasyon Katsayıları ..... 79
Şekil 5.1.Birinci Kanonik Değişken Çifti ve Kanonik Değişkenler ile Orijinal Değişkenler Arasındaki Korelasyonlar ..... 86

## KISALTMALAR DİZİNİ

CCC : Canonical correlation coefficient

ÇDVA : Çok değişkenli varyans analizi

DA : Doğum ağırlığı

SKA : Sütten kesim ağırlığı

AA : Altıncı ay ağırlığı

VU : Vücut uzunluğu

CY : Cidago yüksekliği

GD : Göğüs derinliği

GÇ : Göğüs çevresi

GG : Göğüs genişliği

ÖS : Ön sağrı genişliği

OS : Orta sağrı genişliği

AS : Arka sağrı genişliği

# 1. GİRİŞ

Ziraat, tıp, eğitim, ekonomi gibi uygulamalı bilim dallarında kullanılan bazı istatistik modeller, genellikle sebep-sonuç ilişkisi üzerine kurulmaktadır. Yani, değişkenlerden bir ya da daha fazlasının diğer bir veya daha fazla değişkeni ne ölçüde etkilediği incelenmektedir. Özellikle, tek değişkenli istatistik yöntemlerinin kullanımı ve sonuçlarının kolay yorumlanabilir olmasından dolayı araştırıcılar tarafından çok fazla tercih edilmektedir. Tek değişkenli yöntemlerin kısıtlayıcı varsayımlarının olması metodun kullanabilirliğini azaltmaktadır. Bunlardan da en önemlisi bir araştırmada, birden fazla faktörün incelemeye konu olduğu durumlar için, faktörlerin ayrı ayrı etkisinin araştırılması diğerlerinin ise deneysel olarak kontrol altında tutulmasıdır. Günümüzde karşılaşılan sorunların birçoğu iki ya da daha fazla değişken arasında bir ilişkinin olup olmadığının araştırılması ile ilgilidir. Bunun nedeni, bir araştırmada ele alınan sonucu, çok sayıda değişken etkilemekte olup, bunlar çok sayıda birbiriyle ilişkili değişkenler olabilmektedir. Bu durumda, değişkenler arası ilişkinin analize dahil edilmesi gerekmektedir. Araştırmanın sağlıklı ve güvenilir olması açısından iki veya daha fazla değişken kümesi arasındaki ilişkinin ortaya konulması ile çok değişkenli analiz teknikleri ön plana çıkmıştır. Çok değişkenli istatistik yöntemlerinden yaygın olarak kullanılanlara; çok değişkenli varyans analizi, Hotelling' in $T^2$ testi, kümeleme analizi, temel bileşenler analizi, ayırma analizi, faktör analizi, kanonik korelasyon analizi örnek olarak verilebilir.

Çok değişkenli varyans analizi (ÇDVA); iki ya da daha fazla bağımlı ve bağımsız gruplarda çok değişkenli normal dağılımlara dayalı hipotezleri test etmek için kullanılır. Kullanım yeri olarak, 4 farklı ırktan koyunların, duş öncesi ve duş sonrası dönemdeki, 30. dakikasında 3 farklı ölçüm alınmış olsun (meme sıcaklığı: $X_1$, kafa sıcaklığı: $X_2$ ve rektal sıcaklık: $X_3$); buna göre hayvanlardan alınan ölçümlerin ortalama vektörleri arasında ölçüm zamanına bağlı olarak önemli bir farklılık olup olmadığının test edilmesi çok değişkenli varyans analizine örnek olarak verilebilir.

Hotelling' in $T^2$ testi; bağımlı ve bağımsız çok değişkenli iki grup parametre vektörlerine dayalı hipotezleri test etmek için kullanılır.Buna örnek olarak, çok

değişkenli normal dağılım gösteren ve gözlem sayıları farklı koyun ırkından alınan süt örneklerinden asidite (pH' sı), yağ oranı ve protein oranı belirlenmiş olsun; burada iki bağımsız gruptan (koyun ırklarından) alınan süt örneklerinin ölçümlerine (ya da değişkenlerine) ait ortalama vektörlerinin benzer olup olmadığının test edilmesi Hotelling' in $T^2$ testi ile analiz edilebilir.

Kümeleme analizi; X veri matrisinde yer alan ve doğal gruplamaları kesin olarak bilinmeyen birimleri, değişkenleri ya da her ikisini birden, aralarındaki benzerlik ya da farklılık ölçütlerinden yararlanarak homojen gruplara bölmek amacı ile kullanılır (Özdamar, 1999). Bir bölgeden dönemsel olarak yakalanan balık türlerinin bulunma miktarlarının alt gruplara ayrılması bu analiz tekniğine örnek olarak verilebilir.

Temel bileşenler analizi; incelenen birçok özellik bakımından X değişken kümesinin varyans yapısını, $p$ adet orijinal değişken yerine, $k$ adet ($k<p$) değişkenin doğrusal bileşenleri olan yeni değişkenler ile ifade etmek amacı ile kullanılır (Özdamar, 1999). Bir hayvan üzerinden alınan vücut özelliklerine ait toplam varyasyonun izahında, değişkenlerin tamamının irdelenmesi yerine, daha az sayıda değişken ile açıklanması bu konu için örnek teşkil edebilir.

Ayırma analizi; grup özellikleri belirli olan bir populasyondan seçilen bir örnekteki birimlerin $p$ adet özelliği inceleyerek, bu birimlerin doğal ortamdaki gerçek gruplarına optimal düzeyde atanmalarını sağlayacak fonksiyonlar bulmaya yarar. Arıları sınıflandırırken, arıların kanat uzunluğu, rengi, dil uzunluğu, bacak uzunluğu ve vücut büyüklüğü gibi bir takım ölçümlerinin alınması ile ırk özellikleri belli olan sınıflardan hangisine ait olduğunun belirlenmesi örnek olarak verilebilir.

Faktör analizi; iki veya daha fazla özelliğin aynı anda değerlendirilmeye alındığı bir çalışmada, aralarında yüksek korelasyon bulunan değişkenleri bir araya getirerek, birbirinden bağımsız ve daha az sayıda yeni açıklayıcı ortak faktör yapıları oluşturmak amacıyla kullanılan bir yöntemdir. Kullanım yeri olarak, bir hayvandan alınan vücut uzunluğu, cidago yüksekliği, sağrı yüksekliği, sırt yüksekliği, göğüs çevresi, göğüs genişliği, ön sağrı genişliği, arka sağrı genişliği, incik çevresi, baş çevresi gibi bir takım vücut ölçümlerinin alındığı düşünüldüğünde, çok sayıda ilişkili orijinal değişkenden (p=10), bağımsız, kavramsal olarak anlamlı az sayıda faktörün

(örneğin, uzunluk ölçüleri ve genişlik ölçüleri gibi) bulunması ile boyut indirgenmesi verilebilir. Bu sayede, 10 boyutlu uzaydan iki boyutlu uzaya ulaşılmış olmakta ve oluşturulan yeni faktörler sayesinde, vücut ölçüleri iki temel değişken ile özetlenmektedir.

Zootekni çalışmalarında, genellikle, bir hayvandan, birden fazla özelliğe ait ölçüm alınmaktadır. Elde edilen bu ölçüm değerlerine ait doğrusal ilişkilerin derecesinin ve yönünün belirlenmesinde değişkenler, genellikle ikişerli olarak ele alınmaktadır. Şayet değişkenlere ait değerler, sürekli değişkense ve normal dağılış gösteriyorsa Pearson korelasyon katsayısı, kesikli değişkense ya da normal dağılış göstermiyorsa Sperman'ın sıra veya Kendal'ın Tau korelasyon katsayısı gibi parametrik olmayan istatistikler hesaplanmaktadır.

Değişkenler bağımlı-bağımsız şeklinde ifade ediliyorsa, hesaplanan ilişki katsayıları değişkenler arasındaki sebep-sonuç ilişkisinin bir ölçüsü olarak kullanılmaktadır. Bunun yanı sıra, bağımlı değişken tek, bağımsız değişken birden fazla olabilmektedir. Bu durumda ise, değişkenler arasındaki ilişki çoklu korelasyon katsayısı ile belirlenir. Ancak bahsedilen yöntemler ile hayvan materyaline ait vücut ölçüleri ve karkas özellikleri ya da belirli haftalardaki yumurta verimleri ile cinsi olgunluk yaşı, vücut ve yumurta ağırlıkları gibi iki veya daha fazla değişken kümesi arasındaki ilişkiyi aynı anda belirleyebilmek ve yorumlayabilmek mümkün olamayabilir. Aynı zamanda her bir bağımlı değişken için ayrı ayrı sonuçların bulunması, zaman zaman sonuçların yanlış yorumlanmasına neden olabilmektedir. Bunun nedeni, bağımlı değişkenler arasındaki ilişkilerin veya karşılıklı bağımlılığın dikkate alınmamasıdır. Bu gibi durumlar için, Hotelling tarafından 1936 yılında iki değişken grubu arasındaki ilişkileri belirleyebilmek için çok değişkenli analiz tekniklerinden biri olan kanonik korelasyon analizi geliştirilmiştir (Thompson, 1984).

Temel bileşenler analizi ile kanonik korelasyon analizinin her ikisi de değişken kümelerine ait öz değerleri dikkate alarak boyut indirgeme yapmaktadır. Her iki analiz tekniğinde de öz vektörler yardımı ile yeni bileşenler oluşturulmakta ve bunlar üzerinden yorum yapılmaktadır. Bu iki analiz tekniği arasındaki temel farklılık ise, temel bileşenler analizinde incelen tüm değişkenler tek bir küme ($X$

değişken kümesi) içerisinde yer alıyormuş gibi düşünülüp, bu değişken kümesine ait varyans-kovaryans matrisi üzerinden özdeğer ve öz vektörler hesaplanmaktadır. Kanonik korelasyon analizinde ise, değişkenler en az iki değişken kümesine ($X$ ve $Y$ değişken kümesi) ayrılmakta ve kümeler arasından hesaplanan kovaryans matrisi üzerinden öz değer ve öz vektörler hesaplanmaktadır. Bunun sonucunda, her iki analiz tekniği yardımı ile kovaryans matrislerinden hesaplanan öz değer ve öz vektörleri kullanarak yeni bileşenler oluşturulmakta ve bunlar üzerinden yorumlar yapılmaktadır.

Kanonik korelasyon analizi çoklu regresyon analizinin bir uzantısıdır. Çoklu regresyon analizinde $X$ değişken grubu $q$ tane ve $Y$ değişken grubu $p$=1 tane değişken içermekte iken, kanonik korelasyon analizinde ise, $X$ değişken grubu $q$ tane ve $Y$ değişken grubu $p$ adet ($p$>1) değişken içermektedir. Bu analizde, $X$ değişken grubu içerisindeki değişkenlerin doğrusal kombinasyonları ile $Y$ değişken grubu içerisindeki değişkenlerin doğrusal kombinasyonları arasındaki korelasyon katsayıları araştırılır (Gürbüz, 1989; Tatar ve Eliçin, 2002).

Kanonik korelasyon analizinde temel olarak, $X$ ve $Y$ değişken kümelerinin her biri için, maksimum korelasyonlu ve birim varyanslı doğrusal bileşenler elde edilmektedir. Burada, değişken kümelerinden elde edilen doğrusal bileşenler birbirinden bağımsızdır. Elde edilecek olan maksimum doğrusal bileşen sayısı, araştırmaya konu olan değişken kümelerinden küçük olanın, değişken sayısı ile sınırlıdır. Araştırmada incelenen özellikler üç ayrı küme ($X$, $Y$ ve $Z$ değişken kümesi) oluşturuyor ise, kanonik korelasyon analizi yerine kısmi kanonik korelasyon analizi kullanılmaktadır. Kısmi kanonik korelasyon analizinde, temel mantık değişken kümelerinden birinin etkisi sabitlendiğinde, diğer iki değişken kümesi arasındaki maksimum korelasyonlu ve birim varyanslı doğrusal bileşenler elde etmektir (Timm, 2002).

Bu çalışmanın amacı şu başlıklar altında toplanabilir:

1. En karmaşık ilişki analizlerinden biri olan kanonik korelasyon analizinin, temel kavramlarının (basit korelasyon, çoklu korelasyon, kanonik korelasyon, kanonik değişken vb. terimler) da dikkate alınarak açıklanması,

2. Elde edilen kanonik korelasyon katsayılarının önem testlerinde kullanılan test istatistiğinin tanıtılması,

3. Analizin kullanım amacı, analiz uygulanırken ve yorumlanırken dikkat edilmesi gereken hususların ortaya konulması (örneğin, analiz işlemleri sırasında veri matrisi olarak hangi durumda korelasyon matrisi, hangi durumda varyans-kovaryans matrisi kullanılması vb),

4. Kanonik korelasyon analizinin açıklanabilirlik belirleme (redundancy) analizi ve çoklu regresyon analizi ile olan bağlantısının ortaya konması,

5. Kanonik korelasyon analizinin kullanıldığı alanları literatür çalışması ile belirlemek ve hayvancılıkla ilgili verilerde kullanım olanaklarını uygulamalı olarak göstermektir. Bu sebeple, bir araştırmaya konu olan iki değişken kümesi arasındaki ilişkinin belirlenmesi ve yorumlanması izah edilerek, ülkemizde bu alanda yapılmakta olan çalışmalara literatür desteği sağlanarak, benzer uygulamaların yaygınlaşması,

6. Hayvancılık ile ilgili araştırmalarda, araştırıcılar değişken kümeleri arasındaki ilişki yapılarını kanonik korelasyon analizi ile irdelerken iş gücü ve zaman kaybını da dikkate alarak değişken kümelerinde yer alacak değişkenleri belirlemektedir. Belirlenen değişken kümeleri arasında hesaplanan ilişki katsayısının, tam olarak kümeler arasındaki ilişkiyi yansıtmadığını göstermek amacı ile kısmi kanonik korelasyon analizi bir uygulama üzerinde izah edilerek, analiz sonuçlarının yorumlamasına yardımcı olunması amaçlanmıştır.

# 2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Bartlett (1941), kanonik korelasyonun istatistiksel önemini ortaya koymak için Hotelling tarafından 1936 yılında geliştirilen önem testi ile Fisher ve Hsu' nun 1939 yılında geliştirdikleri önem testleri arasındaki mantıksal ilişkiyi açıklamaya çalışmıştır. Araştırmacı, orijinal verilerden elde edilen kanonik değişkenler arasındaki kanonik korelasyonların kendisinin 1938 yılında geliştirdiği pq serbestlik dereceli $\chi^2$ kritik değeri ile kanonik değişkenlerin önem testlerinin nasıl yapılacağını vurgulamıştır.

Kettenring (1971), iki değişken grubu arasındaki ilişkiyi inceleyen kanonik korelasyon analiz teorisinin, incelenen değişken grup sayısının 3 veya daha fazla olması durumunda bu teorinin genelleştirilmiş formlarını incelemiştir. Araştırmacı 3 veya daha fazla değişken grubu arasındaki doğrusal ilişkiyi inceleyebilmek amacı ile, kullandığı metotların her biri için temel bileşenlerden bir model ve hesaplama işlemi ortaya koymuştur.

Alpert ve Peterson (1972), kanonik korelasyon analizinin pazarlama araştırmalarında kullanımının hızla arttığını belirterek, analize konu olan değişken kümelerinin kendi içerlerindeki değişkenler arasındaki ilişkinin açıklanabilmesi, bağımsız değişken kümeleri arasındaki bölünmüş (shared) varyasyonun mübalağa edilmesinden sakınılması ve analizin yorumlanabilmesi için bazı öneriler getirdiklerini bildirmiştir.

Torranin (1972), hidrolojide kanonik korelasyonun uygulanabilirliği üzerine bir araştırma yaptığını bildirmiştir. Araştırmacı, iki veya daha boyutlu hidrolojik süreç arasındaki doğrusal ilişkinin araştırılmasında, kanonik korelasyon analizinin kullanılmasının, korelasyon analizi ve çoklu korelasyon analizine göre daha etkili olduğunu ortaya koymuştur. Bunun yanı sıra çalışmada, süreçler arasındaki doğrusal ilişkilere ait önem testlerinin yapılabilmesinin, bu tekniğin en önemli avantajlarından biri olduğu vurgulanmaktadır.

Lambert ve Durand (1975), kanonik korelasyon analizinin piyasa araştırmalarında doğru olarak kullanıldığında çok uygun bir araç olduğunu vurgulamıştır. Araştırmacılar çalışmalarında, kanonik korelasyon analizinin

kısıtlamalarını aydınlatarak, olası yanlış yorumlamaları engellemesi nedeniyle bu tekniğin etkinliğinin arttırılabileceğini belirtmişlerdir.

Glynn ve Muirhead (1978), örnek büyüklüğünün çok fazla olduğu durumlar için, kanonik korelasyon analizinde sonuç çıkarma üzerine bir araştırma yapmışlardır. Çalışmalarında hesaplanan kanonik korelasyon katsayılarının önem kontrollerinde kullanılan Barlett-Lawley test istatistiklerini inceleyen araştırmacılar, kanonik korelasyon katsayılarının dağılışı için bir maksimum marjinal olasılık fonksiyonu elde ettiklerini bildirmişler ve maksimum marjinal olasılık tahminlerinin yanlı bir düzeltme sağladığını göstermişlerdir.

Fujikoshi ve Veitch (1979), kanonik korelasyon analizinde boyutluluğun (populasyona ait kanonik korelasyonu, 0' dan farklı olanların sayısı) tahmin edilmesinde Bartlett-Lowley işlemi ile regresyondaki Mallows'un $C_p$ istatistiğinin genelleştirilmesi ile elde edilen $C_k$ istatistiği karşılaştırmışlardır. Araştırmacılar $C_k$ kriterinin serbestlik derecesinin ve $\rho_{min}$ değerinin düşük olduğu durumlarda iyi sonuçlar verdiğini, buna karşın Bartlett-Lowley işlemin serbestlik derecesinin yüksek ve $\rho_{min}$ değerinin kayda değer olduğu durumlarda en güvenilir sonucu verdiğini belirtmişlerdir.

O'Neill (1981), yapmış olduğu çalışmasında, $p \leq q$ olmak koşulu ile $(p+1)(q+1)$ olasılık tablolarında sıfırdan farklı populasyon kanonik korelasyonların tahminleyicileri olan kanonik korelasyonların asimptotik varyans ve kovaryansları için eşitlikler elde ettiğini bildirmiştir.

Muller (1982), çok değişkenli doğrusal modellere dayanan kanonik korelasyon analizine alternatif bir yaklaşım sunmuştur. Araştırmacı, bu metodu açıklamaya yardımcı olması için temel bileşenler analizinin özelliklerinden yararlanmıştır. Tüm ranklı kanonik korelasyon için standart hesaplama metotlarını, bileşen skorları üzerinden kanonik korelasyonların hesaplanmasını tartışmış ve bir örnek üzerinde uygulamasını yapmıştır.

Gilula (1984), iki yönlü olasılık (contingency) tabloları için latent modelleri ve kanonik korelasyon modellerinin parametreleri arasındaki ilişkiyi araştırmış ve belirli koşullar altında bu modellerin eşdeğer olduğunu ortaya koymuştur. Çalışmada

ayrıca, iki yönlü olasılık tablolarında kanonik değişkenlere farklı bir yorumlama getirdiği bildirilmiştir.

Muirhead ve Leung (1985), kanonik korelasyon katsayılarının normal dağılımlı olduğu varsayıldığında, bu parametrelerin fonksiyonunu minimum hata ile tahmin etmek için bir teorem ortaya koymuş ve bu teoremi ispatlamışlardır. Bunun için, kayıp (loss) fonksiyonu kullanarak, $\Delta = \sum_{11.2}^{-1/2} \sum_{12} \sum_{22}^{-1} \sum_{21} \sum_{11.2}^{-1/2}$ matrisinin özdeğerlerinin minimum hata ile tahmin edilebileceğini belirtmişlerdir.

Wang ve Chow (1987), kovaryans matrislerin tekil olduğu durumlarda, iki değişken grubu arasındaki çok değişkenli ilişkilerin kanonik korelasyon analizi yardımıyla hesaplanabileceğini göstermiştir.

Gürbüz (1989), toplam 17 baş kuzu üzerinde yaptığı bir çalışmasında, kesimden önceki vücut ölçüleri ile kesimden sonraki gövdenin muhtelif kısımlarına ilişkin ağırlıkları iki değişken grubuna ayırmış ve bu iki değişken grubu arasındaki ilişkiyi kanonik korelasyon analizi ile incelemiştir. Araştırmacı çalışmasında değişken gruplarından hesaplanan ilk kanonik değişken arasındaki korelasyon katsayısını 0.996 olarak hesaplamıştır. Çalışmada ayrıca, değişken gruplarından herhangi birinden hesaplanan doğrusal kombinasyonlar yardımı ile diğer değişken grubundaki değişkenlerin tahmin imkanlarını da araştırmıştır.

Khatri (1989), kovaryans matrisinin tekil olduğu durumlarda 0' dan farklı orijinal kanonik korelasyon katsayılarını etkilemeyen iki değişken grubundaki kanonik değişkenleri için gerek ve yeter koşulları elde etmiş ve açıklanabilirlik belirleme (redundancy) testini uygulamıştır. Araştırmacı, araştırma bulgularının kompleks şans değişkenleri içinde geçerli olduğunu vurgulamıştır.

Seo ve ark. (1994), populasyon kanonik korelasyonlarının basit olduğu durumlarda, örnek kanonik korelasyonlarının dağılışları üzerine normallikten ayrılma etkisini araştırdıklarını bildirmişlerdir. Araştırmacılar, normallikten ayrılmanın etkilerini açıklayabilmek amacı ile normal olmayan dağılışa sahip populasyonlar dan çekilen örneğe ait kanonik korelasyonların bir dağılış fonksiyonu için asimptotik genişleme (expension) formülleri türettiklerini bildirmişlerdir. Çalışmada ayrıca, $p$=3, $q$=4 değişkenli kümelerde, örnek genişliği 50, 100 ve 200 için Monte-Carlo Simülasyon çalışması ile ortaya atılan teoremler açıklanmıştır.

Shenyuan ve ark. (1994), yetiştiriciliği yapılan ipekböceklerinde ebeveynler ile dölleri arasındaki kantitatif özellikleri 2 gruba ayırmış ve bunlar arasındaki ilişkiyi kanonik korelasyon analizi ile belirlemeye çalışmıştır. Ebeveyn ve döller arasındaki kanonik korelasyon değerlerinin genetik ve ıslah çalışmaları üzerine önemini tartışmışlardır. Kanonik korelasyon katsayı değerleri ebeveyn – döl arasındaki kanonik özelliklerin regresyon katsayılarına eşit olduğundan, kanonik korelasyonların ebeveynlerin kanonik özelliklerine ait irsi yeteneklerinin döllerin kanonik yüklerine ait özelliklerine olan ilişkisini tanımladığı araştırmacılar tarafından bildirilmiştir. Yapılan çalışmada, çoklu kantitatif karakterlerin yapay indeksi olan kanonik özellikler, ebeveyn-döl arasındaki en büyük irsi yeteneklere sahip özellikler olduğu bildirilmektedir. Ebeveyn kanonik özelliklerin seçimi, en büyük etkinin görüntülenmesi ve en küçük tahminin hatası sonuçlarını verebileceği araştırmacılar tarafından bildirilmiştir.

Jaiswal ve ark. (1995), tavuklarda ayırt edici birçok özellik arasındaki ilişkiyi eşzamanlı olarak incelemek için kanonik korelasyon analizini kullanmıştır. Araştırmacılar çalışmalarında *Y* değişken grubu olarak 32 haftalık yaştaki tavukların yumurta ağırlıklarını, 280 günlük yumurta verimlerini, *X* değişken grubu olarak tavukların ilk yumurtlama yaşı, 8 haftalık canlı ağırlığı ve 20 haftalık canlı ağırlığını ele almışlardır. Yapılan analiz neticesinde 1. kanonik değişken çifti arasında hesaplanan kanonik korelasyon katsayısının önemli olduğunu ve açıklanabilirlik belirleme indeks değeri ile *Y* değişken grubundaki toplam varyasyonun % 93 nün *X* değişken grubu tarafından izah edilebileceğini bildirmişlerdir.

Saama ve Mao (1995), açık arazide ve kontrollü alanda olmak üzere 28 adet Siyah Alaca süt sığırından doğum sonrası 6., 10. ve 14. haftalarda laktasyon enerjisi, metabolik enerji, net enerji ve yaşama payı için net enerji ölçümlerini tespit etmişlerdir. Araştırmacılar bu iki yaşama ortamında elde edilen ölçümler arasındaki ilişkiyi kanonik korelasyon analizi ile tespit etmiş ve birinci kanonik değişkenler arasındaki korelasyonu 0.964 olarak hesaplamışlardır. Ayrıca kontrollü alandaki toplam varyasyonun ne kadarının araziden elde edilen ölçümler tarafından tahmin edilebileceğini açıklanabilirlik belirleme analizi ile tespit etmişlerdir.

Xue ve ark. (1996), dört farklı bölgeden 228 yetişkin erkek domuzdan kötü kokuya sebep olan değişik örnekler aldıklarını belirtmişlerdir. Bunlardan tükürük bezi ve sırt yağı bölgesinden alınan 16- androstenes ile skatole değerlerini birinci değişken kümesi, yaş, karkas ağırlığı, erkek üreme organı yan salgı bezi uzunluğu ve ağırlığı ölçümlerini ise ikinci değişken kümesi olarak belirlemişlerdir. Bu iki değişken arasındaki ilişkiyi belirlemek için kanonik korelasyon analizi uygulamışlar ve birinci kanonik değişkenler arasındaki korelasyon katsayısını 0.41 olarak hesapladıklarını belirtmişlerdir.

Al-Kandari ve Jolliffe (1997), kanonik korelasyon analizinde kanonik değişkenlerin yorumlanması sırasında genellikle her kanonik değişkendeki değişkenin yüklerine veya ağırlıklarına bakıldığını ve kanonik değişkenler içerisinde yer alan değişkenlerin ağırlıkları veya yükleri küçük olanlarının göz ardı edildiğini belirtmişlerdir. Araştırmacılar yaptıkları çalışmalarında, kanonik değişkelerin kısıtlanması sırasında kanonik değişkenlerin yüklerine göre değerlendirilmesinin uygun olacağını ifade etmişlerdir. Araştırmacılar yaptıkları çalışmalarında, değişken seçimi esnasında ise 3 farklı metodu karşılaştırmalı olarak incelemişlerdir. Bu metotlardan ilki kanonik yükler, ikincisi $X$ değişken grubunun, $Y$ değişken grubundan elde edilen kanonik değişken tarafından açıklanabilen toplam açıklanabilirlik belirleme değeri, sonuncusu ise $Y$ değişken grubunun, $X$ değişken grubundan elde edilen kanonik değişken tarafından açıklanabilen toplam açıklanabilirlik belirleme değeridir.

Gunderson ve Muirhead (1997), kanonik korelasyon analizinde boyutluluk olarak adlandırılan sıfırdan farklı populasyon kanonik korelasyon katsayılarının sayısı için marjinal olasılık fonksiyonuna dayanan bir tahmin metodu tanıtmışlardır. Araştırmacılar ayrıca, çok değişkenli normal populasyonlar için tahminleyicilerin asimptotik dağılışını türetmişlerdir. Yaptıkları çalışmalarında, kullandıkları tahmin metodunun tutarlı olmadığını, ancak yaptıkları simülasyon çalışmaları ile normal dağılışlı büyük örnek genişlikleri için boyutluluğun doğru tahmin edilme yüzdelerinin Akaike ve Mallow metodu ile çok yakın olduğunu vurgulamışlardır.

Hepburn ve Radloff (1997), Afrika'nın 5 değişik bölgesinde bulunan işçi bal arılarına ait 11 karakter için morfometrik ölçümler (her bölgeden 6 koloni, koloni

başına ise 20 işçi arı incelenmiş) ve çevresel değişkenleri (sıcaklık, yağmur miktarı ve yükseklik) belirlemişlerdir. Araştırmacılar, hem her bölge için ayrı ayrı, hem de kombine olarak, çevresel değişkenler ile işçi bal arılarına ait morfolojik özellikler arasındaki ilişkiyi kanonik korelasyon analizi ile araştırmışlardır. Çalışmada, maksimum kanonik korelasyon katsayısının (0.97, $p<0.0001$), Kuzeybatı Afrika bölgesinden alınan ölçümlere ait olduğunu bildirmişlerdir.

Kocabaş ve ark. (1998), 3 aylık Kilis keçisi oğlaklarından toplanan çeşitli vücut ölçülerine ilişkin değerler arasındaki ilişkileri kanonik korelasyon analizi vasıtasıyla tespit etmeye çalışmıştır. Araştırmacılar yaptıkları çalışmalarında, oğlaklara ilişkin cidago yüksekliği, dirsek yüksekliği ve omuz ucu yüksekliğini yükseklik ölçüleri olarak, kürekler arkası göğüs genişliği, ön göğüs genişliği, ön sağrı genişliği, orta sağrı genişliği, son sağrı genişliği, baş genişliği ve kulak genişliğini ise genişlik ölçüleri olarak gruplara ayırmışlardır. Yükseklik ve genişlik ölçülerine ilişkin değişkenler arasındaki en yüksek korelasyon katsayısı (0.689) cidago yüksekliği ile orta sağrı genişliği arasında tespit edilirken, değişken grupları arasında yapılan kanonik korelasyon analizi neticesinde en yüksek kanonik korelasyon katsayısı yine aynı değişkenler arasında 0.779 olarak tespit edilmiştir ($p<0.01$).

Anderson (1999), yapmış olduğu çalışmasında, örneğin normal dağılışa sahip ve sıfırdan farklı populasyona ait kanonik korelasyonların birbirinden farklı olduğu durumlarda, örneğe ait kanonik korelasyon katsayılarının asimptotik dağılışını ve kanonik değişken katsayılarını elde ettiğini bildirmiştir. Ayrıca çalışmada, değişken kümelerinden biri bağımsız diğeri bağımlı olarak ele alındığında, aynı asimptotik dağılışların kısıtlanmış sıra puanları (rank) regresyonu için de elde edilebileceği bildirilmiştir.

Bradshaw ve ark.(2000), 28'i evcil ev kedisi, 36'sı 3 farklı çiftlikte serbest dolaşan evcil kedi olmak üzere toplam 64 adet kedinin bireysel ve koloni halinde iken yiyecek tercihlerindeki farklılıkları araştırmışlardır. Çalışmada, yiyecek tercih eğilimlerini görmek için; ev kedilerine 5 farklı yiyecek, çiftlik kedilerine ise 6 farklı yiyecek sunulduğu ifade edilmiştir. Araştırmacılar, ayrıca ev kedilerinin bireysel olarak ve çiftlik kedilerinin ise koloni halinde daha önce yedikleri besinler hakkında

bilgi toplamışlardır. Araştırma sonunda, ev ve çiftlik kedilerini besin tercihlerine göre kıyaslayabilmek için kanonik ayırım analizini, grupları dikkate almaksızın bireyleri mukayese edebilmek için temel bileşenler analizini, kedilerin alışılagelmiş beslenmesindeki yeme sıklıkları ile yiyecek tercihleri arasındaki ilişkiyi ortaya koyabilmek için ise kanonik korelasyon analizini kullandıklarını bildirmişlerdir. Çalışmada, evcil kedilerin alışılagelmiş besinleri yeme sıklıkları ile yiyecek tercihleri arasındaki kanonik korelasyon 0.8378 olarak tespit edilmiştir.

Dunlop ve ark. (2000), Kanonik korelasyon analizi ile iki yönlü tablolar arasındaki ilişkiyi ortaya koyabilmek için 5387 kişi üzerinde bir anket çalışması yapmışlar. İki yönlü tabloda kişilerin göz rengini satır değişkenleri, saç renklerini sütun değişkenleri olarak düzenlemişlerdir. Araştırmacılar, iki yönlü tablolarda khi kare değerinin, 2x2'lik için tablolarda Pearson korelasyon katsayısından, *kx2* veya *2xk*'lık tablolarda ise çoklu korelasyon katsayısının karesinden, *rxc*'lik ($r$>2 ve $c$>2) tablolarda ise kanonik korelasyon katsayılarının kareleri toplamından hesaplanabileceğini bildirmişlerdir. Araştırmacılar, kişilerin göz rengi ile saç rengi arasındaki ilişkinin belirlenmesinde kanonik korelasyon analizi kullanımının, pearson khi kare değerinden daha detaylı bilgi sağladığını bildirmişlerdir.

Gao ve Huang (2000), yapmış oldukları çalışmalarında, varyans-kovaryans matrisinin bazı elemanları ile ilgili olarak, kanonik korelasyon katsayılarının monotonik özelliklerini tartışmışlardır. Araştırmacılar bu özellikleri kullanarak, doğrusal regresyon modelindeki en küçük kareler tahminleyicisinin nispi etkisinin monotonik özelliklerini, iki farklı regresyon modelinde uygulamalı olarak ortaya koymuşlardır.

Jung (2000), çok değişkenli normal veri kümesinde etkili gözlemleri belirlemek için Cook tarafından 1986 yılında ortaya atılan bölgesel etki metodunu (Local Influence Method) kanonik korelasyon analizine adapte ettiğini bildirmiştir. Çalışmada, kanonik korelasyon analizi ile etkili gözlemlerin belirlenmesinde, bu metodun etkinliğini açıklayıcı bir örnek verildiği belirtilmektedir.

Larson ve ark. (2000), kuzey Caroline'nin Duck kıyı bölgesinden 11 yıl boyunca ölçülen dalga hareketleri ile sahil görüntüsü arasındaki ilişkiyi belirlemek amacıyla kanonik korelasyon analizini uygulamışlardır.

Vainionpaa ve ark. (2000), farklı patates kültürlerinin çeşitli yapı ve doyumsal özelliklerini içeren veri kümesinde, kaliteyi oluşturan faktörleri belirlemek ve kalite özellikleri ile üretim faktörleri arasındaki ilişkiyi incelemek için temel bileşenler analizi ile kanonik korelasyon analizini uygulamıştır. Araştırmacılar tarafından yapılan analizler neticesinde doğal yapısında var olan doyumsal ve yapısal özellikleri farklı patates kültürlerinin yenilebilir (olgun) dönemlerinde depolama zamanı ile şeker ve sükrozun azalmasının ana faktörler olarak görülebileceği bildirilmiştir.

Casin (2001), *K* adet değişken kümesi için genelleştirilmiş temel bileşenler analizini tanıtmıştır. Araştırmacı bu yeni tekniği kanonik korelasyon ve geleneksel temel bileşenler analizi ile kıyaslamıştır. Çalışmada, geleneksel temel bileşenler analizinin yalnızca bir değişken kümesi için korelasyon yapısını tanımlayan bir teknik olduğu, kanonik korelasyon analizinin ise, sadece değişken kümeleri arasındaki ilişkiye odaklandığı bildirilmiştir. Bu sebeple çalışmada, hem değişken kümeleri arasındaki hem de aynı değişken kümesi içerindeki korelasyon yapısını dikkate alan genelleştirilmiş temel bileşenler analizinin bir uygulama üzerinde açıklandığı bildirilmiştir.

Doğan (2001), Bala Tarım İşletmesi'nde yetiştirilen 440 baş Holştayn ırkı ineklere ilişkin süt (süt verimi, laktasyon süresi, kuru süre) ve döl verimi (ilk sıfat yaşı, iki buzağılama arası geçen süre, servis sayısı, servis periyodu, buzağılama yılı, gebelik süresi) özellikleri arasındaki ilişkiyi kanonik korelasyon analizi yardımı ile tahmin etmiştir. Araştırmacı, ele aldığı verim özellikleri arasındaki ilişki düzeyinin 0.9312 olduğunu belirtmiştir ($p< 0.05$).

Dufour ve ark. (2001), sekiz farklı yumuşak peynire ait almış oldukları örneklerden sertlik, erime kalitesi, yüzey yapısı, yağlı tabaka, çözünebilirlik gibi 16 farklı özelliği duyusal testler ve florans spektroskopy ile ayrı ayrı gözlemlemiş ve tahmin etmişlerdir. Araştırmacılar aynı örnekler üzerinden iki farklı yöntemle elde edilen 16 özellik arasındaki ilişkiyi belirlemek için kanonik korelasyon analizi uygulamışlar ve 1. ve 2. kanonik değişkenler arasında çok yüksek bir ilişki (0.964 ve 0.894) olduğunu bildirmişlerdir.

Şen ve Kalyoncu (2001), 0-3 yaş grubu arasından tesadüfen seçilen 153 bebeğe ait beslenme bozukluğu ile ilgili bir anket çalışması uygulamışlardır. Anket sonuçları, kanonik korelasyon analizi ile değerlendirilmiş ve beslenme bozukluğu ile ilgili araştırmada, bebeklerin doğum ağırlıkları ve boyları ile anketin yapıldığı andaki ağırlıkları ve boyları arasında anlamlı bir ilişki olduğu tespit edilmiştir. Araştırmacılar çalışmalarında, beslenme bozukları üzerine ise en etkili değişkenin annenin mesleği olduğu tespit etmişlerdir.

Tabachnick ve Fidell (2001), "Using Multivariate Statistics" isimli kitabında, kanonik korelasyon analizinin genel amacı, gerekli varsayımları, kanonik korelasyonlar için temel eşitlikleri vererek kanonik korelasyon analizinin teorisini açıklamışlardır. Yazarlar eserlerinde, konu ile ilgili basit bir uygulamayı SAS, SPSS, SYSTAT istatistik paket programlarında karşılaştırmalı olarak göstermişlerdir.

Drury (2002), yapmış olduğu çalışmasında *nxn'* lik pozitif tanımlı bir A matrisinin özdeğerleri arasındaki ilişkiyi izah edilmesinde kullanılan kanonik korelasyonlar için birtakım yeni eşitsizlikler ortaya atmış ve bunların ispatlarını göstermiştir.

Greenwood ve ark. (2002), Sert Peynirin Özel Duyusal Tekstür Özellikleri ve Ön Proteolitik Örnekler isimli çalışmalarında, altı ay bekletilmiş sert peynirler ile daha kısa süre bekletilmiş sert peynirlerden alınan sertlik, esneklik, nem, ufalanabilirlik gibi tekstür özellikleri arasındaki ilişkiyi kanonik korelasyon analizi ile belirlemişlerdir.

Horvath ve ark. (2002), Hollanda' da en çok satın alınan yedi markanın 76 haftalık pazar paylarını ve pazarlama yöntemlerinin (fiyat, özellik, şeçme, bonus, iade) dahil edildiği VAR (Vector Auto Regressive) modelini incelemişlerdir. Modelde markaların performans ölçümleri ve pazarlama değişkenlerinin tümünün (36 adet) dahil edilmesinin serbestlik derecesi problemine yol açtığı araştırmacılar tarafından bildirilmiştir. Bu yüzden araştırmacılar performans ve pazarlama ölçümleri arasındaki ilişkiyi belirlemek için kanonik korelasyon analizini uygulamışlar ve analiz sonucunda elde edilen kanonik korelasyon katsayılarından 6' sının istatistiki olarak Bartlett testi neticesinde önemli olduğunu tespit etmişlerdir.

Çalışmada, pazar payı üzerine en büyük etkiyi ise en büyük kanonik yüke sahip olan fiyatların yaptığı tespit edilmiştir.

Pereira ve ark. (2002), Peynir Çeşitlerinde Tekstür Özelliklerinin Duyusal ve Aletsel Değerlendirmesi Arasındaki Korelasyon isimli çalışmalarında, 12 peynir çeşidinde tekstür özelliklerinin belirlenmesinde duyusal değerlendirmeyi elle, aletsel değerlendirmeyi ise rheolojik teknikler ile yapmışlarıdır. Tekstür özellikleri arasındaki ilişkiyi kanonik korelasyon analizi kullanarak belirlemişlerdir. Modelde önemli olan dört kanonik değişken çifti elde edilmiş olup bunlar arasındaki kanonik korelasyon katsayıları sırasıyla 0.963, 0.938, 0.937 ve 0.873 olarak elde edilmiştir.

Tanaka ve ark. (2002), kanonik korelasyon analizinde bir tek endişe verici etkili gözlemin olması durumu için, bir etki analizi geliştirmişlerdir. Bir spor kulübünde değişik eksersiz hareketleri yapan 20 kişiye ait 6 özellik belirlemişlerdir. Bu özelliklerden 3' ü eksersiz hareketleri, diğer 3' ü ise psikolojik hareketler olarak sınıflandırmak sureti ile değişken kümeleri belirlemişlerdir. Yapılan kanonik korelasyon analizinde, araştırmacılar geliştirdikleri metodu, Gu ve Fung tarafından etkili gözlemlerin çok olduğu durum için geliştirdikleri metot ile kıyaslamışlar ve her iki metot için elde edilen sonuçların, ilk kanonik vektörler üzerindeki etkilerin aynı olduğunu, ancak diğer vektörlerdeki etkilerin farklı olduğunu belirtmişlerdir.

Tatar ve Eliçin (2002), İle de France x Akkaraman ($G_1$) melezi erkek kuzularında süt emme ve besi dönemindeki canlı ağırlık ve vücut ölçüleri arasındaki ilişkiyi kanonik korelasyon analizi ile ortaya koymaya çalışmışlardır. Araştırma sonucunda, süt emme döneminde oluşturulan; doğum tipi, kuzu doğum ağırlığı ve ananın doğum ağırlığı özelliklerini içeren değişken grubu ile besi dönemi özelliklerini kapsayan değişken kümeleri arasında, kanonik korelasyon katsayısını 0.73 olarak hesapladıklarını belirtmişlerdir. Ayrıca sütten kesim ağırlığı ve süt emme süresi değişken grupları ile besi özelliklerini içeren değişken grubu arasındaki kanonik korelasyonlar sırası ile 0.760 ve 0.850 olarak hesaplanmıştır.

Timm (2002), "Applied Multivariate Analysis" isimli kitabında, kanonik korelasyon analizi ve kısmi kanonik korelasyon analizin teorisini ilgili eşitlikleri vererek açıklamıştır. Yazar eserinde, her iki yöntem içinde analiz sonuçlarını bir uygulama üzerinde vererek yorumlamıştır.

Tworek (2002), Polonya'nın güneyindeki tarım alanlarında yaşayan kuş türlerinin beslenmesini araştırmak için yapmış olduğu çalışmada, araştırma alanını tanımlayan habitat olayları ile kuşların yaşam tarzlarını tanımlayan ekolojik parametreler arasındaki ilişkiyi incelemek için Stepwise çoklu regresyon ile kanonik korelasyon analizleri kullanmıştır. Araştırma sonucuna göre, tarım alanındaki görülen habitat değişimlerine karşın yaşam tarzlarına bağlı olarak, kuşların göstermiş olduğu tepkiler arasında farklılıklar olduğu ifade edilmektedir. Habitat değişiklikleri ile kuşların yaşam tarzları arasında hesaplanan kanonik korelasyon değerlerinden üçünün önemli olduğu ifade edilmiştir.

Bilgin ve ark. (2003), yağlı kuyruklu İvesi koyunlarında baş yapısı (alın genişliği, boynuzlar arası genişlik, kulak uzunluğu, baş uzunluğu ve genişliği vb.) ile testislerin etrafını saran kılıf (uzunluk ve çevresi) arasındaki ilişkiyi belirlemek için kanonik korelasyon analizini uygulamışlar ve bu iki kısımdan (baş ve testis bezi) alınan ölçümler arasındaki kanonik korelasyon katsayısını 0.89 olarak hesaplamışlardır.

Karoui ve ark. (2003), süt ürünlerinde yapı ve tekstürün belirlenmesi için kimyasal yöntemler ile spektroskopik tekniklerin beraber kullanılması isimli çalışmalarında, sekiz peynirin tekstür özellikleri ve lezzet özellikleri triptofan floresan spektra ve duyusal olarak belirlemişlerdir. Çalışmada, araştırmacılar tarafından incelenen özellikler arasındaki ilişkiye kanonik korelasyon analizi ile yorum getirilmiştir. Yapılan analiz neticesinde, belirlenen kanonik değişken çiftlerinden ikisinin istatistiksel olarak önemli olduğu ve bunlar arasındaki kanonik korelasyon katsayılarının 0.93 ve 0.80 olduğu bildirilmiştir.

Allais ve ark. (2004), sosislerde ve et emilsüyonlarının tekstür görüntüsü için ön yüzden yapılan floresan spektroskopisine dayanan hızlı bir yöntem isimli çalışmalarında, bölünmüş parseller deneme planına göre sosisler ve et emilsiyonları arasındaki tekstür özellikleri bakımından farklılığı bölünmüş parseller deneme deseni ile, tekstür öellikleri arasındaki boyut indirgemeyi temel bileşenler analizi ile indirgenmiş boyutlar arasındaki sınıflandırmayı kümeleme analizi ile, mikserden geçirilmiş materyalin floresan spektra ile belirlenen özellikler ile sosisin yapısal özellikleri arasındaki ilişkiyi kanonik korelasyon analizi ile belirlemişlerdir. Birinci

kanonik değişken çifti arasında hesaplanan kanonik korelasyon katsayısı 0.91 olarak hesaplamışlardır.

Bai ve He (2004), yapmış oldukları çalışmalarında, normallik varsayımına bakılmaksızın kanonik korelasyon katsayılarının önem testinde kullanılan khi-kare test istatistiğinin sınırlı dağılışlarını araştırdıklarını ve khi-kare sınırlı dağılışları için gerek ve yeter koşulları elde ettiklerini bildirmişlerdir.

Keskin ve Özsoy (2004), kanonik korelasyon analizini tanıtmak için hayvancılık alanından bir uygulamalı örnek vermişlerdir. Araştırmacılar çalışmalarında, 102 adet bıldırcına ilişkin çıkış ağırlığı, 4. haftadaki canlı ağırlık ve cinsi olgunluk ağırlıklarını *X* değişken grubu, ilk yumurtlama yaşı, ilk on yumurta ağırlığı ve onuncu hafta yumurta ağırlığı özelliklerini ise *Y* değişken grubu olarak tanımlamıştır. Bunlar arasında hesapladığı kanonik korelasyon analizi neticesinde, hesaplanan en yüksek korelasyon katsayısı (0.612) ile 1. kanonik değişken çifti arasında hesaplanan kanonik korelasyon katsayısı (0.705) arasında önemli bir fark olduğunu belirtmiştir. Ayrıca hesaplanan açıklanabilirlik belirleme indeks değeri ile *Y* değişken grubundaki toplam varyasyonun % 23.1' i, *X* değişken grubu tarafından açıklanabildiğini bildirmiştir.

