ÇOK AÇIKLIKLI KOMPOZİT KEMER SİSTEMLERİN TAMAMLAYICI FONKSİYONLAR YÖTEMİ İLE STATİK ANALİZİ

, Hasibullah RASOOLI[1], Beytullah TEMEL[2], Ahmad Reshad NOORI[3]
[1,2]İnşaat Mühendisliği Bölümü- Çukurova Üniversitesi, ADANA
[3]İnşaat Mühendisliği Bölümü- İstanbul Gelişim Üniversitesi, İSTANBUL

ABSTRACT

In this study, the static analysis of laminated composite multi span arch systems subjected to in-plane static loads have been examined by the Complementary Functions Method (CFM). The governing equations of such structural elements under static loads have been summarized. The axial and shear deformations are considered in the formulations. The fifth-order Runge-Kutta (RK5) algorithm has been employed in the solution process of initial value problems by the CFM. The rigidity matrices and load vectors of these structural elements have been obtained by the CFM and for this purpose, a computer program is coded in FORTRAN. Results of the present method are compared with those of the finite element method. Comparisons demonstrate that the results of the present approach are in good agreement.

Keywords: Two-Point Boundary Value Problems; Complementary Functions Method; Laminated Composite Arch; Composite Curved Rods.

ÖZET

Bu çalışmada, tabakalı kompozit ve çok açıklıklı kemer sistemlerinin düzlem içi statik yükler etkisindeki davranışı Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY) ile incelenmiştir. Formülasyonda, eksenel ve kayma deformasyonu etkileri göz önüne alınmıştır. TFY'ye dayalı başlangıç değer probleminin çözümleri için 5. mertebe Runge-Kutta (RK5) algoritması kullanılmıştır. Bu yapı elemanlarının rijitlik matrisleri ve yük vektörleri TFY ile elde edilmiş ve bu amaçla da Fortran dilinde bilgisayar programı hazırlanmıştır. Hazırlanan bilgisayar programının kontrolü, literatürde mevcut sonlu eleman sonuçları ile karşılaştırılarak, literatür ile uyumlu ve etkin oldukları gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: İki Nokta Sınır Değer Problemleri; Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi; Tabakalı Kompozit Kemerler; Kompozit Eğri Eksenli Çubuklar.

GİRİŞ

Son yıllarda, mühendislik teknolojilerin gelişimiyle birlikte özellikle tabakalı kompozit malzemeli çok açıklıklı kemer sistemler modern mühendislik yapılarında çok yaygın olarak kullanıldığından, bu tip yapı elemanların statik ve dinamik davranışı birçok araştırmacının dikkatini çekmektedir.

Tabakalı kompozit malzemeli çubuk sistemlerin statik analizi için Özütok ve Madenci [1], yüksek dereceli kayma deformasyon teorisine dayalı karışık sonlu elemanlar modeli geliştirmiştir. Chandrashekhara ve Bangera [2], tarafından tabakalı kompozit kirişlerin serbest

titreşim davranışını incelemek için yüksek mertebe kayma deformasyonu teorisine dayalı bir sonlu eleman modeli geliştirilmiştir.
Karaca [3], düzlemsel çubukların taşıma ve rijitlik matrisi metodu ile statik ve dinamik analizini incelemiştir. Haktanır ve Kıral [4], TFY'nin düzlemsel çubukların statiğine doğrudan uygulamışlardır. Aslan [5], geometrik özellikleri eksen boyunca değişen, düzlemi içinde ve düzlemine dik yüklü eğri eksenli yapı elemanlarının statik yükler altındaki davranışlarını incelemiştir.

