YAYILI YÜK ETKİSİNDEKİ DAİRESEL KESİTLİ SİKLOİD ÇUBUKLARIN SÖNÜMLÜ DİNAMİK ANALİZİ

Timuçin Alp ASLAN[1], Ahmad Reshad NOORI[2] ve Beytullah TEMEL[3]
[1,2,3]İnşaat Mühendisliği Bölümü- Çukurova Üniversitesi, ADANA

ABSTRACT

In this study, we investigate the forced vibration of the cycloid bars with uniform cross-section subjected to various time depended out of plane loads in the Laplace domain. The material of the rods is assumed to be homogeneous, isotropic, elastic or viscoelastic. The effect of shear deformation is also taken into account. Laplace transformation is applied to the obtained governing equations. In the viscoelastic material case, the Kelvin model is employed. The Complementary Functions Method (CFM) is used to solve the attained canonical form of the first order ordinary differential equations in the transformed domain. Thereafter the related differential equations are solved by the fifth-order Runge–Kutta (RK5) algorithm. To retransfer the results to the time domain an efficient inverse numerical Laplace transform method is implemented. To validate and compare the results of the present method a computer program is coded in Fortran. Verification and exactness of the written program is performed by comparing the results of the present methods and results of ANSYS finite element software, the accuracy and superiority of the present method can be noticed.

Keywords: Two-Point Boundary Value Problems; Complementary Functions Method (CFM); Inverse Laplace Transforms; The Kelvin Viscoelastic Model.

ÖZET

Bu çalışmada, düzlemine dik yüklü sabit kesitli sikloid eksenli çubukların, farklı tip dinamik yükler altındaki zorlanmış titreşimi Laplace uzayında incelenmiştir. Analizlerde homojen, izotropik, elastik veya visko-elastik malzemeler seçilmiştir. Kayma deformasyon etkisi de göz önünde bulundurulmuştur. Zaman uzayında elde edilen sistem davranışını idare eden denklemlere Laplace dönüşümü uygulanmış, kanonik formda elde edilen birinci mertebeden adi diferansiyel denklem takımlarının çözümleri Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY) ile yapılmıştır. TFY'ye dayalı başlangıç değer probleminin Laplace uzayındaki çözümleri için 5. mertebe Runge-Kutta (RK5) algoritması kullanılmıştır. Sonuçların Laplace uzayından zaman uzayına dönüşümü için etkin bir ters Laplace metodu uygulanmıştır. Sunulan yöntemin sonuçlarını doğrulamak ve karşılaştırmak için Fortran dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Hazırlanan bilgisayar programının kontrolü, mevcut yöntemin sonuçları ile ANSYS programı sonuçları karşılaştırılarak yapılmış, etkinliği ve üstünlüğü gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: İki Noktalı Sınır Değer Problemleri; Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY); Ters Laplace Dönüşümü; Kelvin Sönüm Modeli.

GİRİŞ

Eğri eksenli çubuklar modern mühendisliğin pek çok alanında yaygın olarak kullanılmaktadırlar. Kullanım alanı bu kadar geniş olan bu yapıların dinamik yükler etkisi altında davranışını

belirlemek büyük önem kazanmıştır. Bu yüzden eğri eksenli yapı elemanları günümüze kadar birçok araştırmacı tarafından incelenmiş ve doğru çözüm yöntemleri elde edilmeye çalışılmıştır.