Keskin ve ark. (2004) yapmış oldukları çalışmalarında, Ankara keçisi oğlaklarında 6 aylık ve 12 aylık yaşta, ölçülen bazı özellikler (canlı ağırlık, vücut uzunluğu, cidago yüksekliği, göğüs derinliği, sağrı yüksekliği) arasındaki ilişki yapısını kanonik korelasyon analizi ile incelemişlerdir. Araştırmacılar, birinci kanonik değişken çifti arasında hesaplanan kanonik korelasyon katsayısını 0.812 ($p<0.01$) olarak bildirmişlerdir.

Leriche ve ark. (2004) yapmış oldukları çalışmada, süt işleme fabrikalarında, süt, su, peynir yüzeyi ve peynir içerisinden alınan örneklerden otuz farklı bakteri türünü iki farklı yöntem ile (florasan spektroskopy ve biyolog sistem) izole etmişlerdir. Araştırmacılar, farklı yöntemlerle elde ettikleri veri kümeleri arasında kanonik korelasyon analizi yardımı ile % 99' luk bir ilişki olduğunu belirlemişlerdir. Bu sebeple ekonomik açıdan daha ucuz ve işlem süresinin kısalığından dolayı florasan spectroskopy kullanımın daha avantajlı olduğunu belirtmişlerdir.

Akbaş ve Takma (2005) yapmış oldukları çalışmalarında, yumurtlama dönemindeki tavukların cinsi olgunluk yaşı, vücut ağırlığı ve yumurta ağırlığı (X değişken kümesi) ile üç farklı dönemdeki yumurta sayıları (Y değişken kümesi) arasındaki ilişkiyi kanonik korelasyon analizi ile incelemişlerdir. Yapılan analiz neticesinde X ve Y değişken kümeleri arasında tahmin edilen ilk iki kanonik korelasyon katsayısının istatistiki olarak önemli olduğunu ve farklı dönemlerdeki yumurta üretim miktarları üzerine en fazla cinsi olgunluk yaşının katkı sağladığını bildirmişlerdir ($p<0.01$).

Duff ve ark. (2005), yapmış oldukları çalışmalarında, 212 hasta üzerinden standart neurofiziksel testler kullanılması ile hafıza kapasitesine ait sözlü ve görsel öğrenme ile ilgili ölçümler almışlardır. Bunu yanı sıra aynı hastalara ait olaylar karşısındaki anlık ve olay sonrası tepkilerini tespit etmişlerdir. Araştırmacılar, hafıza kapasiteleri ile olaylar karşısındaki karar verme yetenekleri arasındaki ilişkiyi kanonik korelasyon analizi ile irdelemişler ve incelenen özellikler için belirlenen kanonik değişkenler çiftleri arasından hesaplanan kanonik korelasyon katsayılarından ilk ikisinin önemli olduğunu; birinci kanonik korelasyon katsayısını 0.77, ikinci kanonik korelasyon katsayısını ise 0.46 olarak hesapladıklarını bildirmişlerdir ($p<0.01$).

Keskin ve ark. (2005), yaptıkları çalışmalarında, 6 aylık 82 baş Akkeçi oğlaklarının kesim öncesi ve kesim sonrası ölçülen bazı özellikler arasındaki ilişki yapısını kanonik korelasyon analizi ile irdelemişlerdir. Araştırmacılar, bu özellikler için tahmin edilen kanonik değişken çiftleri içerisinde birinci kanonik değişken çifti arasında hesaplanan kanonik korelasyon katsayısını 0.962 olarak bulmuşlardır ($p<0.01$).

Mendeş ve ark. (2005) yapmış oldukları çalışmalarında, Amerikan bronz hindilerinin kesim öncesi ve kesim sonrası alınan birtakım ölçümler arasındaki ilişkiyi kanonik korelasyon analizi ile ortaya koyduklarını ifade etmişlerdir.

Sit ve Lindner, (2005), yapmış oldukları çalışmalarında, ortalama yaş grubu 16.5 olan 742'si erkek, 493'ü bayan sporcular üzerinde başarıyı hedefleyen iki farklı motivasyonal yönlendirmeler arasındaki ilişkiyi belirlemek için kanonik korelasyon analizi uygulamışlardır. Araştırmacılar tarafından, incelenen motivasyonal

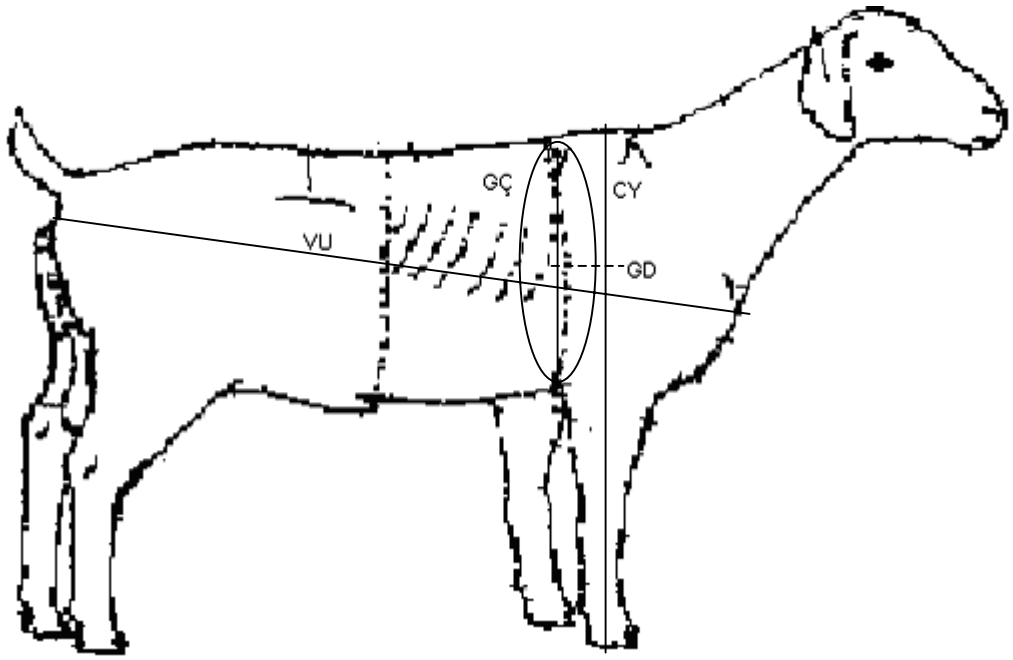
yönlendirmelerden ilkinin bireysel motivasyon (kişilerin görev bilinci ve egosunu tatmin etme), diğerinin ise grup motivasyonu (amaç, beceri, uyum vb) olduğu bildirilmiştir. Çalışmalarında, iki kanonik değişken çifti arasından hesaplanan kanonik korelasyon katsayılarının (0.49 ve 0.32) önemli olduğunu vurgulaşmışlardır ($p<0.001$). Oluşturulan kanonik değişken çitlerinden, bireysel motivasyona en büyük katkıyı kişinin egosunu tatmin etme güdüsünün yaptığını, grup motivasyonuna ise en büyük katkıyı uyum içerisinde hareket etmenin sağladığını bildirmişlerdir.

Sun ve ark., (2005), yapmış oldukları çalışmalarında örnek sınıflandırmalarının değerlendirilmesinde kanonik korelasyon analiz teorisini genelleştirdiklerini belirtmişlerdir. Araştırmacılar kanonik korelasyon katsayılarının fonksiyonunu geliştirerek önerdikleri model ile, incelenen örneklerin sınıflandırılmasındaki bilginin arttırılabileceğini ve görüntü tanımlama uygulamalarında kullanılabileceğini ifade etmişlerdir. Geliştirilen modelin, genelleştirilmiş kanonik projektiv vektörlerin bir çeşidi olduğunu belirtmişler ve teorisini açıklamışlardır.

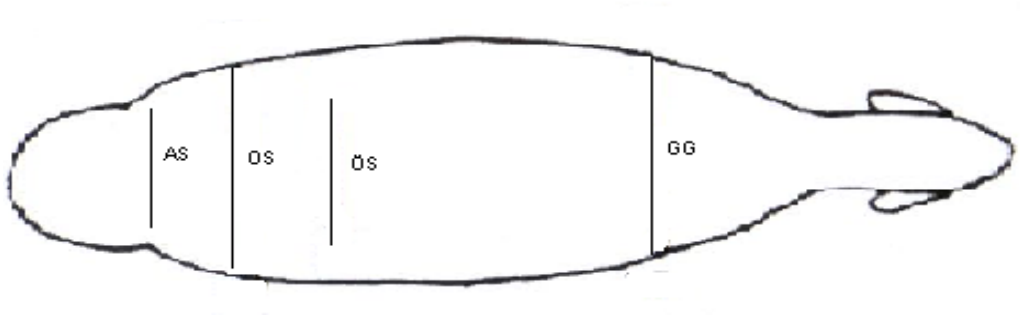
# 3. MATERYAL VE METOT

## 3.1. Materyal

Çalışmada, Ç.Ü. Ziraat Fakültesi Araştırma Uygulama Çiftliği Keçicilik İşletmesinde yetiştirilen Alman Alaca x Kıl (%75 Alman Alaca + % 25 Kıl) melezi oğlaklardan, 2005 doğumlu 86 baş oğlağın sütten kesim dönemindeki vücut özelliklerine ait değişik ölçümler alınmıştır (Şekil 3.1 ve Şekil 3.2). Bunlar sırası ile; vücut uzunluğu (VU), cidago yüksekliği (CY), göğüs genişliği (GG), göğüs derinliği (GD), göğüs çevresi (GÇ), ön sağrı genişliği (ÖS), orta sağrı genişliği (OS) ve arka sağrı genişliğidir (AS). Bunun yanı sıra oğlağın kendi doğum ağırlığı (DA), sütten kesim ağırlığı (SKA) ve altıncı ay ağırlığı (AA) özellikleridir. İncelenen özelliklere ait gözlem değerlerinin birimlerinin farklı olması nedeni ile (vücut özellikleri cm, canlı ağırlıklar kg) orijinal gözlem değerleri yerine standardize edilmiş değerler kullanılmıştır. Çalışmada kanonik korelasyon analizinin temel mantığına uygun olması açısından anlamlı değişken kümeleri oluşturulmuştur. Vücut özelliklerine ait ölçümler X değişken kümesini, diğerleri ise Y değişken kümesini tanımlamaktadır. Vücut özellikleri içerisinden, VU, CY, GG, GD' ne ait ölçümler ölçü bastonu; ÖS, OS ve AS' ya ait ölçümler ölçü pergeli; GÇ' ne ait ölçümler ise mezüre ile tespit edilmiştir. Tespit edilen özelliklere ait, kanonik korelasyon analizleri STATISTICA 5.0 ve SAS 9.0 V. istatistik paket programlar kullanılarak yapılmıştır.




Şekil 3.1. Keçiden Alınan Vücut Özelliklerine Ait Uzunluk Ölçülerinin Alındığı Kısımlar




Şekil 3.2. Keçiden Alınan Vücut Özelliklerine Ait Genişlik Ölçülerinin Alındığı Kısımlar

### 3.2. Metot

Ele alınan iki değişkenden hangi değişkenin bağımsız hangisinin bağımlı olduğuna bakılmaksızın, iki değişkenin birlikte artmaları, azalmaları veya ters ilişki göstermeleri birlikte değişim olarak ifade edilmektedir. İstatistikte değişkenler arasındaki birlikte değişimin ölçüsü korelasyon katsayısı ile ortaya konmaktadır (Gürsakal, 1998). Çalışmalarda, incelenen değişkenler ($Y_i$, $X_i$ i=1,2,...n) normal dağılış gösterdiğinde iki değişken arasındaki ilişkinin derecesini ve yönünü göstermek amacıyla en yaygın kullanılan katsayı Pearson korelasyon katsayısıdır. Eşitlik (3.1)' de, $r_{xy}$ değeri, Pearson korelasyon katsayısı olup $-1 \leq r_{xy} \leq +1$ değerleri arasında değişim göstermektedir. $r_{xy}$ 'nin –1 olması, $X$ ile $Y$ değişkenleri arasında negatif tam bir ilişki , +1 olması durumu ise $X$ ve $Y$ değişkenleri arasında pozitif tam bir ilişki olduğunu göstermektedir. $r_{xy}$ değerinin 0 olması durumu ise, iki değişken arasında ilişkinin olmadığını göstermektedir (Kayaalp ve Çankaya, 2003).

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})(Y_i - \overline{Y})}{\left[\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2 . \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \overline{Y})^2\right]^{1/2}} = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}.S_{yy}}} \qquad (3.1)$$

Değişken sayısı ikiden fazla ve normal dağılış gösteriyorsa, kısmi korelasyon katsayısı Eşitlik (3.2)' den hesaplanmaktadır.

$$r_{xy.z} = \frac{r_{xy} - r_{xz}.r_{yz}}{\sqrt{(1 - r_{xz}^2)(1 - r_{yz}^2)}} \qquad (3.2)$$

Eşitlik (3.2)' de, $r_{xy.z}$, $Z$ değişkeni sabit tutulduğunda, $X$ ve $Y$ değişken arasındaki kısmi korelasyon katsayısını göstermektedir.

Değişkenler normal dağılış göstermiyorsa, iki değişken arasındaki ilişkiyi belirlemek için Sperman'ın sıra korelasyonu ya da Kendall'ın Tau korelasyonu; ikiden fazla değişken arasındaki kısmi ilişki miktarını belirlemek için Kendall Tau kısmi korelasyon katsayıları kullanılmaktadır (Siegal ve Castellan, 1988; Gamgam, 1989).

Sperman' ın sıra korelasyon katsayısı, Eşitlik (3.3)' den hesaplanabilmektedir.

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{N(N^2 - 1)} \tag{3.3}$$

Eşitlik (3.3)' de,

$d_i$ : $R_{X_i} - R_{Y_i}$ farkından hesaplanmakta olup, $X$ ve $Y$ değişkenleri içerisinde yer alan gözlem değerlerinin almış olduğu sıra puanları arasındaki farkı ifade etmektedir.

$N$ : Toplam gözlem sayısını ifade etmektedir.

Kendall'ın Tau korelasyon katsayısı ise Eşitlik (3.4)' de verilmiştir.

$$\hat{\tau} = \frac{2S}{N(N-1)} \tag{3.4}$$

Eşitlik (3.4)' de,

$S$ : P – Q şeklinde hesaplanmaktadır. Burada, $X$ değişkeni ait gözlem değerleri kendi içerisinde küçükten büyüğe doğru sıralandıktan sonra buna karşılık gelen $Y$ değişkeni içerisindeki gözlem değerleri için doğal sıra puanlarına bakılır. $Y_i$ için doğal sıranın sağlandığı durumların sayısına $P$, sağlanmadığı durumların sayısına ise $Q$ adı verilmektedir.

$N$ : Toplam gözlem sayısını ifade etmektedir.

Kendall türü kısmi korelasyon katsayısı, Eşitlik (3.5)' den hesaplanabilmektedir.

$$\hat{\tau}_{xy.z} = \frac{\hat{\tau}_{xy} - \hat{\tau}_{xz}.\hat{\tau}_{yz}}{\sqrt{(1-\hat{\tau}_{xz}^2)(1-\hat{\tau}_{yz}^2)}} \tag{3.5}$$

Değişken sayısı ikiden fazla ve bunlardan biri bağımlı diğerleri bağımsız değişken (Örneğin; $Y_1$, $X_1$, $X_2$) ise bu durumda çoklu korelasyon katsayısı kullanılır (Tatlıdil, 1996). Bu katsayı, Eşitlik (3.6)' dan hesaplanmaktadır.

$$R_{y.x} = \left[\frac{\sum_{12}\sum_{22}^{-1}\sum_{21}}{\sigma_{11}}\right]^{1/2} = \left[\frac{b'X'y - \frac{1}{n}(\sum y_i)^2}{\sum y_i^2 - \frac{1}{n}(\sum y_i)^2}\right]^{1/2} \tag{3.6}$$

Eşitlik (3.6)' da, pay kısmı, $\sum_{12}\sum_{22}^{-1}\sum_{21}$ , çoklu regresyon kareler toplamını, payda kısmı ise, $\sigma_{11}$, genel kareler toplamını ifade etmektedir.

İki ve daha fazla değişken içeren iki değişkenler kümesi $Y_1, Y_2, ..., Y_p$ ve $X_1, X_2, ..., X_p$ şeklinde ifade ediliyor ise, bu kümeler arasındaki ilişkiyi belirlemek için doğrusal bileşenler aracılığıyla değerlendiren kanonik korelasyon analizi kullanılmaktadır (Özdamar, 1999).

### 3.2.1. Kanonik Korelasyon Analizinin Amaçları

Kanonik korelasyon analizinin amaçları aşağıdaki başlıklarla sıralanabilir.

a) Aynı bireyden elde edilen iki değişken kümesinin istatistiksel olarak birbirinden bağımsız olup olmadığının test edilmesi,

b) Kümeler arası korelasyona en fazla katkıda bulunan her iki değişken kümesindeki değişkenlerin belirlenmesi,

c) Bağımsız ve bağımlı değişken kümelerine ait değişkenler arasındaki korelasyonu maksimum yapan doğrusal kombinasyonların belirlenmesi (Alpert ve Peterson, 1972; Tekin, 1993).

Kanonik korelasyon analizi ayrıca, aşağıdaki amaçlarla da kullanılmaktadır (Thompson, 1984).

a) Bir değişken kümesinin diğer bir değişken kümesi tarafından ne ölçüde açıklanabildiğinin belirlenmesi,

b) Bir kanonik değişkenin dahil olduğu değişkenler kümesinin açıklayıcı gücüne ne ölçüde katkı sağlayabildiğinin belirlenmesi,

c) Bir kanonik değişkenin dahil olmadığı değişkenler kümesinin açıklayıcı gücüne ne ölçüde katkı sağlayabildiğinin belirlenmesi,

d) Farklı kanonik fonksiyonların ilişkileri açıklamak ya da tahmin etmedeki nispi (göreli) gücünün ne kadar olduğunun belirlenmesi.

### 3.2.2. Kanonik Korelasyon Analizinin Uygulanabilmesi İçin Gerekli Varsayımlar

Kanonik korelasyon analiz yöntemine ait istatistik varsayımlar aşağıdaki gibidir.

a) Değişken kümeleri arasında ilişki doğrusal olmalıdır.

b) Her bir değişken kümesinin çok değişkenli normal dağılış göstermesi gerekir. p değişkenli normal dağılışın olasılık yoğunluk fonksiyonu Eşitlik (3.7)'de verilmiştir.

$$f(x)=\begin{cases}\exp\left[-\frac{1}{2}(X-\mu)'\Sigma^{-1}(X-\mu)\right]/(2\pi)^{p/2}|\Sigma|^{1/2} & ;\ -\infty < X < \infty \\ 0;\ \text{diger durumlarda} & |\Sigma| > 0 \text{ için}\end{cases} \qquad (3.7)$$

c) İki grup değişken kümesinde yer alan değişkenlerin eşit sayıda olma zorunluluğu yoktur.

d) Stevens (1986) değişkenler arasındaki kanonik korelasyon katsayısının 0.70 ve daha büyük tahmin edilmesi durumunda örnek büyüklüğünün 50, katsayının 0.50 olması durumunda 100, daha düşük olması durumunda ise örnek büyüklüğünün 200 olmasının uygun olacağını bildirmiştir.

e) Değişkenler arasındaki korelasyonu önemli düzeyde etkilemesi nedeni ile veri kümesinde aykırı değerlerin analiz öncesinde saptanarak gerekli düzeltme ya da elimine edilmesi gerekmektedir.

f) Her değişken kümesindeki değişkenler arasında çoklu bağlantı veya çoklu birlikte değişim (multicollinearity) bulunmamalıdır (Özdamar, 1999; Tabachnick ve Fidell, 2001). *nxk* boyutlu X matrisinin rankının *k*' ya eşit (k<n) olması, bağımsız değişkenler arasında doğrusal bir bağımlılığın olmadığını ifade etmektedir (Ergüneş, 2004).

### 3.2.3. Kanonik Korelasyon Ve Kanonik Değişkenler

*X* değişken kümesinde *p* ve *Y* değişken kümesinde *q* adet ($p \leq q$) değişken var ise, bu iki değişken kümesindeki değişkenlerin doğrusal kombinasyonları alınarak, bunlar arasındaki korelasyon hesaplanabilir. Bu şekilde doğrusal kombinasyonlar arasında karşılıklı olarak hesaplanan korelasyon katsayılarına kanonik korelasyon, en büyük korelasyona ilk kanonik korelasyon, değişken kümelerinden oluşan doğrusal kombinasyonlara ise kanonik değişken adı verilir. Maksimum korelasyonun hesaplandığı değişken kümesinin doğrusal kombinasyonuna ilk kanonik değişken adı verilir (Kendall, 1980; Xue ve ark., 1996).

*X* değişken kümesi $\underset{\sim}{\mu_1}$ ortalama vektörüne, *Y* değişken kümesi ise $\underset{\sim}{\mu_2}$ ortalama vektörüne sahiptir. Bu değişken kümelerine ait ortalama ve kovaryans matrisleri sırası ile Eşitlik (3.8)' de verilmiştir.

$$\underset{\sim}{\mu} = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{\mu_1} \\ \underset{\sim}{\mu_2} \end{bmatrix} \; ; \qquad \sum = \begin{bmatrix} \sum_{11} & \sum_{12} \\ \sum_{21} & \sum_{22} \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

Eşitlik (3.8)' de, ortalama matrisindeki $\underset{\sim}{\mu_1}$ ve $\underset{\sim}{\mu_2}$ sırası ile *px1* ve *qx1* boyutlu vektörleri, varyans-kovaryans matrisindeki elemanlar sırası ile Eşitlik (3.9), (3.10) ve (3.11)' da verilmiştir.

$$\sum_{11} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1X_1} & \sigma_{X_1X_2} & \cdots & \sigma_{X_1X_p} \\ \sigma_{X_2X_1} & \sigma_{X_2X_2} & \cdots & \sigma_{X_2X_p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{X_pX_1} & \sigma_{X_pX_2} & \cdots & \sigma_{X_pX_p} \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

$$\sum_{22} = \begin{bmatrix} \sigma_{Y_1Y_1} & \sigma_{Y_1Y_2} & \cdots & \sigma_{Y_1Y_q} \\ \sigma_{Y_2Y_1} & \sigma_{Y_2Y_2} & \cdots & \sigma_{Y_2Y_q} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{Y_qY_1} & \sigma_{Y_qY_2} & \cdots & \sigma_{Y_qY_q} \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

$$\sum_{12} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1Y_1} & \sigma_{X_1Y_2} & \cdots & \sigma_{X_1Y_q} \\ \sigma_{X_2Y_1} & \sigma_{X_2Y_2} & \cdots & \sigma_{X_2Y_q} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{X_pY_1} & \sigma_{X_pY_2} & \cdots & \sigma_{X_pY_q} \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

Eşitlik (3.8)'de verilen $\sum_{21}$ ise $\sum_{12}$ matrisinin devriğidir (Torranin, 1972). Eşitliklerde verilen, varyans değerleri ise Eşitlik (3.12)' den hesaplanabilmektedir.

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{n}\left[\sum_{r=1}^{n}(X_{ir} - \overline{X}_i)(X_{jr} - \overline{X}_j)\right] \tag{3.12}$$

Buna göre, *X* ve *Y* değişken kümelerine ait varyans-kovaryans matrisinde, i=j iken varyans değerleri ($\sigma_{ii}$), $i \neq j$ iken kovaryans değerleri hesaplanmış olmaktadır. Varyans-kovaryans matrisinde köşegende yer alan varyans değerleri, değişkenlerin dağılışı hakkında bilgi verir iken, köşegen dışındaki kovaryans değerleri, değişken çiftleri arasındaki birlikte değişimi vermektedir.

Ortalama vektörü ve kovaryans matrisi örnekten hesaplanıyorsa,

$$\underset{\sim}{\overline{S}} = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{\overline{X}} \\ \underset{\sim}{\overline{Y}} \end{bmatrix} \; ; \qquad S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

şeklinde ifade edilmektedir (Gunderson ve Muirhead, 1997).

X ve Y değişken kümelerinden i. kanonik değişken ($U_i$, $V_i$) çiftleri aşağıda verilen Eşitlik (3.14)' den hesaplanabilmektedir.

$$U_i = \underset{\sim}{a_i'} \underset{\sim}{X} \qquad V_i = \underset{\sim}{b_i'} \underset{\sim}{Y} \tag{3.14}$$

Eşitlik (3.14)' de verilen, $\underset{\sim}{a}$ ve $\underset{\sim}{b}$ katsayıları, sırası ile *px1* ve *qx1*' lik vektörlerdir. Bu katsayılar, *X* değişken kümesinin çözüm matrisi, $M_1$ ile *Y* değişken kümesinin çözüm matrisi, $M_2$ matrislerinin özdeğerlerine karşılık gelen öz vektör elemanlarıdır (Gao ve Huang, 2000).

$$M_1 = \sum_{11}^{-1} \sum_{12} \sum_{22}^{-1} \sum_{21}$$
$$M_2 = \sum_{22}^{-1} \sum_{21} \sum_{11}^{-1} \sum_{12} \tag{3.15}$$

Bir araştırmaya konu olan *X* ve *Y* değişken kümeleri çok değişkenli normal dağılışa sahip ise, Eşitlik (3.14)' de verilen *U* ve *V* kanonik değişkenleri de normal dağılışa sahiptir ve kanonik değişkenleri arasındaki doğrusal ilişki maksimize edilebilmektedir. Eğer, *X* değişken kümesi bağımsız değişken, *Y* değişken kümesi bağımlı değişken olarak ifade edilirse, yani *X, Y*' nin sebebi olarak yorumlanırsa, bu durumda *U* "en iyi tahmin edici", *V*' de "en iyi tahmin edilebilir kriter" olarak isimlendirilebilir (Tatar ve Eliçin, 2002).

Kanonik değişkenler *U* ve *V*' nin varyans ve kovaryansları Eşitlik (3.16)' da verilmiştir.

$$\text{Var}(U) = \underset{\sim}{a'} \sum_{11} \underset{\sim}{a}$$

$$\text{Var(V)} = \underset{\sim}{b}' \ \Sigma_{22} \ \underset{\sim}{b}$$

$$\text{Kov(U,V)} = \underset{\sim}{a}' \ \Sigma_{12} \ \underset{\sim}{b} \qquad (3.16)$$

*U* ve *V* kanonik değişkenleri arasındaki korelasyon, yani kanonik korelasyon ise Eşitlik (3.17)' de verilmiştir (Tatsuaoka, 1971; Lee ve ark., 1999).

$$r_{uv} = \frac{Kov(U,V)}{\sqrt{Var(U)Var(V)}} = \frac{\underset{\sim}{a}'\Sigma_{12}\underset{\sim}{b}}{\sqrt{(\underset{\sim}{a}'\Sigma_{11}\underset{\sim}{a})(\underset{\sim}{b}'\Sigma_{22}\underset{\sim}{b})}} \qquad (3.17)$$

*U* ve *V* kanonik değişkenleri arasındaki korelasyonu maksimize etmek için $\underset{\sim}{a}$ ve $\underset{\sim}{b}$ katsayılarının maksimum olduğu korelasyon katsayısını bulmak gerekir. Maksimum korelasyona ise, ancak *U* ve *V* kanonik değişkenleri arasında yer alan ve birim varyansa sahip kanonik değişken çifti arasında rastlanılır. Bir başka ifade ile,

$$\text{Var(U)} = \underset{\sim}{a}' \ \Sigma_{11} \ \underset{\sim}{a} = 1$$

$$\text{Var(V)} = \underset{\sim}{b}' \ \Sigma_{22} \ \underset{\sim}{b} = 1$$

olduğunda korelasyon maksimum olmaktadır. Böylece, *U* ve *V* kanonik değişken çifti arasındaki maksimum korelasyona birinci kanonik korelasyon adı verilir ve bu korelasyon katsayı Eşitlik (3.18)'de verilmiştir (Anderson, 1958).

$$\max_{a,b} Kor(U,V) = \rho_1 \qquad (3.18)$$

Burada yapılması gereken bu ifadenin maksimum yapılmasıdır. Bu sebeple katsayıların maksimizasyon problemi olarak düşünülüp ortaya koymak için, $\lambda_1$ ve $\lambda_2$, Langranj çarpanları, olmak üzere Langranj fonksiyonu Eşitlik (3.19)' da verildiği biçimde yazılabilir (Tatsuoka, 1971; Tatlıdil, 1996).

$$L = \underset{\sim}{a}' \sum_{12} \underset{\sim}{b} - 0.5\ \lambda_1 (\underset{\sim}{a}' \sum_{11} \underset{\sim}{a} - 1) - 0.5\ \lambda_2 (\underset{\sim}{b}' \sum_{22} \underset{\sim}{b} - 1) \qquad (3.19)$$

Langranj fonksiyonu $\underset{\sim}{a}$, $\underset{\sim}{b}$, $\lambda_1$ ve $\lambda_2$' ye göre kısmi türevi alınıp sıfıra eşitlenirse,

$$\frac{\partial L}{\partial \underset{\sim}{a}} = \sum_{12} \underset{\sim}{b} - \lambda_1 \sum_{11} \underset{\sim}{a} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \underset{\sim}{b}} = \sum_{21} \underset{\sim}{a} - \lambda_2 \sum_{22} \underset{\sim}{b} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = (\underset{\sim}{a}' \sum_{11} \underset{\sim}{a}) - 1 = 0$$

$$\underset{\sim}{a}' \sum_{11} \underset{\sim}{a} = 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = \underset{\sim}{b}' \sum_{22} \underset{\sim}{b} - 1 = 0$$

$$\underset{\sim}{b}' \sum_{22} \underset{\sim}{b} = 1 \qquad (3.20)$$

elde edilir. Eşitlik (3.20)' de verilen ilk eşitlik soldan $\underset{\sim}{a}'$ ile ikinci eşitlikte soldan $\underset{\sim}{b}'$ ile çarpılırsa Eşitlik (3.21) elde edilir.

$$\underset{\sim}{a}' \sum_{12} \underset{\sim}{b} - \lambda_1 (\underset{\sim}{a}' \sum_{11} \underset{\sim}{a}) = 0$$

$$\underset{\sim}{b}' \sum_{21} \underset{\sim}{a} - \lambda_2 (\underset{\sim}{b}' \sum_{22} \underset{\sim}{b}) = 0 \qquad (3.21)$$

Eşitlik (3.21)' de, $\underset{\sim}{a}' \sum_{11} \underset{\sim}{a} = 1$ ve $\underset{\sim}{b}' \sum_{22} \underset{\sim}{b} = 1$ olduğundan Eşitlik (3.21)' den, Eşitlik (3.22) elde edilmektedir.

$$\lambda_1 = \underset{\sim}{a}' \sum_{12} \underset{\sim}{b} \text{ ve } \lambda_2 = \underset{\sim}{b}' \sum_{21} \underset{\sim}{a} \qquad (3.22)$$

Buradan da,

$\lambda_1 = \lambda_2 = \underset{\sim}{a}' \Sigma_{12} \underset{\sim}{b} = \rho$ olduğu tespit edilmiş olmaktadır.

Bu bilgiler ışığında Eşitlik (3.20),

$$\left.\begin{aligned} \Sigma_{12}\,\underset{\sim}{b} - \lambda_1 \Sigma_{11}\,\underset{\sim}{a} = 0 \\ \Sigma_{21}\,\underset{\sim}{a} - \lambda_2 \Sigma_{22}\,\underset{\sim}{b} = 0 \end{aligned}\right\} \qquad \begin{bmatrix} -\rho\Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & -\rho\Sigma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underset{\sim}{a} \\ \underset{\sim}{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

biçiminde yazılabilmektedir (Chatfield ve Collins, 1980; Anderson, 1999).

Eşitlik (3.23)' de verilen denklem siteminde $\underset{\sim}{a}$ ve $\underset{\sim}{b}$ vektörlerinin elemanları sıfırdan farklı olabilmesi için ilk matrisin tekil, yani, determinantının sıfıra eşit olması gerekir (Eşitlik, 3.24). Bunun için determinant değerini sıfır yapacak $\rho$ değerinin elde edilmesi gerekmektedir.

$$\begin{vmatrix} -\rho\Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & -\rho\Sigma_{22} \end{vmatrix} = 0 \tag{3.24}$$

Eşitliğin sol tarafında verilen matrisin determinantı ile ilgili çözüm aşamaları ifade edilirse,

$$\begin{aligned} &\left|-\rho^2 \Sigma_{11}\Sigma_{22} + \Sigma_{12}\Sigma_{21}\right| = 0 \\ &\left|-\rho^2 \Sigma_{11} + \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}\right| = 0 \text{ veya } \left|-\rho^2 \Sigma_{22} + \Sigma_{12}\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{21}\right| = 0 \\ &\left|\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21} - \rho^2 \mathrm{I}\right| = 0 \text{ veya } \left|\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12} - \rho^2 \mathrm{I}\right| = 0 \end{aligned} \tag{3.25}$$

işlemlerinden biri tercih edilir.

Eşitlik (3.24)' de verilen matrisin determinantının sıfıra eşitlenmesi ile elde edilecek $\rho^2$ değeri yerine konularak $\underset{\sim}{a}$ ve $\underset{\sim}{b}$ vektörleri Eşitlik (3.26)' da verilen karakteristik denklemler yardımıyla belirlenebilmektedir.

$$(-\rho^2 \Sigma_{11} + \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \Sigma_{21}) \underset{\sim}{a} = (\Sigma_{11}^{-1} \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \Sigma_{21} - \rho^2 I) \underset{\sim}{a} = 0$$

$$(-\rho^2 \Sigma_{22} + \Sigma_{21} \Sigma_{11}^{-1} \Sigma_{12}) \underset{\sim}{b} = (\Sigma_{22}^{-1} \Sigma_{21} \Sigma_{11}^{-1} \Sigma_{12} - \rho^2 I) \underset{\sim}{b} = 0$$

$$\underset{\sim}{b_i} = \frac{1}{\rho_i} \Sigma_{22}^{-1} \Sigma_{21} \underset{\sim}{a_i} \qquad (3.26)$$

Eşitlik (3.26)' da, maksimum *p* adet korelasyon katsayısı elde edilir. Bunun nedeni, kovaryans matrisinde p≤q olduğundan, verilen kovaryans matrisinin rankı maksimum p olacaktır. Bu sebeple, eşitlikten *p* tane sıfırdan farklı $\rho^2$ elde edilebilir (Graybill, 1983; Jung, 2000). Bu değerlerin pozitif karekökleri de kanonik korelasyon katsayılarını vermektedir. Elde edilen kanonik korelasyon katsayıları büyükten küçükten doğru sıralanır ( $\rho_1 > \rho_2 > ... > \rho_p$ ) ve en büyükten küçüğe doğru olmak koşuluyla, tek tek Eşitlik (3.25)' de yerlerine konularak, *U* ve *V* kanonik değişkenleri elde edilir. En büyük kanonik korelasyon katsayısının denklemde yerine konulması ile elde edilen kanonik değişkenlere, birinci kanonik değişken çifti ($U_1$, $V_1$) adı verilmektedir. Bu arada, elde edilen p tane kanonik değişken çiftinin birbirinden bağımsız olması gerektiğinin hatırlatılmasında yarar vardır (Eşitlik 3.27) (Tatlıdil, 1996). Yani,

$$\text{Kov}(U_i, U_j) = E[(U_i - E(U_i)][(U_i - E(U_j)]' = \underset{\sim}{a_i'} \Sigma_{11} \underset{\sim}{a_j} = 0$$

$$\text{Kov}(V_i, V_j) = E[(V_i - E(V_j)][(V_i - E(V_j)]' = \underset{\sim}{b_i'} \Sigma_{11} \underset{\sim}{b_j} = 0$$

$$\text{Kov}(U_i, V_j) = E[(U_i - E(U_j)][(V_i - E(V_j)]' = \underset{\sim}{a_i'} \Sigma_{11} \underset{\sim}{b_j} = 0 \qquad (3.27)$$

olması gerekir. Eşitlik (3.17)' den, $U_1$ ve $V_1$ kanonik değişkenler arasındaki ilişkinin maksimum yapıldığı ve 1. kanonik korelasyon katsayısının,

$$r_{U_1V_1} = \underset{\sim}{a_1'} \sum_{12} \underset{\sim}{b_1} \tag{3.28}$$

olduğu tespit edilmişti. Buradaki ikinci adım ise, $U_2$ ve $V_2$ kanonik değişkenler arasındaki 2. kanonik korelasyon katsayısının belirlenmesidir. Bu bilgiler ışığında $U_2$ ve $V_2$ kanonik değişkenler Eşitlik (3.29)' den hesaplanabilmektedir.

$$U_2 = X\underset{\sim}{a_2}\,; \qquad V_2 = Y\underset{\sim}{b_2} \tag{3.29}$$

$U_2$ ve $V_2$ kanonik değişkenler arasındaki, 2. kanonik korelasyon katsayısı ise Eşitlik (3.30)' da verilmiştir.

$$r_{U_2V_2} = \frac{\underset{\sim}{a_2'} \sum_{12} \underset{\sim}{b_2}}{\sqrt{(\underset{\sim}{a_2'} \sum_{11} \underset{\sim}{a_2})(\underset{\sim}{b_2'} \sum_{22} \underset{\sim}{b_2})}} \tag{3.30}$$

Burada, $r_{U_2V_2}$' nin maksimum olabilmesi için Eşitlik (3.19)' da verilen Langranj fonksiyonu Eşitlik (3.31)' de verildiği gibi yazılabilmektedir.

$$\begin{aligned} L = {} & \underset{\sim}{a_2'} \sum_{12} \underset{\sim}{b_2} - 0.5\ \lambda_1 (\underset{\sim}{a_2'} \sum_{11} \underset{\sim}{a_2} - 1) - 0.5\ \lambda_2 (\underset{\sim}{b_2'} \sum_{22} \underset{\sim}{b_2} - 1) \\ & - 0.5\ \lambda_3\ (\underset{\sim}{a_2'} \sum_{11} \underset{\sim}{a_1}) - 0.5\ \lambda_4 (\underset{\sim}{b_2'} \sum_{22} \underset{\sim}{b_1}) \end{aligned} \tag{3.31}$$

Eşitlik (3.31)' de verilen Langranj fonksiyonu $\underset{\sim}{a_2}$, $\underset{\sim}{b_2}$, $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$ ve $\lambda_4$' ye göre kısmi türevi alınıp sıfıra eşitlenirse,

$$\frac{\partial L}{\partial \underset{\sim}{a_2}} = \sum_{12} \underset{\sim}{b_2} - \lambda_1 \sum_{11} \underset{\sim}{a_2} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \underset{\sim}{b_2}} = \sum_{21} \underset{\sim}{a_2} - \lambda_2 \sum_{22} \underset{\sim}{b_2} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = \underset{\sim}{a_2'} \sum_{11} \underset{\sim}{a_2} = 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = \underset{\sim}{b_2'} \sum_{22} \underset{\sim}{b_2} = 1$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_3} = \underset{\sim}{a_2'} \sum_{11} \underset{\sim}{a_1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_4} = \underset{\sim}{b_2'} \sum_{22} \underset{\sim}{b_1} = 0 \qquad (3.32)$$

elde edilir. Eşitlik (3.32)' de verilen bilgilere göre, Eşitlik (3.29)' da verilen ikinci kanonik değişken çiftleri arasındaki ikinci kanonik korelasyon katsayısı Eşitlik (3.33)' de gösterildiği formda yazılabilir.

$$r_{U_2V_2} = \underset{\sim}{a_2'} \sum_{12} \underset{\sim}{b_2} \qquad (3.33)$$

Kanonik değişken çiftlerinin ikiden fazla olması durumunda, ilgili kanonik değişken çiftleri arasındaki kanonik korelasyon katsayıları ise, ilgili katsayı vektörlerinin ($\underset{\sim}{a_i'}, \underset{\sim}{b_i}$), Eşitlik (3.33)' de yerine konulması ile elde edilebilmektedir.

Kanonik korelasyon analizi, *X* ve *Y* değişken kümeleri arasındaki kovaryansları içeren $\sum_{12}$ kovaryans matrisindeki *pq* elemanı daha az sayıda elemanla açıklayarak değişken kümeleri arasındaki ilişkiyi ölçmeyi amaçlamaktadır. Bu amaca hizmet eden, her bir küme için doğrusal kombinasyonlar aracılığıyla hesaplanan yeni iki değişken (kanonik değişken) bulmak ve bu değişkenler aracılığıyla *X* ve *Y* değişken kümeleri arasındaki korelasyonu hesaplamak kanonik korelasyonun temel amacıdır.

Veri kümesindeki değişkenlerin ölçü birimlerinin ve varyanslarının farklı olması durumda, ya değişkenlerin standardize edilmesi ya da korelasyon matrisine

göre kanonik korelasyon analizi yapılması gerekir (Özdamar, 1999). Çünkü varyansları farklı veri kümelerinin kovaryans matrisine göre elde edilen çözümler ile korelasyon matrisine göre elde edilen çözümler, farklılıklar gösterirken, verilerin standardize edilmesi ile iki yöntem arasındaki çözüm farklılıkları ortadan kalkmaktadır. Ayrıca, kovaryans matrisinde, değişken çiftleri arasındaki değişim, yani, değişkenler arasındaki ilişki ortaya konulmaktadır. Korelasyon matrisi sayesinde, değişken çiftleri arasındaki ilişkinin büyüklüğünün ve yönünün ortaya konulmasıyla, aralarındaki ilişki daha iyi yorumlanabilmektedir. Bu sebeple, uygulamada genellikle korelasyon matrisini (Eşitlik, 3.34) kullanarak kanonik korelasyon analizi yapılması analizdeki hesaplama süreci bakımından kolaylık sağlamaktadır.

$$R = D^{-1/2} S\, D^{-1/2} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \tag{3.34}$$

Eşitlik (3.34)' de;

$R$ , $p+q$ tane değişkenin kendi aralarında kendi aralarındaki ilişki katsayılarını veren ilişki matrisi. Bu matrisin, köşegen elemanları bir ve köşegen dışı elemanları ise -1 ile +1 arasında değerler alabilen ilişki katsayılarını göstermektedir.

$D$, köşegen elemanları $s_{ii}$' ler olan $pxp$ boyutlu köşegen matrisi,

$S$, kovaryans matrisi,

$R_{11}$ , $p$ tane değişkenin kendi aralarındaki ilişki katsayılarını veren ilişki matrisi,

$R_{22}$ , $q$ tane değişkenin kendi aralarındaki ilişki katsayılarını veren ilişki matrisi,

$R_{12}$ , $p$ ve $q$ tane değişkenlerin kendi aralarındaki ilişki katsayısını veren ilişki matrisi,

$R_{21}$ ise $R_{12}$ matrisinin devriğidir. Bu korelasyon matrisinin alt matrisleri sırası ile Eşitlik (3.35), (3.36) ve (3.37)' de verilmiştir.

$$R_{11} = \begin{bmatrix} r_{X_1X_1} & r_{X_1X_2} & \cdots & r_{X_1X_p} \\ r_{X_2X_1} & r_{X_2X_2} & \cdots & r_{X_2X_p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{X_pX_1} & r_{X_pX_2} & \cdots & r_{X_pX_p} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$R_{22} = \begin{bmatrix} r_{Y_1Y_1} & r_{Y_1Y_2} & \cdots & r_{Y_1Y_q} \\ r_{Y_2Y_1} & r_{Y_2Y_2} & \cdots & r_{Y_2Y_q} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{Y_qY_1} & r_{Y_qY_2} & \cdots & r_{Y_qY_q} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

$$R_{12} = \begin{bmatrix} r_{X_1Y_1} & r_{X_1Y_2} & \cdots & r_{X_1Y_q} \\ r_{X_2Y_1} & r_{X_2Y_2} & \cdots & r_{X_2Y_q} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{X_pY_1} & r_{X_pY_2} & \cdots & r_{X_pY_q} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Eşitlik (3.34)' de verilen $R_{21}$ ise $R_{12}$' nin devriğidir. Korelasyon matrisinde köşegen elemanlar bir, köşegen dışı elemanlar ise -1 ile +1 arasında değerler almaktadır.

Eşitlik (3.34)' de verilen korelasyon matrisi aracılığıyla, kanonik değişkenlerin ve kanonik korelasyonların elde edilmesi için $H_1$ ve $H_2$ matrislerinden yararlanılır.

$$H_1 = R_{11}^{-1} R_{12} R_{22}^{-1} R_{21}$$
$$H_2 = R_{22}^{-1} R_{21} R_{11}^{-1} R_{12} \quad (3.38)$$

Eşitlik (3.38)' de verilen, $R_{11}^{-1} R_{12} R_{22}^{-1} R_{21}$ veya $R_{22}^{-1} R_{21} R_{11}^{-1} R_{12}$ matrislerinin özdeğerleri, ilgili kanonik değişken çifti arasındaki kanonik korelasyon katsayılarının karesini vermektedir (Eşitlik, 3.39).

$$r_{U_iV_i} = \sqrt{\lambda_i} \qquad i = 1,2,\ldots,p \quad (3.39)$$

Kanonik değişken çiftleri arasındaki maksimum kanonik korelasyon katsayısı Eşitlik (3.40)' da verilmiştir.

$$r_{U_1V_1} = \sqrt{\lambda_1} \tag{3.40}$$

*X* değişken kümesine ait kanonik katsayının belirlenmesinde $H_1$ matrisinin, *Y* kümesi için ise, $H_2$ matrisinin öz değer-öz vektör çiftlerinden yararlanılır.