Bayhan [6], çalışmalarında daire eksenli düzlemsel çubukların taşıma ve rijitlik matrisi ile analizini yapmıştır. Bingöl [7], değişken kesitli doğru eksenli kompozit çubukların dinamik davranışını Laplace uzayında teorik olarak incelemiştir. Chen ve Yang [8], anizotropik tabakalı kirişler için sonlu elemanlar yöntemi kullanarak etkin bir çözüm yöntemi geliştirmiştir, Formülasyonda kayma deformasyonu etkisini dahil etmişlerdir. Saatcı [9], tabakalı kirişleri analitik olarak ve sonlu elemanlar yöntemi ile incelemiştir. Hodges ve ark.[10], karışık sonlu elemanlar formülasyonu kullanarak kompozit kirişleri idare eden denklemleri çözmüşlerdir. Chandrashekhara ve ark. [11], birinci mertebe kayma deformasyonu teorisini kullanarak simetrik tabakalı kompozit kirişlerin kesin çözümlerini sunmuşlardır. Singh ve ark. [12], üniform olmayan kompozit kirişlerin analizi için yeni bir analitik model geliştirmişlerdir. Bernoulli kiriş teorisini kullanarak üniform olmayan kompozit kirişlerin analizini yapmışlardır. Khdeir ve Reddy [13], yapmış oldukları çalışmada kalın ve ince çapraz tabakalı kompozit kirişlerin eğilme davranışları için analitik çözümler geliştirmişlerdir. Çözümlerde simetrik ve anti simetrik çapraz tabakalı kompozit kirişlere sınır koşullarını keyfi alarak ve keyfi yüklemeler uygulayarak Euler-Bernoulli kirişi, Timoshenko kirişi ve yüksek mertebe kiriş teorileri kullanmışlardır. Kahya ve Turan [14], yüksek mertebe teorisini kullanarak tabakalı kompozit kirişlerin sehim analizini yapmışlardır. Madenci [15] yaptığı yüksek lisans çalışmasında; kompozit kirişlerin statik ve dinamik analizlerini Gâteaux diferansiyel metodu ve karışık sonlu elemanlar formülasyonu yardımı ile incelemiştir. Analizlerde, sabit geometriye sahip, üniform yayılı yük etkisi altında, üç farklı mesnet koşuluna göre simetrik, tek tabakalı ve çapraz tabakalı ortotropik kompozit Euler-Bernoulli ve Timoshenko kirişlerini ele alarak, enerji prensipleri yardımı ile her iki kiriş teorisine ait kompozit kirişlerin diferansiyel alan denklemlerini elde etmiştir. Özbek [16], eğri eksenli çubukların statik davranışlarını incelemiştir. Deplasman ve kesit tesirlerini, ardışık türevler ile ilk defa ifade ederek elde etmiştir. Yıldırım ve ark. [17], doğru ve daire eksenli elemanlardan oluşan bileşik düzlem çerçevelerin statik analizini rijitlik matrisi metodu ile incelemişlerdir. Dairesel elemanları düzlemi içinde ve düzlemine dik yükleme halleri için ayrı ayrı olmak üzere eleman rijitlik ve ankastrelik uç kuvvetlerini taşıma matrisi metodu ile kesin olarak elde etmiştir. Haktanır [18], elastik izotrop malzemeye sahip düzlemsel çubukların statik davranışını TFY'ne dayalı rijitlik matrisi yöntemiyle incelemiştir. Elde ettiği denklemlerin çözümünde Runge-Kutta 4 (RK4) algoritmasını kullanmıştır. Fortran dilinde programlar geliştirmiş ve literatürde bulunan çalışmalara uygulayarak sonuçları kıyaslamıştır. Çalım[19], doktora çalışmasında viskoelastik, anizotropik, eğri eksenli uzaysal çubuk sistemlerin dinamik analizini yapmıştır.

TFY daha önce çeşitli mekanik problemlerinde etkin olarak kullanılmıştır. Bu çalışmaların bazıları burada verilmiştir. Temel ve Noori [21], Noori ve Temel [22], Noori, Aslan ve Temel [23], Rasooli ve Temel [24], Temel, Çalım ve Tütüncü [25], Çalım [26], Çalım[27], Rasooli, Noori ve Temel [28].

Literatürde doğru ve daire eksenli elemanlardan oluşan çerçevelerin statik analizi mevcuttur, ancak yazarların bilgisine göre, kompozit malzemeli tabakalı çok açıklıklı kemerlerin TFY ile statik analizi üzerinde herhangi bir çalışma bulunmamaktadır.

MATERYAL VE METOT

Bu çalışmada, statik yükler altında tabakalanmış kompozit çok açıklıklı kemer sistemlerinin statik davranışını idare eden denklemler, kanonik formda ve birinci mertebeden adi diferansiyel denklem takımı halinde elde edilecektir. Bu denklem takımı kullanılarak, eğri eksenli tabakalanmış kompozit kesitli kemer sistemlerinin TFY ile formülasyonları yapılacaktır. Özellikle de analitik çözümü yapılamayan değişken katsayılı adi diferansiyel denklemlerin sayısal çözümleri üzerine durulacaktır.