Haktanır [1], elastik izotrop malzemeye sahip düzlemsel çubukların statik davranışını Taşıma Matrisi Yöntemine(TMY) dayalı rijitlik matrisi yöntemiyle incelemiştir. Elde ettiği denklemlerin çözümünde Runge-Kutta 4 (RK4) algoritmasını kullanmıştır. Bayhan [2], daire eksenli çubuk sistemlerin statik yükler altındaki davranışları Taşıma ve Rijitlik Matrisi yöntemi ile irdelemiştir. Bozkurt [3], eğri eksenli çubukların statik yükler altındaki davranışını TFY'ni kullanarak araştırmıştır. Büyüközden [4], düzlemine dik yüklü sikloid eksenli çubukların başlangıç değerleri metodunu kullanarak statik hesaplamasını yapmıştır. Aslan ve ark. [5], eğri eksenli çubukların statik yükler altında davranışını idare eden temel denklemleri özetlemiş, kanonik formda elde edilen birinci mertebeden adi diferansiyel denklem takımlarının çözümlerini TFY ile yapmıştır.
Manolis ve Beskos [6], ve Beskos ve Narayanan [7] doğru eksenli çubukların Laplace uzayında dinamik analizini incelemiştir. Çalım [8], izotropik, anizotropik elastik ve viskoelastik malzemeden yapılmış silindirik helisel çubukların zamanla değişen yükler altında dinamik davranışını teorik olarak incelemiştir. Çözümlerde, Kelvin tipi sönüm modelini uygulamıştır. Laplace uzayında elde ettiği çözümleri, Durbin'in sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemi ile zaman uzayına dönüştürmüştür. Tüfekçi ve Doğruer [9], üniform kesitli dairesel kemerlerin düzlem dışı serbest titreşimini incelemiştir. Kıraç [10], zamanla değişen yükler altında doğru eksenli kompozit çubukların dinamik davranışı Laplace uzayında teorik olarak incelemiştir. Serbest titreşimi, zorlanmış titreşimin özel hali olarak ele almıştır. Aktan [11], daire eksenli çubukların düzlem içi serbest titreşim frekanslarının elde edilmesini incelemiştir. Timoshenko kiriş teorisinden yararlanmış ve dönme ataleti etkisini göz önüne almıştır. Çoban [12], daire eksenli kirişlerin karışık sonlu elamanlar yöntemiyle dinamik analizini incelemiştir. Gâteaux türevini kullanarak çıkarttığı denklemlerin çözümünden frekansları elde etmiştir. Wu ve Chen [13], dairesel kesitli eğri eksenli yatay çubukların düzlem dışı serbest titreşimini çalışmıştır. Eroğlu [14], eksen eğrisi herhangi bir düzlemsel eğri olan çubuğun kesitini de değişken kabul ederek, çubuk statiğinin düzlem içi ve düzlem dışı genel denklemleri vermiştir ve statik problemlerinin kesin çözümünü başlangıç değerleri yöntemi ile yapmıştır. Karaca [15], düzlemi içinde ve düzlemine dik yüklü daire eksenli çubukların statik ve dinamik analizlerini teorik olarak incelemiştir. Tabii burulmuş ve eğilmiş uzaysal çubukları idare eden denklemleri, Timoshenko çubuk teorisi kullanarak elde etmiş ve daire eksenli çubuklar için tekrar düzenlemiştir. Ecer [16], Doğru eksenli çubukların karışık sonlu elemanlar yöntemi ile boyuna titreşim analizini incelemiştir. Gâteaux türevi ve sonlu eleman yönteminin birlikte kullanılması ile elde edilen frekansları vermiştir. Huang, Teng ve Leissa [17], dairesel kemerlerin dinamik yükler altındaki davranışlarını dinamik rijitik matrisi metodunu kullanarak Laplace uzayında incelemiştir. Temel ve ark.[18], izotropik ve elastik malzemeden yapılmış olan eğri eksenli düzlemsel çubukların zorlanmış titreşimini TFY yardımıyla Laplace uzayında araştırmıştır. Aslan [19], düzlemi içinde ve düzlemine dik yüklü eğri eksenli çubukların statik ve dinamik yükler altında davranışını Laplace uzayında TFY ile analiz etmiştir. Diferansiyel denklemlerin sayısal çözümleri için RK5 yöntemini kullanmıştır. Noori ve ark. [20], düzlem içi dinamik yükler etkisindeki homojen, izotrop ve elastik kademeli dairesel kemelerin zorlanmış titreşimini Laplace uzayında irdelemiştir. Aslan ve ark. [21], düzlem dışı yüklü elastik kademeli çubukların zorlanmış titreşimini TFY'ye dayanarak Laplace uzayında incelemiştir.

