ÇİFT YÖNLÜ FONKSİYONEL DERECELENMİŞ MALZEMELİ DAİRESEL PLAKLARIN EĞİLME ANALİZİ

Beytullah TEMEL[1], Ahmad Reshad NOORI[2]
[1,2]İnşaat Mühendisliği Bölümü- Çukurova Üniversitesi, ADANA

ABSTRACT

In this research, an effective numerical approach is applied to the bending analysis of two-directional functionally graded (2D-FG) thick circular plates with variable thickness. The material properties are assumed to vary continuously both in thickness and radial directions. The effect of shear deformation is considered in the formulation. The governing equations are converted to a set of ordinary differential equations (ODEs). Obtained canonical equations are solved numerically by the Complementary Functions Method (CFM). The main purpose of this research is to infuse this method to the bending analysis of wide range of solid circular plates, with linear or non-linear thickness profiles, radially FG, FG in the thickness direction or 2D-FG, without any restrictions. The influence of material variation exponents and thickness profiles on the bending response of the considered structures are investigated. Several examples are presented and results are verified with those obtained by finite element method. Excellent agreement is observed.

Keywords: Two-Point Boundary Value Problems; Complementary Functions Method (CFM); Two-directional Functionally Graded Materials; Circular Plates.

ÖZET

Bu araştırmada, çift yönlü fonksiyonel derecelenmiş (FD) ve kalınlığı değişken olan kalın dairesel plakların eğilme analizi için etkin bir sayısal yaklaşım uygulanmıştır. Malzeme özelliklerinin hem radyal yönde hem de kalınlık boyunca sürekli olarak değiştiği kabul edilmiştir. Formülasyonda, kayma deformasyonu etkileri göz önünde bulundurulmuştur. Plakların davranışını idare eden denklemler kanonik halde elde edilmiştir. Elde edilen kanonik denklemler Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY) ile sayısal olarak çözülmüştür. Bu çalışmanın temel amacı kalınlık boyunca FD, radyal yönde FD, veya çift yönlü FD, lineer veya lineer olmayan kalınlık profili olan çeşitli dairesel plakların eğilme analizlerine TFY'i uygulamaktır. Malzeme indekslerinin ve kalınlık fonksiyonlarının söz konusu yapıların eğilme davranışı üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Bu çalışmanın sonuçları sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak hesaplanan sonuçlar ile karşılaştırıp, doğruluğu çeşitli örnekler üzerinde gösterilmiştir.
Anahtar Kelimeler: İki Nokta Sınır Değer Problemleri; Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY); Çift Yönlü Fonksiyonel Derecelenmiş Malzeme; Dairesel Plak.

GİRİŞ

Çift yönlü FDM'ler genellikle, içlerinden birinin veya ikisinin seramik, diğerlerinin ise metal alaşımlı fazları olduğu üç veya dört farklı malzeme fazının düzgün değişimi ile yapılan malzemelerdir. Üretim yöntemlerinde yeni gelişmeler ile birlikte bilgisayar destekli üretim süreçleri kullanılarak çift yönlü FDM'leri üretmek mümkündür. Analitik çözümlerinin elde edilmesi mümkün olmayan, değişken kalınlığa sahip FDM dairesel plakların eğilme analizleri için, Tamamlayıcı Fonksiyonler Yöntemi (TFY) gibi etkili ve güçlü sayısal yöntemlere ihtiyaç vardır. Nümerik analizde, TFY ile sınır değer problemi başlangıç değer problemine indirgenmektedir. Bu metodun bilgisayarda programlanması kolay olup, oldukça etkili bir çözüm yöntemidir. Bu çalışmada ele alınan plaklar, eksenel dönel simetrik olarak kabul edilmiştir. Dairesel plakların eğilme analizi birçok araştırmacı tarafından ele alınmıştır.