Daire eksenli kompozit kemer sistemlerinin statik davranışını idare eden adi diferansiyel denklem takımı aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\frac{dU_t}{d\phi} = U_n + R\ A_{11}{}'\ T_t \tag{1}$$

$$\frac{dU_n}{d\phi} = -\ U_t + R\ \Omega_b + R\ A_{22}{}'\ T_n \tag{2}$$

$$\frac{d\Omega_b}{d\phi} = R\ D_{33}{}'\ M_b \tag{3}$$

$$\frac{dT_t}{d\phi} = T_n - R\ p_t \tag{4}$$

$$\frac{dT_n}{d\phi} = -T_t - R\ p_n \tag{5}$$

$$\frac{dM_b}{d\phi} = -RT_n - R\ M_b \tag{6}$$

Burada Tt, eksenel normal kuvvetini, Tn, kesme kuvvetini ve Mb ise, eğilme momentini göstermektedir. Ut ve Un, t ve n eksenleri doğrultularındaki yer değiştirmeleri ve **Ω**b ise, dönmeyi simgelemektedir. R, daire eksenli çubuğun yarıçapıdır. α_n , kayma düzeltme faktörünü göstermekte olup, bu çalışmada 1.1875 olarak alınmaktadır.

A ve **D** matrisleri çubuk kesitinin toplam esneklik sabitlerini göstermekte olup, her bir tabaka malzemesinin esneklik sabitlerinden elde edilmektedir.

Kompozit çubuklar ile ilgili bünye denklemleri ve çubuk kesitinin toplam esneklik sabitlerini gösteren **A** ve **D** malzeme matrisleri Çalım [10]'da verilmektedir.

SAYISAL SONUÇLAR

Bu çalışmada, tabakalanmış kompozit malzemeden yapılmış kemer sistemlerin statik yükler altındaki analizini yapmak amacıyla FORTRAN dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Yapı elemanlarının rijitlik matrisleri ve yük vektörleri TFY ile elde edilmekte ki bu yöntem iki noktalı sınır değer problemini başlangıç değer problemine indirgemektedir. Başlangıç değer probleminin çözümü için RK5 algoritması uygulanmaktadır. Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar, sonlu elemanlar yöntemine dayalı ANSYS paket programı ile karşılaştırılmıştır. Bu çalışmadaki sayısal uygulamaları ANSYS programı ile karşılaştırmak için ANSYS programında üç düğümlü kuadratik BEAM-189 elemanı kullanılmıştır [20]. Tabakalı kompozit malzemeli çok açıklıklı kemer sistemlerinde kullanılan malzeme özellikleri Çizelge 1'de verilmektedir.

Çizelge 1. Malzeme özellikleri

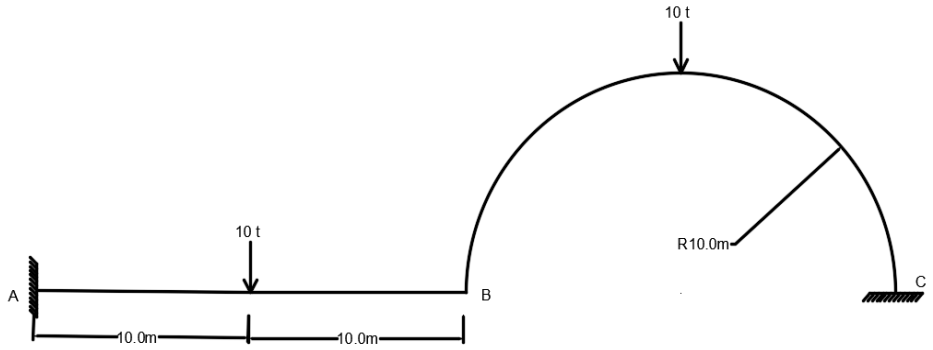
Malzeme Türü	E1 (GPa)	E2 = E3 (GPa)	G12 = G13 (GPa)	G23 (GPa)	v12 = v13	v23	ρ (kg/m3)
Kevlar 49 Epoxy	76	5.56	2.3	1.618	0.34	0.718	1460.00
Carbon Epoxy	144.8	9.54	4.14	3.45	0.30	0.399	1389.23

Örnek 1. Doğru ve Daire Eksenli İzotropik Malzemeli Çerçeve Sistemi (Bayhan 1993)