*X* değişken kümesine ait en büyük öz değer $\lambda_1$ için standardize edilmemiş kanonik katsayılar öz vektör elemanı, $e_1$ ;

$$( H_1 - \lambda_1 I ) \; e_1 = 0 \tag{3.41}$$

eşitliği sayesinde hesaplanabilmektedir.

*X* değişken kümesine ait kanonik katsayının belirlenmesinde $H_1$ matrisinin, *Y* kümesi için ise, $H_2$ matrisinin öz değer-öz vektör çiftlerinden yararlanılır.

*Y* değişken kümesine ait en büyük öz değer $\lambda_1$ için standardize edilmemiş kanonik katsayılar öz vektör elemanı, $e_1$ ;

$$( H_2 - \lambda_1 I ) \; e_1 = 0 \tag{3.42}$$

eşitliğinden hesaplanabilmektedir. Buradan elde edilen öz vektörler (standardize edilmiş kanonik katsayılar), orijinal değişkende meydana gelen bir standart sapmalık artışa karşılık, kanonik değişkende standart sapma cinsinden meydana gelen değişim miktarını göstermektedir. Bir başka değişle, bu katsayılar, bir kümedeki kanonik değişkenin oluşmasında, o kümede yer alan orijinal değişkenlerin etki miktarlarını göstermektedir.

*X* ve *Y* değişken kümeleri için, standardize kanonik katsayılar sırası ile Eşitlik (3.43) yardımı ile hesaplanabilmektedir(Özdamar, 1999).

$$\underset{\sim}{a_i} = \frac{e_i}{\sqrt{Var(U_i)}} = \frac{e_i}{\sqrt{(e_{i1} \quad e_{i2} \ldots e_{ip})\Sigma_{11}(e_{i1} \quad e_{i2} \ldots e_{ip})'}}$$

$$\underset{\sim}{b_i} = \frac{f_i}{\sqrt{Var(V_i)}} = \frac{f_i}{\sqrt{(f_{i1} \quad f_{i2} \ldots f_{ip})\Sigma_{22}(f_{i1} \quad f_{i2} \ldots f_{ip})'}} \tag{3.43}$$

Araştırmadaki, örnek genişliği çok küçük veya değişkenler arasında çoklu bağlantının olması durumunda, standardize edilmiş kanonik katsayılar yerine kanonik değişken ile o kümede yer alan orijinal değişkenler arasındaki korelasyon katsayılarının (kanonik yükler, faktör yapıları ya da yapısal korelasyonlar olarak da bilinmektedir) kullanılması önerilmektedir (Sharma, 1996; Al-Kandari ve Jolliffe, 1997).

Bu şekilde doğrusal kombinasyonlar, yani kanonik değişkenler arasındaki kanonik korelasyonlar büyükten küçüğe doğru azalan sırada hesaplanmaktadır.

### 3.2.4. Kanonik Değişkenler İle Orijinal Değişkenler Arasındaki Korelasyonlar

*X* ve *Y* değişken kümelerinden elde edilen *U* ve *V* kanonik değişkenler, hem kendi değişken kümeleri içerisindeki (yani, *U* ile $X_1, X_2, \ldots, X_p$ arasında), hem de diğer kümenin orijinal değişkenleri (yani, *U* ile $Y_1, Y_2, \ldots, Y_q$ arasında) ile bir ilişkinin olması ve bunun yorumu ile kanonik değişkene herhangi bir orijinal değişkenin ne ölçüde katkı sağladığını ortaya koyma açısından oldukça önemlidir.

Bu bilgiler doğrultusunda $U_i$ kanonik değişkeni ile kendi kümesindeki (*X*) orijinal değişkenler arasındaki korelasyonlar ve $U_i$ kanonik değişkeni ile *Y* değişken kümesindeki orijinal değişkenler arasındaki korelasyonlar Eşitlik (3.44) ve (3.45)' da, $V_i$ kanonik değişkeni ile *X* değişken kümesindeki orijinal değişkenler arasındaki korelasyonlar ve $V_i$ kanonik değişkeni ile *Y* değişken kümesindeki orijinal değişkenler arasındaki korelasyonlar ise Eşitlik (3.46) ve (3.47)' de verilmiştir.

$$\text{Kor}(U_i, X_i) = \frac{\text{Kov}(U_i, X_i)}{\{[\text{Köş}(\text{Var}(U_i))][\text{Köş}(\text{Var}(X_i))]\}}$$

$$= \frac{a_i' \underset{\sim}{\Sigma}_{11}}{[\text{Köş}(\Sigma_{11})]^{1/2}} \tag{3.44}$$

eşitliği elde edilmektedir. Buna göre diğer eşitlikler sırası ile,

$$\text{Kor}(U_i, Y) = \frac{a_i' \underset{\sim}{\Sigma}_{12}}{[\text{Köş}(\Sigma_{22})]^{1/2}} \tag{3.45}$$

$$\text{Kor}(V_i, X) = \frac{b_i' \underset{\sim}{\Sigma}_{21}}{[\text{Köş}(\Sigma_{11})]^{1/2}} \tag{3.46}$$

$$\text{Kor}(V_i, Y) = \frac{b_i' \underset{\sim}{\Sigma}_{22}}{[\text{Köş}(\Sigma_{22})]^{1/2}} \tag{3.47}$$

olarak verilebilmektedir. Burada, elde edilen korelasyon katsayıları arasında da Eşitlik (3.48)' da verildiği gibi bir ilişki söz konusudur.

$$\text{Kor}(U_i, Y) = \rho_i \text{ Kor}(V_i, Y)$$
$$\text{Kor}(V_i, X) = \rho_i \text{ Kor}(U_i, X) \tag{3.48}$$

Eşitlikte, $\rho_i$ , i. kanonik değişken çifti arasındaki kanonik korelasyon katsayısını göstermektedir.

### 3.2.5. Kanonik Korelasyon Katsayıları İle İlgili Sonuçlar

X ve Y kümelerindeki değişken sayılarının belirli olduğu durumlarda, kanonik korelasyon katsayısının, istatistik kuramında eşit olduğu özel durumlar ifade edilirse;

a) Her iki kümede de değişken sayısının bir olduğu durumda ($p = q = 1$); varyans-kovaryans matrisi,

$$\sum = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix} \tag{3.49}$$

ve Eşitlik (3.24) ise Eşitlik (3.50)' deki forma dönüşür.

$$-\rho^2 \sigma_{11} + \sigma_{12}\sigma_{22}^{-1}\sigma_{21} = 0 \tag{3.50}$$

Buradan $\rho^2$ yalnız bırakılırsa Eşitlik (3.51),

$$\rho^2 = \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{11}\sigma_{22}} \tag{3.51}$$

elde edilir. Bunun pozitif karekökü, Kanonik korelasyon katsayısını vermektedir. Bu ise, Pearson korelasyon katsayısına eşittir.

b) $X$ ve $Y$ değişken kümelerinden, birinde sadece bir değişken ve diğerinde ise birden fazla değişken ( $p = 1$, $q > 1$ ) söz konusu ise, varyans-kovaryans matrisi Eşitlik (3.51)' de verildiği gibi ifade edilir.

$$\sum = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sum_{12} \\ \sum_{21} & \sum_{22} \end{bmatrix} \tag{3.52}$$

Eşitlik (3.26) ise Eşitlik (3.53)' deki forma dönüşür.

$$-\rho^2 \sigma_{11} + \sum_{12} \sum_{22}^{-1} \sum_{21} = 0 \tag{3.53}$$

Buradan $\rho^2$ değeri,

$$\rho^2 = \frac{\sum_{12} \sum_{22}^{-1} \sum_{21}}{\sigma_{11}} \tag{3.54}$$

olarak elde edilir. Bu $\rho^2$ değerlerinin pozitif karekökü, kanonik korelasyon katsayısını vermektedir. Buradaki değişken kümelerinden biri bağımlı ($p$ = 1) diğeri bağımsız ($q$ > 1) olmak koşulu ile, elde edilen kanonik korelasyon katsayısının karesi ($\rho^2$), çoklu regresyon denklemin çoklu belirtme katsayına eşit olduğu Eşitlik (3.55) yardımıyla görülmektedir.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix}$$

$$\rho^2 = \frac{\Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}\,\Sigma_{21}}{\sigma_{11}} \qquad (3.55)$$

### 3.2.6. Kanonik Korelasyon Katsayısının Önem Kontrolü

Kanonik korelasyon analizi sonucu elde edilen kanonik korelasyon katsayılarının kontrolü için en yaygın olarak kullanılan test yöntemi Bartlett tarafından 1941 yılında geliştirilen Wilk's lamda ya da Bartlett test istatistiğidir.

$H_0$: $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = ... = \rho_p = 0$

$H_1$: En az bir $\rho_i \neq 0$

Test istatistik değeri, Eşitlik (3.56)' de verilmiştir.

$$\chi^2 = -\left[(n-1)-(p+q+1)/2\right]\log_e\left(\prod_{i=1}^{p}(1-r_i^2)\right) \qquad (3.56)$$

Bu test istatistiği $pq$ serbestlik dereceli khi-kare tablo değeri ile karşılaştırılmaktadır. $H_0$ hipotezinin red edilmesi durumunda en büyük olan kanonik korelasyon katsayısı hipotezden çıkarılarak işlemler $H_0$ hipotezi kabul edilinceye kadar tekrarlanır. İşlem sırasında çıkarılan her kanonik korelasyon katsayısı için değişken sayıları 1 eksiltilerek serbestlik derecesi hesaplanır. Bir başka ifade ile,

birinci kanonik korelasyon çıkarıldıktan sonra hesaplanan test istatistiği *(p-1)(q-1)* serbestlik dereceli $\chi^2$ tablo değeri ile karşılaştırılır (Cooley ve Lohnes, 1971; Glynn ve Muirhead, 1978). $\chi^2$ test istatistiğine alternatif olarak Eşitlik (3.57)'de verilen *F* yaklaşımı kullanılmaktadır.

$$F = \frac{1-\lambda_1^{1/t}}{\lambda_1^{1/t}} \frac{sd_2}{sd_1} \sim F_{sd_1, sd_2, \alpha} \tag{3.57}$$

Eşitlikte;

$$\lambda_1 = \prod_{i=1}^{s} (1 - r_i^2); \qquad \text{s} = \min(\text{p},\text{q}); \qquad sd_1 = pq; \qquad sd_2 = wt - \frac{1}{2}pq + 1;$$

$$w = n - \frac{1}{2}(p + q + 3); \qquad t = \sqrt{\frac{p^2 q^2 - 4}{p^2 + q^2 - 5}}$$

Kanonik korelasyon katsayılarının önemliliğini test etmek amacı ile kullanılan diğer önem testleri sırası ile Hotelling-Lawley' in iz (Hotelling-Lawley Trace), Pillai'nin iz (Pillai's Trace) ve Roy' un en büyük kök (Roy 's Greatest Root) testidir.

### 3.2.7. Açıklanabilirlik Belirleme (Redundancy) İndeksinin Hesaplanması

Büyük örneklerde, küçük kanonik korelasyon katsayıları önemli olabilir iken, *X* ve *Y* değişken kümeleri arasında hesaplanan büyük kanonik korelasyon katsayıları da bu kümeler arasında güçlü bir korelasyonun olduğunu belirtmeyebilir. Çünkü kanonik korelasyon, *X* ve *Y* değişkenlerinin doğrusal bileşenlerini maksimize eder. Bu nedenle *X* ve *Y* değişken kümelerinden herhangi birindeki varyasyonun diğeri tarafından açıklanan kısmını belirtmez. Bunun için, Sharma (1996)' nın bildirdiğine göre, Steward ve Love (1968) tarafından önerilen açıklanabilirlik belirleme indeksi hesaplanır. Bu indeks, kümelerden birindeki varyasyonun diğeri ile açıklanabilen

kısmını belirtir. Açıklanabilirlik belirleme indeksi (RI) her kanonik değişken için hesaplanabilir. *U* ve *V* kanonik değişken kümeleri arasında hesaplanan i. kanonik korelasyon için açıklanabilirlik belirleme indeksi iki aşamada hesaplanır. Birinci aşamada, *Y* değişken kümesindeki ya da *Y* değişkenlerinin bulunduğu kümedeki varyasyonun i. kanonik değişken ile ortalama açıklanabilen kısmı bulunur. Bu değer Eşitlik (3.58) yardımı ile hesaplanmaktadır.

$$OV(Y|V_i) = \frac{\sum_{i=1}^{p} LY_{ij}^2}{p} \tag{3.58}$$

Eşitlikte (3.58)' de, $OV(Y|V_i)$; *Y* değişken kümesindeki varyasyonun i. kanonik değişken ($V_i$) ile ortalama açıklanabilen kısmını ve $LY_{ij}$; *Y* değişken kümesindeki j. değişken ile i. kanonik değişken arasındaki yapısal korelasyonu (j. değişkenin yükünü) göstermektedir. İkinci aşamada ise, açıklanabilirlik belirleme indeks Eşitlik (3.59) yardımı ile hesaplanmaktadır.

$$RI_{U_iV_i} = OV(Y|V_i).r_{uv}^2 \tag{3.59}$$

Bir kümedeki varyasyonun diğer kümedeki değişkenler ile toplam açıklanabilen kısmı, toplam açıklanabilirlik belirleme olarak adlandırılır (Sharma, 1996). Bu katsayı Eşitlik (3.60) yardımı ile hesaplanabilmektedir.

$$TRI_{Y|X} = \sum_{i=1}^{p} RI_{X_i|Y_i} \tag{3.60}$$

Toplam açıklanabilirlik belirleme indeksi, *Y* değişken kümesindeki varyasyonun *X* değişken kümesi ile açıklanabilen kısmını belirtir.

### 3.2.8. Kısmi Kanonik Korelasyon Analizi

*s* tane değişkene sahip *K* değişken kümesi, *r* tane değişkene sahip *L* değişken kümesi ve *p* tane değişkene sahip *Y* değişken kümesinden bir tanesinin diğer iki değişken kümeleri üzerinden etkisinin arıtılması durumunda, iki değişken kümesi arasındaki ilişki kısmi kanonik korelasyon analizi ile ortaya konmaktadır. Kısmi kanonik korelasyon katsayıların hesaplanabilmesi için, kısmi korelasyon katsayılarının hesaplanmasında takip edilen eşitlikler genelleştirilmektedir.

Çalışmada, incelenen değişken kümeleri arasındaki ilişkilerin belirlenmesi adımsal olarak anlatılacaktır. İncelen özelliklere ait uzunluk ölçüleri *K* değişken kümesi (VU, GD, CY), genişlik ölçüleri *L* değişken kümesi (GG, GÇ, ÖS, OS, AS), diğer özellikler ise *Y* değişken kümesi (DA, SKA, AA) olarak tanımlanmıştır. (Standardize edilmiş veriler Ek 2' de verilmiştir). Kısmi kanonik korelasyon analizi için eşitlikler kanonik korelasyon analizinde verilen eşitliklere benzer şekilde oluşturulmaktadır.

*K* değişken kümesi $\underset{\sim}{\mu_1}$ ortalama vektörüne, *L* değişken kümesi ise $\underset{\sim}{\mu_2}$ ortalama vektörüne, *Y* değişken kümesi ise $\underset{\sim}{\mu_3}$ ortalama vektörüne sahiptir. Bu değişken kümelerine ait ortalama ve kovaryans matrisleri sırası ile Eşitlik (3.61)' de verilmiştir.

$$\underset{\sim}{\mu} = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{\mu_1} \\ \underset{\sim}{\mu_2} \\ \underset{\sim}{\mu_3} \end{bmatrix} \quad ; \qquad \sum = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \Sigma_{13} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} & \Sigma_{23} \\ \Sigma_{31} & \Sigma_{32} & \Sigma_{33} \end{bmatrix} \tag{3.61}$$

Eşitlik (3.61)' de, ortalama matrisindeki $\underset{\sim}{\mu_1}$, $\underset{\sim}{\mu_2}$ ve $\underset{\sim}{\mu_3}$ sırası ile *sx1*, *rx1* ve *px1* boyutlu vektörleri, varyans-kovaryans matrisindeki elemanlar; $\Sigma_{11} : sxs$, $\Sigma_{12} : sxr$, $\Sigma_{13} : sxp$, $\Sigma_{22} : rxr$, $\Sigma_{21} : rxs$, $\Sigma_{23} : rxp$, $\Sigma_{31} : pxs$, $\Sigma_{32} : pxr$ ve $\Sigma_{33} : pxp$ boyutlu olarak tanımlanabilir ve sırası ile Eşitlik (3.9), (3.10) ve (3.11)' e benzer şekilde hesaplanabilmektedir.

Varyans-kovaryans matrisinde $\Sigma_{21} : rxs$, $\Sigma_{12} : sxr$ 'in devriği, $\Sigma_{31} : pxs$, $\Sigma_{13} : sxp$ 'in devriği, $\Sigma_{32} : pxr$ ise $\Sigma_{23} : rxp$ 'ün devriğidir. *K* değişken kümesinin etkisi arıtıldığında, *L* ve *Y* değişken kümelerinden elde edilecek kanonik değişkenler Eşitlik (3.14)' e benzer biçimde Eşitlik (3.62)' de verilmiştir.

$$W_i = \underset{\sim}{e_i'}\ \underset{\sim}{L} \qquad\qquad V_i = \underset{\sim}{f_i'}\ \underset{\sim}{Y} \tag{3.62}$$

Eşitlik (3.62)' de verilen, $\underset{\sim}{e}$ ve $\underset{\sim}{f}$ katsayıları, sırası ile *rx1* ve *px1*' lik vektörlerdir. Bu katsayılar, Eşitlik (3.63)' de verilen *L* değişken kümesinin çözüm matrisi, $M_3$ ile *Y* değişken kümesinin çözüm matrisi, $M_4$ matrislerinin özdeğerlerine karşılık gelen öz vektör elemanlarıdır (Tatlıdil, 1996; Timm, 2002)

$$M_3 = \Sigma_{11.2}^{-1}\,\Sigma_{13.2}\,\Sigma_{33.2}^{-1}\,\Sigma_{31.2}$$
$$M_4 = \Sigma_{33.2}^{-1}\,\Sigma_{31.2}\,\Sigma_{11.2}^{-1}\,\Sigma_{13.2} \tag{3.63}$$

Bunun yanı sıra, *L* değişken kümesinin etkisi arıtıldığında, *K* ve *Y* değişken kümelerinden elde edilecek kanonik değişkenler Eşitlik (3.14)' e benzer biçimde Eşitlik (3.64)' de verilmiştir.

$$Z_i = \underset{\sim}{e_i'}\ \underset{\sim}{K} \qquad\qquad V_i = \underset{\sim}{f_i'}\ \underset{\sim}{Y} \tag{3.64}$$

Eşitlik (3.64)' de verilen, $\underset{\sim}{e}$ ve $\underset{\sim}{f}$ katsayıları, sırası ile *sx1* ve *px1*' lik vektörlerdir. Bu katsayılar, Eşitlik (3.65)' de verilen *K* değişken kümesinin çözüm matrisi, $M_5$ ile *Y* değişken kümesinin çözüm matrisi, $M_6$ matrislerinin özdeğerlerine karşılık gelen öz vektör elemanlarıdır.

$$M_5 = \Sigma_{22.1}^{-1}\,\Sigma_{23.1}\,\Sigma_{33.1}^{-1}\,\Sigma_{32.1}$$
$$M_6 = \Sigma_{33.1}^{-1}\,\Sigma_{32.1}\,\Sigma_{22.1}^{-1}\,\Sigma_{23.1} \tag{3.65}$$

Bu çalışmada *K* değişken kümesinin etkisi arıtıldığından, Eşitlik (3.63)' de bulunan öğeler sırası ile Eşitlik (3.66) yardımı ile hesaplanabilmektedir.

$$\Sigma_{11.2}^{-1} = \left[\Sigma_{11} - \Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}\,\Sigma_{21}\right]^{-1}$$

$$\Sigma_{13.2} = \left[\Sigma_{13} - \Sigma_{21}\,\Sigma_{22}^{-1}\,\Sigma_{23}\right]$$

$$\Sigma_{33.2}^{-1} = \left[\Sigma_{33} - \Sigma_{32}\,\Sigma_{22}^{-1}\,\Sigma_{23}\right]^{-1}$$

$$\Sigma_{31.2} = \left[\Sigma_{31} - \Sigma_{32}\,\Sigma_{22}^{-1}\,\Sigma_{21}\right] \qquad (3.66)$$

$M_3$ çözüm matrisinin özdeğerleri kanonik korelasyon katsayılarının karelerini, öz vektörler ise, kanonik değişken çiftlerinden *W*' ye ait kanonik ağırlıkları (*e* vektörlerini) vermektedir. Buna göre $M_3$ çözüm matrisinin özdeğerleri Eşitlik (3.67) yardımı ile,

$$|\,(M_3-\lambda_i I)|=0 \qquad (3.67)$$

hesaplanabilmektedir. Çözüm matrisinden hesaplanan özdeğerlerin her biri sırası ile Eşitlik (3.68)' de yerine konulması ile $M_3$ çözüm matrisinin öz vektörleri, diğer bir ifade ile *W* kanonik değişkeninin katsayıları (ağırlıkları) bulunmaktadır.

$$(M_3 - \lambda_i I)\,\underset{\sim}{e} = 0 \qquad (3.68)$$

Çözüm matrisinin özdeğerleri kanonik korelasyon katsayılarının karelerini, öz vektörler ise, kanonik değişken çiftlerinden V' ye ait kanonik ağırlıkları (*f* vektörlerini) vermektedir.

Buna göre $M_4$ çözüm matrisinin özdeğerleri Eşitlik (3.69) yardımı ile hesaplanabilmektedir.

$$|\,(M_4-\lambda_i I)|=0 \qquad (3.69)$$

$M_4$ çözüm matrisinden hesaplanan özdeğerlerin her biri sırası ile Eşitlik (3.68)' de yerine konulması ile $M_4$ çözüm matrisinin öz vektörleri, diğer bir ifade ile V kanonik değişkeninin katsayıları (ağırlıkları) bulunmaktadır.

$$(M_4 - \lambda_i I)\underset{\sim}{f} = 0 \tag{3.70}$$

Kısmi kanonik korelasyon katsayılarının sayısı, maksimum kovaryans matrisin (*rxp)* boyutundan küçük olan *p* adettir. Buna göre; *K* değişken kümesi sabit tutulduğunda, *W* ve *V* kanonik değişkenleri arasındaki kısmi kanonik korelasyon, $M_4$ çözüm matrisinin özdeğerlerinin karekökü eşit olmaktadır.

### 3.2.8.1. Kısmi Kanonik Korelasyon Katsayılarını Önem Kontrolleri

*K* değişken kümesinin etkisi sabit tutulduğunda, *L* ve *Y* değişken kümeleri arasındaki ilişkinin düzeyi kısmi kanonik korelasyon analizi ile ortaya konmaktadır. Çalışmada *K* değişken kümesinin etkisi arıtıldığında, *L* ve *Y* değişkenleri kümeleri arasında anlamlı ilişkilerin belirlenmesi, kanonik korelasyon katsayılarının önem kontrolüne benzer şekilde yapılabilmektedir. Buna göre kanonik değişken çiftleri arasından hesaplanan kısmi kanonik korelasyon katsayılarının önem testi Eşitlik (3.71)' de verilmiştir.

$$H_0 : \rho_{1.K} = \rho_{2.K} = ... = \rho_{p.K} = 0$$
$$H_1 : \text{En az bir } \rho_{i.K} \neq 0; \quad i = 1,2,...p$$

$$\chi^2 = -\left[(n-s-1)-(r+p+1)/2\right]\log_e\left(\prod_{i=1}^{p}(1-r_{i.K}^2)\right) \sim \chi^2_{rp,\alpha} \tag{3.71}$$

Hesap Değeri > Cetvel değeri olduğu durumda $H_0$ hipotezi red edilir. Böylece, I. kısmi kanonik korelasyon katsayısının önemli olduğuna karar verilir.

II. kısmi kanonik korelasyon değerinin önemli olup olmadığına bakılabilmesi için I. kısmi kanonik korelasyon değeri eşitlikten çıkartılır ve geri kalan kanonik değişken çiftleri arasından hesaplanan kısmi kanonik korelasyon katsayılarının önem testi için Eşitlik (3.72)' den yararlanılır.

$H_0 : \rho_{2.K} = ... = \rho_{p.K} = 0$

$H_1 :$ En az bir $\rho_{i.K} \neq 0$; i = 2,...p

$$\chi^2 = -\left[(n-s-1)-(r+p+1)/2\right]\log_e\left(\prod_{i=2}^{p}(1-r_{i.K}^2)\right) \sim \chi^2_{(p-1)(r-1),\alpha} \qquad (3.72)$$

Hesap Değeri > Cetvel değeri olduğu durumda $H_0$ hipotezi red edilir ise, ikinci kanonik korelasyon katsayısı yine test istatistiğinden çıkarılmak sureti ile önem testleri için işleme devam edilmesi gerekir. Eğer, cetvel değeri > hesap değeri olduğu durumda $H_0$ hipotezi kabul edilir. Böylece, II. kısmi kanonik korelasyonun önemsiz olduğuna karar verilir. Dolayısı ile üçüncü kısmi kanonik korelasyon katsayısının önem kontrolü yapılmasına gerek yoktur. Eğer çalışmada sadece birinci kanonik korelasyon katsayısı istatistiksel olarak önemli ise, birinci kısmi kanonik değişkenlerin bulunması ($W_1$ ve $V_1$) ve bu değişkenler ile orijinal değişkenler arasındaki korelasyona bakılması ve hesaplanan kısmi kanonik değişkenlerin dahil olmadıkları değişken kümelerinde görülen toplam varyasyonun ne kadarını izah edebildiği tespit edilmesi gereklidir.

Çalışmada birinci kısmi kanonik korelasyon katsayısı önemli bulunduğu dikkate alındığında, birinci kanonik değişkenleri için standardize kısmi kanonik katsayılar ve kanonik yüklerinin belirlenmesi ve buna göre orijinal değişkenler ile kısmi kanonik değişkenler arasındaki ilişkinin ortaya konması gerekmektedir. Buna göre standardize kısmi kanonik katsayılar Eşitlik (3.73)' den,

$$a_{11} = \frac{e_{11}}{\sqrt{e'_{i1}\sum_{11.2} e_{i1}}} \qquad (3.73)$$

olarak hesaplanabilmektedir. *Y* değişken kümesi için standardize kısmi kanonik katsayılar Eşitlik (3.74)' den;

$$b_1 = \frac{f_{11}}{\sqrt{f_{i1}' \sum_{33.2} f_{i1}}} \tag{3.74}$$

olarak hesaplanabilmektedir.

#### 3.2.8.2 Kanonik Değişkenler İle Orijinal Değişkenler Arasındaki Korelasyonlar

*K* değişken kümesi sabit tutulduğunda, *L* ve *Y* değişken kümelerinden elde edilen *W* ve *V* kanonik değişkenler, hem kendi değişken kümeleri içerisindeki (yani, *W* ile $L_1, L_2, \ldots, L_r$ arasında), hem de diğer kümenin orijinal değişkenleri (yani, *W* ile $Y_1, Y_2, \ldots, Y_p$ arasında) ile bir ilişkinin olması ve bunun yorumu ile kısmi kanonik değişkene herhangi bir orijinal değişkenin ne ölçüde katkı sağladığını ortaya koyma açısından oldukça önemlidir.

Kısmi kanonik değişkenler ile orijinal değişkenler arasındaki kısmi kanonik yükler (loading veya korelasyonlar) Eşitlik (3.75), (3.76), (3.77), (3.78) ve (3.79)' dan hesaplanabilmektedir.

$$\text{Kor}\ (W_{i.K}, Y_i) = \frac{\text{Kov}\ (W_{i.K}, Y_i)}{\{[\text{Kök}(\text{Var}(W_i))][\text{Kök}(\text{Var}(Y_i))]\}}$$

$$= \frac{a_i' \tilde{\Sigma}_{22.1}}{[\text{Kök}(\Sigma_{22.1})]^{1/2}} \tag{3.75}$$

Eşitlikte i=1 olduğunda,

$$\text{Kor}\ (W_{1.K}, Y_1) = \frac{a_1' \tilde{\Sigma}_{22.1}}{[\text{Kök}(\Sigma_{22.1})]^{1/2}} \tag{3.76}$$

eşitliği elde edilmektedir. Buna göre diğer eşitlikler sırası ile,

$$\text{Kor}\,(W_{1.K}, Y_1) = \frac{a_1' \sum_{23.1}}{\left[\text{Köş}\left(\sum_{33.1}\right)\right]^{1/2}} \tag{3.77}$$

$$\text{Kor}\,(V_{1.K}, L_1) = \frac{b_1' \sum_{32.1}}{\left[\text{Köş}\left(\sum_{22.1}\right)\right]^{1/2}} \tag{3.78}$$

$$Kor\,(V_{1.K}, Y_1) = \frac{b_1' \sum_{33.1}}{\left[\text{Köş}\left(\sum_{33.1}\right)\right]^{1/2}} \tag{3.79}$$

olarak verilebilmektedir. Burada, elde edilen kısmi korelasyon katsayıları arasında ise Eşitlik (3.77)' de verildiği gibi bir ilişki söz konusudur.

$$\text{Kor}\,(W_{i.K}, L) = \rho_i \,\text{Kor}\,(V_{i.K}, L)$$
$$\text{Kor}\,(V_{i.K}, Y) = \rho_i \,\text{Kor}\,(W_{i.K}, Y) \tag{3.77}$$

Eşitlikte, $\rho_i$ , i. kanonik değişken çifti arasındaki kısmi kanonik korelasyon katsayısını göstermektedir.

# 4. BULGULAR VE TARTIŞMA

## 4.1. Tanımlayıcı İstatistikler

Araştırmada kullanılan toplam 86 baş Alman Alacası x Kıl melez keçilerine ait özellikler; hayvanın vücut uzunluğu (VU), göğüs derinliği (GD), göğüs genişliği (GG), göğüs çevresi (GÇ), Cidago yüksekliği (CY), ön sağrı (ÖS), orta sağrı (OS) ve arka sağrı genişlikleri (AS) birinci değişken kümesi (X), hayvanın doğum ağırlığı (DA), sütten kesim ağırlığı (SKA) ve altıncı ay ağırlığı (AA) ise ikinci değişken kümesi (Y) olarak belirlenmiştir. İncelenen bu özelliklere ait tanımlayıcı istatistikler Çizelge 4.1' de verilmiştir.

Çizelge 4.1. İncelenen Özelliklere Ait Tanımlayıcı İstatistikler

| Özellikler | Ortalama | Standart Hata | Minimum | Maksimum | Varyasyon Katsayısı (%) |
|---|---|---|---|---|---|
| **DA** | 3.323 | 0.045 | 2.5 | 4.1 | 12.609 |
| **SKA** | 14.641 | 0.329 | 8.4 | 20,6 | 20.811 |
| **AA** | 18.612 | 0.366 | 10.5 | 25.1 | 18.252 |
| **VU** | 44.479 | 0.553 | 32 | 57 | 11.534 |
| **CY** | 43.593 | 0.521 | 31 | 54 | 11.750 |
| **GD** | 15.548 | 0.263 | 10.5 | 21 | 15.680 |
| **GG** | 10.157 | 0.230 | 6 | 16 | 20.971 |
| **GÇ** | 54.488 | 0.628 | 43 | 68 | 10.964 |
| **ÖS** | 6.667 | 0.119 | 4.6 | 9.4 | 16.559 |
| **OS** | 9.029 | 0.113 | 6.7 | 11 | 11.563 |
| **AS** | 4.030 | 0.065 | 2.8 | 5.5 | 14.988 |

Çizelge 4.1. incelendiğinde, kanonik korelasyon analizinin uygulandığı 86 baş Alman Alaca x Kıl Keçisi melezlerinden ölçülen toplam 11 özelliğe ait varyasyon katsayısı tahmin edilmiş olup bu özellikler içerisinde en düşük varyasyonu göğüs çevresi gösterirken (% 10.964), göğüs genişliği % 20.971 ile en yüksek

varyasyona sahiptir. Çalışmada kullanılan morfolojik özellikler ile canlı ağırlıklara ait değişkenler arasındaki fenotipik korelasyon katsayılar (3.1) no' lu eşitlik yardımı ile tespit edilmiş 0.01 önem seviyelerinde, önem kontrolleri yapılarak korelasyon matrisi Çizelge 4.2.' de verilmiştir.

Çizelge 4.2. X ve Y Değişkenler Kümelerinde Bulunan Değişkenler Arası Korelasyon Matrisi

| | **DA** | **SKA** | **AA** | **VU** | **CY** | **GD** | **GG** | **GÇ** | **ÖS** | **OS** | AS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **DA** | 1.000 | | | | | | | | | | |
| **SKA** | 0.504** | 1.000 | | | | | | | | | |
| **AA** | 0.464** | 0.863** | 1.000 | | | | | | | | |
| **VU** | 0.367** | 0.753** | 0.769** | 1.000 | | | | | | | |
| **CY** | 0.448** | 0.809** | 0.791** | 0.833** | 1.000 | | | | | | |
| **GD** | 0.412** | 0.828** | 0.826** | 0.739** | 0.803** | 1.000 | | | | | |
| **GG** | 0.312** | 0.711** | 0.716** | 0.529** | 0.550** | 0.682** | 1.000 | | | | |
| **GÇ** | 0.456** | 0.839** | 0.836** | 0.739** | 0.806** | 0.871** | 0.762** | 1.000 | | | |
| **ÖS** | 0.480** | 0.593** | 0.635** | 0.470** | 0.498** | 0.575** | 0.546** | 0.600** | 1.000 | | |
| **OS** | 0.455** | 0.657** | 0.742** | 0.629** | 0.692** | 0.644** | 0.553** | 0.680** | 0.746** | 1.000 | |
| **AS** | 0.371** | 0.633** | 0.659** | 0.634** | 0.597** | 0.569** | 0.437** | 0.602** | 0.575** | 0.794** | 1.000 |

** : $p < 0.01$

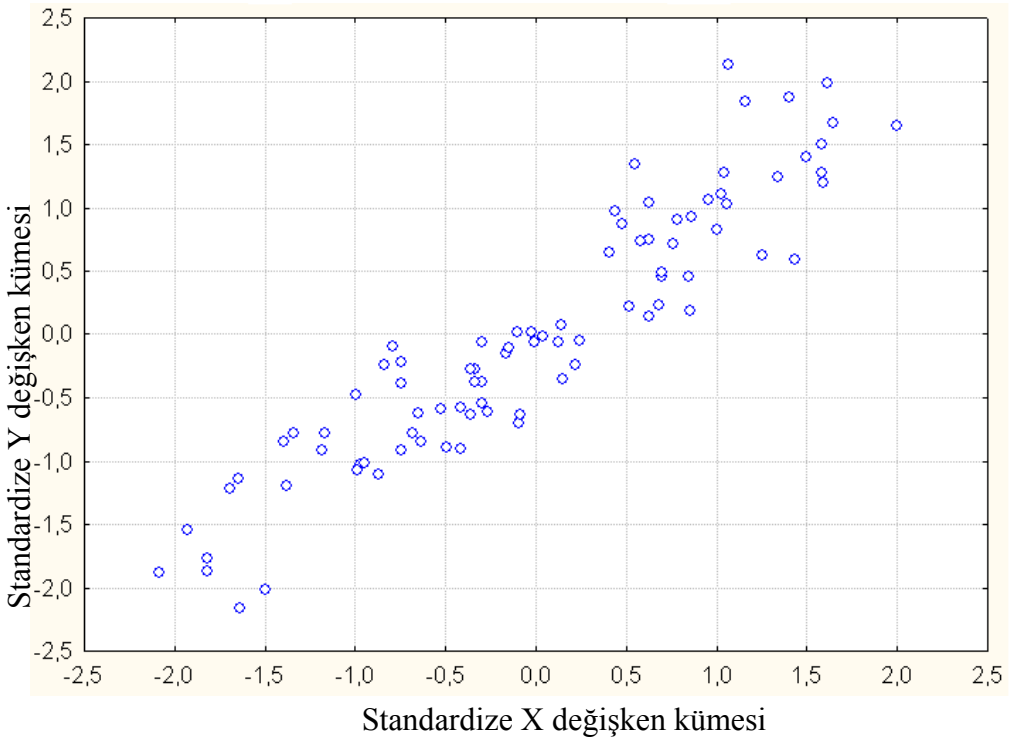
Çizelge 4.2' ye göre, tüm özellikler dikkate alındığında toplam 55 adet ilişkiden bahsedilmektedir. Korelasyon değerlerine ait önem testleri sonucunda, incelenen tüm özellikler arasındaki ilişkiler istatistiki olarak önemli bulunmuş olup ($p<0.01$), en büyük korelasyon katsayısına, göğüs derinliği ile göğüs çevresi arasında ($r=0.871$) rastlanılmıştır.

## 4.2. Kanonik Korelasyon Analiz Sonuçları

Kanonik korelasyon analizinin temel çıkış noktası, değişken kümeleri arasındaki korelasyon matrisinden hesaplanan özdeğerlere (ki bunların karekökleri kanonik korelasyon katsayılarını vermektedir) dayanmaktadır.

Kanonik korelasyon analizinin uygulanabilmesi için gerekli istatistik varsayımlar ile ilgili sonuçlar;

a) Değişken kümeleri arasında ilişki doğrusal olmalıdır.




Şekil 4.1.Değişken Kümeleri Arasındaki İlişki

b) Her bir değişken kümesinin çok değişkenli normal dağılış göstermesi gerekir. Bunun için öncelikli olarak, her bir değişkenin ayrı ayrı normal dağılış gösterip göstermediğinin kontrol edilmesi gerekmektedir (Çizelge 4.3).

Çizelge 4.3.Değişkenlerin Tek ve Çok Değişkenli Normal Dağılış ile ilgili İstatistikleri

| **Değişkenler** | **Çarpıklık** | **Basıklık** | $r_Q$ **değerleri** | $d_i^2$ sayısı ≤ $q_{c,p}(0.50)$ |
|---|---|---|---|---|
| DA | 0.067 | -0.665 | 0.990 | |
| SKA | -0.025 | -0.886 | 0.991 | 39 |
| AA | -0.126 | -0.761 | 0.991 | |
| VU | 0.177 | 0.075 | 0.993 | |
| CY | -0.073 | -0.217 | 0.992 | |
| GD | 0.169 | -0.492 | 0.993 | |
| GG | 0.378 | -0.207 | 0.991 | 42 |
| GC | 0.287 | -0.419 | 0.992 | |
| ÖS | 0.225 | -0.658 | 0.990 | |
| OS | -0.021 | -0.583 | 0.993 | |
| AS | 0.118 | -0.528 | 0.992 | |

Çizelge 4.3 de verilen, $r_{Q,,}$ *Q-Q* grafiklerinden her bir değişken için hesaplanan korelasyon katsayılarını göstermektedir ve kritik tablo değeri,

n=75 ve $\alpha = 0.05$ için, 0.9838,

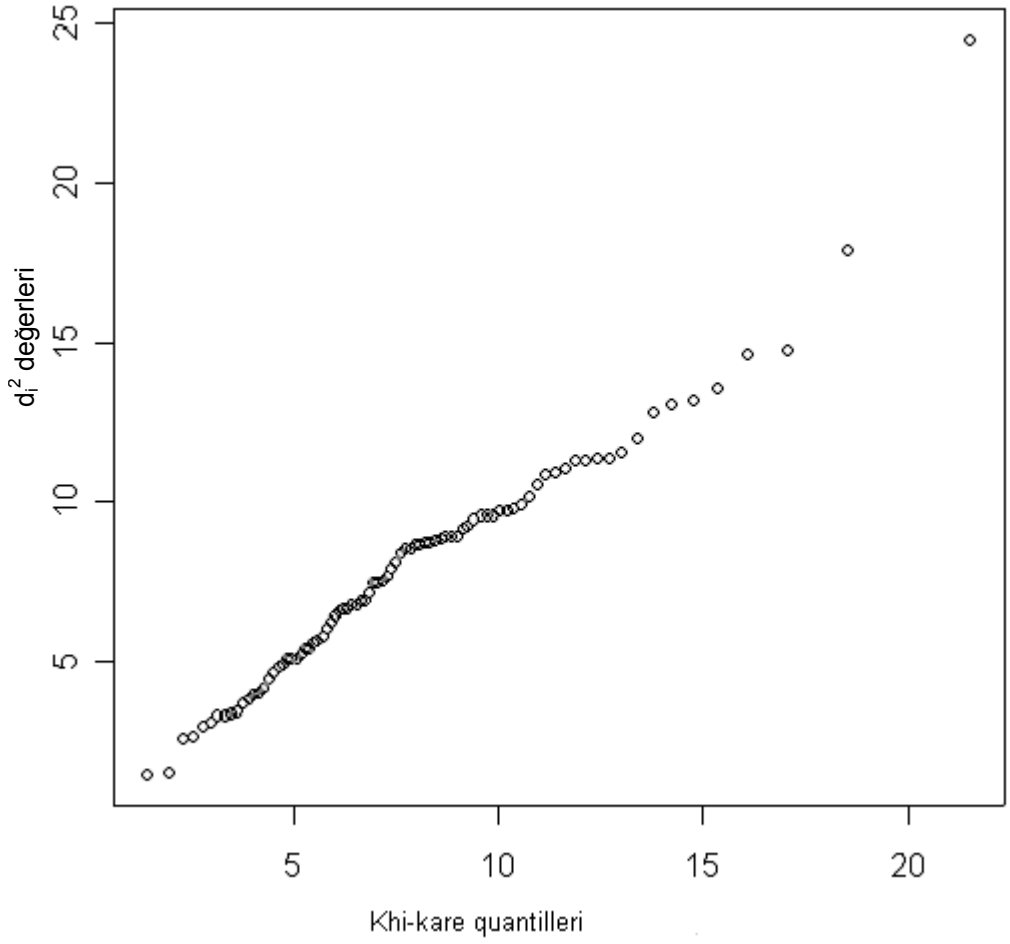
n=100 ve $\alpha = 0.05$ için 0.9873 (Johnson ve Wichern, 1999).

Çalışmada kullanılan gözlem değerine göre, yaklaşık kritik tablo değeri n=86 ve $\alpha = 0.05$ için, 0.985 olarak tahmin edilmiştir. Bütün korelasyon değerleri bu tablo değerinden büyük olduğu için normal dağılışı red edemiyoruz. Ancak bu değerlendirme, değişkenlerin çok değişkenli normal dağılış gösterdiğini tam olarak ifade etmemektedir. Değişkenlerin çok değişkenli dağılış normalliğini kontrol etmek için, eğer gözlem değerleri normalden geliyor ise, uzaklık karesi değerleri (squared distance) $[d_i^2 = (x_j - \bar{x})' S^{-1} (x_j - \bar{x}), \quad j = 1,2,3,...,n]$, $\chi^2$ quantilleriyle ilgili sonuçlar ile kıyaslanır. Örneğin, p değişkenin normalliğini belirlemek için;

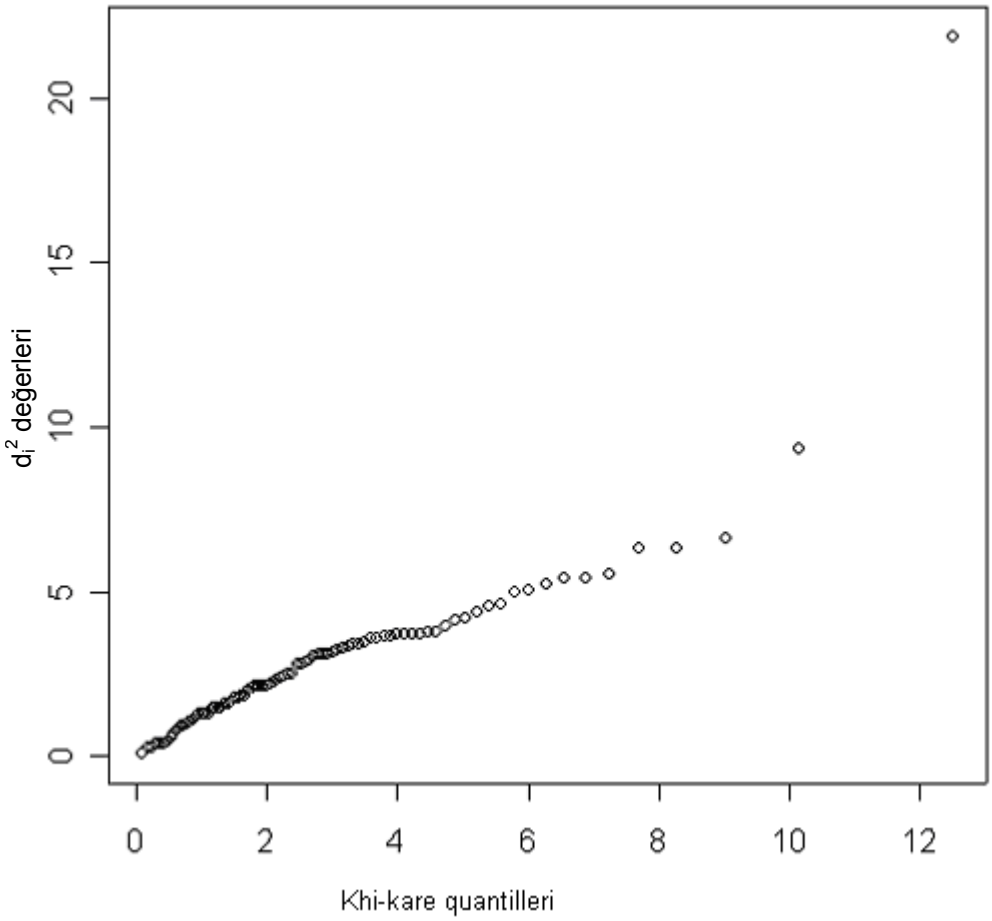
a) $d_i^2$ değerlerinden yaklaşık olarak yarısı $q_{c,p}(0.50)$' den az veya eşit olması, yani, bu çalışma için 43 veya 43'den az olması gerekmektedir. Bu çalışmada $d_i^2$ sayısı Y değişkenleri için 39, X değişkenleri için ise 42 tespit edilmiştir. Dolayısı ile

İncelenen değişkenlere ait gözlem değerleri çok değişkenli normal dağılımdan uzak görünmemektedir.

b) quantillere $\left[ q_{c,p}\left(\frac{1-\frac{1}{2}}{n}\right), q_{c,p}\left(\frac{2-\frac{1}{2}}{n}\right),..., q_{c,p}\left(\frac{n-\frac{1}{2}}{n}\right)\right]$ karşı sıralanmış uzaklık kare değerlerinin $(d_1^2 \le d_2^2 \le ... \le d_n^2)$ arasından geçen eğrinin eğimi 1 veya 1'e yakın ve bu eğrinin yaklaşık olarak orijinden geçmesi gerekir. *X* ve *Y* değişken kümeleri için grafikler Şekil 4.2 ve Şekil 4.3 de verilmiştir.