Yapılan araştırmalar sonunda, eğri eksenli düzlemsel yapı elemanların statik ve dinamik yüklemeler altındaki davranışları farklı yöntemlerle birçok çalışmada incelenmiştir. Ancak sikloid çubukların statik ve dinamik davranışı ile ilgili çok kısıtlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Yazarların bilgisine göre, sikloid çubukların zamana bağlı dinamik yüklemeler altındaki zorlanmış titreşim davranışını TFY ile Laplace uzayında inceleyen herhangi bir çalışmaya rastlanamamıştır. Dairesel kesitli sikloid çubukların sönümlü ve sönümsüz zorlanmış titreşimi, ilk defa bu çalışmada TFY ile Laplace uzayında analiz edilmiştir. Bu araştırmada Laplace uzayında elde edilen çözümlerden zaman uzayına geçmek için etkin bir sayısal ters Laplace metodu

uygulanması ile oldukça etkin ve doğru sonuçların bulanabildiği görülmüş, hareketi idare eden denklemleri Newmark metodu ile çözen sonlu elemanlar paket programı olan ANSYS'ın sonuçları ile karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir.

MATERYAL VE METOT

Düzlem dışı yükler altındaki sikloid çubukların davranışını idare eden adi diferansiyel denklemler aşağıda verilmektedir.

$$\frac{\partial U_b}{\partial \phi} = -r\Omega_n + r\frac{T_b \alpha_b}{GA} \tag{1}$$

$$\frac{\partial \Omega_t}{\partial \phi} = \Omega_n + r\frac{M_t}{GI_t} \tag{2}$$

$$\frac{\partial \Omega_n}{\partial \phi} = -\Omega_t + r\frac{M_n}{EI_n} \tag{3}$$

$$\frac{\partial T_b}{\partial \phi} = r\rho A\frac{\partial^2 U_b}{\partial t^2} - rq_b \tag{4}$$

$$\frac{\partial M_t}{\partial \phi} = r\rho I_t\frac{\partial^2 \Omega_t}{\partial t^2} + M_n - rm_t \tag{5}$$

$$\frac{\partial M_n}{\partial \phi} = r\rho I_n\frac{\partial^2 \Omega_n}{\partial t^2} - M_t + rT_b - rm_n \tag{6}$$

$$A = \pi h^2 \;;\; I_t = \frac{\pi h^4}{2} \;;\; I_n = \frac{\pi h^4}{4} \tag{7}$$

Burada E, elastisite modülü; ρ, kütlesele yoğunluk; h, kesit yarıçapı; A en kesit alanı; I_n eğilme atalet momenti; I_t, burulma atatlet momentini; α_b, kayma faktörü; r, değişken eğrilik yarıçapı; q_b üniform yayılı yük; m_t, yayılı burulma momenti; m_n, yayılı eğilme momentini göstermektedir.

Sikloid çubukların zorlanmış titreşim durumu için, $\{\boldsymbol{Y}(\varphi, t)\}$ bilinmeyen vektörü aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\{Y(\phi,t)\} = \{U_b, \Omega_t, \Omega_n, T_b, M_t, M_n\}^T \tag{8}$$

Zamana bağlı bir $f(t)$ fonksiyonunun Laplace dönüşümü, $L[f(t)] = \bar{F}(z)$, $t>0$ için

$$L[f(t)] = \overline{F}(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt \tag{9}$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada s, Laplace dönüşüm parametresini göstermektedir. Zamana bağlı birinci ve ikinci mertebeden türevlerin Laplace dönüşümleri kapalı olarak aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$L\left[\dot{f}(t)\right] = s\overline{F}(s) - f(0) \tag{10}$$

$$L\left[\ddot{f}(t)\right] = s^2\overline{F}(s) - sf(0) - \dot{f}(0) \tag{11}$$

Burada $f(0)$ başlangıç yer değiştirmesi ve $\dot{f}(0$ başlangıç hızı olup, bu çalışmada sıfır olarak alınmaktadır.