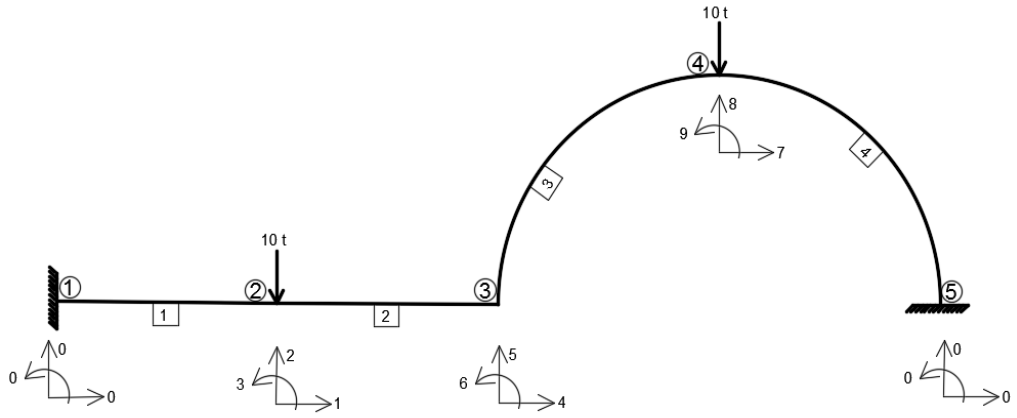
Düzlemi içinde tekil yüklerle yüklenmiş, doğru ve daire eksenli çubuklardan oluşan çerçeve sistemi ele alınmaktadır. Literatürde bulunan bu çerçeve sistemi önce bu çalışmada hazırlanan bilgisayar programı yardımıyla çözülmekte, daha sonra ANSYS paket programında her bir eleman 270 parçaya bölünerek analiz yapılmaktadır. Bu çerçeve sistemini oluşturan malzeme özellikleri Çizelge 2. de verilmiştir.

Çizelge 2. İzotropik Malzeme Özellikleri

E	I_b	A	υ
$1 \times 10^6\ t/m^2$	$^1/_{12}\ m^4$	$1\ m^2$	0.3



Şekil 1. Doğru ve daire eksenli çubuklardan oluşan çerçeve sistemi



Şekil 2. Sistem düğüm serbestlikleri ve kodlamaları

Bu çalışmada Şekil 1'deki sistemin TFY ile elde edilen düğüm deplasman değerleri Çizelge 3. üzerinde literatür ve ANSYS ile karşılaştırılmıştır.

Çizelge 3. Düğüm Deplasmanların Karşılaştırılması

Kodlar	Bu Çalışma	ANSYS	Bayhan 1993
1	-0.0004787	-0.000476	-0.00005
2	-0.0330210	-0.033347	-0.03304
3	-0.0042211	-0.004214	-0.00422
4	-0.0000957	-0.000095	-0.00010
5	-0.0567641	-0.056709	-0.05683
6	-0.0001444	-0.000142	-0.00015
7	-0.0178230	-0.017933	-0.01783
8	-0.0297863	-0.030038	-0.02988
9	0.0036303	0.003641	0.00363

Benzer şekilde, sistemdeki her bir elemana ait uç kuvvetleri sırasıyla Çizelge 4. üzerinde sunulmuştur.

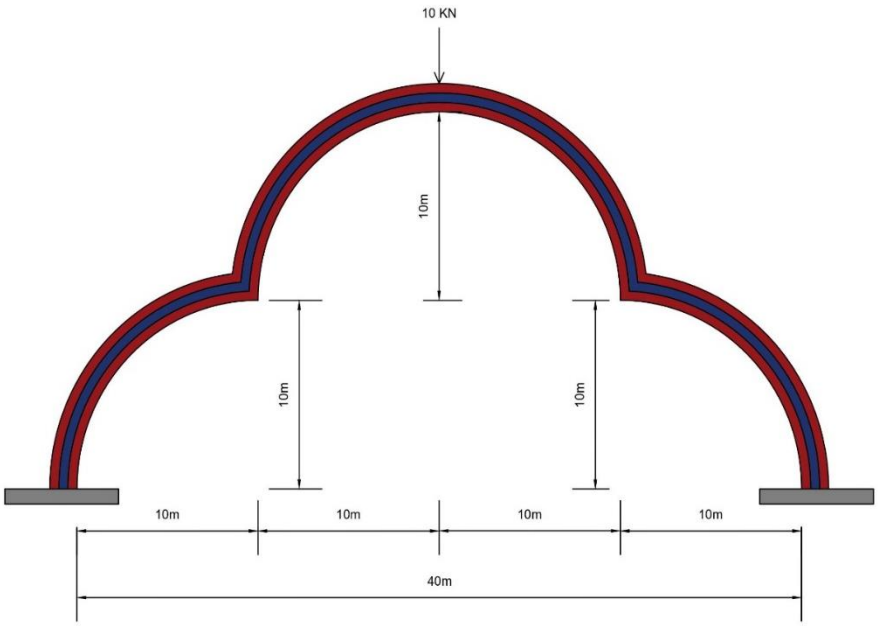
Çizelge 4. Eleman Uç Kuvvetlerinin Karşılaştırılması