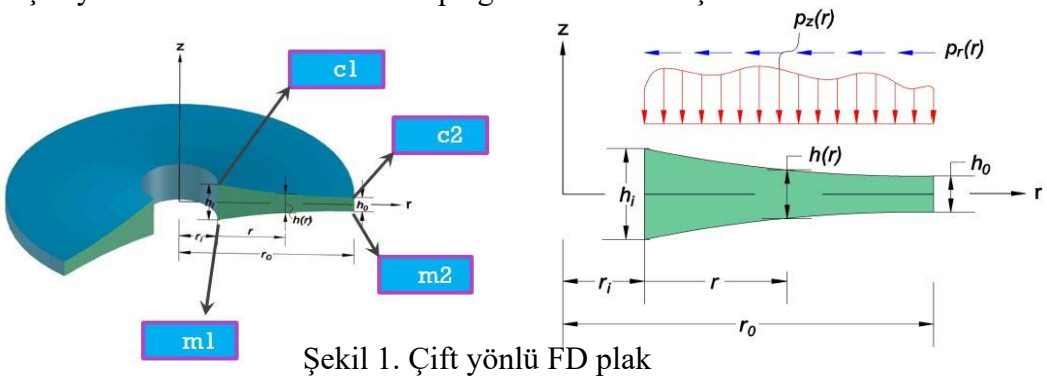
Alipour [1] FD dairesel plakların eğilme ve gerilme analizi için analitik bir çözüm sunmuştur. Mousavi ve Tahani [2] radyal yönde FD plaklarının eğilme analizi için kesin bir çözüm yöntemi önermiştir. Kalın FD dairesel plakların eksenel simetrik eğilme analizi Sahraee ve Saidi[3] tarafından çalışılmıştır. Saidi ve ark. [4], FD kalın dairesel plakların eksenel simetrik eğilmesini incelemek için üçüncü dereceden kayma deformasyon teorisi kullanmıştır. Çalışmalarında analitik bir çözüm yöntem kullanmışlardır. Reddy ve ark. [5] FD dairesel plakların eksenel simetrik eğilmesini birinci dereceden kayma deformasyon teorisi ile incelemiştir. Ayrıca FD dairesel plaklar için klasik plak teorisi ve birinci dereceden kayma deformasyon teorisi arasındaki kesin ilişkiyi geliştirmişlerdir. Wang ve ark. [6] radyal yönde etkiyen yükler altında FD dairesel manyeto-elektro-elastik plakların eksenel simetrik eğilmesini araştırmak için üç boyutlu teori kullanıp, sonuçlarını sonlu elemanlar ile doğrulamışlardır. Bayat ve ark.[7], döner bir FD diskin eğilme analizini birinci mertebeden kayma deformasyon teorisine dayanarak teorik olarak incelemiştir. FD halka plakların eğilme analizi, Fereidoon ve ark. [8] tarafından Kirchhoff plak teorisi ve genişletilmiş Kantorovich yöntemi ile araştırılmıştır. FD kalın dairesel plakların eğilme analizi, birinci mertebeden kayma deformasyon teorisine dayanan Levinson plaka teorisi (LPT) kullanılarak Sahraee [9] tarafından araştırılmıştır. Değişken kalınlıklı dairesel izotropik plakların eksenel simetrik eğilmesinin kapalı formda çözümü Vivio ve Vullo [10] tarafından elde edilmiştir.