Şekil 4.2. *X* Değişken Kümesi için Khi-kare Grafiği




Şekil 4.3. Y Değişken Kümesi için Khi-kare Grafiği

Şekil 4.2 ve 4.3 incelendiğinde, her iki grafikte de 1'er nokta hariç eğim düz çizgiye bir hayli yakın görünüyor. Dolayısı ile, verilerin çok değişkenli normal dağılımdan geldiği söylenebilmektedir.

c) Stevens (1986) değişkenler arasındaki kanonik korelasyon katsayısının 0.70 ve daha büyük tahmin edilmesi durumunda örnek büyüklüğünün 50, katsayının 0.50 olması durumunda 100, daha düşük olması durumunda ise örnek büyüklüğünün 200 olmasının uygun olacağını bildirmiştir. Bu çalışmada ilgili korelasyon katsayısı 0.70'den büyük olması nedeni ile örnek büyüklüğünün 86 olmasında bir olumsuz durum ortaya çıkmamaktadır.

d) Değişkenler arasındaki korelasyonu önemli düzeyde etkilemesi nedeni ile veri kümesinde aykırı değerlerin bulunmaması ve değişkenler arasında çoklu bağlantı olmaması gerekmektedir. *Y* değişken kümesinde yer alan değişkenleri bağımlı, *X*

değişken kümesinde yer alan değişkenler bağımsız değişkenler olarak nitelendirilmesi durumunda, yapılan çoklu bağlantı test sonuçları Çizelge 4.4' de verilmiştir.

Çizelge 4.4.Çoklu Bağlantı Test Sonuçları

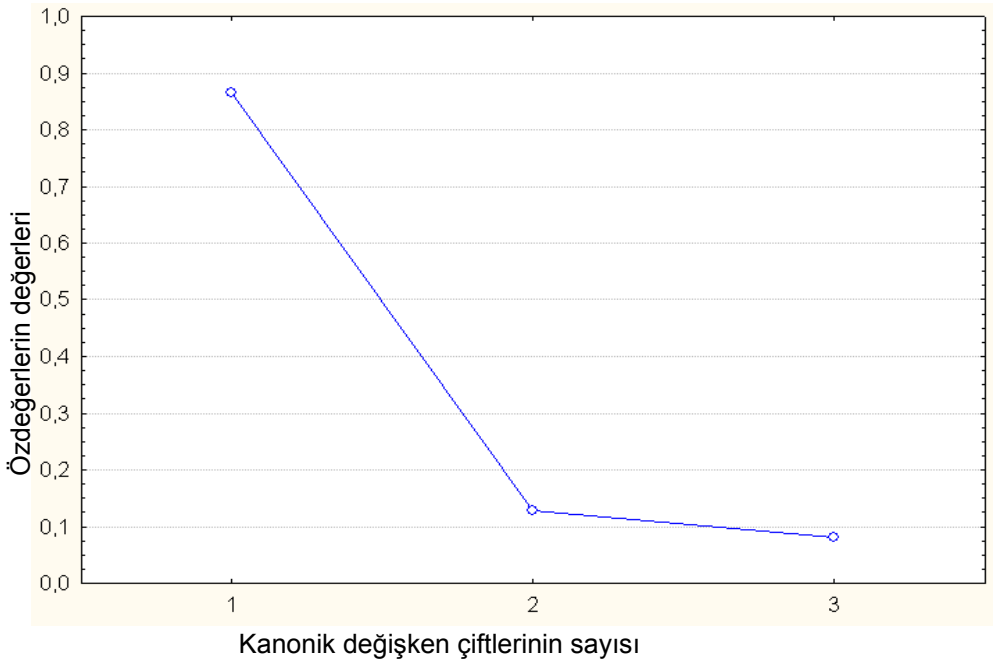
| **Model DA, SKA ve AA için** | **Çoklu Bağlantı İstatistikleri** | |
|---|---|---|
| | Tolerans | VIF |
| VU | 0.265 | 3.779 |
| CY | 0.185 | 5.418 |
| GD | 0.203 | 4.916 |
| GG | 0.384 | 2.603 |
| GC | 0.152 | 6.576 |
| ÖS | 0.395 | 2.532 |
| OS | 0.201 | 4.968 |
| AS | 0.326 | 3.066 |

Çizelge 4.4' de verilen değişkenler için VIF (variance inflation factor) değerlerinin 1 ile 10 arasında olması durumunda çoklu bağlantının olmadığı belirtildiğinden dolayı (Brauner ve Shacham, 1998), test sonuçlarına göre, incelenen özellikler arasında çoklu bağlantı bulunmamaktadır. Bu testin yapılması esnasında işlemler sırasında aykırı değerlerin (outlier) olup olmadığı incelenmiş ve gözlem değerleri içerisinde aykırı değere rastlanılmamıştır. Aykırı değerlerin belirlenmesi sırasında, kesim noktası 3 standart sapma olarak belirlenmiştir.

İncelenen özelliklere ait kanonik korelasyonların çözüm kümesi olan, korelasyon matrisinin özdeğerleri ve özdeğerlere ait grafik, Çizelge 4.5 ve Şekil 4.4' de verilmiştir (Ek 5 - Şekil 10 ve Şekil 14).

Çizelge 4.5.Korelasyon Matrisinin Özdeğerleri

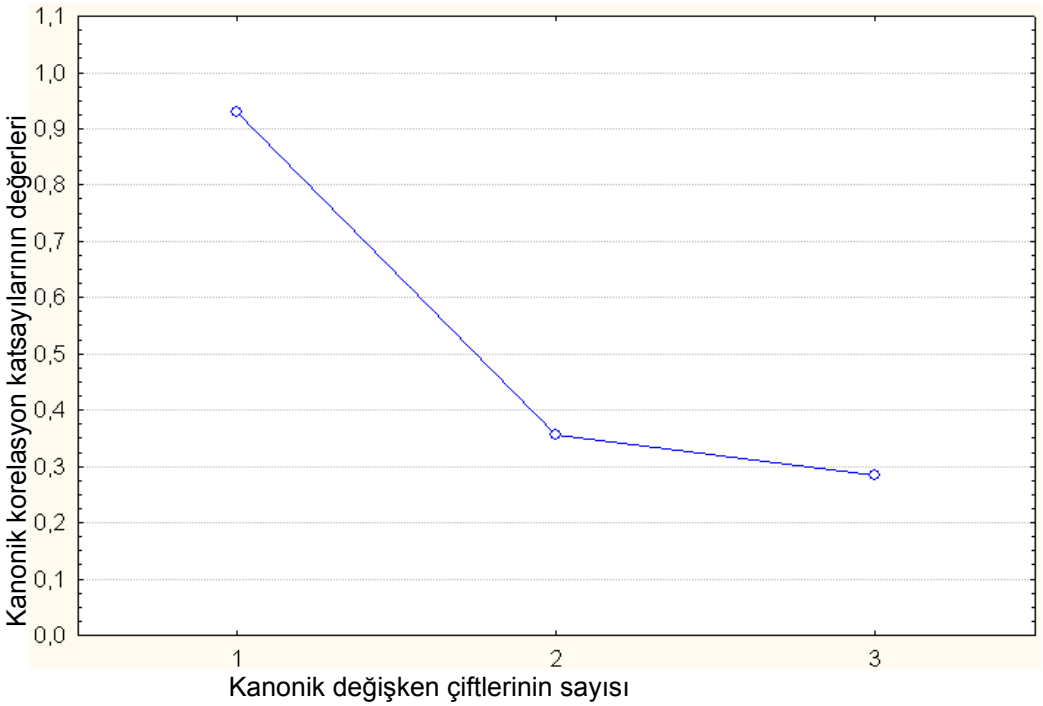
| Özdeğerler | $\lambda_1$ | $\lambda_2$ | $\lambda_3$ |
|---|---|---|---|
| Hesap Değerleri | 0.866 | 0.127 | 0.081 |




Şekil 4.4.Korelasyon Matrisinin Özdeğerlerine Ait Grafik

Çizelge 4.5 ve Şekil 4.4' de verilen özdeğerlere bakılarak, elde edilen kanonik değişken çiftlerinin kendi içerisinde görülen farklılıkları ve oluşturulan yeni modeller tarafından orijinal değişkenlerde görülen toplam varyasyonu ne derece açıklanabildiği belirlenmektedir. İncelenen özellikler arasında görülen toplam varyasyonun % 86.6' sı hesaplanan birinci kanonik değişken çifti ile izah edilebilmektedir. Burada orijinal değişkenlere ait toplam varyasyonun açıklanmasında % 13.4' lük bir kayıp olmasına rağmen, orijinal değişkenlere ait toplam 12 boyutlu uzaydan, 1 boyutlu uzaya ulaşılmış olması gerçekten büyük bir kazançtır. Çizelge 4.5 ve Şekil 4.4' e göre, özdeğerlerin en büyükten en küçüğe doğru azalan sırada ve birinci özdeğerin oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Fakat bu noktadan sonra hızlı bir düşüş olduğu ve ikinci ve üçüncü kanonik değişkenler tarafından, orijinal değişkenlerde görülen toplam varyasyonun daha düşük düzeylerde açıklanabildiği Şekil 4.4' deki kırılma noktasından görülmektedir.

*X* ve *Y* değişken kümesinden oluşturulan kanonik değişken çiftleri arasında hesaplanan kanonik korelasyon katsayılarına ait grafik Şekil 4.5' de verilmiştir (Ek 5 – Şekil 15).




Şekil 4.5.Kanonik Korelasyon Katsayılarının Grafiği

Şekil 4.5' de verilen grafik incelendiğinde, hesaplanan kanonik korelasyon katsayıları hakkında, önem kontrolleri verilmeksizin genel bir bilgi sağlanmaktadır. Şekil 4.3' ye göre, birinci kanonik değişken çifti arasından hesaplanan birinci kanonik korelasyon katsayının % 90' dan fazla olduğu, diğer kanonik değişken çiftleri arasından hesaplanan kanonik korelasyon katsayılarının ise giderek azalan miktarlarda değerler aldığı görülmektedir.

Çalışmada, *X* değişken kümesinde 8, *Y* değişken kümesinde 3 adet değişken olduğundan 3 adet kanonik değişken çifti elde edilmiş ve bu kanonik değişken çiftleri arasından da toplam 3 adet kanonik korelasyon katsayısı hesaplanmıştır. Hesaplanan kanonik korelasyon katsayıları ve bunlara ait önem kontrollerinin sonuçları Çizelge 4.6' da verilmiştir (Ek 5 - Şekil 13) .

Çizelge 4.6.Kanonik Korelasyon Katsayıları ve İlgili Test Sonuçları

| Kanonik Değişken Çiftleri | Kanonik Korelasyon Katsayısı | Kanonik $R^2$ Değeri | Khi-Kare Değeri | Serbestlik Derecesi | P değeri | Wilks Lamda Değeri |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $U_1V_1$ | 0.931 | 0.866 | 176.126 | 24 | <0.01 | 0.108 |
| $U_2V_2$ | 0.356 | 0.127 | 17.379 | 14 | 0.237 | 0.803 |
| $U_3V_3$ | 0.284 | 0.081 | 6.647 | 6 | 0.355 | 0.919 |

Çizelge 4.6' ya göre, *X* ve *Y* değişken kümelerinden 3 farklı kanonik değişken çifti ve bunlar arasında 3 farklı kanonik korelasyon katsayısı elde edilmiştir. Kanonik korelasyon katsayılarının anlamlılık testlerinden Wilk's Lambda değerlerini kullanarak Ki-kare değerlerine bakıldığında, sadece birinci kanonik değişken çifti arasından hesaplanan birinci kanonik korelasyon katsayısının (0.931) istatistik olarak önemli olduğu görülmektedir ($p<0.01$). Diğer kanonik değişken çiftleri arasında hesaplanan kanonik korelasyon katsayılarının ise önemsiz olduğu tespit edilmiştir ($p>0.05$). Tatar ve Eliçin (2002) benzer ölçümleri alarak, İle de France x Akkaraman melezi erkek kuzularında süt emme ve besi dönemindeki canlı ağırlık ile vücut ölçüleri arasındaki ilişki katsayısını kanonik korelasyon analizi ile 0.9401 olarak hesaplamışlardır ($p<0.01$). Hesapladıkları kanonik korelasyon katsayısının çok yüksek olması ve ele aldıkları değişken sayısının fazla olması nedeni ile araştırmacılar daha kolay ve daha kısa sürede saptanabilen özelliklere sahip daha az değişkenden oluşan anlamlı değişken kümeleri oluşturulmasını önermişlerdir.

Buna göre, kanonik değişken çiftlerine ait standardize kanonik katsayılar (ağırlıklar) Çizelge 4.7' de verilmiştir (Ek 5 - Şekil 11).

Çizelge 4.7.Kanonik Değişken Çiftlerine ait Kanonik Katsayılar

| *X* Değişken Kümesi | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | VU | CY | GD | GG | GÇ | ÖS | OS | AS |
| $U_1$ | 0.133 | 0.242 | 0.233 | 0.222 | 0.137 | 0.104 | -0.020 | 0.136 |
| $U_2$ | 0.072 | -0.489 | -0.420 | -0.660 | 0.408 | 0.461 | 1.351 | -0.651 |
| $U_3$ | -0.990 | 1.465 | -0.609 | -0.473 | 0.575 | 1.027 | -1.419 | 0.467 |

| *Y* Değişken Kümesi | | | |
|---|---|---|---|
| | DA | SKA | AA |
| $V_1$ | 0.014 | 0.496 | 0.533 |
| $V_2$ | 0.866 | -1.628 | 1.163 |
| $V_3$ | 0.773 | 1.109 | -1.512 |

Çizelge 4.7' de verilen kanonik değişken çiftlerine ait kanonik katsayılar kullanılarak, üç farklı *U* ve *V* doğrusal bileşenleri oluşturulmaktadır. Yapılan kanonik korelasyon katsayılarının önem kontrollerinde, sadece birinci kanonik değişken arasındaki korelasyon katsayının önemli olduğu tespit edilmiştir. Buna göre, birinci kanonik değişkenlere ait doğrusal bileşenler;

$$U_1 = 0.133\ (VU) + 0.242\ (CY) + 0.233\ (GD) + 0.222\ (GG) + 0.137\ (GÇ) + 0.104(ÖS) - 0.020\ (OS) + 0.136\ (AS)$$

$$V_1 = 0.014\ (DA) + 0.496\ (SKA) + 0.533\ (AA)$$

olarak oluşturulmaktadır. Bu durumda, birinci kanonik değişken çifti ile ilişki yapısının ortaya konulması ve bu ilişki yapısını veren katsayıların incelenmesi, iki değişken kümesi arasındaki ilişki yapısını ortaya koymaktadır.

$U_1$ ve $V_1$ kanonik değişken çiftinin katsayıları işaretleri dikkate alınmaksızın incelendiğinde; $U_1$ kanonik değişkeninin oluşmasında, cidago yüksekliğine ait değişkenin katkısı en büyük olmuştur. Tatar ve Eliçin (2002)' in süt emme ve besi dönemindeki erkek kuzuların canlı ağırlık ile vücut ölçüleri arasındaki ilişkinin saptanması konulu çalışmalarında, $U_1$ kanonik değişkenin oluşmasında en fazla etki

sağlayan değişkenin göğüs çevresi (0.9122) olduğu bildirilmiştir. Göğüs çevresine ait değişken, bu çalışmada $U_1$ kanonik değişkenin oluşmasında dördüncü en büyük etkiyi sağlamıştır. $V_1$ kanonik değişkeninin oluşmasında ise, en büyük katkıyı hayvanın altıncı ay canlı ağırlığı sağlamıştır. Buna göre kanonik değişkenlere ait katsayılar incelendiğinde; vücut uzunluğu, göğüs derinliği, göğüs genişliği, göğüs çevresi, cidago yüksekliği, ön sağrı ve arka sağrı genişliklerine ait değerlerindeki artma ile birlikte orta sağrı genişliğindeki azalma, oğlaklardan farklı dönemlerde alınan canlı ağırlık değerlerinde bir artışa neden olmaktadır. Bir başka ifade ile, hayvanın doğum, sütten kesim ve altıncı ay canlı ağırlıkları ile orta sağrı genişliği hariç diğer vücut ölçüleri arasında pozitif bir ilişki göstermektedir.

Kanonik korelasyon analizi neticesinde, kanonik değişkenler ile kendi kümeleri içerisinde yer alan orijinal değişkenler arasındaki kanonik yükler Çizelge 4.8' de verilmiştir (Ek 5 - Şekil 12).

Çizelge 4.8.Kanonik Değişken Çiftlerine ait Kanonik Yükler

| *X* Değişken Kümesi | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | VU | CY | GD | GG | GÇ | ÖS | OS | AS |
| $U_1$ | 0.848 | 0.891 | 0.920 | 0.794 | 0.933 | 0.687 | 0.782 | 0.720 |
| $U_2$ | -0.040 | -0.024 | -0.089 | -0.153 | 0.002 | 0.528 | 0.527 | 0.159 |
| $U_3$ | -0.159 | 0.164 | -0.043 | -0.188 | 0.068 | 0.239 | -0.153 | -0.029 |

| *Y* Değişken Kümesi | | | |
|---|---|---|---|
| | DA | SKA | AA |
| $V_1$ | 0.511 | 0.963 | 0.967 |
| $V_2$ | 0.585 | -0.189 | 0.160 |
| $V_3$ | 0.630 | 0.194 | -0.197 |

Çizelge 4.8' de kanonik değişkenler ile kendi değişken kümeleri içerisinde yer alan orijinal değişkenler arasındaki kanonik yükler incelendiğinde; $U_1$ kanonik değişkenine en büyük katkıyı, en büyük kanonik yüke sahip olan (0.933) göğüs

çevresinin sağladığı ve bunu sırası ile göğüs derinliği (0.920), cidago yüksekliği (0.891) ile vücut uzunluğunun (0.848) takip ettiği görülmektedir. $V_1$ kanonik değişkenine ise en büyük katkıyı, hayvanın altıncı ay canlı ağırlığının (0.967) sağladığı ve bunu oğlağın doğum ağırlığının (0,963) takip ettiği görülmektedir. Bu durumda, kanonik değişkenlere ait kanonik yükler incelendiğinde; vücut ölçülerine ait değerlerdeki artma, faklı dönemlerde alınan hayvanın canlı ağırlıklarında bir artma olmasına neden olmaktadır. Diğer bir ifade ile, hayvandan alınan vücut ölçüleri ile canlı ağırlık ölçüleri arasında pozitif bir ilişki söz konudur.

Kanonik değişkenler ile diğer küme içerisinde yer alan orijinal değişkenler arasındaki kanonik yükler Çizelge 4.9' da verilmiştir.

Çizelge 4.9.Kanonik Değişken Çiftleri ile Diğer Değişken Kümesinde Yer Alan Orijinal Değişkenlere ait Kanonik Yükler

| *X* Değişken Kümesi | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | VU | CY | GD | GG | GÇ | ÖS | OS | AS |
| $V_1$ | 0.789 | 0.829 | 0.856 | 0.739 | 0.868 | 0.639 | 0.728 | 0.670 |
| $V_2$ | -0.014 | -0.009 | -0.032 | -0.054 | 0.001 | 0.188 | 0.188 | 0.057 |
| $V_3$ | -0.045 | 0.047 | -0.012 | -0.053 | 0.019 | 0.068 | -0.043 | -0.008 |

| *Y* Değişken Kümesi | | | |
|---|---|---|---|
| | DA | SKA | AA |
| $U_1$ | 0.476 | 0.896 | 0.900 |
| $U_2$ | 0.208 | -0.067 | 0.057 |
| $U_3$ | 0.179 | 0.055 | -0.056 |

Çizelge 4.9' da kanonik değişkenler ile diğer değişken kümeleri içerisinde yer alan orijinal değişkenler arasındaki kanonik yükler incelendiğinde; $U_1$ kanonik değişkenine en büyük katkıyı, en büyük kanonik yüke sahip olan oğlağın altıncı aydaki canlı ağırlığının (0.900) sağladığı ve bunu oğlağın sütten kesim ağırlığının (0.896) takip ettiği görülmektedir. $V_1$ kanonik değişkenine ise en büyük katkıyı, vücut ölçüleri içerisinde göğüs çevresinin (0.868) sağladığı belirlenmiştir. Bunun

dışında ise katkı miktarları en fazla olan değişkenler sırası ile, göğüs derinliği (0.856), cidago yüksekliği (0.829) ve vücut uzunluğu (0.688) olarak tespit edilmiştir. Kanonik değişkenler ile diğer kümede yer alan orijinal değişkenlere ait kanonik yükler incelendiğinde; vücut ölçülerine ait değerlerdeki artma, hem ölçüm alınan hayvanın doğum ağırlığı hem sütten kesim ağırlı, hem de altınca ay ağırlık değerlerinde bir artma olmasına neden olmaktadır. Diğer bir ifade ile, hayvandan alınan vücut ölçüleri ile hayvanın canlı ağırlık ölçümleri arasında pozitif bir ilişki olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 4.9' da verilen, kanonik değişkenler ile diğer küme içerisinde yer alan orijinal değişkenler arasındaki kanonik yüklerin kareleri, her bir orijinal değişkenin, dahil olmadığı kanonik değişken ile arasındaki çoklu korelasyon katsayısının karesini, dolayısı ile belirtme katsayılarını vermektedir. Bu katsayılar Çizelge 4.10' da verilmiştir.

Çizelge 4.10.Kanonik Değişken Çiftleri ile Diğer Değişken Kümesinde Yer Alan Orijinal Değişkenler Arasındaki Çoklu Korelasyon Katsayılarının Kareleri

| *X* Değişken Kümesi | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | VU | CY | GD | GG | GÇ | ÖS | OS | AS |
| $V_1$ | 0.622 | 0.688 | 0.733 | 0.545 | 0.753 | 0.409 | 0.529 | 0.449 |
| $V_2$ | 0.622 | 0.688 | 0.734 | 0.548 | 0.753 | 0.444 | 0.565 | 0.452 |
| $V_3$ | 0.624 | 0.690 | 0.735 | 0.551 | 0.754 | 0.449 | 0.567 | 0.452 |

| *Y* Değişken Kümesi | | | |
|---|---|---|---|
| | DA | SKA | AA |
| $U_1$ | 0.227 | 0.802 | 0.810 |
| $U_2$ | 0.270 | 0.807 | 0.813 |
| $U_3$ | 0.309 | 0.810 | 0.816 |

Çizelge 4.10' da kanonik değişkenler ile diğer değişken kümeleri içerisinde yer alan orijinal değişkenler arasındaki çoklu korelasyon katsayılarının kareleri (veya belirtme katsayıları, $R^2$ ) incelendiğinde, her bir kanonik değişken tarafından, dahil

olmadığı değişken kümesindeki orijinal değişkenlerde görülen varyasyonun ne kadarının açıklanabildiği ifade edilmektedir. $V_1$ kanonik değişkeni tarafından, göğüs çevresinde görülen varyasyonun % 75.3' ü izah edilebilmekte iken, $U_1$ kanonik değişkeni tarafından, altıncı ayda ölçülen canlı ağırlık değerleri arasında görülen varyasyonun % 81' i açıklanabilmektedir.

*X* ve *Y* değişken kümelerinde belirlenen toplam varyansların kanonik değişkenler tarafından ne kadarının açıklanabildiği açıklanabilirlik belirleme analizi ile belirlenmiş ve analiz sonuçları Çizelge 4.11 ve Çizelge 4.12' de verilmiştir (Ek 5 - Şekil 12).

Çizelge 4.11. X Değişken Kümesindeki Toplam Varyansın Kanonik Değişkenler Tarafından Açıklanan Kısmı

| *X* Değişken Kümesindeki | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Açıklanan Varyansın Oranı | Eklemeli Açıklama Oranı | | Açıklanabilirlik Belirleme İndeksi | Eklemeli Açıklanabilirlik Belirleme İndeksi |
| $U_1$ | 0.683 | 0.683 | $V_1$ | 0.591 | 0.591 |
| $U_2$ | 0.077 | 0.760 | $V_2$ | 0.010 | 0.601 |
| $U_3$ | 0.022 | 0.782 | $V_3$ | 0.002 | 0.603 |

Çizelge 4.12.*Y* Değişken Kümesinin Varyansının Kanonik Değişkenler Tarafından Açıklanan Kısmı

| *Y* Değişken Kümesindeki | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Açıklanan Varyansın Oranı | Eklemeli Açıklama Oranı | | Açıklanabilirlik Belirleme İndeksi | Eklemeli Açıklanabilirlik Belirleme İndeksi |
| $V_1$ | 0.708 | 0.708 | $U_1$ | 0.613 | 0.613 |
| $V_2$ | 0.134 | 0.842 | $U_2$ | 0.017 | 0.630 |
| $V_3$ | 0.158 | 1.000 | $U_3$ | 0.013 | 0.643 |

Çizelge 4.11' de verilen, *X* değişken kümesindeki toplam varyasyonun $U_1$ kanonik değişken tarafından açıklanan kısmı (%), Çizelge 4.8' de verilen kanonik yükler yardımıyla hesaplanabilmektedir.

$U_1$ tarafından açıklanan varyans : $[(0.848)^2+\ldots+(0.720)^2]/8 = 0.683$

*X* değişken kümesindeki toplam varyasyonun, % 68.3' ü $U_1$ tarafından izah edilmektedir. *U* ile ifade edilen kanonik değişkenlerin tamamı tarafından açıklanan kısım ise, % 78.2 olarak hesaplanmıştır.

*X* değişken kümesindeki toplam varyasyonun, $V_1$ tarafından açıklanan kısmı (%), yani açıklanabilirlik belirleme katsayısı ise, Çizelge 4.9' da verilen kanonik yükler yardımıyla hesaplanmaktadır.

$V_1$ tarafından açıklanan varyans : $[(0.789)^2+\ldots+(0.670)^2]/8 = 0.591$

*X* değişken kümesindeki toplam varyasyonun, % 59.1' i $V_1$ tarafından izah edilmektedir. *V* ile ifade edilen kanonik değişkenlerin tamamı tarafından açıklanan kısım ise, % 60.3 olarak hesaplanmıştır.

Çizelge 4.12' de verilen *Y* değişken kümesindeki toplam varyasyonun $V_1$ kanonik değişken tarafından açıklanan kısmı (%), Çizelge 4.8' de verilen kanonik yükler kullanılarak hesaplanabilmektedir.

$V_1$ tarafından açıklanan varyans : $[(0.511)^2+\ldots+(0.967)^2]/3 = 0.708$

*Y* değişken kümesindeki toplam varyasyonun, % 70.8' i $V_1$ tarafından izah edilmektedir. *V* ile ifade edilen kanonik değişkenlerin tamamı tarafından açıklanan kısım ise, % 100 olarak hesaplanmıştır.

Y değişken kümesindeki toplam varyasyonun, $U_1$ tarafından açıklanan kısmı (%), yani açıklanabilirlik belirleme katsayısı ise, Çizelge 4.9' da verilen kanonik yükler yardımıyla elde edilmektedir.

$U_1$ tarafından açıklanan varyans : $[(0.476)^2+\ldots+(0.900)^2]/3 = 0.613$

*Y* değişken kümesindeki toplam varyasyonun, % 61.3' ü $U_1$ tarafından izah edilmektedir. *U* ile ifade edilen kanonik değişkenlerin tamamı tarafından açıklanan kısım ise, % 64.3 olarak hesaplanmıştır.

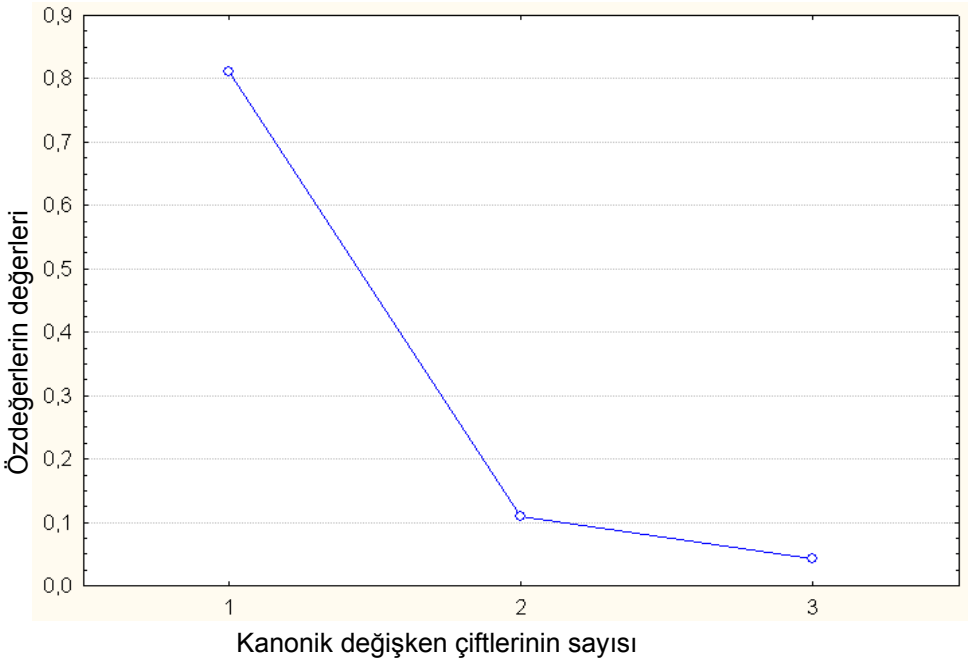
### 4.3. Kanonik Korelasyon Analiz Sonuçlarına Göre Anlamlı Kümeler Oluşturulması

Kanonik korelasyon analizi sonucunda, incelen özelliklere ait birinci kanonik korelasyon katsayısının çok büyük ve önemli çıkması nedeni ile, incelenen özelliklerin ölçülmesi aşamasında zaman ve işçi masrafından tasarruf edebilmek amacı ile vücut özelliklerinden bir kısmının değişken kümesinden çıkarılması sonucu anlamlı kümeler oluşturulabilmektedir (Gürbüz, 1989; Keskin ve Gürbüz, 2002). Bu sebeple incelenen tüm özellikler dikkate alındığında, kanonik katsayılara göre orta sağrı genişliği hariç diğer vücut özellikleri ile canlı ağırlıklar arasında pozitif bir ilişki olduğu belirlenmektedir. Ayrıca kanonik yüklere göre, canlı ağırlıklar ile vücut özelliklerine ait kanonik değişkenler arasındaki ilişkinin izahında $U_1$ kanonik değişkene en fazla katkıyı göğüs genişliğinin sağlaması nedeni ile, vücut ölçüleri içerisinde anlamlı küme oluşturabilmek için orta sağrı genişliği ve göğüs çevresinin içerisinde bulunduğu genişlik ölçüleri bir değişken grubu (*L* değişken kümesi), doğum ağırlığı, sütten kesim ağırlığı ve altıncı ay canlı ağırlık ise *Y* değişken grubu olmak üzere anlamlı kümeler oluşturulmaktadır. Bu özelliklerin dışında kalan, cidago yüksekliği, göğüs derinliği ve vücut uzunluğu (*K* değişken kümesi) başlangıçtaki $X(K \cup L)$ değişken kümesinden çıkarılmıştır. Yeni oluşturulan değişken kümeleri (*L* ve *Y* değişken kümeleri) arasındaki kanonik korelasyon analiz sonuçları sırası ile aşağıda verildiği gibi incelenmektedir.

İncelenen özelliklere ait kanonik korelasyonların çözüm kümesi olan, korelasyon matrisinin özdeğerleri ve bu özdeğerlere ait grafik, Çizelge 4.13 ve Şekil 4.6' de verilmiştir.

Çizelge 4.13. *L* ve *Y* Değişken Kümeleri Arasındaki Korelasyon Matrisinin Özdeğerleri

| Özdeğerler | $\lambda_1$ | $\lambda_2$ | $\lambda_3$ |
|---|---|---|---|
| Hesap Değerleri | 0.811 | 0.110 | 0.042 |

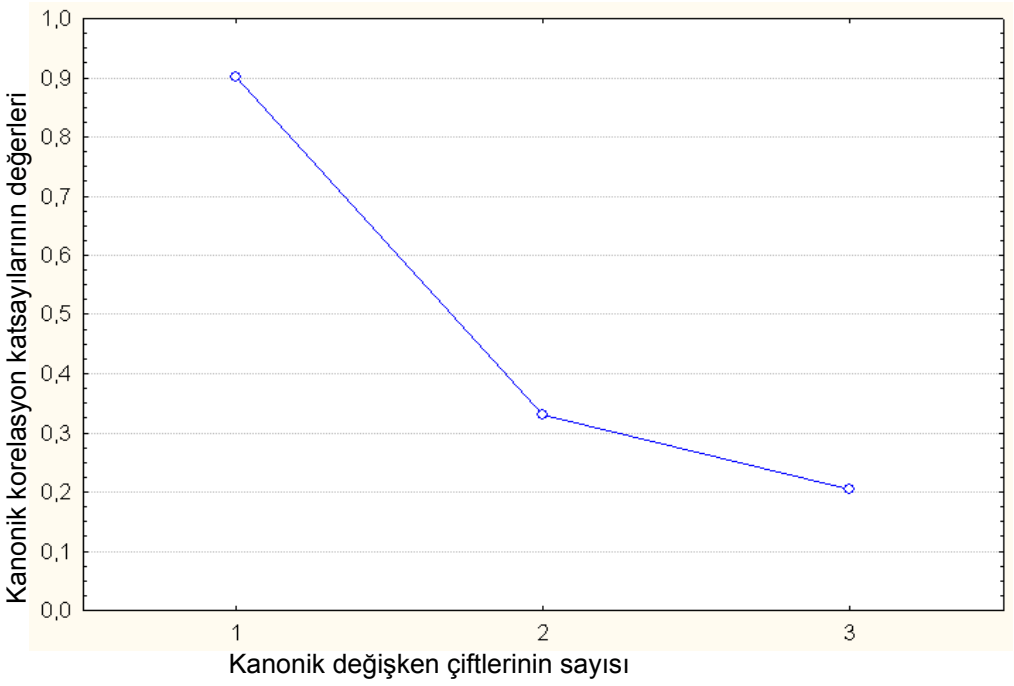



Şekil 4.6. *L* ve *Y* Değişken Kümelerine Ait Korelasyon Matrisinin Özdeğerleri

Çizelge 4.13 ve Şekil 4.6' de verilen özdeğerlere bakılarak, yeni oluşturulan anlamlı kümeler arasından elde edilen kanonik değişken çiftlerinin kendi içerisinde görülen farklılıkları ve oluşturulan yeni modeller tarafından orijinal değişkenlerde görülen toplam varyasyonu ne derece açıklanabildiği belirlenmektedir. *L* ve *Y* değişken kümeleri arasında görülen toplam varyasyonun % 96.3' ü hesaplanan 3 yeni kanonik değişken çifti ile izah edilebilmektedir. Çizelge 4.13 ve Şekil 4.6' e göre, özdeğerlerin en büyükten en küçüğe doğru azalan sırada ve birinci özdeğerin oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Fakat bu noktadan sonra hızlı bir düşüş olduğu Şekil 4.1' deki özdeğerler arasındaki çok belirgin olan kırılma noktasından görülmektedir. Burada, birinci özdeğere bakılarak, birinci kanonik değişken çifti ile, orijinal değişkenlerde görülen toplam varyasyonun % 81.1 düzeyinde açıklanabilmektedir.

Bu oran, kanonik değişken çiftleri tarafından açıklanan toplam varyasyonun % 84.2' ne (0.811/0.963) denk gelmektedir. Tüm özellikler dikkate alındığında hesaplanan özdeğerler içerisinde birinci özdeğerin toplam varyasyonu açıklama payının (%86.6), yeni oluşturulan anlamlı kümelerden hesaplanan birinci özdeğerin toplam varyasyonu açıklama payından (%81.1) daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. Ancak, tüm değişkenlerin dahil olduğu kümeler arasından hesaplanan özdeğer ile anlamlı kümeler arasından hesaplanan birinci özdeğer tarafından açıklanan toplam varyasyonun izahındaki % 5.5' lik (% 86.6 - % 81.1) kayba karşılık, üzerinde çalışılan değişken sayısının 11' den 8' e indirgenmesi, hem zaman hem de iş gücü kazancı yadsınamazdır. Dolayısı ile, yeni oluşturulan değişken kümeleri arasında hesaplanan birinci öz değerin toplam varyasyonu açıklamadaki katkısı oldukça yüksektir (Toplam varyasyonun açıklanmasında hesaplanan özdeğerin payının 2/3' den büyük olması durumunda ilk k tane kanonik değişkenin orijinal değişkenleri yeterli düzeyde açıklayabileceği bildirilmektedir (Özdamar, 1999) ).

*L* ve *Y* değişken kümesinden oluşturulan kanonik değişken çiftleri arasında hesaplanan kanonik korelasyon katsayılarına ait grafik Şekil 4.7' de verilmiştir.




Şekil 4.7. *L* ve *Y* değişken kümesi Arasında Hesaplanan Kanonik Korelasyon Katsayılarının Grafiği

Şekil 4.7' de verilen grafik incelendiğinde, *L* ve *Y* değişken kümesi için hesaplanan kanonik korelasyon katsayıları hakkında, önem kontrolleri verilmeksizin genel bir bilgi sağlanmaktadır. Belirtilen şekle göre, birinci kanonik değişken çifti arasından hesaplanan birinci kanonik korelasyon katsayının % 90 civarında olduğu, diğer kanonik değişken çiftleri arasından hesaplanan kanonik korelasyon katsayılarının ise giderek azalan miktarlarda değerler aldığı görülmektedir.

Çalışmada, *L* değişken kümesinde 5, *Y* değişken kümesinde 3 adet değişken olduğundan 3 adet kanonik değişken çifti elde edilmiş ve bu kanonik değişken çiftleri arasından da toplam 3 adet kanonik korelasyon katsayısı hesaplanmıştır. Hesaplanan kanonik korelasyon katsayıları ve bunlara ait önem kontrollerinin sonuçları Çizelge 4.14' de verilmiştir.

Çizelge 4.14. *L* ve *Y* değişken kümesi Arasında Hesaplanan Kanonik Korelasyon Katsayıları ve İlgili Test Sonuçları

| Kanonik Değişken Çiftleri | Kanonik Korelasyon Katsayısı | Kanonik $R^2$ Değeri | Khi-Kare Değeri | Serbestlik Derecesi | P değeri | Wilks Lamda Değeri |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $W_1V_1$ | 0.901 | 0.811 | 58.239 | 15 | <0.01 | 0.161 |
| $W_2V_2$ | 0.331 | 0.110 | 6.913 | 8 | 0.120 | 0.853 |
| $W_3V_3$ | 0.204 | 0.042 | 1.824 | 3 | 0.331 | 0.958 |

Çizelge 4.14' e göre, *L* ve *Y* değişken kümelerinden 3 farklı kanonik değişken çifti ve bunlar arasında 3 farklı kanonik korelasyon katsayısı elde edilmiştir. Kanonik korelasyon katsayılarının anlamlılık testlerinden Wilk's Lambda değerlerini kullanarak Ki-kare değerlerine bakıldığında, sadece birinci kanonik değişken çifti arasından hesaplanan birinci kanonik korelasyon katsayısının istatistik olarak çok önemli olduğu görülmektedir ($p<0.01$). Diğer kanonik değişken çiftleri arasında hesaplanan kanonik korelasyon katsayılarının ise önemsiz olduğu tespit edilmiştir ($p>0.05$). Tatar ve Eliçin (2002)' in çalışmalarında oluşturdukları anlamlı kümeler arasındaki ilişki katsayısını 0.73 olarak hesaplamıştır. Araştırmacıların yapmış oldukları çalışmalarında, tüm değişkenler dikkate alındığında hesaplanan kanonik korelasyon katsayısı ile anlamlı kümeler arasındaki kanonik korelasyon katsayısı

arasında yaklaşık olarak % 23 düzeyinde bir azalma görülür iken, bu çalışmada, tüm değişkenler için hesaplanan kanonik korelasyon katsayısı ile anlamlı kümeler arasındaki kanonik korelasyon katsayısı arasında yaklaşık olarak % 3 düzeyinde bir azalma görülmektedir. Bu sonuç, anlamlı kümelerin oluşturulmasında aşamasında değişkenlerin doğru bir şekilde seçildiğini göstermektedir.

Buna göre, birinci kanonik korelasyon katsayısının hesaplandığı birinci kanonik değişken çiftine ait standardize kanonik katsayılar (ağırlıklar) Çizelge 4.15' de verilmiştir.

Çizelge 4.15. *L* ve *Y* Değişken Kümelerinde Hesaplanan Kanonik Değişken Çiftlerine ait Kanonik Katsayılar

| *L* Değişken Kümesi | | | | | | *Y* Değişken Kümesi | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | GG | GÇ | ÖS | OS | AS | | DA | SKA | AA |
| $W_1$ | 0.182 | 0.596 | 0.073 | 0.120 | 0.171 | $V_1$ | 0.050 | 0.429 | 0.580 |

Çizelge 4.15' de verilen kanonik değişken çiftlerine ait kanonik katsayılar kullanılarak *W* ve *V* doğrusal bileşenleri oluşturulmaktadır. Buna göre, birinci kanonik değişkenlere ait doğrusal bileşenler;

$$W_1 = 0.182(GG) + 0596(GÇ) + 0.073(ÖS) + 0.120\ (OS) + 0.171\ (AS)$$
$$V_1 = 0.050(DA) + 0.429(SKA) + 0.580(AA)$$

olarak oluşturulmaktadır. $W_1$ ve $V_1$ kanonik değişken çiftinin kanonik katsayılarının işaretleri dikkate alınmaksızın incelendiğinde; $W_1$ kanonik değişkeninin oluşmasında, göğüs çevresine ait değişkenin katkısı en büyük olmuştur, $V_1$ kanonik değişkeninin oluşmasında ise, en büyük katkıyı hayvanın altıncı ay canlı ağırlığı sağlamıştır. Buna göre kanonik değişkenlere ait katsayılar incelendiğinde; göğüs genişliği, göğüs çevresi, ön sağrı, orta sağrı ve arka sağrı genişliklerine ait değerlerindeki artma incelenen canlı ağırlık değerlerinde artış olmasına neden olmaktadır. Bir başka ifade ile, farklı dönemlerde alınan canlı ağırlık ölçüleri ile sütten kesim döneminde alınan genişlik ölçüleri arasında pozitif bir ilişki bulunmaktadır.

Kanonik korelasyon analizi neticesinde, kanonik değişkenler ile kendi kümeleri içerisinde yer alan orijinal değişkenler arasındaki kanonik yükler Çizelge 4.16' da verilmiştir.

Çizelge 4.16. *L* ve Y Değişken Kümelerinde Hesaplanan Kanonik Değişken Çiftlerine ait Standardize Kanonik Yükler

| *L* Değişken Kümesi | | | | | | *Y* Değişken Kümesi | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | GG | GÇ | ÖS | OS | AS | | DA | SKA | AA |
| $W_1$ | 0.817 | 0.963 | 0.718 | 0.816 | 0.746 | $V_1$ | 0.535 | 0.954 | 0.973 |

Çizelge 4.16' da verilen kanonik değişkenler ile kendi değişken kümeleri içerisinde yer alan orijinal değişkenler arasındaki kanonik yükler incelendiğinde; $W_1$ kanonik değişkenine en büyük katkıyı, en büyük kanonik yüke sahip olan göğüs çevresinin (0.963) sağladığı görülmektedir. Buna benzer olarak, Kocabaş ve ark. (1998) yapmış oldukları çalışmalarında, Kilis keçilerinden alınmış uzunluk ve genişlik ölçüleri arasındaki ilişki katsayısı için hesaplanan kanonik yüklerden genişlik ölçüsüne göğüs çevresinin katkısı orta sağrı genişliğinden sonra ikinci sıradır. $V_1$ kanonik değişkenine ise en büyük katkıyı, hayvanın altıncı ay canlı ağırlığının (0.973) sağladığı görülmektedir. Bunun yanı sıra, incelenen kanonik yüklere göre, sütten kesim döneminde alınan genişlik ölçülerine ait değerlerdeki artma, farklı dönemlerde alınan canlı ağırlık değerlerinde bir artışa olmasına neden olmaktadır. Diğer bir ifade ile, genişlik ölçüleri ile, canlı ağırlık ölçüleri arasında pozitif bir ilişki söz konudur.

Kanonik değişkenler ile diğer küme içerisinde yer alan orijinal değişkenler arasındaki kanonik yükler Çizelge 4.17' de verilmiştir.