Hareketli koordinat takımında elde edilen (1-6) denklemlerinin (9 - 11) tarifleri yardımıyla Laplace dönüşümü alınırsa, kısmi diferansiyel denklemler dönüşmüş uzayda adi diferansiyel denklem takımı haline dönüşmektedir. Böylece, Laplace uzayında sabit kesitli sikloid çubukların dinamik davranışını idare eden adi diferansiyel denklem takımı, kanonik formda aşağıdaki şekilde elde edilmektedir.

$$\frac{d\overline{U}_b}{d\phi} = -r\overline{\Omega}_n + r\frac{\overline{T}_b\alpha_b}{GA} \tag{12}$$

$$\frac{d\overline{\Omega}_t}{d\phi} = \overline{\Omega}_n + r\frac{\overline{M}_t}{GI_t} \tag{13}$$

$$\frac{d\overline{\Omega}_n}{d\phi} = -\overline{\Omega}_t + r\frac{\overline{M}_n}{EI_n} \tag{14}$$

$$\frac{d\overline{T}_b}{d\phi} = rs^2\rho A\overline{U}_b - r\overline{q}_b \tag{15}$$

$$\frac{d\overline{M}_t}{d\phi} = rs^2\rho I_t\overline{\Omega}_t + \overline{M}_n - r\overline{m}_t \tag{16}$$

$$\frac{d\overline{M}_n}{d\phi} = rs^2\rho I_n\overline{\Omega}_n - \overline{M}_t + r\overline{T}_b - r\overline{m}_n \tag{17}$$

Burada ($\overline{.}$) ile gösterilen ifadeler büyüklüklerin Laplace dönüşümünü göstermektedir.

$$\begin{aligned}
L\left[\rho A\frac{\partial^2 U_b}{\partial t^2}\right] &= \rho A\left[s^2\overline{U}_b - sU_b(\phi,0) - \frac{\partial U_b(\phi,0)}{\partial t}\right] \\
L\left[\rho I_t\frac{\partial^2 \Omega_t}{\partial t^2}\right] &= \rho I_t\left[s^2\overline{\Omega}_t - s\Omega_t(\phi,0) - \frac{\partial \Omega_t(\phi,0)}{\partial t}\right] \\
L\left[\rho I_n\frac{\partial^2 \Omega_n}{\partial t^2}\right] &= \rho I_n\left[s^2\overline{\Omega}_n - s\Omega_n(\phi,0) - \frac{\partial \Omega_n(\phi,0)}{\partial t}\right]
\end{aligned} \tag{18}$$

Elde edilen eşitliğin sağ tarafındaki ikinci ve üçüncü terimler *t=0* anında verilen başlangıç şartlarıdır. Bu çalışmada bu terimler sıfır olarak alınmıştır.

Laplace dönüşüm uzayında elde edilen birinci mertebeden 6 adet adi diferansiyel denklem takımının matris formunda aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\frac{d\{\overline{Y}(\phi,s)\}}{d\phi}=[\overline{A}(\phi,s)]\{\overline{Y}(\phi,s)\}+\{\overline{F}(\phi,s)\} \tag{19}$$

Burada ϕ, bağımsız değişken ve s ise Laplace parametresidir. Sikloid çubuklarının durum vektörü aşağıdaki gibidir.

$$\{\overline{Y}(\phi,s)\}=\{\overline{U}_b(\phi,s),\overline{\Omega}_t(\phi,s),\overline{\Omega}_n(\phi,s),\overline{T}_b(\phi,s),\overline{M}_t(\phi,s),\overline{M}_n(\phi,s)\} \tag{20}$$

TFY, başlangıç şartları yardımıyla (19) denkleminin çözümüne dayanmaktadır. TFY ile sınır değer problemi başlangıç değer problemine indirgenmektedir. Denklemin genel çözümü ise,

$$\{Y(\phi,s)\}=\sum_{m=1}^{n}C_m\left[\overline{U}^{(m)}(\phi,s)\right]+\{\overline{V}(\phi,s)\} \tag{21}$$

şeklindedir. $\boldsymbol{U}^{(m)}(\varphi)$ m'inci bileşenine 1, diğerlerine sıfır değeri verilerek elde edilen homojen çözümdür. $\boldsymbol{V}(\varphi)$ ise, başlangıç şartları sıfır alınarak elde edilen özel çözümdür. Burada C_m integrasyon sabiti sınır şartlarından elde edilmektedir.