Li ve ark. [11] çeşitli sınır koşulu ve malzeme indeksleri için gerilme fonksiyonları yöntemini kullanarak eksenel simetrik yüklerinin etkisinde kalan FD dairesel plakları incelemişlerdir. Yayılı yüke maruz kalan ankastre mesnetli kalın FD plakların eğilme analizi Aghdam ve ark. [12] tarafından araştırılmıştır. Li ve ark. [13] üniform olarak yüklenmiş FD halka plakların eksenel simetrik eğilme analizi için analitik çözüm geliştirmiştir. Ma ve Wang [14], FD dairesel plakların eğilmesini ve burkulmasını incelemek için üçüncü mertebeden kayma deformasyon teorisini kullanmışlardır. Rad [15], elastik zemine oturan FD halka ve dairesel plakların statik davranışını incelemek için üç boyutlu elastisite teorisini kullanmıştır. Rad [16] Winkler-Pasternak elastik zeminine oturan FD dairesel ve halka plakların eğilme analizini incelemek için SSM-DQM yöntemini kullanmıştır. Wang ve ark. [17] keyfi yüklere maruz kalan FD plakların esksenel eğilme analizini incelmişlerdir. Nie ve Zhong [18] çift yönlü FD dairesel plakların eğilme davranışını araştırmışlardır. Çift yönlü FD plaklarının, tek yönlü FD ve homojen plaklardan daha iyi bir performans gösterdiğini göstermişlerdir. Rad ve Alibeigloo [19], iki parametreli elastik zemine oturan çift yönlü FD dairesel ve halka plakların eğilmesini incelemek için DQM'nu kullanmışlardır. Üç boyutlu elastisite teorisine ve yarı-analitik yaklaşıma dayanarak, elastik zemine oturan çift yönlü FD dairesel plakların eğilme davranışı Rad [20] tarafından çalışılmıştır. Zafarmand ve Kadkhodayan [21] Rayleigh-Ritz metodu yardımıyla çift yönlü FD kalın pakların statik ve dinamik davranışını incelemiştir.

Bu araştırmada, plak kalınlığının ve FDM'lerin üstel şekilde değiştiği kabul edilmiştir. Ele alınan plakların eğilme davranışını idare eden denklemler birinci mertebeden kayma deformasyon teorisine dayanılarak minimum toplam potansiyel enerji prensibi ile elde edilmiş ve bu denklemler adi diferansiyel takımına dönüştürülmüştür. Olayı idare eden kanonik denklemler ilk defa bu çalışmada elde edilerek, TFY ile sayısal olarak çözülmüştür. TFY'ye dayalı başlangıç değer probleminin çözümleri için 5. mertebe Runge-Kutta (RK5) algoritması kullanılmıştır.

MATERYAL VE METOT

Şekil 1'de gösterildiği gibi, kalınlığı $h(r)$, iç yarıçapı r_i ve dış yarıçapı r_o olan değişken kalınlıktaki çift yönlü FD Mindlin-Reissner plağı dikkate alınmıştır.



Şekil 1. Çift yönlü FD plak

Plak malzemesi hem kalınlık hem de radyal doğrultularda derecelenmiş olarak dikkate alınmıştır. Malzemelerin hacimsel oranları aşağıdaki gibi seçilmiştir.

$$V_{m1}(r,z) = \left[1 - \left(\frac{r}{r_o - r_i}\right)^{\lambda_r}\right]\left(\frac{h(r) - 2z}{2h(r)}\right)^{\lambda_z} \tag{1}$$

$$V_{m2}(r,z) = \left(\frac{r}{r_o - r_i}\right)^{\lambda_r}\left(\frac{h(r) - 2z}{2h(r)}\right)^{\lambda_z} \tag{2}$$

$$V_{c1}(r,z) = \left[1 - \left(\frac{r}{r_o - r_i}\right)^{\lambda_r}\right]\left[1 - \left(\frac{h(r) - 2z}{2h(r)}\right)^{\lambda_z}\right] \tag{3}$$

$$V_{c2}(r,z) = \left(\frac{r}{r_o - r_i}\right)^{\lambda_r}\left[1 - \left(\frac{h(r) - 2z}{2h(r)}\right)^{\lambda_z}\right] \tag{4}$$

Burada $m1$, $m2$, $c1$ ve $c2$ birinci ve ikinci, metalleri ve seramikleri, λ_r ve λ_z radyal ve kalınlık boyunca hacim indekslerini göstermektedir. z-ekseni plağın orta yüzeyinde tanımlanmış olup, kalınlık yönündeki koordinat değeridir. r koordinatı ise, plağın iç yarıçapından dış yarıçapına doğru radyal yönde ölçülmektedir. Plağın elastisite modülü, r ve z doğrultularında fonksiyonel olarak değişmekte olup, Poisson oranı sabit (ν=0.3) olarak alınmıştır. Plak ile ilgili malzeme özellikleri Çizelge 1'de verilmiştir.