Çizelge 4.17.Birinci Kanonik Değişken Çifti ile Diğer Değişken Kümesinde Yer Alan Orijinal Değişkenlere ait Kanonik Yükler

| *L* Değişken Kümesi | | | | | | *Y* Değişken Kümesi | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | GG | GÇ | ÖS | OS | AS | | DA | SKA | AA |
| $V_1$ | 0.736 | 0.867 | 0.646 | 0.735 | 0.672 | $W_1$ | 0.482 | 0.860 | 0.876 |

Çizelge 4.17' de kanonik değişkenler ile diğer değişken kümeleri içerisinde yer alan orijinal değişkenler arasındaki kanonik yükler incelendiğinde; $U_1$ kanonik değişkenine en büyük katkıyı, en büyük kanonik yüke sahip olan (0.876) altıncı ay canlı ağırlık değişkeninin sağladığı görülmektedir. $V_1$ kanonik değişkenine ise en büyük katkıyı, genişlik ölçüleri içerisinde göğüs çevresi (0.867) sağlamaktadır. Kanonik değişkenler ile diğer kümede yer alan orijinal değişkenlere ait kanonik yükler incelendiğinde; genişlik ölçülerine ait değerlerdeki artma, canlı ağırlık ölçülerine ait değerlerde artış görülmesi neden olmaktadır. Diğer bir ifade ile, hayvandan alınan genişlik ölçüleri ile, canlı ağırlık ölçüleri arasında pozitif bir ilişki olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 4.17' de verilen, kanonik değişkenler ile diğer küme içerisinde yer alan orijinal değişkenler arasındaki kanonik yüklerin kareleri, her bir orijinal değişkenin, dahil olmadığı kanonik değişken ile arasındaki çoklu korelasyon katsayısının karesini, dolayısı ile belirtme katsayılarını vermektedir. Bu katsayılar Çizelge 4.18' de verilmiştir.

Çizelge 4.18.Birinci Kanonik Değişken Çifti ile Diğer Değişken Kümesinde Yer Alan Orijinal Değişkenler Arasındaki Çoklu Korelasyon Katsayılarının Kareleri

| *L* Değişken Kümesi | | | | | | *Y* Değişken Kümesi | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | GG | GÇ | ÖS | OS | AS | | DA | SKA | AA |
| $V_1$ | 0.541 | 0.752 | 0.418 | 0.540 | 0.452 | $W_1$ | 0.232 | 0.739 | 0.768 |

Çizelge 4.18' de kanonik değişkenler ile diğer değişken kümeleri içerisinde yer alan orijinal değişkenler arasındaki çoklu korelasyon katsayılarının kareleri (veya belirtme katsayıları, $R^2$ ) incelendiğinde, her bir kanonik değişken tarafından, dahil olmadığı değişken kümesindeki orijinal değişkenlerde görülen varyasyonun ne kadarının açıklanabildiği ifade edilmektedir. $V_1$ kanonik değişkeni tarafından, göğüs çevresinde görülen varyasyonun % 75.2' si izah edilebilmekte iken, $W_1$ kanonik değişkeni tarafından altıncı ay canlı ağırlık değerleri arasında görülen varyasyonun % 76.8' i açıklanabilmektedir.

*L* ve *Y* değişken kümelerinde belirlenen toplam varyansların kanonik değişkenler tarafından ne kadarının açıklanabildiği açıklanabilirlik belirleme analizi ile belirlenmiş ve analiz sonuçları Çizelge 4.19 ve Çizelge 4.20' de verilmiştir.

Çizelge 4.19. *L* Değişken Kümesindeki Toplam Varyansın Kanonik Değişkenler Tarafından Açıklanan Kısmı

| | *L* Değişken Kümesindeki | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Açıklanan Varyansın Oranı | Eklemeli Açıklama Oranı | | Açıklanabilirlik Belirleme İndeksi | Eklemeli Açıklanabilirlik Belirleme İndeksi |
| $W_1$ | 0.666 | 0.666 | $V_1$ | 0.540 | 0.540 |
| $W_2$ | 0.112 | 0.778 | $V_2$ | 0.012 | 0.552 |
| $W_3$ | 0.042 | 0.820 | $V_3$ | 0.002 | 0.554 |

Çizelge 4.20. *Y* Değişken Kümesinin Varyansının Kanonik Değişkenler Tarafından Açıklanan Kısmı

| | *Y* Değişken Kümesindeki | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Açıklanan Varyansın Oranı | Eklemeli Açıklama Oranı | | Açıklanabilirlik Belirleme İndeksi | Eklemeli Açıklanabilirlik Belirleme İndeksi |
| $V_1$ | 0.714 | 0.714 | $W_1$ | 0.580 | 0.580 |
| $V_2$ | 0.146 | 0.860 | $W_2$ | 0.016 | 0.596 |
| $V_3$ | 0.140 | 1.000 | $W_3$ | 0.006 | 0.602 |

Çizelge 4.19' da verilen, *L* değişken kümesindeki toplam varyasyonun $W_1$ kanonik değişken tarafından açıklanan kısmı (%), Çizelge 4.16' da verilen kanonik yükler yardımıyla hesaplanabilmektedir.

$W_1$ tarafından açıklanan varyans : $[(0.817)^2+\ldots+(0.746)^2]/5 = 0.666$

*L* değişken kümesindeki toplam varyasyonun, % 66.6' sı $W_1$ tarafından izah edilmektedir. *W* ile ifade edilen kanonik değişkenlerin tamamı tarafından açıklanan kısım ise, % 82 olarak hesaplanmıştır.

*L* değişken kümesindeki toplam varyasyonun, $V_1$ tarafından açıklanan kısmı (%), yani açıklanabilirlik belirleme katsayısı ise, Çizelge 4.17' de verilen kanonik yükler yardımıyla hesaplanmaktadır.

$V_1$ tarafından açıklanan varyans : $[(0.736)^2+\ldots+(0.672)^2]/5 = 0.540$

*L* değişken kümesindeki toplam varyasyonun, % 54' ü $V_1$ tarafından izah edilmektedir. *V* ile ifade edilen kanonik değişkenlerin tamamı tarafından açıklanan kısım ise, % 55.4 olarak hesaplanmıştır.

Çizelge 4.20' de verilen *Y* değişken kümesindeki toplam varyasyonun $V_1$ kanonik değişken tarafından açıklanan kısmı (%), Çizelge 4.16' da verilen kanonik yükler kullanılarak hesaplanabilmektedir.

$V_1$ tarafından açıklanan varyans : $[(0.535)^2+\ldots+(0.973)^2]/3 = 0.714$

*Y* değişken kümesindeki toplam varyasyonun, % 71.4' ü $V_1$ tarafından izah edilmektedir. *V* ile ifade edilen kanonik değişkenlerin tamamı tarafından açıklanan kısım ise, % 100 olarak hesaplanmıştır.

*Y* değişken kümesindeki toplam varyasyonun, $W_1$ tarafından açıklanan kısmı (%), yani açıklanabilirlik belirleme katsayısı ise, Çizelge 4.17' de verilen kanonik yükler yardımıyla elde edilmektedir.

$W_1$ tarafından açıklanan varyans : $[(0.482)^2+\ldots+(0.876)^2]/3 = 0.580$

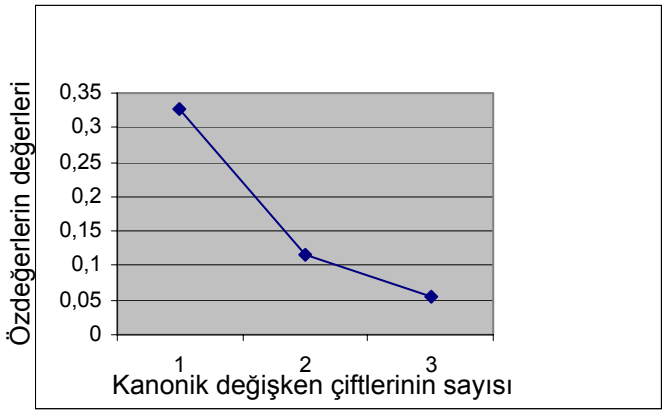
*Y* değişken kümesindeki toplam varyasyonun, % 58' i $W_1$ tarafından izah edilmektedir. *W* ile ifade edilen kanonik değişkenlerin tamamı tarafından açıklanan kısım ise, % 60.2 olarak hesaplanmıştır.

### 4.4. Kısmi Kanonik Korelasyon Analiz Sonuçları

İncelenen özelliklerden vücut ölçüleri içerisindeki *K* değişken kümesinin (VU, GD, CY) etkisini ortadan kaldırmak amacıyla bu değişken kümesi sabit tutulmuş ve *L* ile *Y* değişken kümeleri arasındaki kısmi kanonik korelasyonların belirlenmiştir. Bunun için, öncelikle çözüm kümesi olan korelasyon matrisine ait özdeğerler ve bunların grafiği Çizelge 4.21 ve Şekil 4.8' da verilmiştir.

Çizelge 4.21.Korelasyon Matrisine ait Özdeğerler

| Özdeğerler | $\lambda_1$ | $\lambda_2$ | $\lambda_3$ |
|---|---|---|---|
| Değerleri | 0.328 | 0.117 | 0.054 |

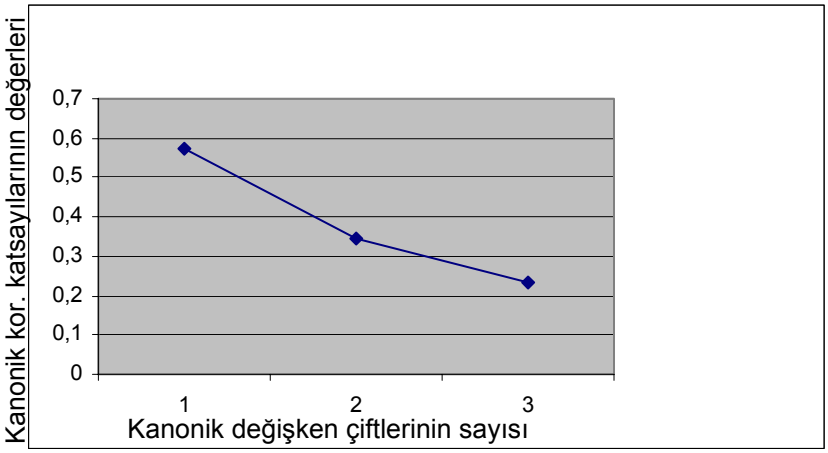



Şekil 4.8.Kısmi Kanonik Değişken İçin Korelasyon Matrisinin Özdeğerleri

Çizelge 4.21' da verilen özdeğerlere bakılarak, elde edilen kısmi kanonik değişken çiftlerinin kendi içerisinde görülen farklılıkları ve oluşturulan yeni modeller tarafından orijinal değişkenlerde görülen toplam varyasyonu ne derece açıklanabildiği belirlenmektedir. İncelenen özellikler arasında görülen toplam varyasyonun % 49.9' u hesaplanan 3 kanonik değişken çifti ile izah edilebilmektedir. Çizelge 4.21 ve Şekil 4.8' e göre, özdeğerlerin en büyükten en küçüğe doğru azalan sırada ve birinci özdeğerin bulunduğu noktadan sonra hızlı bir düşüş olduğu Şekil 4.8' deki kırılma noktasından görülmektedir. Şekil 4.8' e göre, birinci özdeğer

yardımı ile, birinci kısmi kanonik değişken çifti ile, orijinal değişkenlerde görülen toplam varyasyonun % 32.8 düzeyinde açıklanabilmektedir. Bu oran, kanonik değişken çiftleri tarafından açıklanan toplam varyasyonun % 66' sına (0.328/0.499) denk gelmektedir. Bu ise, birinci kısmi kanonik değişken çiftinin toplam varyasyonu açıklamadaki katkısının yeter düzeyde yüksek olduğunu ifade etmektedir.

*L* ve *Y* değişken kümesinden oluşturulan kısmi kanonik değişken çiftleri arasında hesaplanan kısmi kanonik korelasyon katsayılarına ait grafik Şekil 4.9' da verilmiştir.




Şekil 4.9.Kısmi Kanonik Değişken Çiftlerinden Hesaplanan Kanonik Korelasyon Katsayıları

Şekil 4.9' da verilen grafik incelendiğinde, birinci kanonik değişken çifti arasından hesaplanan birinci kısmi kanonik korelasyon katsayısının % 55-60 aralığında olduğu, diğer kanonik değişken çiftleri arasından hesaplanan kısmi kanonik korelasyon katsayılarının ise çok düşük düzeylerde olduğu görülmektedir.

Çalışmada, *K* değişken kümesinde 4, *L* değişken kümesinde 5, *Y* değişken kümesinde 3 adet değişken olması ve *K* değişken kümesinin etkisinin sabit tutulması nedeni ile *L* ve *Y* değişken kümeleri arasında 3 adet kanonik değişken çifti elde edilmiş ve bu kanonik değişken çiftleri arasından da toplam 3 adet kısmi kanonik korelasyon katsayısı hesaplanmıştır. Hesaplanan kısmi kanonik korelasyon katsayıları ve bunlara ait önem kontrollerinin sonuçları Çizelge 4.22' de verilmiştir.

Çizelge 4.22. *L* ve *Y* Değişken Kümesi Arasında Hesaplanan Kısmi Kanonik Korelasyon Katsayıları ve İlgili Test Sonuçları

| Kanonik Değişken Çiftleri | Kanonik Korelasyon Katsayısı | Kanonik $R^2$ Değeri | Khi-Kare Değeri | Serbestlik Derecesi | P değeri | Wilks Lamda Değeri |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $W_1V_1$ | 0.572 | 0.328 | 44.124 | 15 | <0.01 | 0.5613 |
| $W_2V_2$ | 0.343 | 0.117 | 13.801 | 8 | >0.05 | 0.8353 |
| $W_3V_3$ | 0.232 | 0.054 | 4.231 | 3 | >0.05 | 0.9462 |

Çizelge 4.22' e göre, *L* ve *Y* değişken kümelerinden 3 farklı kanonik değişken çifti ve bunlar arasında 3 farklı kısmi kanonik korelasyon katsayısı elde edilmiştir. Kanonik korelasyon katsayılarının anlamlılık testlerinden Wilk's Lambda değerlerini kullanarak Ki-kare değerlerine bakıldığında, sadece birinci kanonik değişken çifti arasından hesaplanan 1. kısmi kanonik korelasyon katsayısının istatistik olarak önemli olduğu görülmektedir ($p<0.01$). Diğer kanonik değişken çiftleri arasında hesaplanan kısmi kanonik korelasyon katsayılarının ise önemsiz olduğu tespit edilmiştir ($p>0.05$).

Buna göre, birinci kanonik değişken çiftine ait standardize kısmi kanonik katsayılar (ağırlıklar) Çizelge 4.23' de verilmiştir.

Çizelge 4.23. *L* ve *Y* Değişken Kümelerinde Hesaplanan Kanonik Değişken Çiftlerine Ait Kısmi Kanonik Katsayılar

| *L* Değişken Kümesi | | | | | | *Y* Değişken Kümesi | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | GG | GÇ | ÖS | OS | AS | | DA | SKA | AA |
| $W_1$ | 0.533 | 0.244 | 0.346 | 0.032 | 0.324 | $V_1$ | 0.158 | 0.430 | 0.669 |

Çizelge 4.23' de verilen kanonik değişken çiftlerine ait kanonik katsayılar kullanılarak *W* ve *V* doğrusal bileşenleri oluşturmaktadır. Buna göre, birinci kanonik değişkenlere ait doğrusal bileşenler;

$W_1 = 0.533\ (GG) + 0.244\ (GÇ) + 0.346\ (ÖS) + 0.032\ (OS) + 0.324\ (AS)$

$V_1 = 0.158\ (DA) + 0.430\ (SKA) + 0.669\ (AA)$

olarak oluşturulmaktadır. $W_1$ ve $V_1$ kanonik değişken çiftinin katsayıları işaretleri dikkate alınmaksızın incelendiğinde; $W_1$ kanonik değişkeninin oluşmasında, göğüs genişliğine ait değişkenin katkısı en büyük olmuştur. $V_1$ kanonik değişkeninin oluşmasında ise, en büyük katkıyı hayvanın altıncı ay ağırlığı sağlamıştır. Buna göre kanonik değişkenlere ait kısmi kanonik katsayılar incelendiğinde; göğüs genişliği, göğüs çevresi, ön sağrı, orta sağrı ve arka sağrı genişliklerine ait değerlerindeki artma, ölçüm alınan hayvanın canlı ağırlığında bir artışa neden olmaktadır.

Çizelge 4.24. *L* ve *Y* Değişken Kümelerinde Hesaplanan Kanonik Değişken Çiftlerine ait Kısmi Kanonik Yükler

| *L* Değişken Kümesi | | | | | | *Y* Değişken Kümesi | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | GG | GÇ | ÖS | OS | AS | | DA | SKA | AA |
| $W_1$ | 0.772 | 0.648 | 0.677 | 0.617 | 0.546 | $V_1$ | 0.401 | 0.781 | 0.898 |

Çizelge 4.24' de verilen kanonik değişkenler ile kendi değişken kümeleri içerisinde yer alan orijinal değişkenler arasındaki kanonik yükler incelendiğinde; $W_1$ kanonik değişkenine en büyük katkıyı, en büyük kanonik yüke sahip olan (0.772) göğüs genişliğinin sağladığı görülmektedir. $V_1$ kanonik değişkenine ise en büyük katkıyı, hayvanın altıncı ay ağırlığının (0.898) sağladığı görülmektedir. Kısmi kanonik korelasyon analizi için hesaplanan kanonik yüklerin, anlamlı oluşturulan kümeler arasından hesaplanan kanonik korelasyon analizi için hesaplanan kanonik yüklere benzer bir değişim gösterdiği görülmektedir. Yani, hayvandan alınan genişlik ölçüleri ile, hayvanın doğum ağırlığı, sütten kesim ağırlığı ve altıncı ay ağırlıkları arasında pozitif bir ilişki söz konudur.

Kanonik değişkenler ile diğer küme içerisinde yer alan orijinal değişkenler arasındaki kanonik yükler Çizelge 4.25' de verilmiştir.

Çizelge 4.25. Kısmi Kanonik Korelasyon Analizi İçin Birinci Kanonik Değişken Çifti ile Diğer Değişken Kümesinde Yer Alan Orijinal Değişkenlere ait Kanonik Yükler

| *L* Değişken Kümesi | | | | | | *Y* Değişken Kümesi | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | GG | GÇ | ÖS | OS | AS | | DA | SKA | AA |
| $V_1$ | 0.442 | 0.371 | 0.388 | 0.353 | 0.312 | $W_1$ | 0.229 | 0.447 | 0.514 |

Çizelge 4.25' de kanonik değişkenler ile diğer değişken kümeleri içerisinde yer alan orijinal değişkenler arasındaki kanonik yükler incelendiğinde; $W_1$ kanonik değişkenine en büyük katkıyı, en büyük kanonik yüke sahip olan hayvanın altıncı ay ağırlığının (0.514) sağladığı görülmektedir. $V_1$ kanonik değişkenine ise en büyük katkıyı, genişlik ölçüleri içerisinde göğüs genişliği (0.442) sağlamaktadır. Kanonik değişkenler ile, diğer kümede yer alan orijinal değişkenlere ait kanonik yükler incelendiğinde; genişlik ölçülerine ait değerlerdeki artma, hayvanın doğum ağırlığı, sütten kesim ağırlığı ve altıncı ay ağırlığında bir artış görülmesine neden olmaktadır.

Çizelge 4.25' de verilen, kanonik değişkenler ile diğer küme içerisinde yer alan orijinal değişkenler arasındaki kanonik yüklerin kareleri, her bir orijinal değişkenin, dahil olmadığı kanonik değişken ile arasındaki çoklu korelasyon katsayısının karesini, dolayısı ile belirtme katsayılarını vermektedir. Bu katsayılar Çizelge 4.26' da verilmiştir.

Çizelge 4.26. Kısmi Kanonik Korelasyon Analizi için Birinci Kanonik Değişken Çifti ile Diğer Değişken Kümesinde Yer Alan Orijinal Değişkenler Arasındaki Çoklu Korelasyon Katsayılarının Kareleri

| *L* Değişken Kümesi | | | | | | *Y* Değişken Kümesi | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | GG | GÇ | ÖS | OS | AS | | DA | SKA | AA |
| $V_1$ | 0.195 | 0.137 | 0.150 | 0.125 | 0.098 | $W_1$ | 0.053 | 0.200 | 0.264 |

Çizelge 4.26' da kanonik değişkenler ile diğer değişken kümeleri içerisinde yer alan orijinal değişkenler arasındaki çoklu korelasyon katsayılarının kareleri (veya belirtme katsayıları, $R^2$ ) incelendiğinde, her bir kanonik değişken tarafından, dahil olmadığı değişken kümesindeki orijinal değişkenlerde görülen varyasyonun ne

kadarının açıklanabildiği ifade edilmektedir. $V_1$ kanonik değişkeni tarafından, göğüs genişliğinde görülen varyasyonun % 19.5' i izah edilebilmekte iken, $W_1$ kanonik değişkeni tarafından altıncı ay ağırlıkta görülen varyasyonun % 26.4' ü açıklanabilmektedir.

*L* ve *Y* değişken kümelerinde belirlenen toplam varyansların kanonik değişkenler tarafından ne kadarının açıklanabildiği açıklanabilirlik belirleme analizi ile belirlenmiş ve analiz sonuçları Çizelge 4.27 ve Çizelge 4.28' de verilmiştir.

Çizelge 4.27. Kısmi Kanonik Korelasyon Analizi için *L* Değişken Kümesindeki Toplam Varyansın Kanonik Değişkenler Tarafından Açıklanan Kısmı

| | *L* Değişken Kümesindeki | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Açıklanan Varyansın Oranı | Eklemeli Açıklama Oranı | | Açıklanabilirlik Belirleme İndeksi | Eklemeli Açıklanabilirlik Belirleme İndeksi |
| $W_1$ | 0.431 | 0.431 | $V_1$ | 0.141 | 0.141 |
| $W_2$ | 0.168 | 0.598 | $V_2$ | 0.020 | 0.161 |
| $W_3$ | 0.078 | 0.676 | $V_3$ | 0.004 | 0.165 |

Çizelge 4.28. Kısmi Kanonik Korelasyon Analizi için *Y* Değişken Kümesinin Varyansının Kanonik Değişkenler Tarafından Açıklanan Kısmı

| | *Y* Değişken Kümesindeki | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Açıklanan Varyansın Oranı | Eklemeli Açıklama Oranı | | Açıklanabilirlik Belirleme İndeksi | Eklemeli Açıklanabilirlik Belirleme İndeksi |
| $V_1$ | 0.525 | 0.525 | $W_1$ | 0.172 | 0.172 |
| $V_2$ | 0.209 | 0.734 | $W_2$ | 0.025 | 0.197 |
| $V_3$ | 0.266 | 1.000 | $W_3$ | 0.014 | 0.211 |

Çizelge 4.27' de verilen, *L* değişken kümesindeki toplam varyasyonun $W_1$ kanonik değişken tarafından açıklanan kısmı (%), Çizelge 4.24' de verilen kanonik yükler yardımıyla hesaplanabilmektedir.

$W_1$ tarafından açıklanan varyans : $[(0.772)^2+\ldots+(0.546)^2]/5 = 0.431$

$L$ değişken kümesindeki toplam varyasyonun, % 43.1' i $W_1$ tarafından izah edilmektedir. $W$ ile ifade edilen kanonik değişkenlerin tamamı tarafından açıklanan kısım ise, % 67.6 olarak hesaplanmıştır.

$L$ değişken kümesindeki toplam varyasyonun, $V_1$ tarafından açıklanan kısmı (%), yani açıklanabilirlik belirleme katsayısı ise, Çizelge 4.25' de verilen kanonik yükler yardımıyla hesaplanmaktadır.

$V_1$ tarafından açıklanan varyans : $[(0.442)^2+\ldots+(0.312)^2]/5 = 0.14.1$

$L$ değişken kümesindeki toplam varyasyonun, % 14.1' si $V_1$ tarafından izah edilmektedir. $V$ ile ifade edilen kanonik değişkenlerin tamamı tarafından açıklanan kısım ise, % 16.5 olarak hesaplanmıştır.

Çizelge 4.28' de verilen $Y$ değişken kümesindeki toplam varyasyonun $V_1$ kanonik değişken tarafından açıklanan kısmı (%), Çizelge 4.24' de verilen kanonik yükler kullanılarak hesaplanabilmektedir.

$V_1$ tarafından açıklanan varyans : $[(0.401)^2+\ldots+(0.898)^2]/3 = 0.525$

$Y$ değişken kümesindeki toplam varyasyonun, % 52.5' i $V_1$ tarafından izah edilmektedir. $V$ ile ifade edilen kanonik değişkenlerin tamamı tarafından açıklanan kısım ise, % 100 olarak hesaplanmıştır.

$Y$ değişken kümesindeki toplam varyasyonun, $W_1$ tarafından açıklanan kısmı (%), yani açıklanabilirlik belirleme katsayısı ise, Çizelge 4.25' de verilen kanonik yükler yardımıyla elde edilmektedir.

$W_1$ tarafından açıklanan varyans : $[(0.229)^2+\ldots+(0.514)^2]/3 = 0.172$

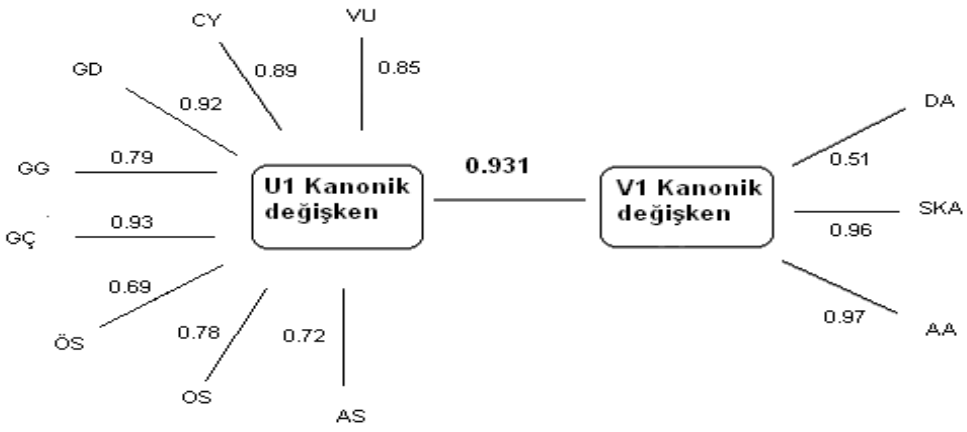
$Y$ değişken kümesindeki toplam varyasyonun, % 17.2' si $W_1$ tarafından izah edilmektedir. $W$ ile ifade edilen kanonik değişkenlerin tamamı tarafından açıklanan kısım ise, % 21.1 olarak hesaplanmıştır.

# 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Çok değişkenli istatistik analiz yöntemlerinden birisi olan kanonik korelasyon analizi iki veya daha fazla değişken kümesi arasındaki doğrusal ilişkiyi ortaya koymaktadır. Bu çalışmada, Alman Alaca X Kıl Melez keçilerinden alınan vücut uzunluğu ve genişlik ölçüleri (X değişken kümesi) ile doğum, sütten kesim ve altıncı ayda alınan canlı ağırlıklara (Y değişken kümesi) ait ölçümler arasındaki ilişkinin kanonik korelasyon analizi yardımıyla belirlenmesi ve metodun tanıtılması amaçlanmıştır.

Kanonik korelasyon analizi sonucunda incelenen özellikler arasındaki ilişkinin açıklanması 11 boyutlu uzaydan 3 boyutlu uzaya indirgenmiş ve özellikler arasındaki en büyük ilişkilerden (göğüs derinliği ile göğüs çevresi arasında, 0.871; göğüs çevresi ile sütten kesim canlı ağırlık arasında, 0.839) daha yüksek bir ilişki, yeni oluşturulan kanonik değişken çiftleri arasında (I.Kanonik değişken çifti arasında, 0.931) tespit edilmiştir. Ayrıca, yapılan önem testleri neticesinde 11 farklı özellik arasındaki ilişkinin 3 boyutlu uzay yerine tek boyutlu uzayda ifade edilebileceği gösterilmiştir. Bir başka ifade ile, kanonik korelasyon analizi sonucunda hesaplanan üç farklı kanonik değişken çiftinden sadece ilkinin istatistiki olarak önemli olduğu bulunmuştur ($p<0.01$).

Çalışmada, kanonik korelasyon analiz sonuçlarını özet olarak Şekil 5.1' de verilmektedir.




Şekil 5.1.Birinci Kanonik Değişken Çifti ve Kanonik Değişkenler ile Orijinal Değişkenler Arasındaki Korelasyonlar

Araştırma bulgularına ait sonuçlar metot kısmında verilen kanonik korelasyon analizi ile ilgili araştırma sorularını cevaplandırmak suretiyle ele alınırsa;

a) Bir değişken kümesi diğer bir değişken kümesi tarafından ne ölçüde açıklanabilir?

İncelenen değişken kümelerinden; Y değişken kümesi bağımlı, X değişken kümesi ise bağımsız değişkenler kümesi olarak ifade edildiğinde, Y değişken kümesindeki toplam varyasyonun % 86.6' sı X değişken kümesi tarafından açıklanmaktadır.

b) Bir kanonik değişken, dahil olduğu değişkenler kümesinin açıklayıcı gücüne ne ölçüde katkı sağlayabilmektedir?

Çizelge 4.11 incelendiğinde, U kanonik değişkenleri tarafından eklemeli olarak, dahil olduğu X değişkenler kümesinde görülen toplam varyasyonun % 78.2' sini açıklanabilmektedir. Önem testleri sonucunda istatistiki olarak birinci kanonik değişken çifti önemli bulunduğundan, $U_1$ kanonik değişken tarafından orijinal değişkenlere ait toplam varyasyonun açıklanan kısmı % 68.3 olarak hesaplanmıştır. Bu ise, U kanonik değişkenler tarafından açıklanan kısmın % 87.3' üne (0.683/0.782' den) tekabül etmektedir. Çizelge 4.12' ye göre, V kanonik değişkenleri tarafından eklemeli olarak, dahil olduğu Y değişkenler kümesinde görülen toplam varyasyonun % 100' ü açıklanabilmektedir. Burada, istatistiki olarak birinci kanonik değişken çifti önemli bulunduğundan, $V_1$ kanonik değişken tarafından Y değişken kümesi içerisinde görülen toplam varyasyonun % 70.8' i açıklanabilmektedir.

c) Bir kanonik değişken, dahil olmadığı değişkenler kümesinin açıklayıcı gücüne ne ölçüde katkı sağlayabilmektedir?

Çizelge 4.12' ye göre, U kanonik değişkenleri tarafından eklemeli olarak, dahil olmadığı Y değişkenler kümesinde görülen toplam varyasyonun %64.3'ünü açıklanabilmektedir. $U_1$ kanonik değişkeninin, U kanonik değişkenlerin Y değişken kümesindeki toplam varyasyonun açıklayıcı gücüne katkısı, yüzde olarak % 95.3 (0.613/0.643' den) olarak hesaplanmıştır. V kanonik değişkenleri tarafından, dahil olmadığı X değişkenler kümesinde görülen toplam varyasyonun % 60.3' ünü açıklanabilmektedir. $V_1$ kanonik değişkeni tarafından ise, Y değişken kümesi içerisinde görülen toplam varyasyonun % 59.1' i açıklanmakta ve V kanonik

değişkenlerinin açıklayıcı gücüne, yüzde olarak % 98' lik (0.591/0.603' den) bir katkı sağlanmaktadır.

d) Farklı kanonik fonksiyonların ilişkileri açıklamak ya da tahmin etmedeki nispi gücü ne kadardır?

Çizelge 4.6 incelendiğinde, ele alınan değişken kümeleri arasındaki ilişkinin açıklanmasında 3 farklı kanonik değişken çifti (yani, kanonik fonksiyon) elde edilmiştir. Birinci kanonik değişken çifti tarafından orijinal değişkenler arasında görülen toplam varyasyonun açıklanan kısmı % 86.6 olarak hesaplanmıştır. Buna ilaveten, önem kontrolleri neticesinde bu değişken çifti arasındaki doğrusal ilişki istatistiki olarak önemli bulunmuştur. İkinci ve üçüncü kanonik fonksiyonların ise, orijinal değişken kümeleri arasındaki doğrusal ilişkileri açıklama gücü istatistiki olarak önemli bulunmamıştır (sırası ile, %12.7 ve % 8.1 olarak hesaplanmıştır).

İncelenen tüm özellikler için hesaplanan kanonik korelasyon katsayısının çok yüksek olması nedeni ile daha az değişken içeren anlamlı kümeler oluşturulmuştur. Oluşturulan anlamlı kümeler arasından (*L* değişken kümesi - "GG, GÇ, ÖS, OS, AS' den oluşmakta"; *Y* değişen kümesi - "DA, SKA, AA' dan oluşmakta") hesaplanan kanonik korelasyon katsayısı 0.901 olarak bulunmuştur. Ancak, aynı değişkenlerden oluşan değişken kümeleri arasında *K* değişken kümesi (VU, GD, CY) sabit tutulduğunda ise 0.572' lik bir ilişki olduğu tespit edilmiştir. Buradan, *Y* değişken kümesi (DA, SKA, AA) üzerine sadece *L* değişken kümesinin (GG, GÇ, ÖS, OS ve AS) etkisi olmadığı ortaya konmaktadır. Bir başka ifade ile, *Y* değişken kümesi üzerinde *K* değişken kümesinin etkisi arıtıldığında, *L* ve *Y* değişken kümeleri arasında ortaya konan ilişki 0.901' den 0.572' ye düşmektedir. Dolayısı ile, iki değişken kümesi arasındaki ilişki yapısını bozmadan ortaya koyabilme ve basit yöntemlere göre daha fazla bilgi edinebilme bakımından bu analiz tekniğinin önemi yadsınmamalıdır. Ancak, işlem aşamalarının uzun oluşu, anlamlı kümelerin oluşturulması ve yorumlaması zorluğundan dolayı kısmı kanonik korelasyon analiz tekniğinin uygulamasına pek rastlanılmamaktadır. Kanonik korelasyon analizinin sonuçlarının, istatistiksel olarak test edilebilmesi, analiz sonuçlarına olan güvenirliliği arttırmakla beraber, çok sayıda anlamlı bulunan kanonik korelasyon katsayıları için elde edilen kanonik değişken çiftlerinin katsayılarının yorumlanması

güçlüğünün, açıklanabilirlik belirleme katsayılarının kullanılması ve varyansa en çok katkı yapan kanonik değişken çiftinin belirlenmesi ile ortadan kaldırılması mümkün olmaktadır (Başaran, 1998).

Çiftlik hayvanlarında, et verimini iyileştirmeye yönelik yapılan ıslah çalışmalarında, uygulanan yöntemlerde biri de dolaylı seleksiyon olması nedeni ile, erken tespit edilebilen özellikler ile geç veya zor tespit edilebilen özellikler arasındaki ilişkilerin doğru olarak belirlenmesi büyük önem arz etmektedir. Bunu gerçekleştirebilmek amacı ile, üzerinde durulan özellik sayısının ikiden fazla olması durumunda, incelenen özellikler arasındaki ilişkiyi, bunlar arasındaki ilişki yapısını bozmadan doğru tespit edebilmek son derece önemlidir.

Ülkemizde son yıllarda küçükbaş hayvanlar için verim özellikleri ile bunları etkileyen morfolojik özellikler arasındaki ilişkiyi ortaya koymaya yönelik çalışmalar hızla artmaktadır. Benzer şekilde, büyükbaş ve kanatlı hayvanlar için özellikle verim yönünde yapılacak ıslah çalışmalarına ışık tutması düşüncesi ile, hayvanların verim özellikleri ile bunları etkileyen morfolojik özellikler, verim özellikleri ile bunları etkileyen çevresel faktörler arasındaki ilişkinin belirlenmesi veya hayvanın kesim öncesi özellikleri ile kesim sonrası özellikleri arasındaki ilişkilerin ortaya konması bakımından bu tür çalışmaların yaygınlaşmasının yararlı olacağı düşünülmektedir.

## KAYNAKLAR


AKBAŞ, Y., ve TAKMA, Ç., 2005. Canonical Correlation Analysis for Studying The Relationship between Egg Production Traits and Body Weight, Egg Weight and Age at Sexual Mutarity in Layers. Czech Journal of Animal Science. Vol. 50 (4), 163-168p.

AL-KANDARI, N. and JOLLIFFE, I.T., 1997. Variable Selection and Interpretation in Canonical Correlation Analysis. Commun. Statist.-Simula. Vol. 26(3), 873-900p.

ALLAIS, I., VIAUD, C., PIERRE, A. and DUFOUR, E., 2004. A Rapid Method Based on Front-Face Fluorescence Spectroscopy for The Monitoring of The Texture of Meat Emulsions and Frankfurters. Meat Science. Vol. 67, 219-229p.

ALPERT, M.I. and PETERSON, R.A., 1972. On the Interpretation of Canonical Analysis. Journal of Marketing Research. Vol.9, 187-192p.

ANDERSON, T.W., 1958. An Introduction to Multivariate Statistical Analysis. John Wiley & Sons, Inc., Canada. 374p.

ANDERSON, T.W., 1999. Asymptotic Theory for Canonical Correlation Analysis. Journal of Multivariate Analysis. Vol.70, 1-29p.

BAI, Z.D. and HE, X., 2004. A Chi-Squares Test for Dimensionality with Non-Gaussian Data. Journal of Multivariate Analysis. Vol. 88, 109-117p.

BARTLETT, M.S.,1941. The Statistical Significance of Canonical Correlations. Biometrika. Vol. 32, 29-37p.

BAŞARAN, E., 1998. Kanonik Korelasyon Analizi ve Bir Uygulama. Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalı, İstatistik Bilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi, Bursa. 91p.

BILGIN, Ö.C., EMSEN, E., and DAVIS, M.E., 2003. An Application of Canonical Correlation Analysis to Relationships Between The Head and Scrotum Measurements in Awassi Fat Tailed Lambs. Journal of Animal and Veterinary Advences. Vol. 2 (6), 343-349p.

BRADSHAW, J.W.S., HEALEY, L.M., THORNE, C.J., MACDONALD, D.W. and CLARK, C.A., 2000. Differences in Food Prefences Between Individuals and Populations of Domestic Cats, *Felis silvestris catus*. Applied Animal Behaviour Science. Vol 68, 257-268p.

BRAUNER, N. AND SHACHAM, M., 1998. Role of Range and Precision of the Independent Variable in Regression of Data. AIChE Journal. Vol. 44 (3), 603-611p.

CASIN, P., 2001. A Generalization of Principal Component Analysis to *K* sets of Varibles. Computational Statistics & Data Analysis. Vol. 35, 417-428p.

CHATFIELD, C. and COLLINS, A.J., 1980. Introduction to Multivariate Analysis.Chapman and Hall Ltd. London. 246p.

COOLEY, W.W. and LOHNES, P.R., 1971.Multivariate Data Analysis. John Willey & Sons, Inc. New York. 364p.

DOĞAN, İ., 2001. Holştayn İneklerde Süt ve Döl Verimi Özellikleri Arasındaki İlişkinin Kanonik Korelasyon Analizi ile Tahmini. Vet. Bil. Dergisi, 17(4),61-65s.

DRURY, S.W., 2002. The Canonical Correlations of a 2x2 Block Matrix with Given Eigenvalues. Linear Algebra and Its Applications. Vol. 354, 103-117p.

DUFF, K., SCHOENBERG, M.R., SCOTT, J.G. and ADAMS, R.L., 2005. The Relationship Between Executive Functioning and Verbal and Visual Learning and Memory. Archives of Clinical Neuropsychology. Vol. 20, 111-122p.

DUFOUR, E., DEVAUX, M.F., FORTIER, P and HERBERT, S., 2001. Delineation of The Stucture of Soft Cheeses at The Molecular Level by Fluorescence Spectroscopy – Relationship with Texture. International Dairy Journal. Vol. 11, 465-473p.

DUNLOP, W.P., BRODY, C.J. and GREER, T., 2000. Canonical Correlation and Chi Square: Relationship and Interpretation. J. General Psychology. Vol. 127(4), 341-353p.

ERGÜNEŞ, E., 2004. En Küçük Kareler Yöntemi ile Ridge Regresyon Yönteminin Karşılaştırılmalı Olarak İncelenmesi. Ç.Ü. Fen Bilimleri Entitüsü, Yüksek Lisans Tezi. Adana, 73s.

FUJIKOSHI, Y. and VEITCH, L.G., 1979. Estimation of Dimensionality in Canonical Correlation Analysis. Biometrika. Vol. 66(2), 345-351p.

GAMGAM, H., 1989. Parametrik Olmayan İstatistiksel Teknikler. G.Ü. Teknik Eğitim Fakültesi Matbaası. Ankara. 289s.

GAO, D.D. and HUANG, R. B., 2000. Some Results on Canonical Correlation and Their Applications to a Linear Model. Linear Algebra and Its Applications 321:47-59p.

GILULA, Z, 1984. On Some Similarities Between Canonical Correlation Models and Latent Class Models for Two-way Contingency Tables. Biometrika. Vol. 71(3), 523-529p.

GLYNN, W.J. and MUIRHEAD, R.J., 1978. Inference in Canonical Correlation Analysis. Journal of Multivariate Analysis. Vol.8, 468-478p.

GRAYBILL, F.A., 1983. Matrix with Applications in Statistics. Second Edition. Wadsworth, Inc. California. 451p.

GREENWOOD, A., BOGHOSSIAN, V., MARSH, R., NEEDHAM, D., REYNOLDS, J. and ROUPAS, P., 2002. Primary Proteolytic Patterns and Specific Sensory Textural Attributes of Cheddar Cheese. Australian Journal of Dairy Technology. Vol. 57(2), 175p.

GUNDERSON, B.K. and MUIRHEAD, R.J., 1997. On Estimating The Dimensionality in Canonical Correlation Analysis. Journal of Multivariate Analysis. Vol.62, 121-136p.

GÜRBÜZ, F., 1989. Değişken Takımları Arasındaki İlişkilerin Kanonik Korelasyon Yöntemi ile Araştırılması. Ankara Üniv. Ziraat Fak. Yayın No:1162, Ankara.

GÜRSAKAL, N., 1998. Bilgisayar Uygulamalı İstatistik II. Marmara Kitabevi. Bursa. 517s.

HEPBURN, H.R., RADLOFF, S.E., 1997. Biogeographical Correlates of Population Variance in The Honeybees (*Apis mellifera L*) of Africa. Apidologie. Vol. 28, 243-258p.

HOLBROOK, M.B. and MOORE, W.L.,1982. Using Canonical Correlation to Construct Product Spaces for Objects with Known Feature Structures. Journal of Marketing Research. Vol.19, 87-98p.

HORVATH, C., LEEFLANG, P.S.H. and OTTER, P.W., 2002. Canonical Correlation Analysis and Wienger-Granger Causality Tests: Useful Tools for The Specification of VAR Models. Marketing Letters. Vol. 13(1): 53-66p.

JAISWAL, U.C., POONIA, J.S. and KUMAR, J., 1995. Canonical Correlation Analysis for Studying Relationship Among Several Traits- An Example of Calculation and Interpretation. Indian Journal of Animal Sciences. Vol. 65(7): 765-769p.

JOHNSON, R. A. and WICHERN, D. W., 1999. Applied Multivariate Statistical Analysis. Prentice Hall, Inc. New Jersey. 816p.

JUNG, K., 2000. Local Influence Assessment in Canonical Correlation Analysis. Journal of Applied Statistics. Vol.27(3), 293-301p.

KAROUI, R., MAZEROLLES, G., DUFOUR, E., 2003. Spectroscopic Techniques Coupled with Chemometric Tools for Stucture and Texture Determinations in Dairy Products. International Dairy Journal. Vol 13, 607-620p.

KAYAALP, G.T. ve ÇANKAYA, S., 2003. İstatistik. Ç.Ü. Ziraat Fakültesi Genel Yayın No:258. Ders Kitapları Yayın No: A-84. Adana. 122s.

KENDALL, M.G., 1980. Multivariate Analysis. Charles Griffin & Company, LTD, London. 210p.

KESKİN, S. ve ÖZSOY, A.N., 2004. Kanonik Korelasyon Analizi ve Bir Uygulaması. Ankara Üniv. Ziraat Fak. Tarım Bilimleri Dergisi, 10(1): 67-71s, Ankara.

KESKİN, S., DAŞKIRAN, İ., KOR, A. ve ARSLAN, S., 2005. Ankara Keçisi Oğlaklarında Altıncı ve Onikinci Ay Morfolojik Özellikleri Arasındaki İlişkinin Kanonik Korelasyon Analizi ile İncelenmesi. Y.Y.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 9(1): 58-64s, Van.

KESKİN, S., KOR, A. ve BAŞPINAR, E., 2005. Akkeçi Oğlaklarında Kesim Öncesi ve Kesim Sonrası Ölçülen Bazı Özellikler Arasındaki İlişki Yapısının Kanonik Korelasyon Analizi ile İrdelenmesi. Ankara Üniv. Ziraat Fak. Tarım Bilimleri Dergisi, 11(2): 154-159s, Ankara.

KETTENRING, J.R., 1971. Canonical Analysis of Several Sets of Variables. Biometrika. Vol. 58(3), 433-451p.

KHATRI, C.G., 1989. Study of Redundancy of Vector Variables in Canonical Correlations. Commun. Statist.- Theory Meth. Vol. 18(4), 1425-1440p.

KOCABAŞ, Z., KESİCİ T. ve ELİÇİN, A., 1998. Hayvanların Çeşitli Vücut Ölçümleri Arasındaki İlişkinin Kanonik Korelasyon Metodu İle Araştırılması. II. Ulusal Zootekni Bilim Kongresi, Uludağ Üniv., 22-25 Eylül, 169-178s, Bursa.

LAMBERT, Z.V. and DURAND, R.M., 1975. Some Precautions in Using Canonical Analysis. Journal of Marketing Research. Vol.12, 468-475p.

LARSON, M., CAPOBIANCO, M. and HANSON, H., 2000. Relationship Between Beach Profiles and Waves at Duck, North Carolina, Determined by Canonical Correlation Analysis. Marine Geology. Vol. 163, 275-288p.

LEE, J., PARK, M. and KIM, Y., 1999. An Application of Canonical Correlation Analysis Technique to Land Cover Classification of LANDSAT Images. ETRI Journal, Vol.21(4), 41-51p.