Viskoelastik sistemlerde, elastik-viskoelastik analojisi yardımıyla sönüm etkisi dikkate alınabilmektedir (Boley ve Weiner [22]). Kelvin tipi viskoelastik model için bünye ifadesi aşağıda verilmektedir.

$$S_{ij}=2G\left(e_{ij}+g\frac{de_{ij}}{dt}\right) \tag{22}$$

Burada G, kayma modülü, g malzemenin viskoz sönüm oranıdır. Deviatorik gerilme tansörü, S_{ij}, ve deviatorik şekil değiştirme tansörü, e_{ij}, gerilme ve şekil değiştirme tansörünün deviatorik bileşenleri ve σ_{ij} ve ε_{ij} yardımı ile tanımlanır.

$$S_{ij}=\sigma_{ij}-\delta_{ij}\frac{1}{3}\sigma_{kk}\quad;\quad e_{ij}=\varepsilon_{ij}-\delta_{ij}\frac{1}{3}\varepsilon_{kk} \tag{23}$$

Burada, δij, Kronecker delta birim matrisin bileşenlerini göstermektedir. Viskoelastik çözüm, elastik-viskoelastik analojisi yardımıyla Laplace uzayında elastik sabitlerin kompleks karşıtları ile yer değiştirmesinden elde edilmektedir. (Boley ve Weiner [23], ve (Temel ve ark. [24]).

$$E_v=E(1+gs)\;;\;G_v=G(1+gs) \tag{24}$$

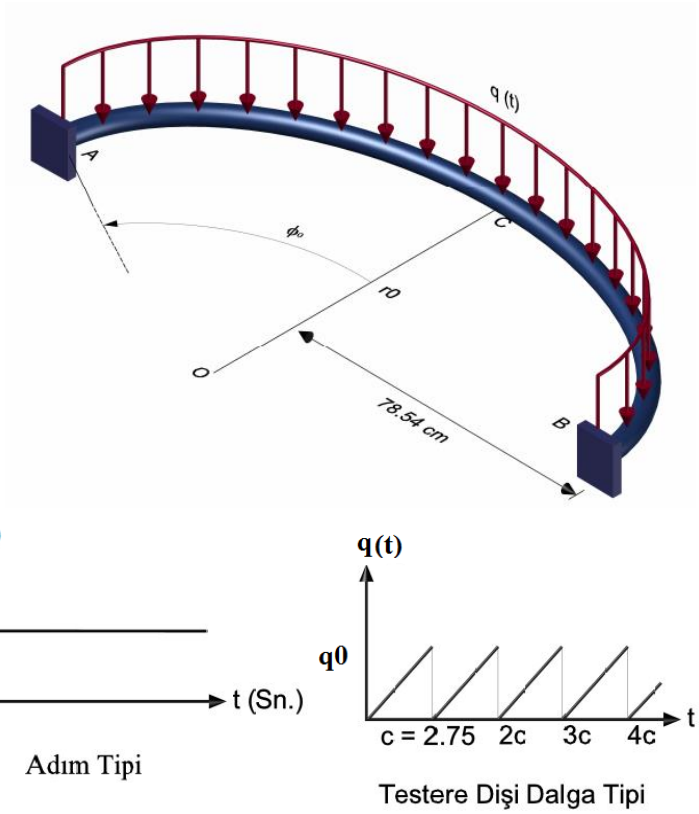
Burada E_v ve G_v viskoelastik malzeme sabitleri ve s Laplace dönüşüm parametresidir.