$$E(r,z) = E_{m1}V_{m1} + E_{m2}V_{m2} + E_{c1}V_{c1} + E_{c2}V_{c2} \tag{5}$$

Çizelge 1. Malzeme özellikleri

Bileşen	**Malzeme**	***E* (Gpa)**
m_1	Titanyum alaşımı	115
m_2	Alüminyum alaşımı	70

c_1	Silicon carbide (SiC)	440
c_2	Alumina	380

Plak kalınlığının değişimi aşağıdaki fonksiyon ile tarif edilmiştir.

$$h(r) = h_i(1 - n\alpha)^{\lambda_h} \tag{6}$$

$$n = 1 - \left(\frac{h_i}{h_0}\right)^{\frac{1}{\lambda_h}} \tag{7}$$

$$\alpha = \frac{r}{r_0 - r_i} \tag{8}$$

h_i ve h_0, plağın iç ve dış yarıçaptaki kalınlıkları olup, λ_h ise, geometri sabitidir.

Ele alınan problemin eğilme davranışını idare eden denklemler, birinci mertebeden kayma deformasyon teorisine dayanılarak, minimum toplam potansiyel enerji prensibi ile elde edilmiş ve bu denklemler adi diferansiyel denklem takımına dönüştürülüp, aşağıda verilmiştir.

$$\frac{du}{dr} = \frac{D_{11}N_{rr} - B_{11}M_{rr}}{A_{11}D_{11} - {B_{11}}^2} - v\frac{u}{r_i + r} \tag{9}$$

$$\frac{dw}{dr} = \frac{Q_{rz}}{A_{55}} - \chi \tag{10}$$

$$\frac{d\chi}{dr} = \frac{A_{11}M_{rr} - B_{11}N_{rr}}{A_{11}D_{11} - {B_{11}}^2} - v\frac{\chi}{r_i + r} \tag{11}$$

$$\frac{dN_{rr}}{dr} = \frac{1 - v^2}{(r_i + r)^2}(A_{11}\,u + B_{11}\,\chi) + \frac{v - 1}{r_i + r}N_{rr} - p_r \tag{12}$$

$$\frac{dQ_{rz}}{dr} = -\frac{1}{r_i + r}Q_{rz} - p_z \tag{13}$$

$$\frac{dM_{rr}}{dr} = Q_{rz} + \frac{1 - v^2}{(r_i + r)^2}(B_{11}\,u + D_{11}\,\chi) + \frac{v - 1}{r_i + r}M_{rr} \tag{14}$$

Burada u, radyal yönde yer değiştirme, w, orta düzlemdeki bir noktanın çökmesi, χ, dönme, N_{rr}, iç kuvvetlerin radyal bileşeni, M_{rr}, iç momentlerin radyal bileşeni ve Q_{rz} ise, kesme kuvvetidir. Plak rijitlik sabitleri ise aşağıdaki gibidir.

$$A_{11} = \int_{-h(r)/2}^{+h(r)/2} \frac{E(z,r)}{1 - v^2}\,dz\,;\; A_{12} = \int_{-h(r)/2}^{+h(r)/2} \frac{v\,E(z,r)}{1 - v^2}\,dz = v\,A_{11} \tag{15}$$

$$B_{11} = \int_{-h(r)/2}^{+h(r)/2} \frac{E(z,r)}{1 - v^2}\,z\,dz\,; B_{12} = \int_{-h(r)/2}^{+h(r)/2} \frac{v\,E(z,r)}{1 - v^2}\,z\,dz = v\,B_{11} \tag{16}$$

$$D_{11} = \int_{-h(r)/2}^{+h(r)/2} \frac{E(z,r)}{1 - v^2}\,z^2\,dz\,;\; D_{12} = \int_{-h(r)/2}^{+h(r)/2} \frac{v\,E(z,r)}{1 - v^2}\,z^2\,dz = v\,D_{11} \tag{17}$$

$$A_{55} = k_s \int_{-h(r)/2}^{+h(r)/2} \frac{E(z,r)}{2(1+v)} dz = k_s \int_{-h(r)/2}^{+h(r)/2} G(z,r)\, dz \quad (18)$$