LERICHE, F., BORDESSOULES, A., FAYOLLE, K., KAROUI, R., LAVAL, K., LEBLANC, L. and DUFOUR, E., 2004. Alteration of Raw-Milk Cheese by *Pseudomonas* Spp.: Monitoring The Sources of Contamination Using Fluorescence Spectroscopy and Metabolic Profiling. Journal of Microbiological Methods, Vol. 59(1), 33-41p

MENDEŞ, M., KARABAYIR, A., ERSOY, I.E., SAVAŞ, T., 2005. The Relationship among Pre and Post Slaughter Traits of American Bronze Turkey. Archiv Fur Tierzucht – Archives of Animal Breeding. Vol. 48(3), 283-289p.

MUIRHEAD, R.J. and LEUNG P.L., 1985. Estimating Functions of Canonical Correlation Coefficients. Linear Algebra and Its Applications. Vol 70, 173-183p.

MULLER, K.E. 1982. Understanding Canonical Correlation Throught the General Linear Model and Principal Components. The American Statistician. Vol. 36(4), 342-354p.

O'NEILL, M.E., 1981. A Note on The Canonical Correlations from Contingency Tables. Austral. J. Statist. Vol. 23(1), 58-66p.

ÖZDAMAR, K., 1999. Paket Programlar ile İstatistiksel Veri Analizi-2. Kaan Kitabevi. Eskişehir. 502s.

PEREIRA, R.B., BENNENT, R.J., and LUCKMAN, M.S., 2002. Correlation of Sensory and Instrumental Texture Evaluation in Cheese Analogues. Australian J. Dairy Technology. Vol. 57(2), 154p.

SAAMA, P.M. and MAO, I.L., 1995. Energy Intake and Gross Efficiency Comparisons from Calorimetric and Field Data on the Same Lactating Cows, J. Dairy Sci. Vol. 78, 1945-1953p.

SEO, T., KANDA, T. and FUJIKOSHI, Y., 1994. The Effects on The Distributions of Sample Canonical Correlations Under Nonnormality. Commun. Statist.-Theory Meth. Vol. 23(9), 2615-2628p.

SHARMA, S., 1996. Applied Multivariate Techniques. John Wiley & Sons, Inc. New York. 493p.

SHENYUAN, P., SIMEI, H. and GUOQUAN, L., 1994. Application of Parent-Offspring Canonical Correlation to the Domestic Silkworn Breeding. J. Biomath. Vol. 9(2), 17-22p.

SHETH, J.N., 1971. The Multivariate Revolution in Marketing Research. J. Marketing. Vol. 35, 13-19p.

SIEGAL, S. and CASTELLAN, N.J., 1988. Nonparametric Statistics for The Behavioral Sciences. McGraw – Hill, Inc. New York. 399p.

SIT, C.H.P. and LINDER, K.J., 2005. Motivational Orientations in Youth Sport Participation: Using Achievement Goal Theory and Reversal Theory. Personality and Individual Differences. Vol. 38, 605-618p.

STEVENS, J., 2002. Applied Multivariate Statistics for The Social Sciences. Four Edition. Lawrence Erlbaum Associates,Inc.New Jersey. 699p.

SUN, Q., LIU, Z., HENG, P. and XIA, D., 2005. A Theorem on The Generalized Canonical Projective Vectors. The Journal of Pattern Recognition Society. Vol. 38, 449-452p.

ŞEN, H. ve KALYONCU, C., 2001. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Tıp Fakültesindeki Beslenme Bozukluğu (Malnütrisyon Sıklığı) ile ilgili Araştırmanın Kanonik Korelasyon Analizi ile Çözümlenmesi. V. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu (19-21 Eylül, 2001). Adana.

TABACHNICK, B.G. and FIDELL, L.S., 2001. Using Multivariate Statistics. Fourth Edition. Allyn and Bacon, Inc. New York. 996p.

TANAKA, Y., ZHANG, F. and YANG, W.S., 2002. On Local Influence in Canonical Correlation Analysis. Communications in Statistics: Theory and Methods. Vol. 31(12), 1325-2347.

TATAR, A. M. ve ELİÇİN, A., 2002. Ile de France x Akkaraman (G1) Melezi Erkek Kuzularında Süt Emme ve Besi Dönemindeki Canlı Ağırlık ve Vücut Ölçüleri Arasındaki İlişkinin Kanonik Korelasyon Metodu ile Araştırılması. Ankara Üniv. Ziraat Fak. Tarım Bilimleri Dergisi, 8(1): 67-72s, Ankara.

TATLIDİL, H., 1996. Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Analiz. Cem Web Ofküme Ltd. Şti. Ankara. 424s.

TATSUOKA, M.M., 1971. Multivariate Analysis: Techniques for Educational and Psychological Research. John Willey & Sons, Inc. New York. 310p.

TEKİN, M., 1993. Kanonik Korelasyon Analizi ve Bir Uygulama. İstanbul Üniv., S.B.E. İstatistik Anabilim Dalı, Doktora Tezi, İstanbul, 140s.

THOMPSON, B., 1984. Canonical Correlation Analysis: Uses and Interpretation. Sage Publications, California. 69p.

TIMM N.H., 2002. Applied Multivariate Analysis. Springer-Verlag, Inc. New York. 693p.

TORRANIN, P., 1972. Applicability of Canonical Correlation in Hydrology. Hydrology Papers. Colorado State University, Fort Collins, Colorado.

TWOREK, S., 2002. Different Bird Strategies and Their Responses to Habitat Changes in an Agricultural Landscape. Ecological Research. Vol. 17, 339-359p.

XUE, J., DIAL, G.D., HOLTON, E.E., VICKERS, Z. SQUIRES, E. J. LOU, Y., GODBOUT, D. and MOREL, N., 1996. Breed Differences in Boar Taint: Relationship Between Tissue Levels of Boar Taint Compounds and Sensory Analysis of Taint. J. Anim. Sci. 74: 2170-2177p.

VAINIONPAA, J., KERVINEN, R., PRADO, M., LAURILA, E., KARI, M., MUSTONEN, L. and AHVENAINEN R., 2000. Exploration of Storage and Process Tolerance of Different Potato Cultivars Using Principal Component and Canonical Correlation Analyses. Journal of Food Engineering. Vol. 44, 47-61p.

WANG, S.G. and CHOW, S.C., 1987. Some Results on Canonical Correlations and Mesaures of Multivariate Association. Commun. Statist.- Theory Meth. Vol. 16(2), 339-351p.

## ÖZGEÇMİŞ

1976 yılında Samsun' da doğdum. İlk, orta ve lise öğrenimimi Samsun' da tamamladım. 1993 yılında Samsun Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Zootekni bölümünde lisans öğrenimime başladım. 1997 yılında üniversiteyi bitirdikten sonra aynı yıl Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Zootekni Anabilim Dalı' nda yüksek lisans eğitimime başladım. 1998 yılında Araştırma Görevlisi olarak Ondokuz Mayıs Üniversitesi Ziraat Fakültesi'nde göreve başladım. Aynı yıl Biyometri-Genetik Anabilim Dalı'nın Biyometri iç bilim dalında lisansüstü eğitimi amacı ile YÖK tarafından Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Zootekni Anabilim Dalı'na geçici olarak görevlendirildim. 2000 yılında yüksek lisans eğitimi tamamladıktan sonra, 2001 yılında aynı Anabilim Dalı'na doktora eğitimine başladım. Evli ve iki kız çocuğu babasıyım.

## EKLER

### Ek.1 Çalışmada Kullanılan Orijinal Ölçüm Değerler

| Kulak No | DA | SKA | AA | VU | CY | GD | GG | GC | ÖS | OS | AS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 010-05 | 3.3 | 20.6 | 25.1 | 49.5 | 50.0 | 19.0 | 13.5 | 61.0 | 8.2 | 10.9 | 5.1 |
| 011-05 | 2.9 | 15.5 | 17.2 | 42.0 | 41.0 | 15.0 | 7.5 | 53.0 | 5.5 | 7.8 | 3.8 |
| 012-05 | 3.6 | 17.6 | 19.9 | 44.0 | 46.0 | 18.0 | 10.5 | 58.0 | 6.9 | 9.0 | 3.9 |
| 013-05 | 3.8 | 19.1 | 24.1 | 57.0 | 52.0 | 20.0 | 13.0 | 66.0 | 8.1 | 10.8 | 4.6 |
| 027-05 | 2.9 | 17.5 | 19.0 | 46.5 | 48.0 | 16.5 | 11.0 | 54.0 | 5.4 | 7.3 | 3.4 |
| 031-05 | 3.0 | 17.4 | 19.8 | 42.5 | 44.0 | 17.5 | 14.5 | 58.0 | 7.3 | 9.4 | 4.0 |
| 038-05 | 3.4 | 14.9 | 19.2 | 46.0 | 47.5 | 16.5 | 10.0 | 56.0 | 5.5 | 8.7 | 3.3 |
| 039-05 | 3.5 | 11.9 | 15.9 | 45.0 | 42.0 | 11.8 | 7.5 | 49.0 | 5.0 | 7.3 | 3.4 |
| 040-05 | 3.1 | 15.9 | 18.9 | 39.5 | 39.0 | 17.0 | 12.0 | 55.0 | 6.8 | 9.0 | 3.8 |
| 041-05 | 3.2 | 16.0 | 19.8 | 48.0 | 44.0 | 16.0 | 12.5 | 55.0 | 8.6 | 9.8 | 4.3 |
| 042-05 | 3.0 | 13.8 | 19.8 | 43.5 | 42.0 | 15.5 | 10.5 | 53.5 | 7.0 | 8.3 | 4.2 |
| 043-05 | 3.4 | 15.5 | 22.5 | 46.0 | 44.0 | 17.8 | 11.0 | 55.0 | 8.5 | 10.7 | 4.9 |
| 044-05 | 3.5 | 20.1 | 22.0 | 47.0 | 45.0 | 16.0 | 11.5 | 55.0 | 7.2 | 9.6 | 5.0 |
| 045-05 | 4.1 | 18.1 | 21.2 | 47.5 | 51.0 | 17.0 | 10.5 | 60.0 | 5.6 | 9.5 | 4.8 |
| 056-05 | 3.5 | 13.3 | 18.1 | 42.0 | 44.0 | 15.0 | 8.0 | 52.0 | 7.1 | 9.2 | 3.9 |
| 057-05 | 3.7 | 8.4 | 13.5 | 36.5 | 34.5 | 12.5 | 6.5 | 46.0 | 6.0 | 8.0 | 3.2 |
| 066-05 | 3.6 | 16.1 | 22.4 | 47.0 | 46.5 | 17.6 | 10.5 | 53.0 | 7.0 | 9.0 | 4.1 |
| 067-05 | 3.3 | 20.4 | 23.1 | 49.0 | 51.0 | 18.0 | 13.5 | 65.0 | 8.4 | 10.1 | 4.9 |
| 072-05 | 3.5 | 16.3 | 19.9 | 52.5 | 49.5 | 19.0 | 10.0 | 58.5 | 7.0 | 9.0 | 3.7 |
| 084-05 | 2.8 | 13.5 | 16.8 | 44.0 | 44.0 | 12.5 | 8.5 | 49.0 | 5.0 | 9.1 | 3.4 |
| 088-05 | 3.4 | 18.9 | 20.7 | 47.5 | 47.5 | 18.0 | 13.5 | 60.0 | 8.2 | 10 | 4.0 |
| 096-05 | 4.0 | 19.3 | 23.1 | 40.0 | 52.0 | 20.0 | 13.5 | 63.0 | 7.5 | 10.3 | 4.3 |
| 097-05 | 3.4 | 13.4 | 18.0 | 45.0 | 45.0 | 13.5 | 8.5 | 48.5 | 6.7 | 10 | 3.6 |
| 097-05 | 3.1 | 13.4 | 17.8 | 44.5 | 44.0 | 13.9 | 8.5 | 54.0 | 6.0 | 8.3 | 4.0 |
| 098-05 | 3.1 | 15.1 | 16.3 | 42.5 | 44.5 | 12.5 | 11.0 | 56.0 | 7.5 | 9.4 | 4.2 |
| 099-05 | 3.5 | 18.2 | 21.6 | 51.5 | 52.5 | 19.0 | 10.5 | 60.0 | 6.8 | 9.0 | 3.5 |
| 100-05 | 3.3 | 12.5 | 15.8 | 46.0 | 42.0 | 15.0 | 10.0 | 55.0 | 6.9 | 9.5 | 4.0 |
| 101-05 | 3.3 | 11.2 | 14.7 | 37.5 | 40.5 | 14.5 | 6.5 | 48.0 | 6.8 | 9.7 | 4.3 |
| 103-05 | 2.7 | 11.4 | 17.4 | 43.0 | 43.5 | 14.5 | 10.0 | 52.0 | 7.0 | 9.0 | 3.9 |
| 104-05 | 2.9 | 14.5 | 18.2 | 42.5 | 44.0 | 15.0 | 11.0 | 57.0 | 6.1 | 8.6 | 4.0 |
| 105-05 | 2.7 | 13.6 | 17.7 | 44.5 | 42.5 | 15.0 | 8.5 | 55.0 | 6.4 | 9.0 | 4.1 |
| 115-05 | 3.9 | 14.5 | 16.0 | 45.5 | 43.0 | 14.0 | 8.0 | 48.5 | 5.9 | 8.0 | 4.0 |
| 121-05 | 3.1 | 13.8 | 19.5 | 44.0 | 40.5 | 15.5 | 10.0 | 54.0 | 6.0 | 9.6 | 5.0 |
| 123-05 | 3.4 | 17.5 | 21.7 | 54.0 | 48.5 | 18.0 | 10.5 | 58.0 | 6.5 | 9.5 | 5.1 |
| 125-05 | 2.8 | 16.5 | 20.3 | 53.5 | 49.0 | 18.0 | 12.5 | 60.0 | 8.0 | 9.5 | 4.5 |
| 132-05 | 3.1 | 11.3 | 15.8 | 42.0 | 43.0 | 15.0 | 9.5 | 51.0 | 6.3 | 8.0 | 3.3 |
| 133-05 | 2.9 | 9.3 | 13.5 | 35.5 | 39.0 | 14.0 | 6.5 | 54.0 | 5.8 | 8.3 | 3.4 |
| 134-05 | 4.1 | 18.8 | 24.2 | 44.0 | 46.0 | 19.0 | 14.0 | 66.0 | 7.5 | 8.5 | 4.0 |
| 136-05 | 3.3 | 17.9 | 22.0 | 55.5 | 51.0 | 21.0 | 14.5 | 68.0 | 7.1 | 10.0 | 4.7 |
| 137-05 | 3.0 | 14.3 | 18.0 | 43.0 | 42.0 | 16.0 | 9.5 | 52.0 | 6.0 | 8.8 | 4.5 |
| 139-05 | 3.2 | 17.2 | 22.6 | 55.5 | 47.0 | 18.5 | 13.0 | 64.0 | 5.5 | 9.5 | 4.6 |
| 140-05 | 3.8 | 18.8 | 23.1 | 55.0 | 54.0 | 19.5 | 11.0 | 64.0 | 7.6 | 11.0 | 5.5 |
| 142-05 | 4.1 | 18.0 | 22.9 | 47.0 | 44.0 | 16.0 | 11.5 | 60.0 | 8.0 | 9.7 | 4.5 |
| 145-05 | 3.2 | 13.9 | 15.3 | 42.5 | 44.0 | 12.5 | 8.0 | 52.0 | 6.5 | 8.5 | 4.0 |

| **Devamı** | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 147-05 | 3.4 | 19.1 | 24.0 | 51.0 | 48.0 | 19.5 | 12.5 | 64.0 | 6.5 | 9.5 | 4.3 |
| 149-05 | 3.3 | 12.5 | 24.5 | 44.5 | 44.0 | 16.0 | 14.5 | 59.0 | 8.2 | 10.5 | 4.0 |
| 151-05 | 3.3 | 15.2 | 22.0 | 47.5 | 50.0 | 17.0 | 12.0 | 58.0 | 7.5 | 10.6 | 4.8 |
| 152-05 | 3.0 | 9.8 | 10.5 | 32.0 | 34.5 | 11.4 | 8.0 | 44.0 | 6.0 | 7.6 | 3.2 |
| 153-05 | 3.8 | 15.2 | 19.3 | 46.0 | 47.0 | 13.0 | 9.5 | 54.0 | 5.5 | 8.6 | 3.9 |
| 158-05 | 3.5 | 12.6 | 18.4 | 46.0 | 42.0 | 15.0 | 8.0 | 52.0 | 7.8 | 9.0 | 4.0 |
| 159-05 | 3.2 | 15.3 | 18.9 | 39.8 | 41.0 | 16.0 | 8.5 | 54.5 | 6.4 | 9.5 | 4.3 |
| 161-05 | 3.7 | 16.7 | 21.8 | 47.0 | 45.0 | 16.0 | 9.0 | 57.0 | 7.5 | 9.4 | 4.0 |
| 165-05 | 3.2 | 10.8 | 13.9 | 40.0 | 39.0 | 14.0 | 8.5 | 46.0 | 5.0 | 7.0 | 3.1 |
| 166-05 | 4.1 | 18.8 | 22.6 | 51.0 | 52.0 | 19.5 | 9.5 | 61.0 | 7.5 | 10.0 | 4.6 |
| 172-05 | 3.2 | 10.5 | 12.5 | 36.5 | 38.0 | 11.8 | 8.5 | 52.0 | 6.0 | 8.5 | 4.0 |
| 174-05 | 4.1 | 16.2 | 22.3 | 46.5 | 46.0 | 16.0 | 12.0 | 57.0 | 9.4 | 11.0 | 5.1 |
| 175-05 | 4.0 | 15.8 | 21.7 | 42.5 | 44.5 | 15.5 | 11.5 | 59.0 | 8.0 | 10.5 | 4.7 |
| 179-05 | 3.2 | 15.5 | 21.7 | 47.0 | 45.0 | 16.0 | 9.5 | 55.0 | 6.5 | 9.5 | 4.2 |
| 181-05 | 4.0 | 18.6 | 21.7 | 50.0 | 51.0 | 21.0 | 12.0 | 68.0 | 8.9 | 10.5 | 4.5 |
| 182-05 | 2.6 | 9.2 | 12.9 | 35.0 | 38.5 | 10.5 | 6.0 | 44.0 | 5.9 | 8.3 | 3.4 |
| 183-05 | 3.9 | 14.3 | 18.7 | 46.0 | 44.0 | 15.5 | 8.5 | 53.0 | 8.0 | 9.8 | 4.3 |
| 186-05 | 2.6 | 11.9 | 17.3 | 39.5 | 39.0 | 15.0 | 10.0 | 49.0 | 5.2 | 8.0 | 3.6 |
| 188-05 | 3.5 | 14.3 | 18.0 | 43.5 | 44.0 | 15.0 | 11.5 | 53.0 | 4.8 | 9.0 | 4.1 |
| 189-05 | 3.8 | 11.0 | 13.8 | 38.9 | 38.5 | 14.0 | 11.5 | 48.5 | 5.0 | 8.6 | 3.7 |
| 190-05 | 3.9 | 18.9 | 24.1 | 50.1 | 48.0 | 17.6 | 16.0 | 62.0 | 8.5 | 10.2 | 4.0 |
| 191-05 | 2.7 | 10.1 | 17.3 | 40.0 | 38.0 | 14.0 | 8.0 | 48.0 | 6.0 | 8.0 | 3.8 |
| 193-05 | 3.8 | 16.5 | 17.4 | 43.5 | 39.5 | 17.0 | 10.0 | 57.0 | 7.4 | 8.2 | 3.6 |
| 194-05 | 3.3 | 12.3 | 17.7 | 43.0 | 39.0 | 14.0 | 9.5 | 53.0 | 6.5 | 9.0 | 3.8 |
| 202-05 | 3.4 | 12.4 | 16.2 | 39.5 | 42.5 | 14.0 | 9.0 | 51.0 | 5.0 | 8.5 | 3.0 |
| 203-05 | 3.2 | 14.2 | 17.4 | 40.5 | 39.0 | 15.0 | 10.0 | 52.0 | 6.5 | 8.6 | 3.4 |
| 205-05 | 2.8 | 12.8 | 18.0 | 42.0 | 39.0 | 14.0 | 9.0 | 49.0 | 6.1 | 7.5 | 3.2 |
| 214-05 | 3.7 | 17.3 | 20.1 | 45.0 | 41.0 | 16.2 | 10.5 | 55.0 | 8.6 | 9.3 | 4.3 |
| 215-05 | 2.7 | 12.6 | 18.6 | 44.5 | 42.5 | 13.5 | 9.5 | 55.0 | 5.5 | 8.0 | 3.0 |
| 216-05 | 2.6 | 10.8 | 13.9 | 41.5 | 42.0 | 14.5 | 7.0 | 46.5 | 5.7 | 7.8 | 4.0 |
| 218-05 | 3.5 | 14.1 | 15.1 | 42.0 | 39.0 | 12.5 | 11.0 | 48.0 | 6.5 | 8.5 | 3.2 |
| 222-05 | 3.2 | 11.2 | 14.8 | 43.0 | 44.0 | 15.0 | 7.0 | 47.0 | 6.2 | 8.4 | 3.3 |
| 223-05 | 2.9 | 14.8 | 18.0 | 45.0 | 39.0 | 13.5 | 9.0 | 47.5 | 6.5 | 10.0 | 4.5 |
| 224-05 | 3.0 | 12.9 | 15.2 | 43.0 | 39.0 | 14.0 | 12.0 | 54.0 | 6.0 | 8.0 | 4.2 |
| 226-05 | 3.6 | 16.5 | 19.4 | 51.0 | 48.5 | 17.0 | 10.5 | 61.0 | 7.5 | 10.6 | 4.8 |
| 233-05 | 3.0 | 17.0 | 21.2 | 52.0 | 48.5 | 17.5 | 10.0 | 57.0 | 6.7 | 11.0 | 5.2 |
| 235-05 | 2.5 | 9.5 | 11.9 | 34.9 | 33.0 | 13.0 | 10.0 | 49.0 | 5.0 | 7.0 | 2.9 |
| 238-05 | 3.4 | 12.5 | 14.8 | 38.5 | 37.5 | 13.0 | 9.5 | 49.0 | 6.5 | 8.0 | 3.5 |
| 246-05 | 3.7 | 13.2 | 15.3 | 43.0 | 41.0 | 14.0 | 10.0 | 49.5 | 7.3 | 8.5 | 4.0 |
| 251-05 | 3.1 | 9.4 | 13.7 | 35.5 | 31.0 | 10.5 | 7.5 | 46.0 | 5.0 | 7.0 | 3.1 |
| 308-05 | 2.5 | 10.3 | 13.8 | 36.5 | 34.0 | 12.0 | 7.5 | 43.0 | 4.6 | 6.7 | 2.8 |
| 312-05 | 3.5 | 11.3 | 15.8 | 44.5 | 39.0 | 11.5 | 7.5 | 46.5 | 5.5 | 8.1 | 4.5 |

## Ek.2 Çalışmada Kullanılan Standardize Edilmiş Ölçüm Değerleri

| Kulak No | da | ska | aa | vu | cy | gd | ggen | gc | ons | os | as |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 010-05 | -0.06 | 1.96 | 1.91 | 0.98 | 1.33 | 1.42 | 1.57 | 1.12 | 1.39 | 1.79 | 1.77 |
| 011-05 | -1.01 | 0.28 | -0.42 | -0.48 | -0.54 | -0.22 | -1.25 | -0.26 | -1.06 | -1.18 | -0.38 |
| 012-05 | 0.66 | 0.97 | 0.38 | -0.09 | 0.50 | 1.01 | 0.16 | 0.60 | 0.21 | -0.03 | -0.22 |
| 013-05 | 1.14 | 1.46 | 1.62 | 2.44 | 1.74 | 1.83 | 1.33 | 1.98 | 1.30 | 1.70 | 0.94 |
| 027-05 | -1.01 | 0.94 | 0.11 | 0.39 | 0.91 | 0.39 | 0.40 | -0.08 | -1.15 | -1.66 | -1.04 |
| 031-05 | -0.77 | 0.91 | 0.35 | -0.39 | 0.08 | 0.80 | 2.04 | 0.60 | 0.57 | 0.36 | -0.05 |
| 038-05 | 0.18 | 0.09 | 0.17 | 0.30 | 0.81 | 0.39 | -0.07 | 0.26 | -1.06 | -0.32 | -1.21 |
| 039-05 | 0.42 | -0.90 | -0.80 | 0.10 | -0.33 | -1.54 | -1.25 | -0.94 | -1.51 | -1.66 | -1.04 |
| 040-05 | -0.53 | 0.41 | 0.08 | -0.97 | -0.95 | 0.60 | 0.87 | 0.09 | 0.12 | -0.03 | -0.38 |
| 041-05 | -0.29 | 0.45 | 0.35 | 0.69 | 0.08 | 0.19 | 1.10 | 0.09 | 1.75 | 0.74 | 0.45 |
| 042-05 | -0.77 | -0.28 | 0.35 | -0.19 | -0.33 | -0.02 | 0.16 | -0.17 | 0.30 | -0.70 | 0.28 |
| 043-05 | 0.18 | 0.28 | 1.14 | 0.30 | 0.08 | 0.92 | 0.40 | 0.09 | 1.66 | 1.60 | 1.44 |
| 044-05 | 0.42 | 1.79 | 1.00 | 0.49 | 0.29 | 0.19 | 0.63 | 0.09 | 0.48 | 0.55 | 1.61 |
| 045-05 | 1.85 | 1.14 | 0.76 | 0.59 | 1.53 | 0.60 | 0.16 | 0.95 | -0.97 | 0.45 | 1.28 |
| 056-05 | 0.42 | -0.44 | -0.15 | -0.48 | 0.08 | -0.22 | -1.01 | -0.43 | 0.39 | 0.16 | -0.22 |
| 057-05 | 0.90 | -2.05 | -1.50 | -1.56 | -1.88 | -1.25 | -1.72 | -1.46 | -0.60 | -0.99 | -1.38 |
| 066-05 | 0.66 | 0.48 | 1.12 | 0.49 | 0.60 | 0.84 | 0.16 | -0.26 | 0.30 | -0.03 | 0.12 |
| 067-05 | -0.06 | 1.89 | 1.32 | 0.88 | 1.53 | 1.01 | 1.57 | 1.80 | 1.57 | 1.03 | 1.44 |
| 072-05 | 0.42 | 0.54 | 0.38 | 1.56 | 1.22 | 1.42 | -0.07 | 0.69 | 0.30 | -0.03 | -0.55 |
| 084-05 | -1.25 | -0.37 | -0.53 | -0.09 | 0.08 | -1.25 | -0.78 | -0.94 | -1.51 | 0.07 | -1.04 |
| 088-05 | 0.18 | 1.40 | 0.61 | 0.59 | 0.81 | 1.01 | 1.57 | 0.95 | 1.39 | 0.93 | -0.05 |
| 096-05 | 1.62 | 1.53 | 1.32 | -0.87 | 1.74 | 1.83 | 1.57 | 1.46 | 0.75 | 1.22 | 0.45 |
| 097-05 | 0.18 | -0.41 | -0.18 | 0.10 | 0.29 | -0.84 | -0.78 | -1.03 | 0.03 | 0.93 | -0.71 |
| 097-05 | -0.53 | -0.41 | -0.24 | 0.00 | 0.08 | -0.68 | -0.78 | -0.08 | -0.60 | -0.70 | -0.05 |
| 098-05 | -0.53 | 0.15 | -0.68 | -0.39 | 0.19 | -1.25 | 0.40 | 0.26 | 0.75 | 0.36 | 0.28 |
| 099-05 | 0.42 | 1.17 | 0.88 | 1.37 | 1.84 | 1.42 | 0.16 | 0.95 | 0.12 | -0.03 | -0.88 |
| 100-05 | -0.06 | -0.70 | -0.83 | 0.30 | -0.33 | -0.22 | -0.07 | 0.09 | 0.21 | 0.45 | -0.05 |
| 101-05 | -0.06 | -1.13 | -1.15 | -1.36 | -0.64 | -0.43 | -1.72 | -1.11 | 0.12 | 0.64 | 0.45 |
| 103-05 | -1.49 | -1.06 | -0.36 | -0.29 | -0.02 | -0.43 | -0.07 | -0.43 | 0.30 | -0.03 | -0.22 |
| 104-05 | -1.01 | -0.05 | -0.12 | -0.39 | 0.08 | -0.22 | 0.40 | 0.43 | -0.51 | -0.41 | -0.05 |
| 105-05 | -1.49 | -0.34 | -0.27 | 0.00 | -0.23 | -0.22 | -0.78 | 0.09 | -0.24 | -0.03 | 0.12 |
| 115-05 | 1.38 | -0.05 | -0.77 | 0.20 | -0.12 | -0.63 | -1.01 | -1.03 | -0.70 | -0.99 | -0.05 |
| 121-05 | -0.53 | -0.28 | 0.26 | -0.09 | -0.64 | -0.02 | -0.07 | -0.08 | -0.60 | 0.55 | 1.61 |
| 123-05 | 0.18 | 0.94 | 0.91 | 1.86 | 1.02 | 1.01 | 0.16 | 0.60 | -0.15 | 0.45 | 1.77 |
| 125-05 | -1.25 | 0.61 | 0.50 | 1.76 | 1.12 | 1.01 | 1.10 | 0.95 | 1.21 | 0.45 | 0.78 |
| 132-05 | -0.53 | -1.10 | -0.83 | -0.48 | -0.12 | -0.22 | -0.31 | -0.60 | -0.33 | -0.99 | -1.21 |
| 133-05 | -1.01 | -1.75 | -1.50 | -1.75 | -0.95 | -0.63 | -1.72 | -0.08 | -0.79 | -0.70 | -1.04 |
| 134-05 | 1.85 | 1.37 | 1.65 | -0.09 | 0.50 | 1.42 | 1.80 | 1.98 | 0.75 | -0.51 | -0.05 |
| 136-05 | -0.06 | 1.07 | 1.00 | 2.15 | 1.53 | 2.24 | 2.04 | 2.32 | 0.39 | 0.93 | 1.11 |
| 137-05 | -0.77 | -0.11 | -0.18 | -0.29 | -0.33 | 0.19 | -0.31 | -0.43 | -0.60 | -0.22 | 0.78 |
| 139-05 | -0.29 | 0.84 | 1.17 | 2.15 | 0.71 | 1.21 | 1.33 | 1.63 | -1.06 | 0.45 | 0.94 |
| 140-05 | 1.14 | 1.37 | 1.32 | 2.05 | 2.16 | 1.62 | 0.40 | 1.63 | 0.84 | 1.89 | 2.43 |
| 142-05 | 1.85 | 1.10 | 1.26 | 0.49 | 0.08 | 0.19 | 0.63 | 0.95 | 1.21 | 0.64 | 0.78 |
| 145-05 | -0.29 | -0.24 | -0.97 | -0.39 | 0.08 | -1.25 | -1.01 | -0.43 | -0.15 | -0.51 | -0.05 |

| **Devamı** | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 147-05 | 0.18 | 1.46 | 1.59 | 1.27 | 0.91 | 1.62 | 1.10 | 1.63 | -0.15 | 0.45 | 0.45 |
| 149-05 | -0.06 | -0.70 | 1.73 | 0.00 | 0.08 | 0.19 | 2.04 | 0.77 | 1.39 | 1.41 | -0.05 |
| 151-05 | -0.06 | 0.18 | 1.00 | 0.59 | 1.33 | 0.60 | 0.87 | 0.60 | 0.75 | 1.50 | 1.28 |
| 152-05 | -0.77 | -1.59 | -2.39 | -2.43 | -1.88 | -1.70 | -1.01 | -1.80 | -0.60 | -1.37 | -1.38 |
| 153-05 | 1.14 | 0.18 | 0.20 | 0.30 | 0.71 | -1.05 | -0.31 | -0.08 | -1.06 | -0.41 | -0.22 |
| 158-05 | 0.42 | -0.67 | -0.06 | 0.30 | -0.33 | -0.22 | -1.01 | -0.43 | 1.03 | -0.03 | -0.05 |
| 159-05 | -0.29 | 0.22 | 0.08 | -0.91 | -0.54 | 0.19 | -0.78 | 0.00 | -0.24 | 0.45 | 0.45 |
| 161-05 | 0.90 | 0.68 | 0.94 | 0.49 | 0.29 | 0.19 | -0.54 | 0.43 | 0.75 | 0.36 | -0.05 |
| 165-05 | -0.29 | -1.26 | -1.39 | -0.87 | -0.95 | -0.63 | -0.78 | -1.46 | -1.51 | -1.94 | -1.54 |
| 166-05 | 1.85 | 1.37 | 1.17 | 1.27 | 1.74 | 1.62 | -0.31 | 1.12 | 0.75 | 0.93 | 0.94 |
| 172-05 | -0.29 | -1.36 | -1.80 | -1.56 | -1.16 | -1.54 | -0.78 | -0.43 | -0.60 | -0.51 | -0.05 |
| 174-05 | 1.85 | 0.51 | 1.09 | 0.39 | 0.50 | 0.19 | 0.87 | 0.43 | 2.48 | 1.89 | 1.77 |
| 175-05 | 1.62 | 0.38 | 0.91 | -0.39 | 0.19 | -0.02 | 0.63 | 0.77 | 1.21 | 1.41 | 1.11 |
| 179-05 | -0.29 | 0.28 | 0.91 | 0.49 | 0.29 | 0.19 | -0.31 | 0.09 | -0.15 | 0.45 | 0.28 |
| 181-05 | 1.62 | 1.30 | 0.91 | 1.08 | 1.53 | 2.24 | 0.87 | 2.32 | 2.02 | 1.41 | 0.78 |
| 182-05 | -1.73 | -1.79 | -1.68 | -1.85 | -1.05 | -2.07 | -1.95 | -1.80 | -0.70 | -0.70 | -1.04 |
| 183-05 | 1.38 | -0.11 | 0.03 | 0.30 | 0.08 | -0.02 | -0.78 | -0.26 | 1.21 | 0.74 | 0.45 |
| 186-05 | -1.73 | -0.90 | -0.39 | -0.97 | -0.95 | -0.22 | -0.07 | -0.94 | -1.33 | -0.99 | -0.71 |
| 188-05 | 0.42 | -0.11 | -0.18 | -0.19 | 0.08 | -0.22 | 0.63 | -0.26 | -1.69 | -0.03 | 0.12 |
| 189-05 | 1.14 | -1.19 | -1.42 | -1.09 | -1.05 | -0.63 | 0.63 | -1.03 | -1.51 | -0.41 | -0.55 |
| 190-05 | 1.38 | 1.40 | 1.62 | 1.10 | 0.91 | 0.84 | 2.74 | 1.29 | 1.66 | 1.12 | -0.05 |
| 191-05 | -1.49 | -1.49 | -0.39 | -0.87 | -1.16 | -0.63 | -1.01 | -1.11 | -0.60 | -0.99 | -0.38 |
| 193-05 | 1.14 | 0.61 | -0.36 | -0.19 | -0.85 | 0.60 | -0.07 | 0.43 | 0.66 | -0.79 | -0.71 |
| 194-05 | -0.06 | -0.77 | -0.27 | -0.29 | -0.95 | -0.63 | -0.31 | -0.26 | -0.15 | -0.03 | -0.38 |
| 202-05 | 0.18 | -0.74 | -0.71 | -0.97 | -0.23 | -0.63 | -0.54 | -0.60 | -1.51 | -0.51 | -1.71 |
| 203-05 | -0.29 | -0.14 | -0.36 | -0.78 | -0.95 | -0.22 | -0.07 | -0.43 | -0.15 | -0.41 | -1.04 |
| 205-05 | -1.25 | -0.60 | -0.18 | -0.48 | -0.95 | -0.63 | -0.54 | -0.94 | -0.51 | -1.46 | -1.38 |
| 214-05 | 0.90 | 0.87 | 0.44 | 0.10 | -0.54 | 0.27 | 0.16 | 0.09 | 1.75 | 0.26 | 0.45 |
| 215-05 | -1.49 | -0.67 | 0.00 | 0.00 | -0.23 | -0.84 | -0.31 | 0.09 | -1.06 | -0.99 | -1.71 |
| 216-05 | -1.73 | -1.26 | -1.39 | -0.58 | -0.33 | -0.43 | -1.48 | -1.37 | -0.88 | -1.18 | -0.05 |
| 218-05 | 0.42 | -0.18 | -1.03 | -0.48 | -0.95 | -1.25 | 0.40 | -1.11 | -0.15 | -0.51 | -1.38 |
| 222-05 | -0.29 | -1.13 | -1.12 | -0.29 | 0.08 | -0.22 | -1.48 | -1.29 | -0.42 | -0.60 | -1.21 |
| 223-05 | -1.01 | 0.05 | -0.18 | 0.10 | -0.95 | -0.84 | -0.54 | -1.20 | -0.15 | 0.93 | 0.78 |
| 224-05 | -0.77 | -0.57 | -1.00 | -0.29 | -0.95 | -0.63 | 0.87 | -0.08 | -0.60 | -0.99 | 0.28 |
| 226-05 | 0.66 | 0.61 | 0.23 | 1.27 | 1.02 | 0.60 | 0.16 | 1.12 | 0.75 | 1.50 | 1.28 |
| 233-05 | -0.77 | 0.77 | 0.76 | 1.47 | 1.02 | 0.80 | -0.07 | 0.43 | 0.03 | 1.89 | 1.94 |
| 235-05 | -1.97 | -1.69 | -1.98 | -1.87 | -2.19 | -1.05 | -0.07 | -0.94 | -1.51 | -1.94 | -1.87 |
| 238-05 | 0.18 | -0.70 | -1.12 | -1.17 | -1.26 | -1.05 | -0.31 | -0.94 | -0.15 | -0.99 | -0.88 |
| 246-05 | 0.90 | -0.47 | -0.97 | -0.29 | -0.54 | -0.63 | -0.07 | -0.86 | 0.57 | -0.51 | -0.05 |
| 251-05 | -0.53 | -1.72 | -1.45 | -1.75 | -2.61 | -2.07 | -1.25 | -1.46 | -1.51 | -1.94 | -1.54 |
| 308-05 | -1.97 | -1.42 | -1.42 | -1.56 | -1.99 | -1.46 | -1.25 | -1.97 | -1.87 | -2.23 | -2.04 |
| 312-05 | 0.42 | -1.10 | -0.83 | 0.00 | -0.95 | -1.66 | -1.25 | -1.37 | -1.06 | -0.89 | 0.78 |

**Ek 3. Kanonik Korelasyon Analizinin Elde Çözümü**

Standardize edilmiş ölçüm değerleri için, Y değişken kümesi ile X değişken kümesine ait korelasyon matrisi (3.34) no' lu eşitlikten;

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix}$$

$$R = \left[\begin{array}{cccc:cccc} 1.000 & 0.504 & 0.464 & 0.367 & 0.448 & 0.412 & 0.312 & 0.456 \\ 0.504 & 1.000 & 0.863 & 0.753 & 0.809 & 0.828 & 0.711 & 0.839 \\ 0.464 & 0.863 & 1.000 & 0.769 & 0.791 & 0.826 & 0.716 & 0.836 \\ \hdashline 0.367 & 0,753 & 0.769 & 1.000 & 0.833 & 0.739 & 0.529 & 0.739 \\ 0.448 & 0.809 & 0.791 & 0.833 & 1.000 & 0.803 & 0.550 & 0.806 \\ 0.412 & 0.828 & 0.826 & 0.739 & 0.803 & 1.000 & 0.682 & 0.871 \\ 0.312 & 0.711 & 0.716 & 0.529 & 0.550 & 0.682 & 1.000 & 0.762 \\ 0.456 & 0.839 & 0.836 & 0.739 & 0.806 & 0.871 & 0.762 & 1.000 \\ 0.480 & 0.593 & 0.635 & 0.470 & 0.498 & 0.575 & 0.546 & 0.600 \\ 0.455 & 0.657 & 0.742 & 0.629 & 0.692 & 0.644 & 0.552 & 0.680 \\ 0.371 & 0.633 & 0.659 & 0.634 & 0.597 & 0.569 & 0.437 & 0.602 \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{cccc} 0.480 & 0.455 & 0.371 \\ 0.593 & 0.657 & 0.633 \\ 0.635 & 0.742 & 0.659 \\ \hdashline 0.470 & 0.629 & 0.634 \\ 0.498 & 0.692 & 0.597 \\ 0.575 & 0.644 & 0.569 \\ 0.546 & 0.552 & 0.437 \\ 0.600 & 0.680 & 0.602 \\ 1.000 & 0.746 & 0.575 \\ 0.746 & 1.000 & 0.794 \\ 0.575 & 0.794 & 1.000 \end{array}\right]$$

olarak hesaplanmaktadır. Elde edilen varyans korelasyon matrisi parçalara bölünürse, korelasyon matrisindeki elemanlar sırası ile Eşitlik (3.35), (3.36) ve (3.37)' den,

$$R_{11} = \begin{bmatrix} 1.000 & 0.504 & 0.464 \\ 0.504 & 1.000 & 0.863 \\ 0.464 & 0.863 & 1.000 \end{bmatrix}$$

$$R_{12} = \begin{bmatrix} 0.367 & 0.448 & 0.412 & 0.312 & 0.456 & 0.480 & 0.455 & 0.371 \\ 0.753 & 0.809 & 0.828 & 0.711 & 0.839 & 0.593 & 0.657 & 0.633 \\ 0.769 & 0.791 & 0.826 & 0.716 & 0.836 & 0.635 & 0.742 & 0.659 \end{bmatrix}$$

$$R_{21} = \begin{bmatrix} 0.367 & 0{,}753 & 0.769 \\ 0.448 & 0.809 & 0.791 \\ 0.412 & 0.828 & 0.826 \\ 0.312 & 0.711 & 0.716 \\ 0.456 & 0.839 & 0.836 \\ 0.480 & 0.593 & 0.635 \\ 0.455 & 0.657 & 0.742 \\ 0.371 & 0.633 & 0.659 \end{bmatrix}$$

$$R_{22} = \begin{bmatrix} 1.000 & 0.833 & 0.739 & 0.529 & 0.739 & 0.470 & 0.629 & 0.634 \\ 0.833 & 1.000 & 0.803 & 0.550 & 0.806 & 0.498 & 0.692 & 0.597 \\ 0.739 & 0.803 & 1.000 & 0.682 & 0.871 & 0.575 & 0.644 & 0.569 \\ 0.529 & 0.550 & 0.682 & 1.000 & 0.762 & 0.546 & 0.552 & 0.437 \\ 0.739 & 0.806 & 0.871 & 0.762 & 1.000 & 0.600 & 0.680 & 0.602 \\ 0.470 & 0.498 & 0.575 & 0.546 & 0.600 & 1.000 & 0.746 & 0.575 \\ 0.629 & 0.692 & 0.644 & 0.552 & 0.680 & 0.746 & 1.000 & 0.794 \\ 0.634 & 0.597 & 0.569 & 0.437 & 0.602 & 0.575 & 0.794 & 1.000 \end{bmatrix}$$

Eşitlik (3.38)' e göre, Y ve X değişken kümesinin çözüm matrisleri,

$$H_1 = R_{11}^{-1} R_{12} R_{22}^{-1} R_{21}$$

$$H_2 = R_{22}^{-1} R_{21} R_{11}^{-1} R_{12}$$

olarak hesaplanmaktadır. Buna göre, korelasyon matrisleri $M_1$ çözüm matrisine ait eşitlikte yerine konur ise;

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1.000 & 0.504 & 0.464 \\ 0.504 & 1.000 & 0.863 \\ 0.464 & 0.863 & 1.000 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.367 & 0.448 & 0.412 & 0.312 & 0.456 & 0.480 & 0.455 & 0.371 \\ 0.753 & 0.809 & 0.828 & 0.711 & 0.839 & 0.593 & 0.657 & 0.633 \\ 0.769 & 0.791 & 0.826 & 0.716 & 0.836 & 0.635 & 0.742 & 0.659 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1.000 & 0.833 & 0.739 & 0.529 & 0.739 & 0.470 & 0.629 & 0.634 \\ 0.833 & 1.000 & 0.803 & 0.550 & 0.806 & 0.498 & 0.692 & 0.597 \\ 0.739 & 0.803 & 1.000 & 0.682 & 0.871 & 0.575 & 0.644 & 0.569 \\ 0.529 & 0.550 & 0.682 & 1.000 & 0.762 & 0.546 & 0.552 & 0.437 \\ 0.739 & 0.806 & 0.871 & 0.762 & 1.000 & 0.600 & 0.680 & 0.602 \\ 0.470 & 0.498 & 0.575 & 0.546 & 0.600 & 1.000 & 0.746 & 0.575 \\ 0.629 & 0.692 & 0.644 & 0.552 & 0.680 & 0.746 & 1.000 & 0.794 \\ 0.634 & 0.597 & 0.569 & 0.437 & 0.602 & 0.575 & 0.794 & 1.000 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.367 & 0{,}753 & 0.769 \\ 0.448 & 0.809 & 0.791 \\ 0.412 & 0.828 & 0.826 \\ 0.312 & 0.711 & 0.716 \\ 0.456 & 0.839 & 0.836 \\ 0.480 & 0.593 & 0.635 \\ 0.455 & 0.657 & 0.742 \\ 0.371 & 0.633 & 0.659 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1.347 & -0.546 & -0.153 \\ -0.546 & 4.140 & -3.319 \\ -0.153 & -3.319 & 3.936 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.367 & 0.448 & 0.412 & 0.312 & 0.456 & 0.480 & 0.455 & 0.371 \\ 0.753 & 0.809 & 0.828 & 0.711 & 0.839 & 0.593 & 0.657 & 0.633 \\ 0.769 & 0.791 & 0.826 & 0.716 & 0.836 & 0.635 & 0.742 & 0.659 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3.786 & -2.346 & -0.430 & -0.127 & -0.183 & 0.027 & 0.470 & -0.978 \\ -2.346 & 5.413 & -1.294 & 0.727 & -1.692 & 0.663 & -1.720 & 0.678 \\ -0.430 & -1.294 & 4.922 & -0.379 & -2.554 & -0.455 & 0.312 & -0.039 \\ -0.127 & 0.727 & -0.379 & 2.604 & -1.943 & -0.258 & -0.370 & 0.335 \\ -0.183 & -1.692 & -2.554 & -1.943 & 6.585 & -0.331 & 0.126 & -0.446 \\ 0.027 & 0.663 & -0.455 & -0.258 & -0.331 & 2.532 & -1.823 & 0.149 \\ 0.470 & -1.720 & 0.312 & -0.370 & 0.126 & -1.823 & 4.962 & -2.255 \\ -0.978 & 0.678 & -0.039 & 0.335 & -0.446 & 0.149 & -2.255 & 3.064 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.367 & 0,753 & 0.769 \\ 0.448 & 0.809 & 0.791 \\ 0.412 & 0.828 & 0.826 \\ 0.312 & 0.711 & 0.716 \\ 0.456 & 0.839 & 0.836 \\ 0.480 & 0.593 & 0.635 \\ 0.455 & 0.657 & 0.742 \\ 0.371 & 0.633 & 0.659 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} -0.032 & 0.043 & -0.020 & -0.073 & 0.031 & 0.222 & 0.138 & 0.054 \\ 0.365 & 0.471 & 0.456 & 0.393 & 0.445 & 0.098 & 0.032 & 0.236 \\ 0.464 & 0.361 & 0.437 & 0.407 & 0.433 & 0.442 & 0.644 & 0.426 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3.786 & -2.346 & -0.430 & -0.127 & -0.183 & 0.027 & 0.470 & -0.978 \\ -2.346 & 5.413 & -1.294 & 0.727 & -1.692 & 0.663 & -1.720 & 0.678 \\ -0.430 & -1.294 & 4.922 & -0.379 & -2.554 & -0.455 & 0.312 & -0.039 \\ -0.127 & 0.727 & -0.379 & 2.604 & -1.943 & -0.258 & -0.370 & 0.335 \\ -0.183 & -1.692 & -2.554 & -1.943 & 6.585 & -0.331 & 0.126 & -0.446 \\ 0.027 & 0.663 & -0.455 & -0.258 & -0.331 & 2.532 & -1.823 & 0.149 \\ 0.470 & -1.720 & 0.312 & -0.370 & 0.126 & -1.823 & 4.962 & -2.255 \\ -0.978 & 0.678 & -0.039 & 0.335 & -0.446 & 0.149 & -2.255 & 3.064 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.367 & 0,753 & 0.769 \\ 0.448 & 0.809 & 0.791 \\ 0.412 & 0.828 & 0.826 \\ 0.312 & 0.711 & 0.716 \\ 0.456 & 0.839 & 0.836 \\ 0.480 & 0.593 & 0.635 \\ 0.455 & 0.657 & 0.742 \\ 0.371 & 0.633 & 0.659 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} -0,191 & 0,171 & -0,257 & -0,306 & 0,253 & 0,370 & 0,105 & -0,097 \\ -0,294 & 0,867 & 0,151 & 0,339 & 0,005 & 0,101 & -1,232 & 0,583 \\ 0,521 & -0,721 & 0,212 & 0,038 & -0,006 & -0,197 & 1,152 & -0,398 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.367 & 0,753 & 0.769 \\ 0.448 & 0.809 & 0.791 \\ 0.412 & 0.828 & 0.826 \\ 0.312 & 0.711 & 0.716 \\ 0.456 & 0.839 & 0.836 \\ 0.480 & 0.593 & 0.635 \\ 0.455 & 0.657 & 0.742 \\ 0.371 & 0.633 & 0.659 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0.109 & 0.003 & 0.017 \\ 0.155 & 0.469 & 0.365 \\ 0.246 & 0.393 & 0.494 \end{bmatrix}$$

Bu matrisin öz vektörleri, a vektörlerini vermektedir. Öz vektörlerin hesaplanabilmesi için, $H_1$ matrisinin öz değerleri hesaplanıp eşitlikte yerine konulması gerekmektedir.