SAYISAL UYGULAMALAR

Bu çalışmada, lineer viskoelastik malzemeden yapılmış zamana bağlı yükler altında sikloid çubukların dinamik analizini yapan FORTRAN dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemine (TFY) dayalı başlangıç değer probleminin çözümü için RK5 algoritması uygulanmıştır. Laplace uzayından zaman uzayına dönüşüm için Durbin [25] ve Temel [26] tarafından verilen Durbin'in modifiye edilmiş ters Laplace metodu kullanılmıştır.

İki Ucu Ankastre Sikloid Çubuğun Dinamik Analizi

İki ucu ankastre mesnetli ve ortasında yayılı yük ($q(t)$= 0.001 kgf/m) ile yüklü bir sikloid çubuk (Şekil 1.a) göz önüne alınmıştır. Malzeme özellikleri; kütlesel yoğunluğu ρ=7850x10^{-6} kgf/cm^3, Poisson oranı ν = 0.3 ve elastisite modülü E=2.1x10^6 kgf/cm^2. İki çeşit dinamik yükleme durumu için (Şekil 1.b) zorlanmış titreşimi yapılmıştır.



Şekil 1. (a) Sikloid Çubuk; (b) Dinamik Yüklemeler.

Kanonik formdaki Laplace uzayında verilen (12-17) denklemleri, TFY yardımıyla sayısal olarak çözülmüştür. Elde edilen sonuçlar ANSYS[26] sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Burulma rijitliği, eğilme rijitliği ve çubuğun kesit alanı aşağıdaki gibidir.

$$GI_t = G\frac{\pi h^4}{2};\ EI_n = E\frac{\pi h^4}{4};\ A(\phi) = \pi h^2$$

Sikloid çubuğun değişken eğrilik yarıçapı;

$r = r_0 Cos(\phi)$ şeklinde olup, burada r_0, C simetri noktasının eğrilik yarıçapıdır. Sikloid eksenini oluşturan dairenin yarıçapı ile a aralarında; $r_0 = 4a$ gibi bir bağıntı vardır.

Simetri noktası ve ankastre ucun sınır şartları ile geometrik özellikler aşağıdaki gibidir.

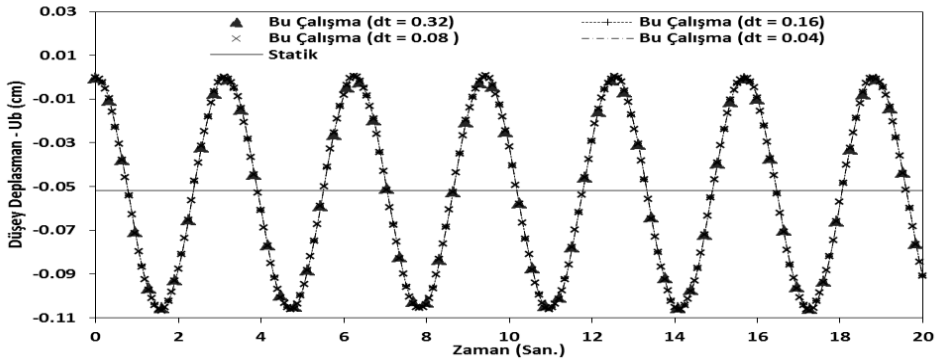
Sınır şartları:

$$\phi = 0 \rightarrow \begin{cases} \Omega_n = 0 \\ T_b = 0 \\ M_t = 0 \end{cases} \quad ; \quad \phi = \phi_0 \rightarrow \begin{cases} U_b = 0 \\ \Omega_t = 0 \\ \Omega_n = 0 \end{cases}$$