Ele alınan plakların statik davranışları TFY yardımıyla araştırılmıştır. TFY'ye dayalı başlangıç değer probleminin çözümleri için RK5 algoritması kullanılmıştır. Elde edilen birinci mertebeden 6 adet adi diferansiyel denklem takımı matris formunda aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\underbrace{\begin{Bmatrix} u' \\ w' \\ \chi' \\ N'_{rr} \\ Q'_{rz} \\ M'_{rr} \end{Bmatrix}}_{\{\mathbf{Y}'\}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \psi_{11} & 0 & 0 & \psi_{14} & 0 & \psi_{16} \\ 0 & 0 & \psi_{23} & 0 & \psi_{25} & 0 \\ 0 & 0 & \psi_{33} & \psi_{34} & 0 & \psi_{36} \\ \psi_{41} & 0 & \psi_{43} & \psi_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \psi_{55} & 0 \\ \psi_{61} & 0 & \psi_{63} & 0 & \psi_{65} & \psi_{66} \end{bmatrix}}_{[\boldsymbol{\psi}]} \underbrace{\begin{Bmatrix} u \\ w \\ \chi \\ N_{rr} \\ Q_{rz} \\ M_{rr} \end{Bmatrix}}_{\{\mathbf{Y}\}} + \underbrace{\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -p_r \\ -p_z \\ 0 \end{Bmatrix}}_{\{\mathbf{F}\}} \quad (19)$$

TFY, başlangıç şartları yardımıyla (19) denkleminin çözümüne dayanmaktadır. TFY ile sınır değer problemi başlangıç değer problemine indirgenmektedir. Denklemin genel çözümü ise,

$$\{\mathbf{Y}\} = \sum_{m=1}^{6} C_m \left[\mathbf{U}^{(m)}\right] + \{\mathbf{V}\} \quad (20)$$

şeklindedir. $\left[\mathbf{U}^{(m)}\right]$ m'inci bileşenine 1, diğerlerine sıfır değeri verilerek elde edilen homojen çözümdür. {**V**}ise, başlangıç şartları sıfır alınarak elde edilen özel çözümdür. Burada C_m integrasyon sabitleri sınır şartlarından elde edilmektedir.

SAYISAL UYGULAMALAR

Bu bölümde, çift yönlü FD dairesel plakların eğilme davranışı çeşitli sınır koşulları, hacim indeksleri ve kalınlık fonksiyonları için araştırılmıştır. Bu amaçla, çift yönlü FDM dairesel plakların eğilme analizini yapan FORTRAN dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Önerilen metodun sonuçlarını doğrulamak için ANSYS [22] sonuçları ile karşılaştırmalar yapılmıştır.

Örnek 1. Sabit Kalınlıklı, Çift Yönlü FD Halka Plağın Eğilmesi

İç yarıçapı $r_i = 1$ m, dış yarıçapı $r_o = 5$ m ve kalınlığı sabit ($h(r) = 1$ m) olan bir çift yönlü FDM halka plak göz önüne alınmıştır. Ele alınan plak iç kenarı ve dış kenarından sabit mesnetlidir ve üzerinde ise $p_z = 10\ \mathrm{N/m^2}$ şiddetinde üniform yük bulunmaktadır. Malzemelerin mekanik özellikleri Çizelge 1'de verilmektedir. Çift yönlü FD halka plakların eğilme davranışı için literatürde yapılan mevcut herhangi bir çalışma bulunmaması nedeniyle, bu çalışmanın sonuçları ANSYS programından elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Söz konusu plakları ANSYS'te modellemek için, kalınlık ve radyal yönlerde çok sayıda katmana bölmek gerekmektedir. Bu araştırmada ANSYS'te iki farklı model oluşturulmuştur. Birinci modelde, dikkate alınan plak, kalınlık boyunca 20 katmana ve radyal doğrultuda 100 katmana bölünmüştür. İkinci modelde ise, plak kalınlığı boyunca 40 katmana ve radyal doğrultuda 200 katmana bölünmüştür. Her katman için ANSYS programında, denklem 5 yardımıyla hesaplanan farklı bir malzeme özelliği tanımlanmıştır.