Eleman No	Kuvvetler	Bu Çalışma	ANSYS	Bayhan 1993
1	T_{ti}	4.78713	4.7621	4.780
	T_{ni}	11.9146	11.906	11.915
	M_{bi}	94.7481	94.652	94.774
	T_{tj}	-4.78713	-4.7621	-4.780
	T_{nj}	-11.9146	-11.906	-11.915
	M_{bj}	24.3979	24.407	24.372
2	T_{ti}	4.78713	4.7607	4.780
	T_{ni}	1.91461	1.9177	1.915
	M_{bi}	-24.3979	-24.407	-24.372
	T_{tj}	-4.78713	-4.7621	-4.780
	T_{nj}	-1.91461	-1.9059	-1.915
	M_{bj}	43.544	43.338	43.517
3	T_{ti}	1.91461	1.9059	1.915
	T_{ni}	4.78713	4.7621	4.780
	M_{bi}	43.544	43.466	43.517
	T_{tj}	-4.78713	-4.7621	-4.780
	T_{nj}	1.91461	1.9059	1.915
	M_{bj}	-14.8188	-14.904	-14.861
4	T_{ti}	4.78713	4.7621	4.780
	T_{ni}	8.08539	8.0941	8.085
	M_{bi}	14.8188	14.904	14.861
	T_{tj}	-8.08539	-8.0941	-8.085
	T_{nj}	4.78713	4.7621	4.780
	M_{bj}	18.1638	18.416	18.191

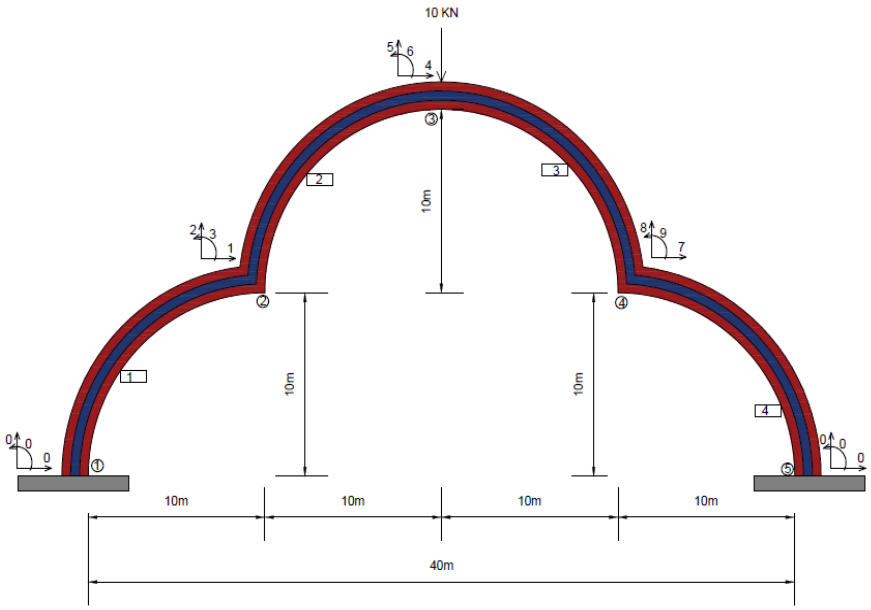
Çizelge 3. ve 4. incelendiğinde, bu çalışmada TFY ile bulunan düğüm deplasmanları ve uç kuvvetlerinin literatür ile uyumlu olduğu görülmektedir.

Örnek 2. Çok Açıklıklı ve Tabakalı Kompozit Malzemeli Kemer Sistemi

Her iki ucu ankastre mesnetli, üzerinde tekil yük taşıyan, kompozit malzemeli üç tabakalı kemer sisteminin statik analizi yapılacaktır. Şekil 3'te görülen kemer sisteminin kesit yüksekliği (h=0.90m), kesit genişliği (b=0.45m) sabit olarak seçilmiştir. Çubuk kesitleri, kesit yüksekliği boyunca farklı açılara sahip, simetrik üç eşit tabakalı olarak dikkate alınmıştır.