$|H_1 - \lambda I| = 0$ yardımıyla öz değerler ($\lambda$ değerleri) dolayısı ile ρ değerleri hesaplanabilir.

$$\left| \begin{bmatrix} 0.109 & 0.003 & 0.017 \\ 0.155 & 0.469 & 0.365 \\ 0.246 & 0.393 & 0.494 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \right| = 0$$

Buradan $H_1$ çözüm matrisinin özdeğerler ve öz vektörleri MATLAP 5.3 istatistik paket program yardımı ile;

$\lambda_1 = 0.866$ ; $\lambda_2 = 0.127$; $\lambda_3 = 0.080$

olarak hesaplanmaktadır. Bu üç özdeğerin karekökleri kanonik değişken çiftleri arasından hesaplanan kanonik korelasyon katsayılarına eşit olmaktadır. Buna göre, üç öz değere karşılık gelen öz vektörler ise,

$(H_1 - \lambda_i I)\, e_i = 0$ eşitliğinden hesaplanmaktadır. Eşitlikte, λ değerleri yerine konularak öz vektörler hesaplanabilmektedir. Buna göre,

$(H_1 - \lambda_1 I)\, e_1 = 0$ eşitliğinde;

$\lambda_1 = 0.866$ için,

$$\begin{bmatrix} 0.109 - 0.866 & 0.003 & 0.017 \\ 0.155 & 0.469 - 0.866 & 0.365 \\ 0.246 & 0.393 & 0.494 - 0.866 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{21} \\ e_{31} \end{bmatrix} = 0$$

Buradan hesaplanan $e_1$ vektörü;

$e'_{i1} = (0.020 \quad 0.681 \quad 0.732)$

$\lambda_2 = 0.127$ için,

$$\begin{bmatrix} 0.109 - 0.127 & 0.003 & 0.017 \\ 0.155 & 0.469 - 0.127 & 0.365 \\ 0.246 & 0.393 & 0.494 - 0.127 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{12} \\ e_{22} \\ e_{32} \end{bmatrix} = 0$$

Buradan hesaplanan $e_2$ vektörü;

$e'_{i2} = (-0.403 \quad 0.746 \quad -0.530)$

$\lambda_3 = 0.080$ için,

$$\begin{bmatrix} 0.109 - 0.080 & 0.003 & 0.017 \\ 0.155 & 0.469 - 0.080 & 0.365 \\ 0.246 & 0.393 & 0.494 - 0.080 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{13} \\ e_{23} \\ e_{33} \end{bmatrix} = 0$$

Buradan hesaplanan $e_3$ vektörü ise;

$e'_{i3} = (0.373 \quad 0.552 \quad -0.746)$

olarak hesaplanmıştır.

*V* kanonik değişkenlerine ait kanonik ağırlıkları bulmak için, korelasyon matrisleri $H_2$ çözüm matrisine ait eşitlikte yerine konur ise;

$$H_2 = \begin{bmatrix} 1.000 & 0.833 & 0.739 & 0.529 & 0.739 & 0.470 & 0.629 & 0.634 \\ 0.833 & 1.000 & 0.803 & 0.550 & 0.806 & 0.498 & 0.692 & 0.597 \\ 0.739 & 0.803 & 1.000 & 0.682 & 0.871 & 0.575 & 0.644 & 0.569 \\ 0.529 & 0.550 & 0.682 & 1.000 & 0.762 & 0.546 & 0.552 & 0.437 \\ 0.739 & 0.806 & 0.871 & 0.762 & 1.000 & 0.600 & 0.680 & 0.602 \\ 0.470 & 0.498 & 0.575 & 0.546 & 0.600 & 1.000 & 0.746 & 0.575 \\ 0.629 & 0.692 & 0.644 & 0.552 & 0.680 & 0.746 & 1.000 & 0.794 \\ 0.634 & 0.597 & 0.569 & 0.437 & 0.602 & 0.575 & 0.794 & 1.000 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.367 & 0,753 & 0.769 \\ 0.448 & 0.809 & 0.791 \\ 0.412 & 0.828 & 0.826 \\ 0.312 & 0.711 & 0.716 \\ 0.456 & 0.839 & 0.836 \\ 0.480 & 0.593 & 0.635 \\ 0.455 & 0.657 & 0.742 \\ 0.371 & 0.633 & 0.659 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1.000 & 0.504 & 0.464 \\ 0.504 & 1.000 & 0.863 \\ 0.464 & 0.863 & 1.000 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.367 & 0.448 & 0.412 & 0.312 & 0.456 & 0.480 & 0.455 & 0.371 \\ 0.753 & 0.809 & 0.828 & 0.711 & 0.839 & 0.593 & 0.657 & 0.633 \\ 0.769 & 0.791 & 0.826 & 0.716 & 0.836 & 0.635 & 0.742 & 0.659 \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 3.786 & -2.346 & -0.430 & -0.127 & -0.183 & 0.027 & 0.470 & -0.978 \\ -2.346 & 5.413 & -1.294 & 0.727 & -1.692 & 0.663 & -1.720 & 0.678 \\ -0.430 & -1.294 & 4.922 & -0.379 & -2.554 & -0.455 & 0.312 & -0.039 \\ -0.127 & 0.727 & -0.379 & 2.604 & -1.943 & -0.258 & -0.370 & 0.335 \\ -0.183 & -1.692 & -2.554 & -1.943 & 6.585 & -0.331 & 0.126 & -0.446 \\ 0.027 & 0.663 & -0.455 & -0.258 & -0.331 & 2.532 & -1.823 & 0.149 \\ 0.470 & -1.720 & 0.312 & -0.370 & 0.126 & -1.823 & 4.962 & -2.255 \\ -0.978 & 0.678 & -0.039 & 0.335 & -0.446 & 0.149 & -2.255 & 3.064 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.367 & 0,753 & 0.769 \\ 0.448 & 0.809 & 0.791 \\ 0.412 & 0.828 & 0.826 \\ 0.312 & 0.711 & 0.716 \\ 0.456 & 0.839 & 0.836 \\ 0.480 & 0.593 & 0.635 \\ 0.455 & 0.657 & 0.742 \\ 0.371 & 0.633 & 0.659 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1.347 & -0.546 & -0.153 \\ -0.546 & 4.140 & -3.319 \\ -0.153 & -3.319 & 3.936 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.367 & 0.448 & 0.412 & 0.312 & 0.456 & 0.480 & 0.455 & 0.371 \\ 0.753 & 0.809 & 0.828 & 0.711 & 0.839 & 0.593 & 0.657 & 0.633 \\ 0.769 & 0.791 & 0.826 & 0.716 & 0.836 & 0.635 & 0.742 & 0.659 \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} -0.098 & 0.059 & 0.178 \\ 0.273 & 0.330 & 0.106 \\ -0.083 & 0.204 & 0.223 \\ -0.118 & 0.217 & 0.188 \\ 0.252 & 0.127 & 0.115 \\ 0.330 & 0.117 & 0.062 \\ 0.019 & -0.185 & 0.138 \\ 0.012 & 0.191 & 0.060 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.347 & -0.546 & -0.153 \\ -0.546 & 4.140 & -3.319 \\ -0.153 & -3.319 & 3.936 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.367 & 0.448 & 0.412 & 0.312 & 0.456 & 0.480 & 0.455 & 0.371 \\ 0.753 & 0.809 & 0.828 & 0.711 & 0.839 & 0.593 & 0.657 & 0.633 \\ 0.769 & 0.791 & 0.826 & 0.716 & 0.836 & 0.635 & 0.742 & 0.659 \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} -0.191 & -0.294 & 0.521 \\ 0.171 & 0.867 & -0.721 \\ -0.257 & 0.151 & 0.212 \\ -0.306 & 0.339 & 0.038 \\ 0.253 & 0.005 & -0.006 \\ 0.370 & 0.101 & -0.197 \\ 0.105 & -1.232 & 1.152 \\ -0.097 & 0.583 & -0.398 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.367 & 0.448 & 0.412 & 0.312 & 0.456 & 0.480 & 0.455 & 0.371 \\ 0.753 & 0.809 & 0.828 & 0.711 & 0.839 & 0.593 & 0.657 & 0.633 \\ 0.769 & 0.791 & 0.826 & 0.716 & 0.836 & 0.635 & 0.742 & 0.659 \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 0.109 & 0.088 & 0.108 & 0.104 & 0.101 & 0.065 & 0.106 & 0.086 \\ 0.161 & 0.207 & 0.192 & 0.153 & 0.202 & 0.138 & 0.112 & 0.137 \\ 0.182 & 0.174 & 0.194 & 0.179 & 0.186 & 0.100 & 0.139 & 0.140 \\ 0.172 & 0.167 & 0.186 & 0.173 & 0.176 & 0.078 & 0.111 & 0.126 \\ 0.092 & 0.112 & 0.103 & 0.078 & 0.114 & 0.120 & 0.114 & 0.093 \\ 0.060 & 0.091 & 0.073 & 0.046 & 0.089 & 0.112 & 0.088 & 0.071 \\ -0.003 & -0.038 & -0.025 & -0.018 & -0.023 & 0.052 & 0.093 & 0.018 \\ 0.097 & 0.113 & 0.114 & 0.099 & 0.112 & 0.046 & 0.044 & 0.071 \end{bmatrix}$$

$H_2$ matrisin öz vektörleri b vektörleri verir. Öz vektörlerin hesaplanabilmesi için, $H_2$ matrisinin öz değerleri hesaplanıp eşitlikte yerine konulması gerekmektedir.

$|H_2 - \lambda \mathrm{I}| = 0$ yardımıyla öz değerler ($\lambda$ değerleri) dolayısı ile ρ değerleri hesaplanabilir.

$$\left| \begin{bmatrix} 0.109 & 0.088 & 0.108 & 0.104 & 0.101 & 0.065 & 0.106 & 0.086 \\ 0.161 & 0.207 & 0.192 & 0.153 & 0.202 & 0.138 & 0.112 & 0.137 \\ 0.182 & 0.174 & 0.194 & 0.179 & 0.186 & 0.100 & 0.139 & 0.140 \\ 0.172 & 0.167 & 0.186 & 0.173 & 0.176 & 0.078 & 0.111 & 0.126 \\ 0.092 & 0.112 & 0.103 & 0.078 & 0.114 & 0.120 & 0.114 & 0.093 \\ 0.060 & 0.091 & 0.073 & 0.046 & 0.089 & 0.112 & 0.088 & 0.071 \\ -0.003 & -0.038 & -0.025 & -0.018 & -0.023 & 0.052 & 0.093 & 0.018 \\ 0.097 & 0.113 & 0.114 & 0.099 & 0.112 & 0.046 & 0.044 & 0.071 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \right| = 0$$

Buradan $H_2$ çözüm matrisinin özdeğerleri ve öz değerler MATLAB 5.3 istatistik paket program yardımı ile;

$\lambda_1 = 0.866$ ; $\lambda_2 = 0.127$ ; $\lambda_3 = 0.080$; $\lambda_4 = 0.001$; $\lambda_5 = -0.0001 + 0.0003i$ ;
$\lambda_6 = -0.0001 - 0.0003i$ ; $\lambda_7 = -0.0002$ ; $\lambda_8 = 0.001$

olarak hesaplanmaktadır. Çalışma ele alınan *X* ve *Y* değişken kümelerinden en fazla, değişken sayısı en küçük olanın sayısı kadar kanonik değişken çifti elde edileceğinden $H_2$ çözüm matrisinin en büyük üç öz değeri dikkate alınarak öz vektörler hesaplanmaktadır. Bu üç en büyük özdeğerin karekökleri kanonik değişken çiftleri arasından hesaplanan kanonik korelasyon katsayılarına eşit olmaktadır. Buna göre, ilk üç öz değere karşılık gelen öz vektörler ise,

( $H_2$ - $\lambda_i$ I ) $f_i$ = 0 eşitliğinden hesaplanmaktadır. Eşitlikte, λ değerleri yerine konularak öz vektörler hesaplanabilmektedir. Buna göre,

( $H_2$ - $\lambda_1$ I ) $f_1$ = 0 eşitliğinde;

$\lambda_1 = 0.866$ için,

$$\begin{bmatrix} 0.109-0.866 & 0.088 & 0.108 & 0.104 & 0.101 & 0.065 & 0.106 & 0.086 \\ 0.161 & 0.207-0.866 & 0.192 & 0.153 & 0.202 & 0.138 & 0.112 & 0.137 \\ 0.182 & 0.174 & 0.194-0.866 & 0.179 & 0.186 & 0.100 & 0.139 & 0.140 \\ 0.172 & 0.167 & 0.186 & 0.173-0.866 & 0.176 & 0.078 & 0.111 & 0.126 \\ 0.092 & 0.112 & 0.103 & 0.078 & 0.114-0.866 & 0.120 & 0.114 & 0.093 \\ 0.060 & 0.091 & 0.073 & 0.046 & 0.089 & 0.112-0.866 & 0.088 & 0.071 \\ -0.003 & -0.038 & -0.025 & -0.018 & -0.023 & 0.052 & 0.093-0.866 & 0.018 \\ 0.097 & 0.113 & 0.114 & 0.099 & 0.112 & 0.046 & 0.044 & 0.071-0.866 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{11} \\ f_{21} \\ f_{31} \\ f_{41} \\ f_{51} \\ f_{61} \\ f_{71} \\ f_{81} \end{bmatrix} = 0$$

Buradan hesaplanan $f_1$ vektörü;

$f'_{i1}$ = (0.277 0.504 0.492 0.465 0.288 0.215 -0.040 0.285)

$\lambda_2 = 0.127$ için,

$$\begin{bmatrix} 0.109-0.127 & 0.088 & 0.108 & 0.104 & 0.101 & 0.065 & 0.106 & 0.086 \\ 0.161 & 0.207-0.127 & 0.192 & 0.153 & 0.202 & 0.138 & 0.112 & 0.137 \\ 0.182 & 0.174 & 0.194-0.127 & 0.179 & 0.186 & 0.100 & 0.139 & 0.140 \\ 0.172 & 0.167 & 0.186 & 0.173-0.127 & 0.176 & 0.078 & 0.111 & 0.126 \\ 0.092 & 0.112 & 0.103 & 0.078 & 0.114-0.127 & 0.120 & 0.114 & 0.093 \\ 0.060 & 0.091 & 0.073 & 0.046 & 0.089 & 0.112-0.127 & 0.088 & 0.071 \\ -0.003 & -0.038 & -0.025 & -0.018 & -0.023 & 0.052 & 0.093-0.127 & 0.018 \\ 0.097 & 0.113 & 0.114 & 0.099 & 0.112 & 0.046 & 0.044 & 0.071-0.127 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{12} \\ f_{22} \\ f_{32} \\ f_{42} \\ f_{52} \\ f_{62} \\ f_{72} \\ f_{82} \end{bmatrix} = 0$$

Buradan hesaplanan $f_2$ vektörü;

$f'_{i2}$ = (-0.036 0.264 0.222 0.361 -0.224 -0.256 -0.717 0.346)

$\lambda_3 = 0.080$ için,

$$\begin{bmatrix} 0.109-0.080 & 0.088 & 0.108 & 0.104 & 0.101 & 0.065 & 0.106 & 0.086 \\ 0.161 & 0.207-0.080 & 0.192 & 0.153 & 0.202 & 0.138 & 0.112 & 0.137 \\ 0.182 & 0.174 & 0.194-0.080 & 0.179 & 0.186 & 0.100 & 0.139 & 0.140 \\ 0.172 & 0.167 & 0.186 & 0.173-0.080 & 0.176 & 0.078 & 0.111 & 0.126 \\ 0.092 & 0.112 & 0.103 & 0.078 & 0.114-0.080 & 0.120 & 0.114 & 0.093 \\ 0.060 & 0.091 & 0.073 & 0.046 & 0.089 & 0.112-0.080 & 0.088 & 0.071 \\ -0.003 & -0.038 & -0.025 & -0.018 & -0.023 & 0.052 & 0.093-0.080 & 0.018 \\ 0.097 & 0.113 & 0.114 & 0.099 & 0.112 & 0.046 & 0.044 & 0.071-0.080 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{13} \\ f_{23} \\ f_{33} \\ f_{43} \\ f_{53} \\ f_{63} \\ f_{73} \\ f_{83} \end{bmatrix} = 0$$

Buradan hesaplanan $f_3$ vektörü ise;

$f'_{i3} = (-0.364 \quad 0.545 \quad -0.225 \quad -0.171 \quad 0.208 \quad 0.376 \quad -0.525 \quad 0.173)$

olarak hesaplanmıştır.

Eşitlik (3.35) yardımı ile, $U_i$ ile $V_i$ arasındaki kanonik korelasyon katsayıları sırası ile;

a) $U_1$ ile $V_1$ arasındaki korelasyon **I. kanonik korelasyonu;**.

$$r_{u_1 v_1} = \sqrt{\lambda_1} = \sqrt{0.866} = 0.93$$

b) $U_2$ ile $V_2$ arasındaki korelasyon **II. kanonik korelasyonu;**.

$$r_{u2v2} = \sqrt{\lambda_2} = \sqrt{0.127} = 0.356$$

c) $U_3$ ile $V_3$ arasındaki korelasyon **III. kanonik korelasyonu;**.

$$r_{u3v3} = \sqrt{\lambda_3} = \sqrt{0.080} = 0.283$$

olarak hesaplanmaktadır.

**Kanonik Korelasyonun Önem Kontrolleri**

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = 0$$
$$H_1 : \rho_1 \neq \rho_2 \neq 0$$

$$\chi^2 = -\left[(n-1)-(p+q+1)/2\right]\log_e\left(\prod_{i=1}^{p}(1-r_i^2)\right)$$
$$= -\left[(86-1)-(3+8+1)/2\right]\log_e\left[(1-0.93^2)\,(1-0.356^2)(1-0.283^2)\right]$$
$$= (-79)x\log_e\left[0.134x0.873x0.920\right]$$
$$= (-79)\text{x}\log_e(0.108)$$
$$= (-79)\text{x}(-2.229)$$
$$= 170.10$$

$$\chi^2_{pq,\alpha} = \chi^2_{24,0.01} = 42.98 \text{ ise,}$$

170.10 > 42.98 olduğundan $H_0$ red edilir. Böylece, I. kanonik korelasyonun önemli olduğuna karar verilir.

II. Kanonik korelasyon değerinin önemli olup olmadığına bakılabilmesi için I. kanonik korelasyon değeri eşitlikten çıkartılır.

$$H_0 : \rho_2 = 0$$
$$H_1 : \rho_2 \neq 0$$

$$\chi^2 = -\left[(n-1)-(p+q+1)/2\right]\log_e\left(\prod_{i=2}^{p}(1-r_i^2)\right)$$
$$= -\left[(86-1)-(3+8+1)/2\right]\log_e\left[(1-0.356^2)(1-0.283^2)\right]$$
$$= (-79)x\log_e\left[0.873x0.920\right]$$
$$= (-79)\text{x}\log_e(0.803)$$
$$= (-79)\text{x}(-0.219)$$
$$= 17.32$$

$$\chi^2_{(p-1)(q-1),\alpha} = \chi^2_{14,0.01} = 29.14$$

17.32 < 29.14 olduğundan $H_0$ kabul edilir. Böylece, II. kanonik korelasyonun önemsiz olduğuna karar verilir. Dolayısı ile üçüncü kanonik korelasyon katsayısının

önem kontrolü yapılmamaktadır. Bundan dolayı, birinci kanonik değişkenlerin bulunması ($U_1$ ve $V_1$) ve bu değişkenler ile orijinal değişkenler arasındaki korelasyona bakılması ve hesaplanan kanonik değişkenlerin dahil olmadıkları değişken kümelerinde görülen toplam varyasyonun ne kadarını izah edebildiği tespit edilmelidir.

Çalışmada birinci kanonik korelasyon katsayısı önemli bulunduğuna göre birinci kanonik değişkenleri için standardize kanonik katsayılar ve kanonik yüklerinin belirlenmesi ve buna göre orijinal değişkenler ile kanonik değişkenler arasındaki ilişkinin ortaya konması gerekmektedir. Buna göre standardize kanonik katsayılar,

$$a_1 = \frac{e_{11}}{\sqrt{e'_{i1} R_{11} e_{i1}}}$$

$$a_1 = \frac{0.020}{\sqrt{[0.020 \quad 0.681 \quad 0.732] \begin{bmatrix} 1.000 & 0.504 & 0.464 \\ 0.504 & 1.000 & 0.863 \\ 0.464 & 0.863 & 1.000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.020 \\ 0.681 \\ 0.732 \end{bmatrix}}}$$

$$a_1 = \frac{0.020}{\sqrt{1.887}} = 0.014$$

Buna göre diğerleri sırası ile,

$$a_2 = \frac{0.681}{1.887} = 0.496 \;\; ; \;\; a_3 = 0.533$$

olarak hesaplanmıştır. Buna göre $Y$ değişken kümesi için standardize kanonik katsayılar vektörü,

$$\underset{\sim}{a'_1} = (0.014 \quad 0.496 \quad 0.532)$$

olarak tespit edilmiştir.

*X* değişken kümesi için standardize kanonik katsayılar;

$$b_1 = \frac{f_{11}}{\sqrt{f_{i1}' R_{22} f_{i1}}}$$

$$b_1 = \frac{0.277}{\sqrt{\begin{pmatrix}0.277 & 0.504 & 0.492 & 0.465 & 0.288 & 0.215 & -0.040 & 0.285\end{pmatrix}\begin{bmatrix}1.000 & 0.833 & 0.739 & 0.529 & 0.739 & 0.470 & 0.629 & 0.634\\ 0.833 & 1.000 & 0.803 & 0.550 & 0.806 & 0.498 & 0.692 & 0.597\\ 0.739 & 0.803 & 1.000 & 0.682 & 0.871 & 0.575 & 0.644 & 0.569\\ 0.529 & 0.550 & 0.682 & 1.000 & 0.762 & 0.546 & 0.552 & 0.437\\ 0.739 & 0.806 & 0.871 & 0.762 & 1.000 & 0.600 & 0.680 & 0.602\\ 0.470 & 0.498 & 0.575 & 0.546 & 0.600 & 1.000 & 0.746 & 0.575\\ 0.629 & 0.692 & 0.644 & 0.552 & 0.680 & 0.746 & 1.000 & 0.794\\ 0.634 & 0.597 & 0.569 & 0.437 & 0.602 & 0.575 & 0.794 & 1.000\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.277\\ 0.504\\ 0.492\\ 0.465\\ 0.288\\ 0.215\\ -0.040\\ 0.285\end{bmatrix}}}$$

$$b_1 = \frac{0.277}{\sqrt{4.387}}$$

$$b_1 = 0.132$$

$b_2 = 0.241$ ; $b_3 = 0.235$ ; $b_4 = 0.222$ ; $b_5 = 0.137$ ; $b_6 = 0.103$ ; $b_7 = -0.019$ ; $b_8 = 0.136$ olarak hesaplanmıştır. Buna göre *X* değişken kümesi için standardize kanonik katsayılar vektörü,

$$\underset{\sim}{b_1'} = (0.132 \quad 0.241 \quad 0.235 \quad 0.222 \quad 0.137 \quad 0.103 \quad -0.019 \quad 0.136)$$

olarak tespit edilmiştir.

Buna göre birinci kanonik değişken çifti,

$U_1$ = 0.132 (VU) + 0.241 (CY) + 0.235 (GD) + 0.222 (GG) + 0.137(GÇ)
+ 0.103 (ÖS) - 0.019 (OS) + 0.136 (AS)

$V_1$ = 0.014(DA) + 0.496(SKA) + 0.532(AA)

şeklinde yazılabilmektedir.

Bu bilgiler doğrultusunda $U_1$ kanonik değişkeni ile *X* değişken kümesi arasındaki kanonik yükler (veya korelasyonlar) (3.44) no' lu eşitlikten, $V_1$ kanonik değişkeni ile *Y* değişken kümesi arasındaki korelasyonlar ise (3.47) no' lu eşitlikten;

$$\text{Kor}(U_1, X) = \frac{(0.132 \quad 0.241 \quad 0.235 \quad 0.222 \quad 0.137 \quad 0.103 \quad -0.019 \quad 0.136) \begin{bmatrix} 1.000 & 0.833 & 0.739 & 0.529 & 0.739 & 0.470 & 0.629 & 0.634 \\ 0.833 & 1.000 & 0.803 & 0.550 & 0.806 & 0.498 & 0.692 & 0.597 \\ 0.739 & 0.803 & 1.000 & 0.682 & 0.871 & 0.575 & 0.644 & 0.569 \\ 0.529 & 0.550 & 0.682 & 1.000 & 0.762 & 0.546 & 0.552 & 0.437 \\ 0.739 & 0.806 & 0.871 & 0.762 & 1.000 & 0.600 & 0.680 & 0.602 \\ 0.470 & 0.498 & 0.575 & 0.546 & 0.600 & 1.000 & 0.746 & 0.575 \\ 0.629 & 0.692 & 0.644 & 0.552 & 0.680 & 0.746 & 1.000 & 0.794 \\ 0.634 & 0.597 & 0.569 & 0.437 & 0.602 & 0.575 & 0.794 & 1.000 \end{bmatrix}}{\left[ \text{Köş} \begin{bmatrix} 1.000 & 0.833 & 0.739 & 0.529 & 0.739 & 0.470 & 0.629 & 0.634 \\ 0.833 & 1.000 & 0.803 & 0.550 & 0.806 & 0.498 & 0.692 & 0.597 \\ 0.739 & 0.803 & 1.000 & 0.682 & 0.871 & 0.575 & 0.644 & 0.569 \\ 0.529 & 0.550 & 0.682 & 1.000 & 0.762 & 0.546 & 0.552 & 0.437 \\ 0.739 & 0.806 & 0.871 & 0.762 & 1.000 & 0.600 & 0.680 & 0.602 \\ 0.470 & 0.498 & 0.575 & 0.546 & 0.600 & 1.000 & 0.746 & 0.575 \\ 0.629 & 0.692 & 0.644 & 0.552 & 0.680 & 0.746 & 1.000 & 0.794 \\ 0.634 & 0.597 & 0.569 & 0.437 & 0.602 & 0.575 & 0.794 & 1.000 \end{bmatrix} \right]^{1/2}}$$

$$= \frac{(0.848 \quad 0.892 \quad 0.921 \quad 0.794 \quad 0.933 \quad 0.687 \quad 0.783 \quad 0.721)}{1}$$

$$\text{Kor}(U_1, X) = (0.848 \quad 0.892 \quad 0.921 \quad 0.794 \quad 0.933 \quad 0.687 \quad 0.783 \quad 0.721)$$

$$\text{Kor}(V_1, Y_1) = \frac{(0.014 \quad 0.496 \quad 0.532) \begin{bmatrix} 1.000 & 0.504 & 0.464 \\ 0.504 & 1.000 & 0.863 \\ 0.464 & 0.863 & 1.000 \end{bmatrix}}{\left[ \text{Köş} \begin{bmatrix} 1.000 & 0.504 & 0.464 \\ 0.504 & 1.000 & 0.863 \\ 0.464 & 0.863 & 1.000 \end{bmatrix} \right]^{1/2}}$$

$$\text{Kor}(V_1, Y_1) = \frac{(0.511 \quad 0.962 \quad 0.967)}{1}$$

$$\text{Kor}(V_1, Y) = (0.511 \quad 0.962 \quad 0.967)$$

olarak hesaplanmaktadır. Burada, elde edilen korelasyon katsayıları arasında da (3.48) no' lu eşitlikte verildiği gibi bir ilişki söz konusudur. Buna göre, $U_1$ kanonik değişkeni ile $Y$ değişken kümesi ve $V_1$ kanonik değişkeni ile $X$ değişken kümesi arasındaki kanonik yükler ise,

$$\text{Kor}(U_i, Y) = (0.930)\,(0.511 \quad 0.962 \quad 0.967)$$
$$= (0.475 \quad 0.895 \quad 0.899)$$

$$\text{Kor}(V_i, X) = (0.930)(\ 0.848 \quad 0.892 \quad 0.921 \quad 0.794 \quad 0.933 \quad 0.687 \quad 0.783 \quad 0.721)$$
$$= (0.789 \quad 0.830 \quad 0.857 \quad 0.738 \quad 0.868 \quad 0.639 \quad 0.728 \quad 0.671)$$

olarak hesaplanmaktadır. $X$ ve $Y$ değişken kümelerinde belirlenen toplam varyansların kendi kanonik değişkenleri tarafından ne kadarının açıklanabildiği, Eşitlik (3.58)' den hesaplanmaktadır. Buna göre, $X$ değişken kümesinde görülen toplam varyansın açıklanmasında $U_1$ kanonik değişkenin katkı payı;

$U_1$ tarafından açıklanan varyans : $[(0.848)^2+\ldots+(0.721)^2]/8 = 0.684$

olarak hesaplanmaktadır. $X$ değişken kümesindeki toplam varyasyonun, % 68.4' ü $U_1$ tarafından izah edilmektedir. $Y$ değişken kümesinde görülen toplam varyansın açıklanmasında $V_1$ kanonik değişkenin katkı payı;

$V_1$ tarafından açıklanan varyans : $[(0.511)^2+\ldots+(0.967)^2]/3 = 0.707$

olarak hesaplanmaktadır. $Y$ değişken kümesindeki toplam varyasyonun, % 70.7' si $V_1$ tarafından izah edilmektedir.

$X$ değişken kümesindeki toplam varyasyonun, $V_1$ tarafından açıklanan kısmı (%), yani açıklanabilirlik belirleme katsayısı ise Eşitlik (3.59)' dan,

$V_1$ tarafından açıklanan varyans : $[(0.789)^2+\ldots+(0.671)^2]/8 = 0.592$

olarak hesaplanmaktadır. Buna göre, $X$ değişken kümesindeki toplam varyasyonun, % 59.2' si $V_1$ tarafından izah edilmektedir. $Y$ değişken kümesindeki toplam varyasyonun, $U_1$ tarafından açıklanan kısmı (%), yani açıklanabilirlik belirleme katsayısı ise Eşitlik (3.59)' den,

$U_1$ tarafından açıklanan varyans : $[(0.475)^2+\ldots+(0.899)^2]/3 = 0.612$

olarak hesaplanmaktadır. $Y$ değişken kümesindeki toplam varyasyonun, % 61.2' si $U_1$ tarafından izah edilmektedir.

## Ek 4. Kısmi Kanonik Korelasyon Analizinin Elde Çözümü

Çalışmada, incelenen değişken kümeleri arasındaki ilişkilerin belirlenmesi adımsal olarak anlatılacaktır. İncelen özelliklere ait uzunluk ölçüleri *K* değişken kümesi (VU, GD, CY), genişlik ölçüleri *L* değişken kümesi (GG, GÇ, ÖS, OS, AS), diğer özellikler ise *Y* değişken kümesi (DA, SKA, AA) olarak tanımlanmıştı.

Buna göre standardize edilmiş verilerden hesaplanan korelasyon matrisi;

$$R = \left[\begin{array}{ccc:ccc:ccccc} 1.000 & 0.504 & 0.464 & 0.367 & 0.448 & 0.412 & 0.312 & 0.456 & 0.480 & 0.455 & 0.371 \\ 0.504 & 1.000 & 0.863 & 0.753 & 0.809 & 0.828 & 0.711 & 0.839 & 0.593 & 0.657 & 0.633 \\ 0.464 & 0.863 & 1.000 & 0.769 & 0.791 & 0.826 & 0.716 & 0.836 & 0.635 & 0.742 & 0.659 \\ \hdashline 0.367 & 0,753 & 0.769 & 1.000 & 0.833 & 0.739 & 0.529 & 0.739 & 0.470 & 0.629 & 0.634 \\ 0.448 & 0.809 & 0.791 & 0.833 & 1.000 & 0.803 & 0.550 & 0.806 & 0.498 & 0.692 & 0.597 \\ 0.412 & 0.828 & 0.826 & 0.739 & 0.803 & 1.000 & 0.682 & 0.871 & 0.575 & 0.644 & 0.569 \\ \hdashline 0.312 & 0.711 & 0.716 & 0.529 & 0.550 & 0.682 & 1.000 & 0.762 & 0.546 & 0.552 & 0.437 \\ 0.456 & 0.839 & 0.836 & 0.739 & 0.806 & 0.871 & 0.762 & 1.000 & 0.600 & 0.680 & 0.602 \\ 0.480 & 0.593 & 0.635 & 0.470 & 0.498 & 0.575 & 0.546 & 0.600 & 1.000 & 0.746 & 0.575 \\ 0.455 & 0.657 & 0.742 & 0.629 & 0.692 & 0.644 & 0.552 & 0.680 & 0.746 & 1.000 & 0.794 \\ 0.371 & 0.633 & 0.659 & 0.634 & 0.597 & 0.569 & 0.437 & 0.602 & 0.575 & 0.794 & 1.000 \end{array}\right]$$

İncelenen özelliklere ait korelasyon matrisi parçalanırsa,

$$R_{11} = \left[\begin{array}{ccc} 1.000 & 0.504 & 0.464 \\ 0.504 & 1.000 & 0.863 \\ 0.464 & 0.863 & 1.000 \end{array}\right]$$

$$R_{12} = \left[\begin{array}{ccc} 0.367 & 0.448 & 0.412 \\ 0.753 & 0.809 & 0.828 \\ 0.769 & 0.791 & 0.826 \end{array}\right]$$

$$R_{13} = \left[\begin{array}{ccccc} 0.312 & 0.456 & 0.480 & 0.455 & 0.371 \\ 0.711 & 0.839 & 0.593 & 0.657 & 0.633 \\ 0.716 & 0.836 & 0.635 & 0.742 & 0.659 \end{array}\right]$$

$$R_{21} = \begin{bmatrix} 0.367 & 0.753 & 0.769 \\ 0.448 & 0.809 & 0.791 \\ 0.412 & 0.828 & 0.826 \end{bmatrix}$$

$$R_{22} = \begin{bmatrix} 1.000 & 0.833 & 0.739 \\ 0.833 & 1.000 & 0.803 \\ 0.739 & 0.803 & 1.000 \end{bmatrix}$$

$$R_{23} = \begin{bmatrix} 0.529 & 0.739 & 0.470 & 0.629 & 0.634 \\ 0.550 & 0.806 & 0.498 & 0.692 & 0.597 \\ 0.682 & 0.871 & 0.575 & 0.644 & 0.569 \end{bmatrix}$$

$$R_{31} = \begin{bmatrix} 0.312 & 0.711 & 0.716 \\ 0.456 & 0.839 & 0.836 \\ 0.480 & 0.593 & 0.635 \\ 0.455 & 0.657 & 0.742 \\ 0.371 & 0.633 & 0.659 \end{bmatrix}$$

$$R_{32} = \begin{bmatrix} 0.529 & 0.550 & 0.682 \\ 0.739 & 0.806 & 0.871 \\ 0.470 & 0.498 & 0.575 \\ 0.629 & 0.692 & 0.644 \\ 0.634 & 0.597 & 0.569 \end{bmatrix}$$

$$R_{33} = \begin{bmatrix} 1.000 & 0.762 & 0.546 & 0.552 & 0.437 \\ 0.762 & 1.000 & 0.600 & 0.680 & 0.602 \\ 0.546 & 0.600 & 1.000 & 0.746 & 0.575 \\ 0.552 & 0.680 & 0.746 & 1.000 & 0.794 \\ 0.437 & 0.602 & 0.575 & 0.794 & 1.000 \end{bmatrix}$$

şeklinde parçalanmaktadır. Korelasyon matrisinde $R_{21} : rxs$ , $R_{12} : sxr$ 'nin devriği, $R_{31} : pxs$ , $R_{13} : sxp$ 'nin devriği, $R_{32} : pxr$ ise $R_{23} : rxp$ 'nin devriğidir. *K* değişken kümesinin etkisi sabit tutulduğunda, *L* ve Y değişken kümelerinden elde edilecek kanonik değişkenler için katsayılar, n *Y* değişken kümesinin çözüm matrisi, $H_3$ ile *L* değişken kümesinin çözüm matrisi, $H_4$ matrislerinin özdeğerlerine karşılık gelen öz vektör elemanlarıdır.

$$H_3 = R_{11.2}^{-1} R_{13.2} R_{33.2}^{-1} R_{31.2}$$

$$H_4 = R_{33.2}^{-1} R_{31.2} R_{11.2}^{-1} R_{13.2}$$

Eşitlikte bulunan öğeler sırası ile aşağıdaki eşitlik yardımı ile hesaplanabilmektedir.

$$R_{11.2}^{-1} = \left[ R_{11} - R_{12} R_{22}^{-1} R_{21} \right]^{-1}$$

$$R_{13.2} = \left[ R_{13} - R_{12} R_{22}^{-1} R_{23} \right]$$

$$R_{33.2}^{-1} = \left[ R_{33} - R_{32} R_{22}^{-1} R_{23} \right]^{-1}$$

$$R_{31.2} = \left[ R_{31} - R_{32} R_{22}^{-1} R_{21} \right]$$

ise,

$$R_{11.2}^{-1} = \left[ R_{11} - R_{12} R_{22}^{-1} R_{21} \right]^{-1}$$

$$R_{11.2}^{-1} = \left[ \begin{bmatrix} 1.000 & 0.504 & 0.464 \\ 0.504 & 1.000 & 0.863 \\ 0.464 & 0.863 & 1.000 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.367 & 0.448 & 0.412 \\ 0.753 & 0.809 & 0.828 \\ 0.769 & 0.791 & 0.826 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.000 & 0.833 & 0.739 \\ 0.833 & 1.000 & 0.803 \\ 0.739 & 0.803 & 1.000 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.367 & 0.753 & 0.769 \\ 0.448 & 0.809 & 0.791 \\ 0.412 & 0.828 & 0.826 \end{bmatrix} \right]^{-1}$$

$$R_{11.2}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.791 & 0.118 & 0.086 \\ 0.118 & 0.249 & 0.116 \\ 0.086 & 0.116 & 0.254 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$R_{11.2}^{-1} = \begin{bmatrix} 1.369 & -0.549 & -0.211 \\ -0.549 & 5.322 & -2.255 \\ -0.211 & -2.255 & 5.044 \end{bmatrix}$$

$$R_{13.2} = \left[ R_{13} - R_{12} R_{22}^{-1} R_{23} \right]$$

$$R_{13.2} = \left[ \begin{bmatrix} 0.312 & 0.456 & 0.480 & 0.455 & 0.371 \\ 0.711 & 0.839 & 0.593 & 0.657 & 0.633 \\ 0.716 & 0.836 & 0.635 & 0.742 & 0.659 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.367 & 0.448 & 0.412 \\ 0.753 & 0.809 & 0.828 \\ 0.769 & 0.791 & 0.826 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.000 & 0.833 & 0.739 \\ 0.833 & 1.000 & 0.803 \\ 0.739 & 0.803 & 1.000 \end{bmatrix}^{-1} \right] \begin{bmatrix} 0.529 & 0.739 & 0.470 & 0.629 & 0.634 \\ 0.550 & 0.806 & 0.498 & 0.692 & 0.597 \\ 0.682 & 0.871 & 0.575 & 0.644 & 0.569 \end{bmatrix}$$

$$R_{13.2} = \begin{bmatrix} 0.032 & 0.063 & 0.232 & 0.134 & 0.097 \\ 0.142 & 0.071 & 0.099 & 0.048 & 0.087 \\ 0.146 & 0.072 & 0.142 & 0.139 & 0.109 \end{bmatrix}$$

$$R_{33.2}^{-1} = \left[ R_{33} - R_{32} R_{22}^{-1} R_{23} \right]^{-1}$$

$$R_{33.2}^{-1} = \left[ \begin{bmatrix} 1.000 & 0.762 & 0.546 & 0.552 & 0.437 \\ 0.762 & 1.000 & 0.600 & 0.680 & 0.602 \\ 0.546 & 0.600 & 1.000 & 0.746 & 0.575 \\ 0.552 & 0.680 & 0.746 & 1.000 & 0.794 \\ 0.437 & 0.602 & 0.575 & 0.794 & 1.000 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.529 & 0.550 & 0.682 \\ 0.739 & 0.806 & 0.871 \\ 0.470 & 0.498 & 0.575 \\ 0.629 & 0.692 & 0.644 \\ 0.634 & 0.597 & 0.569 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.000 & 0.833 & 0.739 \\ 0.833 & 1.000 & 0.803 \\ 0.739 & 0.803 & 1.000 \end{bmatrix}^{-1} \right]^{-1} \begin{bmatrix} 0.529 & 0.739 & 0.470 & 0.629 & 0.634 \\ 0.550 & 0.806 & 0.498 & 0.692 & 0.597 \\ 0.682 & 0.871 & 0.575 & 0.644 & 0.569 \end{bmatrix}$$

$$R_{33.2}^{-1} = \begin{bmatrix} 2.604 & -1.943 & -0.258 & -0.370 & 0.335 \\ -1.943 & 6.585 & -0.331 & 0.126 & -0.446 \\ -0.258 & -0.331 & 2.532 & -1.823 & 0.149 \\ -0.370 & 0.126 & -1.823 & 4.962 & -2.255 \\ 0.335 & -0.446 & 0.149 & -2.255 & 3.064 \end{bmatrix}$$

$$R_{31.2} = \left[ R_{31} - R_{32} R_{22}^{-1} R_{21} \right]$$

$$R_{31.2} = \left[ \begin{bmatrix} 0.312 & 0.711 & 0.716 \\ 0.456 & 0.839 & 0.836 \\ 0.480 & 0.593 & 0.635 \\ 0.455 & 0.657 & 0.742 \\ 0.371 & 0.633 & 0.659 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.529 & 0.550 & 0.682 \\ 0.739 & 0.806 & 0.871 \\ 0.470 & 0.498 & 0.575 \\ 0.629 & 0.692 & 0.644 \\ 0.634 & 0.597 & 0.569 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.000 & 0.833 & 0.739 \\ 0.833 & 1.000 & 0.803 \\ 0.739 & 0.803 & 1.000 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.367 & 0.753 & 0.769 \\ 0.448 & 0.809 & 0.791 \\ 0.412 & 0.828 & 0.826 \end{bmatrix} \right]$$

$$R_{31.2} = \begin{bmatrix} 0.032 & 0.142 & 0.146 \\ 0.063 & 0.071 & 0.072 \\ 0.232 & 0.099 & 0.142 \\ 0.134 & 0.048 & 0.139 \\ 0.097 & 0.087 & 0.109 \end{bmatrix}$$

Bulunan matris değerleri çözüm matrisinde ($H_3$) yerine konulursa,

$$H_3 = R_{11.2}^{-1} R_{13.2} R_{33.2}^{-1} R_{31.2} = \begin{bmatrix} 1.369 & -0.549 & -0.211 \\ -0.549 & 5.322 & -2.255 \\ -0.211 & -2.255 & 5.044 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.032 & 0.063 & 0.232 & 0.134 & 0.097 \\ 0.142 & 0.071 & 0.099 & 0.048 & 0.087 \\ 0.146 & 0.072 & 0.142 & 0.139 & 0.109 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2.604 & -1.943 & -0.258 & -0.370 & 0.335 \\ -1.943 & 6.585 & -0.331 & 0.126 & -0.446 \\ -0.258 & -0.331 & 2.532 & -1.823 & 0.149 \\ -0.370 & 0.126 & -1.823 & 4.962 & -2.255 \\ 0.335 & -0.446 & 0.149 & -2.255 & 3.064 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.032 & 0.142 & 0.146 \\ 0.063 & 0.071 & 0.072 \\ 0.232 & 0.099 & 0.142 \\ 0.134 & 0.048 & 0.139 \\ 0.097 & 0.087 & 0.109 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.096 & 0.006 & 0.027 \\ 0.023 & 0.177 & 0.094 \\ 0.161 & 0.125 & 0.224 \end{bmatrix}$$

elde edilir. $H_3$ çözüm matrisin özdeğerleri kanonik korelasyon katsayılarının karelerini, öz vektörler ise, kanonik değişken çiftlerinden *V*' ye ait kanonik ağırlıkları (*e* vektörlerini) vermektedir. Buna göre, $H_3$ çözüm matrisinin özdeğerleri (3.65) no' lu eşitlik yardımı ile $\lambda_1 = 0.327$; $\lambda_2 = 0.117$ ; $\lambda_3 = 0.053$ olarak hesaplanmıştır. Çözüm

matrisinden hesaplanan özdeğerlerin her biri sırası ile (3.66) no' lu eşitlikte yerine konulması ile $H_3$ çözüm matrisinin öz vektörleri, diğer bir ifade ile $V$ kanonik değişkeninin katsayıları (ağırlıkları) sırası ile;

$\lambda_1 = 0.327$ için;

$$\underset{\sim}{e_1'} = (-0.111 \quad -0.541 \quad -0.834)$$

$\lambda_2 = 0.117$

$$\underset{\sim}{e_2'} = (-0.352 \quad 0.828 \quad -0.438)$$

$\lambda_3 = 0.053$ için;

$$\underset{\sim}{e_3'} = (0.418 \quad 0.500 \quad -0.759)$$

Bulunan matris değerleri $H_4$ çözüm matrisinde yerine konulursa,

$$H_4 = R_{33.2}^{-1} R_{31.2} R_{11.2}^{-1} R_{13.2}$$

$$H_4 = R_{33.2}^{-1} R_{31.2} R_{11.2}^{-1} R_{13.2} = \begin{bmatrix} 2.604 & -1.943 & -0.258 & -0.370 & 0.335 \\ -1.943 & 6.585 & -0.331 & 0.126 & -0.446 \\ -0.258 & -0.331 & 2.532 & -1.823 & 0.149 \\ -0.370 & 0.126 & -1.823 & 4.962 & -2.255 \\ 0.335 & -0.446 & 0.149 & -2.255 & 3.064 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.032 & 0.142 & 0.146 \\ 0.063 & 0.071 & 0.072 \\ 0.232 & 0.099 & 0.142 \\ 0.134 & 0.048 & 0.139 \\ 0.097 & 0.087 & 0.109 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1.369 & -0.549 & -0.211 \\ -0.549 & 5.322 & -2.255 \\ -0.211 & -2.255 & 5.044 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.032 & 0.063 & 0.232 & 0.134 & 0.097 \\ 0.142 & 0.071 & 0.099 & 0.048 & 0.087 \\ 0.146 & 0.072 & 0.142 & 0.139 & 0.109 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.174 & 0.071 & 0.073 & 0.062 & 0.091 \\ 0.082 & 0.053 & 0.120 & 0.080 & 0.075 \\ 0.052 & 0.044 & 0.114 & 0.061 & 0.060 \\ -0.020 & -0.006 & 0.051 & 0.104 & 0.017 \\ 0.102 & 0.046 & 0.045 & 0.010 & 0.052 \end{bmatrix}$$

elde edilir. Çözüm matrisin özdeğerleri kanonik korelasyon katsayılarının karelerini, öz vektörler ise, kanonik değişken çiftlerinden $W$' ye ait kanonik ağırlıkları ($f$ vektörlerini) vermektedir.