Plağın sınır şartları aşağıdaki gibidir.

$$r = r_i' de; \quad u = 0\,, \quad w = 0, \quad M_{rr} = 0 \tag{21}$$

$$r = r_o' da; \quad u = 0\,, \quad w = 0, \quad M_{rr} = 0 \tag{22}$$

Ele alınan plak için maksimum düşey deplasman, eğilme momenti ve kesme kuvvetleri hesaplanıp, Çizelge 2'de sunulmuştur. Bu örnekte kayma düzeltme faktörü, $k_s = 5/6$ olarak alınmıştır.

Çizelge 2. Sonuçların karşılaştırılması

λ_r	λ_z	Yöntem	Sonuçlar		
			$w_{max} \times 10^{-9}$ (m)	Q_{max} (N)	M_{max} (N.m)
1	2	ANSYS (20 x 100 katman)	1.380	45.74	16.69
		ANSYS (40 x 200 katman)	1.368	45.74	16.62
		TFY	1.366	45.73	16.59
	4	ANSYS (20 x 100 katman)	1.250	45.79	16.62
		ANSYS (40 x 200 katman)	1.248	45.80	16.68
		TFY	1.244	45.77	16.58
	6	ANSYS (40 x 200 katman)	1.166	45.60	16.60
		TFY	1.110	45.77	16.58

Önerilen metodu kullanarak elde edilen değerler ile, ANSYS programından elde edilen deplasman, kesme kuvveti ve momentlerin birbiri ile örtüştüğü görülmektedir. Ele alınan plağı ANSYS'de modellemek için SHELL209 elemanı seçilmiştir (Bakınız [23,24]]. ANSYS'de tutarlı sonuçlar elde edebilmek için, plak kalınlığını ve radyal yöndeki uzunluğunu yeterli sayıda dercelermiş katmana bölmek gerekmektedir. Her bir katman için de farklı malzeme özellikleri tanımlanmalıdır. Örneğin, 20x100 katmanlı model için, plak kalınlığını her biri farklı malzeme özelliklerine sahip 20 katmana, radyal yöndeki uzunluğunu 100 katmana ve 40x200 katmanlı model için, plak kalınlığını her biri farklı malzeme özelliklerine sahip 40 katmana ve radyal yöndeki uzunluğunu 200 katmana bölünmelidir. Böylece birinci modeli oluşturmak için 2000 ve ikinci model için 8000 adet farklı malzeme özellikleri tanımlanmalıdır. Bu kadar çok sayıda malzemenin tanımlanması aşırı zaman alıcı bir işlemdir. Karşılaştırmalar, katmanların sayısı arttıkça, ANSYS sonuçlarının bu çalışmanın sonuçlarına yaklaştığını göstermektedir. Bu husus, önerilen yöntemin doğruluğunu ve uygulanabilirliğini göstermektedir.

Örnek 2. Değişken Kalınlıklı, Çift Yönlü FD Dairesel Plağın Eğilmesi

Bu örnekte, kalınlığı değişken olan, çift yönlü FD dairesel bir plağın eğilme davranışı incelenmiştir. Sabit mesnetli ve yarıçapı 5 m olan plak, $p_z = 10\ \mathrm{N/m^2}$ şiddetinde üniform yük etkisindedir. Plak kalınlığı, iç sınırda, $h_i = 2$ m ve çevrede ise $h_0 = 1$ m olarak alınmıştır. Plağın sınır şartları aşağıda verilmiştir. Bu örnekte kayma düzeltme faktörü, $k_s = \pi^2/12$olarak alınmıştır.

$$r = 0' da;\ u = 0\,,\quad \chi = 0,\quad Q_{rz} = 0 \qquad (\text{simetri sınır şartı}) \tag{23}$$

$$r = r_o' da;\ u = 0\,,\quad w = 0,\quad M_{rr} = 0 \tag{24}$$

Çeşitli malzeme indeksleri için elde edilen maksimum düşey deplasman değerleri Çizelge 3'te listelenmiştir. Ayrıca, farklı parametrelerin belirli indeks değerleri için çift yönlü FD dairesel plağın eğilme davranışı üzerindeki etkileri araştırılmıştır.