Şekil 3. Çok açıklıklı kompozit malzemeli kemer sistemi



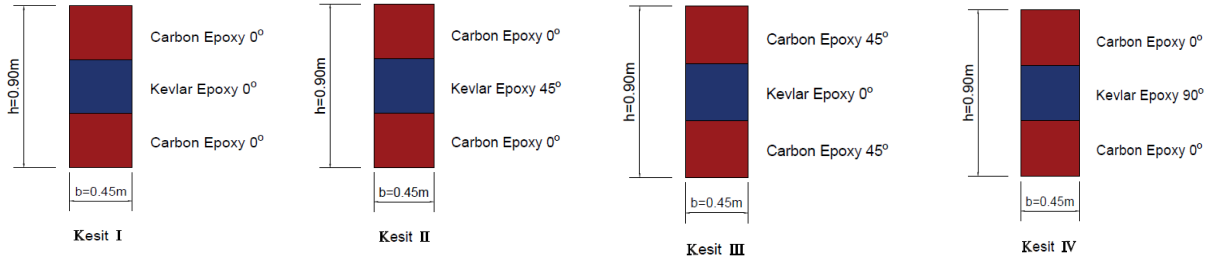
Şekil 4. Sistemin düğüm serbestlikleri ve kodlamaları

Çizelge 5. Şekil 3'teki çok açıklıklı kemer sistemi ve kesit I için elde edilen düğüm deplasman değerleri

Düğüm No	U dep. (m)	V dep. (m)	Teta (Rad.)
2	-0.427350E-08	-0.472809E-07	-0.312801E-08
3	-0.481658E-15	-0.860149E-07	-0.822953E-16
4	0.427349E-08	-0.472809E-07	0.312801E-08

Çizelge 6. Şekil 3'te verilen kemer sisteminin eleman uç kuvvetleri

Eleman No	N_i (N)	T_i (N)	M_i (N.m)	N_j (N)	T_j (N)	M_j (N.m)
1	4.86862E-01	5.00000E-01	-1.21687E+00	-4.86862E-01	-5.00000E-01	1.34825E+00
2	4.86862E-01	5.00000E-01	-1.34825E+00	-4.86862E-01	-5.00000E-01	1.47963E+00
3	4.86862E-01	-5.00000E-01	-1.47963E+00	-4.86862E-01	5.00000E-01	1.34825E+00
4	4.86862E-01	-5.00000E-01	-1.34825E+00	-4.86862E-01	5.00000E-01	1.21687E+00



Şekil 5. Çok açıklıklı kemer sisteminde kullanılan kesit özellikleri

Çizelge 7. Şekil 5'teki kesit özellikleri için elde edilen düğüm deplasman değerleri

Tabaka Açıları		Düğüm No	U dep. (m)	V dep. (m)	Teta (Rad.)
Durum I	0^o 0^o 0^o	**2**	-0.427350E-08	-0.472809E-07	-0.312801E-08
		3	-0.481658E-15	-0.860149E-07	-0.822953E-16
		4	0.427349E-08	-0.472809E-07	0.312801E-08
Tabaka Açıları		**Düğüm No**	**U dep. (m)**	**V dep. (m)**	**Teta (Rad.)**
Durum II	0^0 45^0 0^0	**2**	-0.427350E-08	-0.472809E-07	-0.312801E-08
		3	-0.481658E-15	-0.860149E-07	-0.822953E-16
		4	0.427349E-08	-0.472809E-07	0.312801E-08
Tabaka Açıları		**Düğüm No**	**U dep. (m)**	**V dep. (m)**	**Teta (Rad.)**
Durum III	45^0 0^0 45^0	**2**	-0.362895E-07	-0.398606E-06	-0.265623E-07
		3	-0.435559E-14	-0.724633E-06	-0.796061E-15
		4	0.362895E-07	-0.398606E-06	0.265623E-07
Tabaka Açıları		**Düğüm No**	**U dep. (m)**	**V dep. (m)**	**Teta (Rad.)**
Durum IV	0^0 90^0 0^0	**2**	-0.427350E-08	-0.472809E-07	-0.312801E-08
		3	-0.481658E-15	-0.860149E-07	-0.822953E-16
		4	0.427349E-08	-0.472809E-07	0.312801E-08

Çizelge 8. Şekil 5'te verilen kesit özellikleri için elde edilen eleman uç kuvvetleri