Buna göre $H_4$ çözüm matrisinin özdeğerleri ise (3.67) no' lu eşitlikten sırası ile, $\lambda_1$= 0.327; $\lambda_2$ = 0.117 ; $\lambda_3$ = 0.053 ; $\lambda_4$= 0.000 ; $\lambda_5$= -0.000; olarak hesaplanmıştır. Burada hesaplanan özdeğer ($\lambda_1$, $\lambda_2$ ve $\lambda_3$) $H_3$ çözüm matrisinden hesaplanan ilk özdeğer ile aynıdır.

$H_4$ çözüm matrisinden hesaplanan özdeğerlerin her biri sırası ile (3.68) no' lu eşitlikte yerine konulması ile $H_4$ çözüm matrisinin öz vektörleri, diğer bir ifade ile $W$ kanonik değişkeninin katsayıları (ağırlıkları) sırası ile;

$\lambda_1$= 0.327 için;

$$\underset{\sim}{f_1'} = (-0.670 \quad -0.493 \quad -0.388 \quad -0.043 \quad -0.396)$$

$\lambda_2$ = 0.117 için;

$$\underset{\sim}{f_2'} = (-0.471 \quad 0.116 \quad 0.155 \quad 0.745 \quad -0.431)$$

$\lambda_3$ = 0.053 için;

$$\underset{\sim}{f_3'} = (0.306 \quad -0.298 \quad -0.547 \quad 0.692 \quad -0.201)$$

$\lambda_4$ = 0.000 için;

$$\underset{\sim}{f_4'} = (-0.271 \quad -0.175 \quad -0.244 \quad -0.090 \quad 0.910)$$

$\lambda_5$ = -0.000 için;

$$\underset{\sim}{f_5'} = (0.032 \quad -0.769 \quad 0.037 \quad -0.157 \quad 0.618)$$

Kısmi kanonik korelasyon katsayılarının sayısı, maksimum korelasyon matrisin *(rxp)* boyutundan küçük olan *p* adettir. Buna göre; *K* değişken kümesi sabit tutulduğunda, *W* ve *V* kanonik değişkenleri arasındaki kısmi kanonik korelasyon, $H_4$ çözüm matrisinin özdeğerlerinin karekköküne eşit olduğundan hesaplanan incelenen

özellikler için toplam üç adet kısmi kanonik korelasyon katsayısı hesaplanmıştır. Bu katsayılar en büyükten en küçüğe doğru;

$$r_{w_1 v_1 .K} = \sqrt{\lambda_1} = \sqrt{0.327} = 0.572$$

$$r_{w_2 v_2 .K} = \sqrt{\lambda_2} = \sqrt{0.117} = 0.342$$

$$r_{u_3 v_3 .K} = \sqrt{\lambda_3} = \sqrt{0.053} = 0.230$$

olarak hesaplanmaktadır.

**Kısmi Kanonik Korelasyon Katsayılarını Önem Kontrolleri**

Kanonik değişken çiftleri arasından hesaplanan kısmi kanonik korelasyon katsayılarının önem testi (3.69) no' lu eşitlikte yardımı ile,

$$H_0 : \rho_{1.K} = \rho_{2.K} = ... = \rho_{p.K} = 0$$
$$H_1 : \text{En bir } \rho_{i.K} \neq 0; \quad i = 1,2,...p$$

$$\chi^2 = -\left[(n-s-1)-(r+p+1)/2\right]\log_e\left(\prod_{i=1}^{p}(1-r_{i.K}^2)\right)$$
$$= -\left[(86-3-1)-(5+3+1)/2\right]\log_e\left[(1-572^2)\,(1-0.342^2)(1-0.230^2)\right]$$
$$= (-77.5)x\log_e\left[0.673x0.883x0.947\right]$$
$$= (-77.5)\text{x}\log_e(0.5628)$$
$$= (-77.5)\text{x}(-0.5748)$$
$$= 44.549$$

olarak hesaplanmış ve cetvel değeri; $\chi^2_{rp,\alpha} = \chi^2_{15,0.05} = 30.58$ olarak tespit edilmiştir.

44.549 > 30.58 olduğundan $H_0$ red edilir. Böylece, I. kısmi kanonik korelasyon katsayısının önemli olduğuna karar verilir ($p<0.01$).

II. kısmi kanonik korelasyon değerinin önemli olup olmadığına bakılabilmesi için I. kısmi kanonik korelasyon değeri eşitlikten çıkartılır.

$$H_0 : \rho_{2.K} = ... = \rho_{p.K} = 0$$

$$H_1 : \text{En bir } \rho_{i.K} \neq 0; \quad \text{i} = 2,...\text{p}$$

$$\chi^2 = -\left[(n-s-1)-(r+p+1)/2\right]\log_e\left(\prod_{i=2}^{p}(1-r_{i.K}^2)\right)$$

$$= -\left[(86-3-1)-(5+3+1)/2\right]\log_e\left[(1-0.342^2)(1-0.230^2)\right]$$

$$= (-77.5)x\log_e\left[0.883x0.947\right]$$

$$= (\text{-}77.5)\text{x}\log_{\text{e}}(0.8362)$$

$$= (\text{-}77.5)\text{x}(\text{-}0.1789)$$

$$= 13.864$$

Cetvel Değeri ise, $\chi^2_{(\text{p-1})(\text{r-1}),\alpha} = \chi^2_{8,0.05} = 15.51$ olarak tespit edilmiştir.

Buna göre, 13.864 < 15.51 olduğundan $H_0$ kabul edilir. Böylece, II. kısmi kanonik korelasyonun önemsiz olduğuna karar verilir (p>0.05). Çalışmada birinci kısmi kanonik korelasyon katsayısı önemli bulunduğuna göre, birinci kanonik değişkenleri için standardize kısmi kanonik katsayılar ve kanonik yüklerinin belirlenmesi ve buna göre orijinal değişkenler ile kısmi kanonik değişkenler arasındaki ilişkinin ortaya konması gerekmektedir. Buna göre, *Y* değişken kümesi için standardize kısmi kanonik katsayılar,

$$a_{11} = \frac{e_{11}}{\sqrt{e_{i1}' R_{11.2} e_{i1}}}$$

$$a_{11} = \frac{-0.111}{\sqrt{(\text{-}0.111 \quad \text{-}0.541 \quad \text{-}0.834)\begin{bmatrix} 0.791 & 0.118 & 0.086 \\ 0.118 & 0.249 & 0.116 \\ 0.086 & 0.116 & 0.254 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -0.111 \\ -0.541 \\ -0.834 \end{bmatrix}}}$$

$$a_{11} = \frac{-0.111}{\sqrt{0.394}} = -0.177$$

Buna göre diğerleri sırası ile,

$$a_2 = \frac{-0.541}{\sqrt{0.394}} = -0.862 \;\; ; \;\; a_3 = -1.328$$

olarak hesaplanmıştır. Buna göre *Y* değişken kümesi için standardize kısmi kanonik katsayılar vektörü,

$$\underset{\sim}{a_1'} = (-0.177 \quad -0.862 \quad -1.328)$$

olarak tespit edilmiştir.

*L* değişken kümesi için standardize kısmi kanonik katsayılar;

$$b_1 = \frac{f_{11}}{\sqrt{f_{i1}' R_{33.2} f_{i1}}}$$

$$b_1 = \frac{-0.670}{\sqrt{(-0.670 \quad -0.493 \quad -0.388 \quad -0.043 \quad -0.396) \begin{bmatrix} 0.533 & 0.165 & 0.152 & 0.109 & 0.039 \\ 0.165 & 0.208 & 0.087 & 0.064 & 0.055 \\ 0.152 & 0.087 & 0.664 & 0.355 & 0.225 \\ 0.109 & 0.064 & 0.355 & 0.495 & 0.344 \\ 0.039 & 0.055 & 0.225 & 0.344 & 0.573 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.670 \\ -0.493 \\ -0.388 \\ -0.043 \\ -0.396 \end{bmatrix}}}$$

$$= \frac{-0.670}{\sqrt{0.845}}$$

$$= -0.729$$

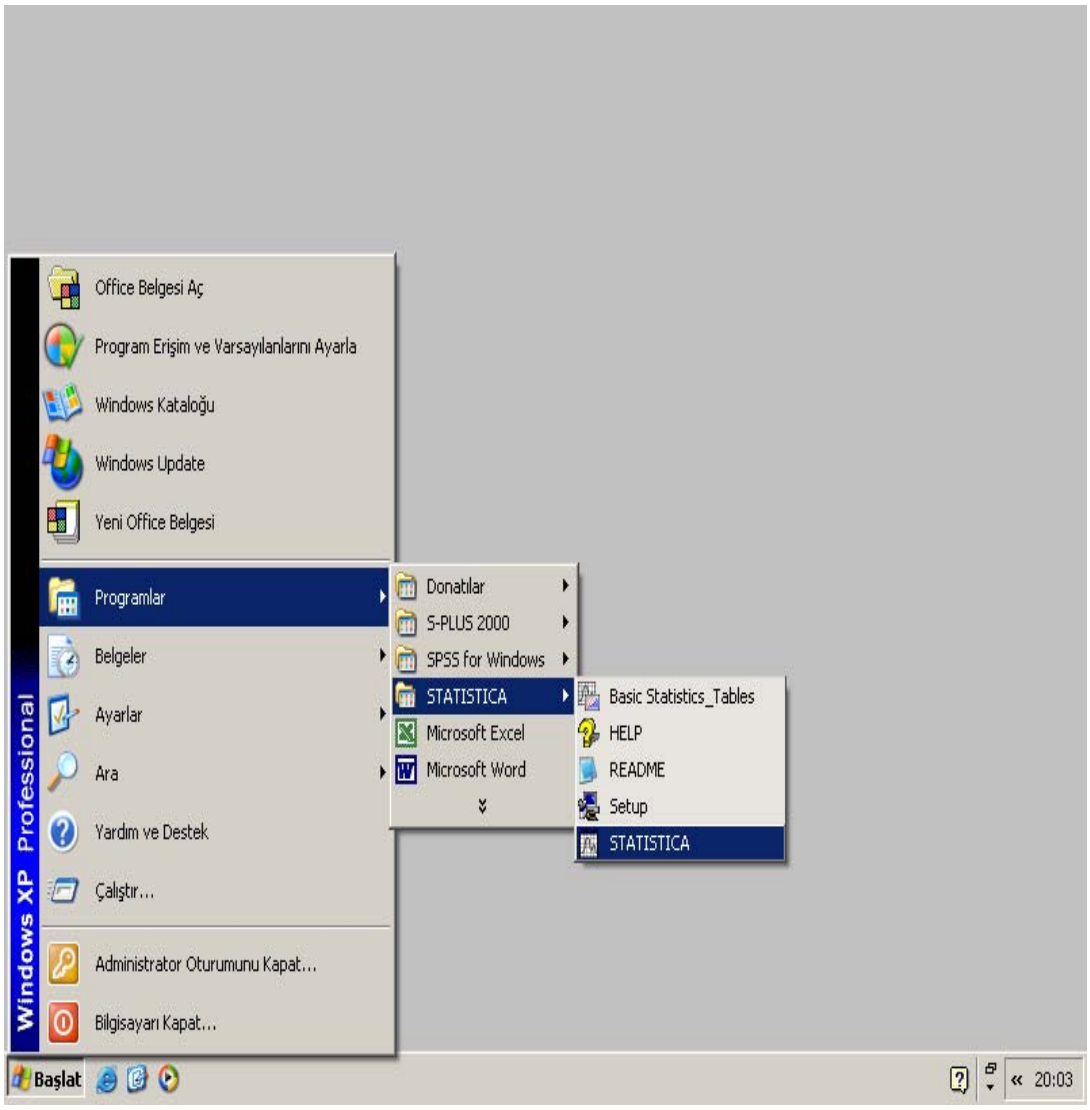
$b_2 = -0.537$ ; $b_3 = -0.422$ ; $b_4 = -0.047$ ; $b_5 = -0.430$ olarak hesaplanmıştır. Buna göre *Y* değişken kümesi için standardize kanonik katsayılar vektörü,

$$\underset{\sim}{b_1'} = (-0.729 \quad -0.537 \quad -0.422 \quad -0.047 \quad -0.430)$$

olarak tespit edilmiştir.

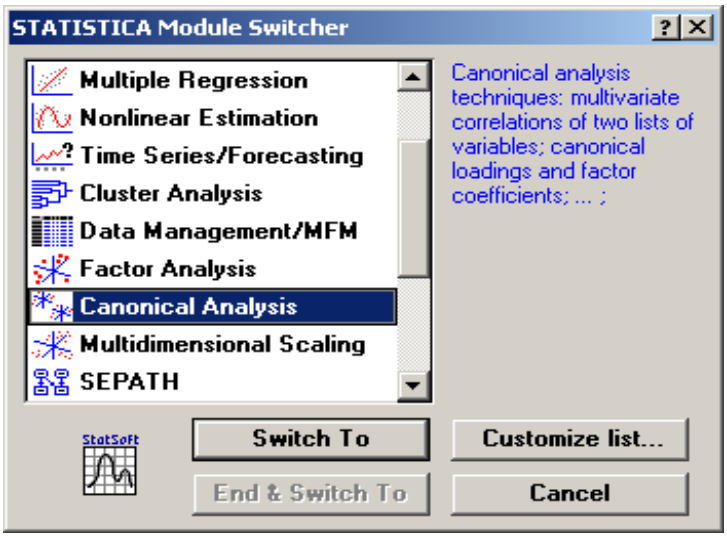
## Ek.5 Statistica Paket Programı ile Kanonik Korelasyon Analizi

Burada, Ek 1' de verilmiş olan uygulamanın, istatistik analizlerin yapılmasında yaygın olarak kullanılan bir paket programı aracılığı ile elde ediliş şekli verilmiştir. Statistica programı ile kanonik korelasyon analizini kullanmak istediğimizde takip edilmesi gerekli adımlar sırası ile verilmiştir.



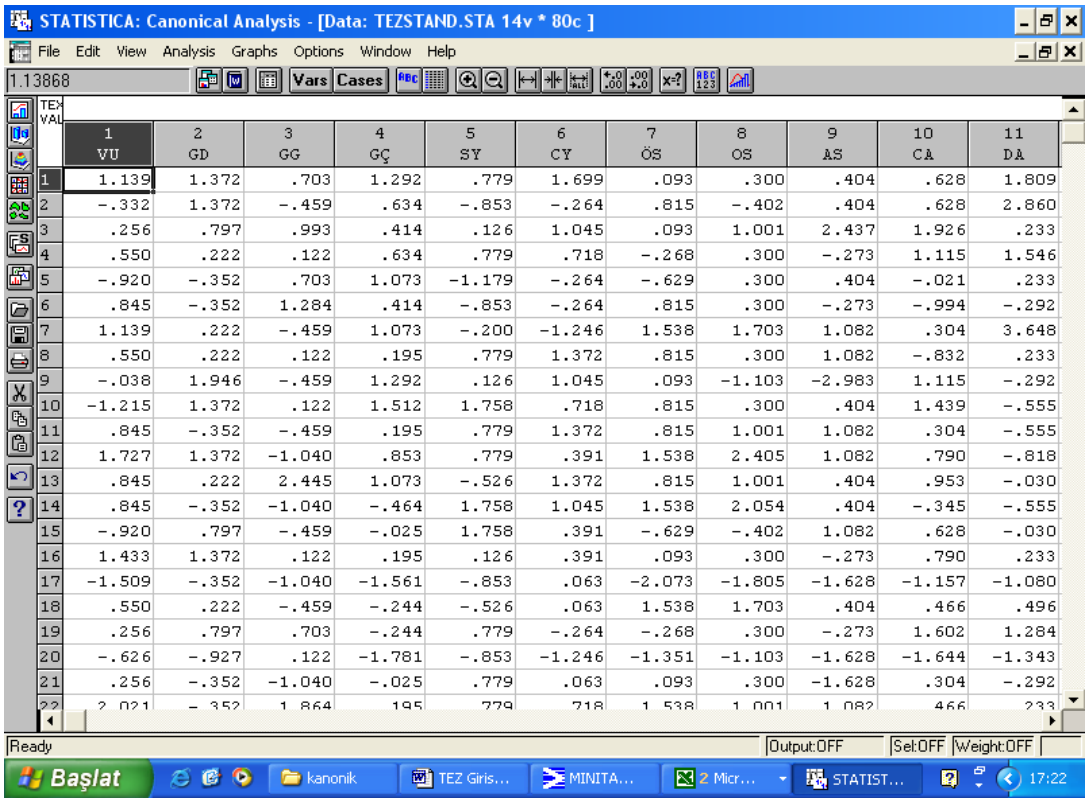

Şekil 1. Windows ortamında Statistica programının çalıştırılması

Windows ortamında başlat menüsünden Statistica tıklandıktan sonra Şekil 2'de görüleceği gibi bir Statistica modül değiştirici diyalog penceresi gelmektedir.



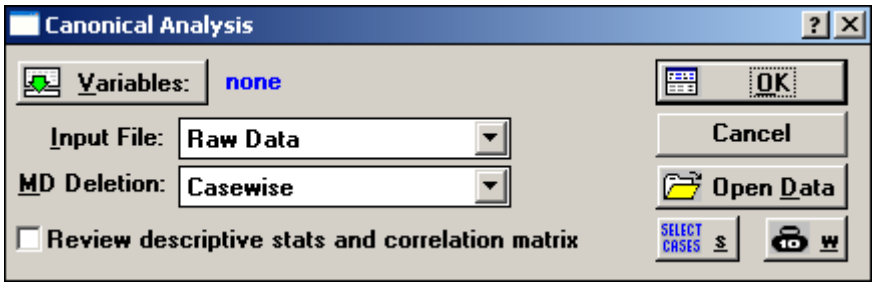

Şekil 2. Statistica modül değiştirici

Şekil 2 de verilen diyalog penceresinde Canonical Analysis (Kanonik Analiz) seçilerek, Switct To (değiştir) tıklanır ve Canonical Analysis modülüne gerilir. Burada, ekrana gelecek olan Şekil 3' de veriler, her değişken bir sütuna gelecek şekilde data diyalog kutusuna girilir.



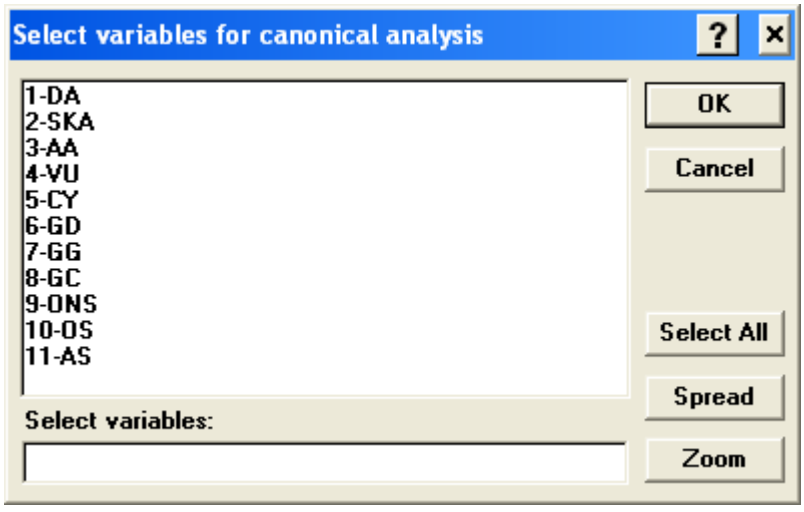

| | 1 VU | 2 GD | 3 GG | 4 GÇ | 5 SY | 6 CY | 7 ÖS | 8 OS | 9 AS | 10 CA | 11 DA |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.139 | 1.372 | .703 | 1.292 | .779 | 1.699 | .093 | .300 | .404 | .628 | 1.809 |
| 2 | -.332 | 1.372 | -.459 | .634 | -.853 | -.264 | .815 | -.402 | .404 | .628 | 2.860 |
| 3 | .256 | .797 | .993 | .414 | .126 | 1.045 | .093 | 1.001 | 2.437 | 1.926 | .233 |
| 4 | .550 | .222 | .122 | .634 | .779 | .718 | -.268 | .300 | -.273 | 1.115 | 1.546 |
| 5 | -.920 | -.352 | .703 | 1.073 | -1.179 | -.264 | -.629 | .300 | .404 | -.021 | .233 |
| 6 | .845 | -.352 | 1.284 | .414 | -.853 | -.264 | .815 | .300 | -.273 | -.994 | -.292 |
| 7 | 1.139 | .222 | -.459 | 1.073 | -.200 | -1.246 | 1.538 | 1.703 | 1.082 | .304 | 3.648 |
| 8 | .550 | .222 | .122 | .195 | .779 | 1.372 | .815 | .300 | 1.082 | -.832 | .233 |
| 9 | -.038 | 1.946 | -.459 | 1.292 | .126 | 1.045 | .093 | -1.103 | -2.983 | 1.115 | -.292 |
| 10 | -1.215 | 1.372 | .122 | 1.512 | 1.758 | .718 | .815 | .300 | .404 | 1.439 | -.555 |
| 11 | .845 | -.352 | -.459 | .195 | .779 | 1.372 | .815 | 1.001 | 1.082 | .304 | -.555 |
| 12 | 1.727 | 1.372 | -1.040 | .853 | .779 | .391 | 1.538 | 2.405 | 1.082 | .790 | -.818 |
| 13 | .845 | .222 | 2.445 | 1.073 | -.526 | 1.372 | .815 | 1.001 | .404 | .953 | -.030 |
| 14 | .845 | -.352 | -1.040 | -.464 | 1.758 | 1.045 | 1.538 | 2.054 | .404 | -.345 | -.555 |
| 15 | -.920 | .797 | -.459 | -.025 | 1.758 | .391 | -.629 | -.402 | 1.082 | .628 | -.030 |
| 16 | 1.433 | 1.372 | .122 | .195 | .126 | .391 | .093 | .300 | -.273 | .790 | .233 |
| 17 | -1.509 | -.352 | -1.040 | -1.561 | -.853 | .063 | -2.073 | -1.805 | -1.628 | -1.157 | -1.080 |
| 18 | .550 | .222 | -.459 | -.244 | -.526 | .063 | 1.538 | 1.703 | .404 | .466 | .496 |
| 19 | .256 | .797 | .703 | -.244 | .779 | -.264 | -.268 | .300 | -.273 | 1.602 | 1.284 |
| 20 | -.626 | -.927 | .122 | -1.781 | -.853 | -1.246 | -1.351 | -1.103 | -1.628 | -1.644 | -1.343 |
| 21 | .256 | -.352 | -1.040 | -.025 | .779 | .063 | .093 | .300 | -1.628 | .304 | -.292 |
| 22 | 2.021 | -.352 | 1.864 | .195 | .779 | .718 | 1.538 | 1.001 | 1.082 | .466 | .233 |

Veri girişi yapıldıktan sonra, Şekil 4' de gösterildiği gibi kanonik analiz diyalog penceresinde orijinal değişkenlerin programa tanıtılması aşaması gelmektedir.



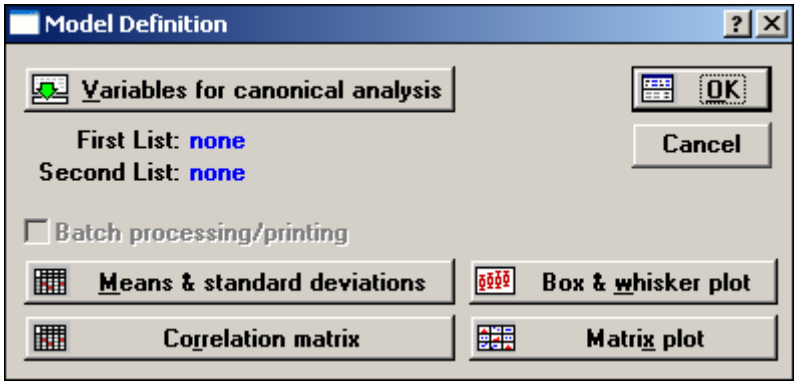

Şekil 4. Kanonik analiz diyolog penceresi

Şekil 4' de variables (değişkenler) tıklanarak analize tabi olacak değişkenler seçilir (Çalışmada, toplam değişken tanımlanmıştır). Aynı pencerede verilen Input File, kullanılacak veri kütüğü, Raw Data ise analizde ham verilerin kullanılacağını ifade etmektedir. MD Deletion, eksik gözlemlerin analize alınıp alınmayacağını, MD Deletion Diyalog kutusundaki Casewise ise eksik gözlemlerin analize alınmayacağını göstermektedir. Bu tanımlamalardan sonra OK tuşuna basılır (Şekil 5).



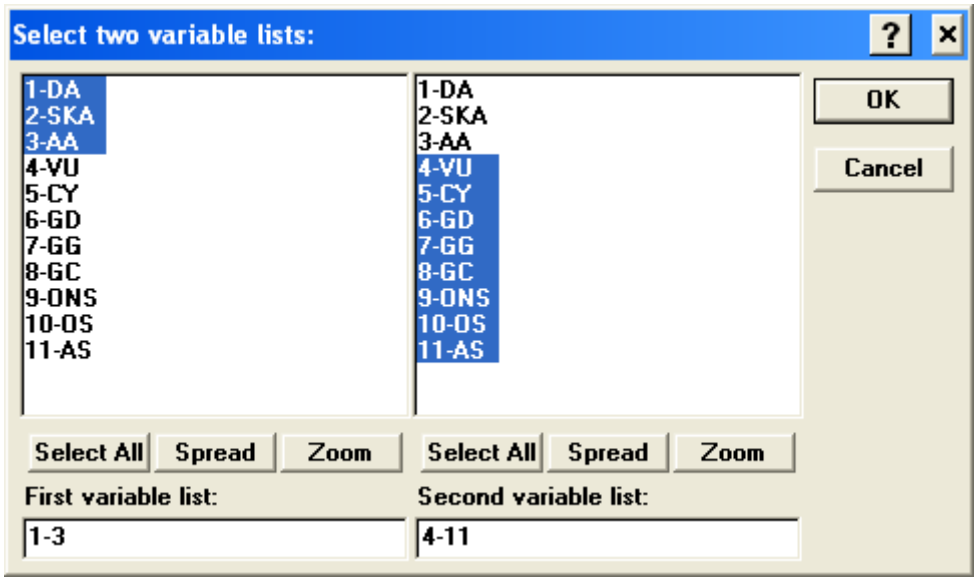

Şekil 5. Kanonik analiz için değişken seçimi

Şekil 5'de çalışmada kullanılacak değişkenler seçildikten sonra, OK tuşuna basılarak tekrar Şekil 4' e geri dönülür. Bu diyalog kutusunda da yine OK tuşuna basılarak, model tanımlaması aşamasına geçinir (Şekil 6).



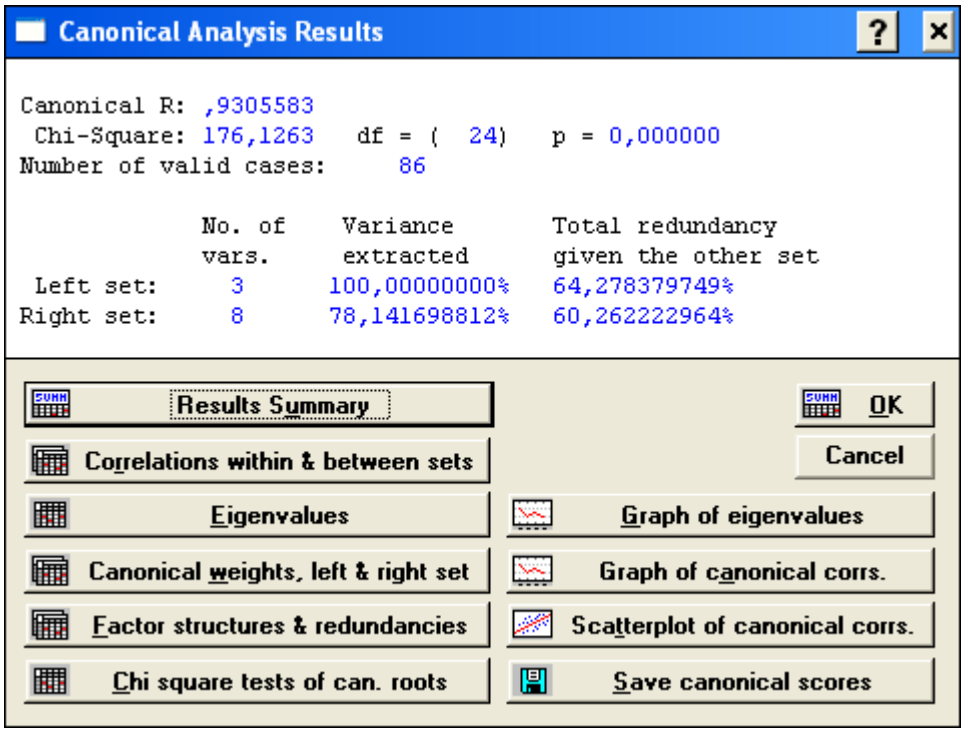

Şekil 6. Model tanımlaması

Burada, variables for canonical analysis butonuna tıklanarak, kanonik analiz için değişken kümeleri belirlenir(Şekil 7).




Şekil 7. Değişken kümelerinin tanımlanması.

Çalışmada, birinci değişken kümesinde ilk üç değişken (DA, SKA ve AA), ikinci değişken kümesinde ise, geri kalan sekiz değişken (VU, CY, GD, GG, GC, ONS, OS, AS) tanımlanmıştır. Buradan, OK tuşuna basılarak tekrar Şekil 6' ya dönülür. Ekrana gelen Şekil 6 görüntüsünde de OK tuşuna basılarak, kanonik korelasyon analizi sonuçları elde edilmektedir (Şekil 8).




Şekil 8. Kanonik Analiz Sonuçları

Şekil 8' de ekrana yansıyan kısım sırası ile aşağıdaki gibi açıklanabilmektedir.

Canonical R : 1. kanonik değişken çifti arasındaki kanonik korelasyon katsayısı (yani, maksimum kanonik korelasyon katsayısı),

Chi-Square : Khi-kare test değeri,

df : 1. kanonik korelasyon katsayısının önem testi için kullanılan pq serbestlik derecesi,

p : Olasılık değeri,

Number of valid cases : Analize tabi tutulan geçerli gözlem sayısı,

Left küme : Birinci değişken kümesini,

Right küme: İkinci değişken kümesini,

No. of vars. : İlgili değişken kümelerinde yer alan değişken sayısını,

Variance extracted : Elde edilen varyans,

Total Redundancy given the other küme : İlgili değişken kümesindeki değişkenlerin varyansının ne kadarının (% olarak) diğer değişken kümesindeki kanonik değişkenler tarafından açıklanabileceğini göstermektedir.

Results Summary: Özet sonuçları,

Correlations within & between sets: Değişken kümeleri arasındaki korelasyonları,

Eigenvalues: Özdeğerleri (Şekil 10),

Eigenvalues (tez.sta)

| Continue... | Root 1 | Root 2 | Root 3 |
|---|---|---|---|
| Value | ,865939 | ,127030 | ,080693 |

Şekil 10. Korelasyon matrisinin özdeğerleri

Canonical Weights, left & right set: X ve Y değişken kümeleri için standartlaştırılmış kanonik ağırlıkları (katsayılar) (Şekil 11),

Canonical Weights, right s...

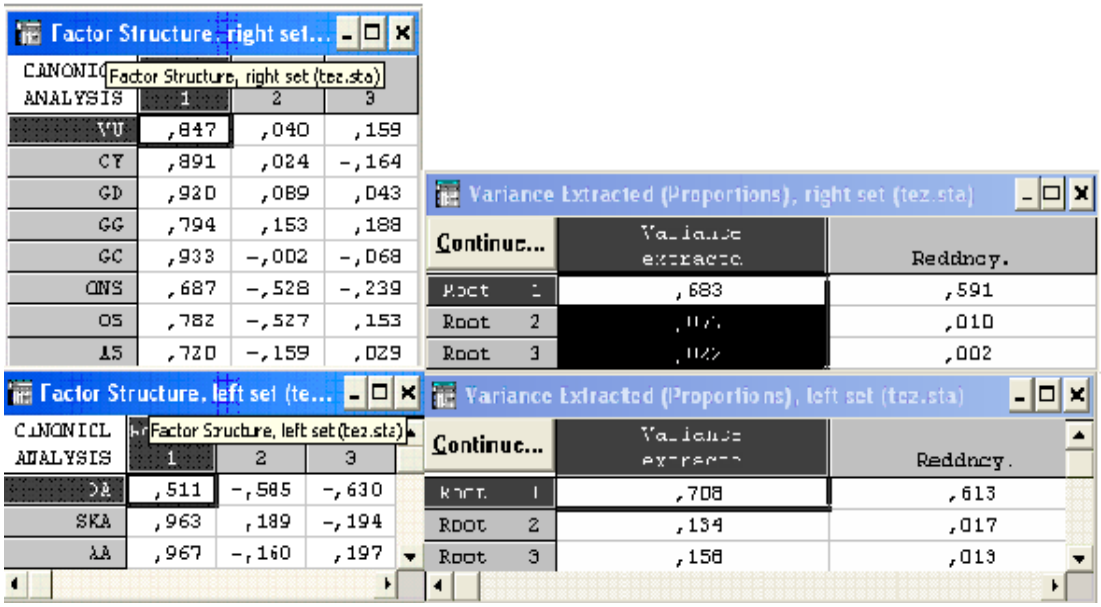
| Continue... | Root 1 | Root 2 | Root 3 |
|---|---|---|---|
| VU | ,133 | -,07 | ,99 |
| CY | ,242 | ,49 | -1,47 |
| GD | ,233 | ,42 | ,61 |
| GG | ,222 | ,66 | ,47 |
| GC | ,137 | -,41 | -,58 |
| ONS | ,104 | -,46 | -1,03 |
| OS | -,020 | -1,35 | 1,42 |
| AS | ,136 | ,65 | -,47 |

Canonical Weights, left se...

| CANONICL ANALYSIS | Root 1 | Root 2 | Root 3 |
|---|---|---|---|
| DA | ,014 | -,87 | -,77 |
| SKA | ,496 | 1,63 | -1,11 |
| AA | ,533 | -1,16 | 1,51 |

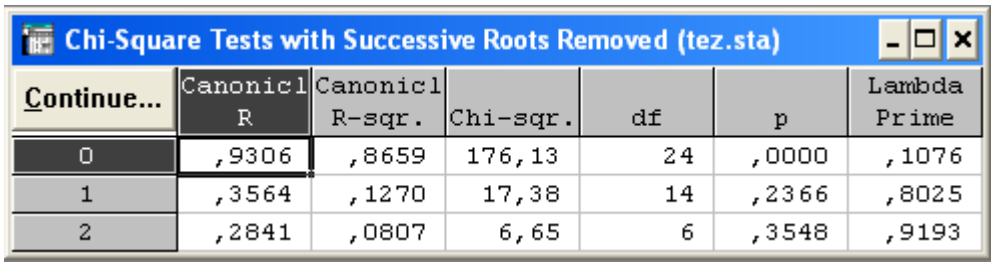
Şekil 11. Standartlaştırılmış kanonik katsayılar

Factor stuctures & redundancies : Orijinal değişkenlerin kanonik değişkenlere olan katkı miktarı ve açıklanabilirlik belirleme indeks katsayıları (Şekil 12),




Şekil 12. Kanonik yükler ve kanonik değişkenler tarafından toplam varyansın açıklanan kısmı

Chi square tests of can. roots : Khi-kare test sonuçları (Şekil 13),

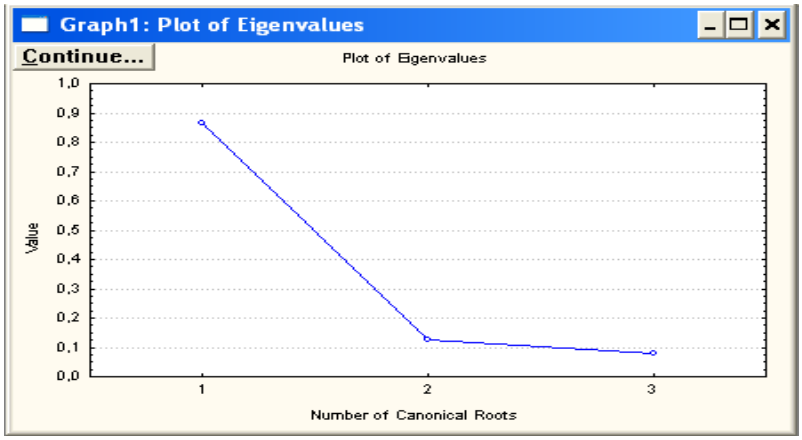


Chi-Square Tests with Successive Roots Removed (tez.sta)

| Continue... | Canonicl R | Canonicl R-sqr. | Chi-sqr. | df | p | Lambda Prime |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | ,9306 | ,8659 | 176,13 | 24 | ,0000 | ,1076 |
| 1 | ,3564 | ,1270 | 17,38 | 14 | ,2366 | ,8025 |
| 2 | ,2841 | ,0807 | 6,65 | 6 | ,3548 | ,9193 |

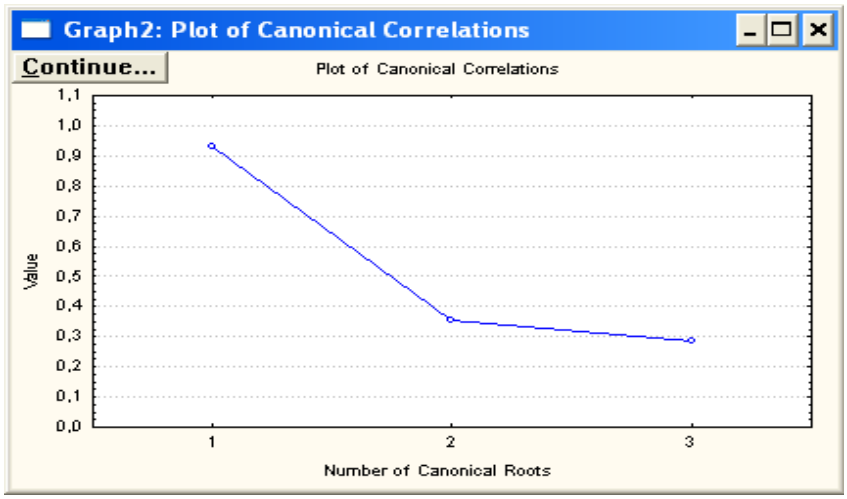
Şekil 13. Kanonik korelasyon analizi ile ilgili test sonuçları

Graph of eigenvalues : Özdeğerlere ait grafik (Şekil 14),




Şekil 14. Özdeğerlere ait grafik

Gragh of Canonical corrs: Kanonik korelasyon katsayılarına ait grafiği (Şekil 15),




Şekil 15. Kanonik korelasyon katsayılarının grafiği

Scatterplot of Canonical corrs.: Kanonik korelasyon katsayılarına ait serpilme diyagramı,

Save Canonical Scores : Kanonik değerlerin kayıt edilmesi veya saklanması.

Ek 4' de verilen işlem aşamalarının takip edilmesi sonucu kanonik korelasyon analizi sonuçlandırılır. Şekil 8'de verilen görüntüden elde edilen analiz sonuçlarına ilişkin açıklamalar, detaylı olarak araştırma bulgularında verilmiştir. Analiz sonuçlarına ait yorumlar ise tartışma ve sonuç kısmında ele alınmıştır.

## Ek.6 SAS Paket Programı ile Kanonik Korelasyon Analizi

```
data Fit;
      input DA SKA AA VU CY GD GG GC OnS OS AS;
      datalines;
-0.06 1.96 1.91 0.98 1.33 1.42 1.57 1.12 1.39 1.79 1.77
-1.01 0.26  -0.42 -0.48 -0.54 -0.22 -1.25 -0.26 -1.06 -1.18 -0.38
0.66  0.97  0.38 -0.09 0.50 1.01    0.16 0.60 0.21 -0.03 -0.22
      .     .     .     .     .     .     .     .     .     .
      .     .     .     .     .     .     .     .     .     .
      .     .     .     .     .     .     .     .     .     .
-1.97 -1.42 -1.42 -1.56 -1.99 -1.46 -1.25 -.97  -1.87 -2.23 -2.04
0.42  -1.10 -0.83 0.00 -0.95 -1.66  -1.25 -1.37 -1.06 -0.89 0.78
;
   proc cancorr data=Fit all
        vprefix=vucut uzunlukları vname='body Measurements'
        wprefix=agirlik wname='agirlik';
      var VU GD SY CY GG GC OnS OS  AS;
      with CA DA  KP;
   run;
```

## SAS Paket Programı ile Kısmi Kanonik Korelasyon Analizi

```
data Fit;
      input DA SKA AA VU CY GD GG GC OnS OS AS;
      datalines;
-0.06 1.96 1.91 0.98 1.33 1.42 1.57 1.12 1.39 1.79 1.77
-1.01 0.26  -0.42 -0.48 -0.54 -0.22 -1.25 -0.26 -1.06 -1.18 -0.38
0.66  0.97  0.38 -0.09 0.50 1.01    0.16 0.60 0.21 -0.03 -0.22
      .     .     .     .     .     .     .     .     .     .
      .     .     .     .     .     .     .     .     .     .
      .     .     .     .     .     .     .     .     .     .
-1.97 -1.42 -1.42 -1.56 -1.99 -1.46 -1.25 -.97  -1.87 -2.23 -2.04
0.42  -1.10 -0.83 0.00 -0.95 -1.66  -1.25 -1.37 -1.06 -0.89 0.78
;

   proc cancorr data=Fit all
        vprefix=genislik vname='genislik Measurements'
        wprefix=agirlik wname='agirlik';
      var GG      GC    OnS   OS    AS    ;
      with CA     DA    KP;
        partial VU GD SY      CY;
    run;
```