Çizelge 3. Çift yönlü FD dairesel Plak için maksimum deplasman değerleri

λ_r	λ_z	λ_h			
		1	2	3	10
0	0	2.0430	2.1780	2.2260	2.2960
	2	0.5665	0.6040	0.6174	0.6367
	4	0.5054	0.5391	0.5510	0.5683
	6	0.5759	0.5076	0.5188	0.5351
1	0	1.5670	1.6710	1.7070	1.7600
	2	0.5117	0.5458	0.5578	0.5753
	4	0.4607	0.4914	0.5023	0.5181
	6	0.4356	0.4647	0.4750	0.4899
2	0	1.4320	1.5260	1.5390	1.6080
	2	0.4932	0.5260	0.5376	0.5544
	4	0.4453	0.4749	0.4855	0.5007
	6	0.4217	0.4497	0.4597	0.4741
3	0	1.3700	1.4600	1.4920	1.5390
	2	0.4844	0.5166	0.5280	0.5445
	4	0.4379	0.4671	0.4774	0.4924
	6	0.4150	0.4426	0.4524	0.4667

Beklendiği gibi, tabloda verilen sonuçlar, malzeme indeksleri ve geometri sabitinin çift yönlü FD dairesel plakların düşey deplasman değerleri üzerinde önemli etkileri olduğunu göstermiştir. Şöyle ki, malzeme hacim indeksleri artıkça düşey deplasman değerleri azalmaktadır. Ancak, geometri indeksini artırmak, çökme değerlerinin azalmasına sebep olmaktadır. Ayrıca, λ_r 'nin çift yönlü FD dairesel plakların eğilme davranışı üzerindeki etkisi λ_z'nin etkisinden daha azdır.

SONUÇLAR

Bu çalışmanın temel amacı, TFY'nin çift yönlü FDM dairesel plakların eğilme analizine uygulamasıdır. Ele alınan problemlerin denge denklemleri, bünye denklemleri ve uygunluk şartları yardımıyla altı adet skaler denklem elde edilmiştir. Kayma deformasyonu etkisi de

dikkate alınarak yapılacak çözümler için, FORTRAN dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Hazırlanan programdan elde edilen sonuçlar, ANSYS'ten elde edilen sonuçlar ile tablolar üzerinde karşılaştırılmış ve sonuçların uyum içerisinde olduğu görülmüştür. Ayrıca, malzeme hacim indeksi ve kalınlık değişim indeksinin çift yönlü FD dairesel plakların eğilme davranışı üzerindeki etkileri detaylı bir şekilde araştırılmıştır.