Tabaka Açıları		**El. No**	**N_i (N)**	**T_i (N)**	**M_i (N.m)**	**N_j (N)**	**T_j (N)**	**M_j (N.m)**
Durum I	0^0 0^0 0^0	1	0.486862	0.500000	-1.21687	-0.486862	-0.500000	1.34825
		2	0.486862	0.500000	-1.34825	-0.486862	-0.500000	1.47963
		3	0.486862	-0.500000	-1.47963	-0.486862	0.500000	1.34825
		4	0.486862	-0.500000	-1.34825	-0.486862	0.500000	1.21687
Tabaka Açıları		**El. No**	**N_i (N)**	**T_i (N)**	**M_i (N.m)**	**N_j (N)**	**T_j (N)**	**M_j (N.m)**
Durum II	0^0 45^0 0^0	1	0.486862	0.500000	-1.21687	-0.486862	-0.500000	1.34825
		2	0.486862	0.500000	-1.34825	-0.486862	-0.500000	1.47963
		3	0.486862	0.500000	-1.47963	-0.486862	0.500000	1.34825
		4	0.486862	-0.500000	-1.34825	-0.486862	0.500000	1.21687
Tabaka Açıları		**El. No**	**N_i (N)**	**T_i (N)**	**M_i (N.m)**	**N_j (N)**	**T_j (N)**	**M_j (N.m)**
Durum III	45^0 0^0 45^0	1	0.488430	0.500000	-1.23469	-0.488430	-0.500000	1.35039
		2	0.488430	0.500000	-1.35039	-0.488430	-0.500000	1.46609
		3	0.488430	-0.500000	-1.46609	-0.488430	0.500000	1.35039
		4	0.488430	-0.500000	-1.35039	-0.488430	0.500000	1.23469
Tabaka Açıları		**El. No**	**N_i (N)**	**T_i (N)**	**M_i (N.m)**	**N_j (N)**	**T_j (N)**	**M_j (N.m)**
Durum IV	0^0 90^0 0^0	1	0.486862	0.500000	-1.21687	-0.486862	-0.500000	1.34825
		2	0.486862	0.500000	-1.34825	-0.486862	-0.500000	1.47963
		3	0.486862	-0.500000	-1.47963	-0.486862	0.500000	1.34825
		4	0.486862	-0.500000	-1.34825	-0.486862	0.500000	1.21687

SONUÇLAR

Bu çalışmada tabakalı kompozit malzemeli çok açıklıklı kemer sistemlerinin tekil yükler altındaki statik davranışı TFY ile incelenmiştir. Burada ele alınan çok açıklıklı kemer sistemi dört farklı kesit özellikleri için ayrı ayrı çözülmüş olup elde edilen sonuçlar toplu olarak çizelgeler üzerinde sunulmuştur. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde, tabakalanma açılarının eleman uç kuvvetleri üzerinde etkisi çok az iken düğüm deplasman değerlerini önemli ölçüde etkilediği açıkça görülmektedir.

TFY'ye dayalı başlangıç değer probleminin sayısal çözümleri için 5. mertebe Runge-Kutta (RK5) algoritması kullanılmış, TFY yardımıyla her bir çubuğun rijitlik matrisleri ve yük vektörleri elde edilmiş ve bu amaçla Fortran dilinde bilgisayar programı hazırlanmıştır. Yapılan çözümlerde eksenel ve kayma deformasyonu etkileri dikkate alınmıştır.

KAYNAKLAR

[1] ÖZÜTOK, A., MADENCİ, E., "Static analysis of laminated composite beams based on higher-order shear deformation theory by using mixed-type finite element method", International Journal of Mechanical Sciences, 130, 234–243, 2017.

[2] CHANDRASHEKHARA, K. BANGERA, K. M., "Free vibration of composite beams using a refined shear flexible beam element" Computer and Structures**,** 43(4), 719-727, 1992.

[3] KARACA, N., "Düzlemsel çubukların taşıma ve rijitlik matrisi metodu ile statik ve dinamik analizi", Yüksek lisans tezi, Mustafa Kemal Üniversitesi, Hatay, 2014.

[4] HAKTANIR, V., KIRAL, E., "Tamamlayıcı fonksiyonlar yönteminin düzlemsel çubukların statiğine doğrudan uygulanması", *Ç.Ü. Müh. Mim. Fak. Dergisi., Adana, 2,155-167,1991.*

[5] ASLAN, T. A., "Eğrisel yapı elemanlarının etkin sayısal analizi üzerine bir araştırma", Yüksek lisans tezi, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana, 2016.