KAYNAKLAR

[1] Alipour MM. A novel economical analytical method for bending and stress analysis of functionally graded sandwich circular plates with general elastic edge conditions, subjected to various loads. Compos Part B-Eng. 2016;95:48-63.
[2] Mousavi SM, Tahani M. Analytical solution for bending of moderately thick radially functionally graded sector plates with general boundary conditions using multi-term extended Kantorovich method. Compos Part B-Eng. 2012;43(3):1405-16.
[3] Sahraee S, Saidi AR. Axisymmetric bending analysis of thick functionally graded circular plates using fourth-order shear deformation theory. Eur J Mech a-Solid. 2009;28(5):974-84.
[4] Saidi AR, Rasouli A, Sahraee S. Axisymmetric bending and buckling analysis of thick functionally graded circular plates using unconstrained third-order shear deformation plate theory. Compos Struct. 2009;89(1):110-9.
[5] Reddy JN, Wang CM, Kitipornchai S. Axisymmetric bending of functionally graded circular and annular plates. Eur J Mech a-Solid. 1999;18(2):185-99.
[6] Wang Y, Xu RQ, Ding HJ. Axisymmetric bending of functionally graded circular magneto-electro-elastic plates. Eur J Mech a-Solid. 2011;30(6):999-1011.
[7] Bayat M, Sahari BB, Saleem M, Ali A, Wong SV. Bending analysis of a functionally graded rotating disk based on the first order shear deformation theory. Appl Math Model. 2009;33(11):4215-30.
[8] Fereidoon A, Mohyeddin A, Sheikhi M, Rahmani H. Bending analysis of functionally graded annular sector plates by extended Kantorovich method. Compos Part B-Eng. 2012;43(5):2172-9.
[9] Sahraee S. Bending analysis of functionally graded sectorial plates using Levinson plate theory. Compos Struct. 2009;88(4):548-57.
[10] Vivio F, Vullo V. Closed form solutions of axisymmetric bending of circular plates having non-linear variable thickness. Int J Mech Sci. 2010;52(9):1234-52.
[11] Li XY, Ding HJ, Chen WQ. Elasticity solutions for a transversely isotropic functionally graded circular plate subject to an axisymmetric transverse load qr(k). Int J Solids Struct. 2008;45(1):191-210.
[12] Aghdam MM, Shahmansouri N, Mohammadi M. Extended Kantorovich method for static analysis of moderately thick functionally graded sector plates. Math Comput Simulat. 2012;86:118-30.
[13] Li XY, Ding HJ, Chen WQ. Axisymmetric elasticity solutions for a uniformly loaded annular plate of transversely isotropic functionally graded materials. Acta Mech. 2008;196(3-4):139-59.
[14] Ma LS, Wang TJ. Relationships between axisymmetric bending and buckling solutions of FGM circular plates based on third-order plate theory and classical plate theory. Int J Solids Struct. 2004;41(1):85-101.
[15] Rad AB. Semi-Analytical Solution for Functionally Graded Solid Circular and Annular Plates Resting on Elastic Foundations Subjected to Axisymmetric Transverse Loading. Adv Appl Math Mech. 2012;4(2):205-22.

[16] Rad AB, Alibeigloo A, Malihi SS. Static Analysis of Functionally Graded Annular Plate Resting on Elastic Foundation Subject to an Axisymmetric Transverse Load Based on the Three Dimensional Theory of Elasticity. Journal of Solid Mechanics. 2010;2(3):15.
[17] Wang Y, Xu RQ, Ding HJ. Three-dimensional solution of axisymmetric bending of functionally graded circular plates. Compos Struct. 2010;92(7):1683-93.
[18] Nie GJ, Zhong Z. Axisymmetric bending of two-directional functionally graded circular and annular plates. Acta Mech Solida Sin. 2007;20(4):289-95.
[19] Rad AB, Alibeigloo A. Semi-Analytical Solution for the Static Analysis of 2D Functionally Graded Solid and Annular Circular Plates Resting on Elastic Foundation. Mech Adv Mater Struc. 2013;20(7):515-28.
[20] Rad AB. Static Analysis of Two Directional Functionally Graded Circular Plate Under Combined Axisymmetric Boundary Conditions. International Journal of Engineering & Applied Sciences. 2012;4(3):13.
[21] Zafarmand H, Kadkhodayan M. Three dimensional elasticity solution for static and dynamic analysis of multi-directional functionally graded thick sector plates with general boundary conditions. Compos Part B-Eng. 2015;69:592-602.
[22] ANSYS, Inc Release 15.0 (2013), Canonsburg, PA.
[23]Mechanical APDL Element Reference, 2013, Inc., 275 Technology Drive, Canonsburg, PA15317.
[24] Mechanical APDL Theory Reference, 2013, Inc., 275 Technology Drive, Canonsburg, PA15317.