[6] BAYHAN, S., "Daire eksenli düzlemsel çubukların taşıma ve rijitlik matrisi ile analizi", Yüksek lisans tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana, 1993.

[7] BİNGÖL, M., "Değişken kesitli kompozit kirişlerin dinamik analizi", Yüksek lisans tezi, Mustafa Kemal Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Hatay, 2009.

[8] CHEN, A.T., YANG, T.Y., "Static and dynamic formulation of symmetrically laminated beam finite element for microcomputer", J. Compos. Mater. 19 459-475, 1985.

[9] SAATCI, S., "Analytical and finite element investigation of layered beams" Yüksek lisans tezi, Orta Doğu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 2001.

[10] HODGES, D. H. ATILGAN, A. R. FULTON, M. V., REHFIELD, L. W., "Free Vibration Analysis of Composite Beams", Journal of the American Helicopter Society, 36(3): 36-47, 1991

[11] CHANDRASHEKHARA, K., KRISNAMURTY, K., ROY, S., "Free Vibration of Composite Beams Including Rotary Inertia and Shear Deformation", Composite Structures, 14: 269-279, 1990.

[12] SINGH, M. P., ABDELNASER, A. S., "Random Response of Symmetric Cross-Ply Composite Beams with Arbitrary Boundary Conditions", AIAA Journal, 30(4): 1081-1088, 1992.

[13] KHDEIR, A. A., REDDY, J., "An exact solution for the bending of thin and thick cross-ply laminated beams", Composite Structures, 37:195–203, 1997.

[14] KAHYA, V., TURAN, M., "Bending of Laminated Composite Beams by a Multi-Layer Finite Element Based on a Higher-Order Theory", International Conference on Computational and Experimental Science and Engineering, Vol.132 No: 3, 2016.

[15] MADENCİ, E., "Kompozit kirişlerin karışık sonlu elemanlar yöntemi ile statik ve dinamik analizi", Yüksek lisans Tezi, Selçuk üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya, 2011.

[16] ÖZBEK, T., Bulletin of Technical University of İstanbul, vol. 15, 1963.

[17] YILDIRIM, V., İNCE, N., KIRAL, E., "Doğru ve Daire Eksenli Elemanlardan Oluşan Bileşik Düzlem Çerçevelerin Statik Analizi", J. of Engineering and Environmental Sciences, 137-148, 1997.

[18] HAKTANIR, V., "A New Method for the Element Stiffness Matrix of Arbitrary Planar Bars", Computers & Structures Vol. 52, No. 4. pp. 679-691, 1994

[19] ÇALIM, F. F., "Viskoelastik, anizotropik, eğri eksenli uzaysal çubuk sistemlerin dinamik analizi", Doktora Tezi, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana, 2003.

[20] ANSYS, Inc Release 15.0 , Canonsburg, PA, 2013.

[21] TEMEL, B., and NOORI, A.R. "Transient analysis of laminated composite parabolic arches of uniform thickness", International Journal of Mechanics Based Design of Structures and Machines, 1539-7734, 2019.

[22] NOORI, A.R., TEMEL, B., "On the vibration analysis of laminated composite parabolic arches with variable cross-section of various ply stacking sequences", Mechanics of Advanced Materials and Structures, 1537-6494, 2018.

[23] NOORI, A.R., ASLAN, T.A., TEMEL, B., "An Efficient Approach for In-Plane Free and Forced Vibrations of Axially Functionally Graded Parabolic Arches with Nonuniform Cross Section", Composite Structures, 200,701-710, 2018.

[24] RASOOLI, H., & TEMEL, B., "Değişken Kesitli ve Tabakalanmış Kompozit Malzemeli, Doğru ve Daire Eksenli Karma Sistemlerin Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi ile Statik Analizi", Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi, 8(3), 46-56, 2019.

[25] TEMEL, B., ÇALIM, F.F., TÜTÜNCÜ, N., "Forced vibration of composite cylindrical helical rods", International journal of mechanical sciences, 47, 998-1022, 2005.

[26] ÇALIM, F.F., "Free and forced vibrations of non-uniform composite beams", Composite Structures, 88,413-423, 2008.

[27] ÇALIM, F.F., "Transient analysis of axially functionally graded Timoshenko beams with variable cross-section", Composites PartB, 98, 472-483, 2016.

[28] RASOOLI, H., NOORI, A. R., & TEMEL, B. "On the static analysis of laminated composite frames having variable cross section", Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 43(5), 1-16, 2021.