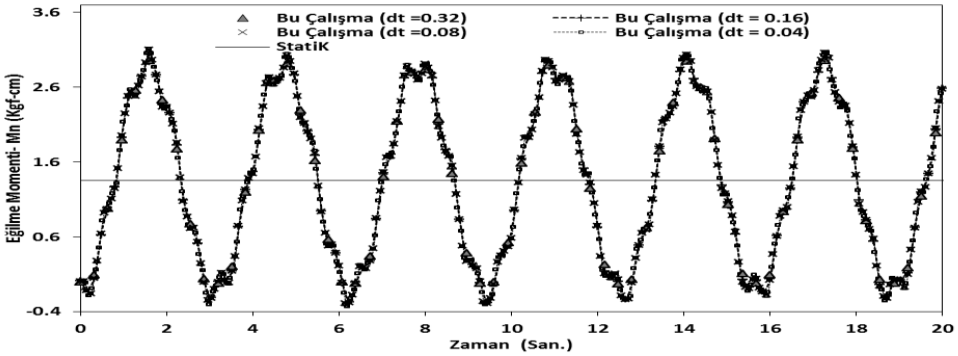
Çubuğun geometrik özellikleri:

$r=0.5;\ A = 0.7854cm^2$,
$I_t = 0.0982cm^4;\ I_n = 0.0491cm^4$;
a= 25 cm; r_0=100 cm;
$\phi_0 = \pi/2;\ \alpha n = 1.11$

Hazırlanan Fortran programı ile adım tipi yükleme altında dinamik analizler sırasıyla 64, 128, 256 ve 512 adım için yapılmış ve çözümler Şekil (2-3) üzerinde topluca gösterilmiştir.

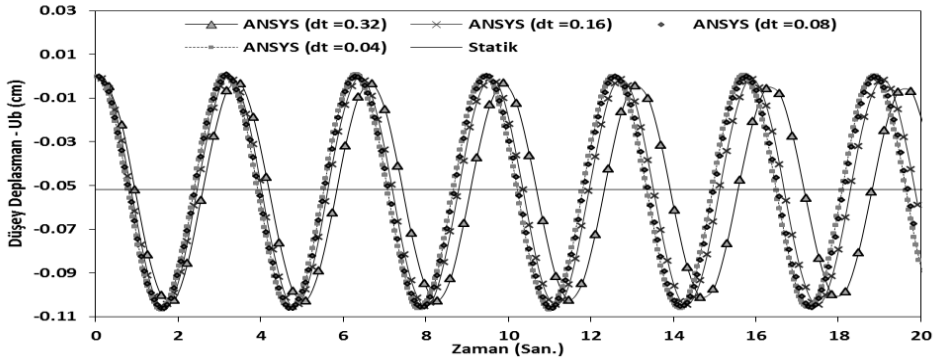


Şekil 2. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki düşey deplasmanın (U_b) zamanla değişimi.

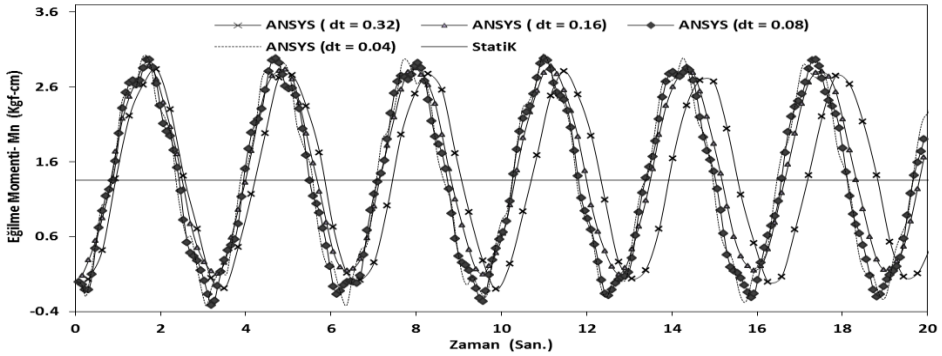


Şekil 3. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki eğilme momentinin (M_n) zamanla değişimi.

Yukarıdaki grafiklerde görüldüğü üzere, dinamik yükleme altında farklı zaman artım miktarları için bu çalışmada kullanılan yöntem ile bulunan bütün çözümler birbirleri ile üst üste düşmektedir. ANSYS ile yapılan çözümlerde Timoshenko kiriş teorisine dayanan, her düğümünde 3 serbestlik derecesi bulunan ve uygun bir kuadratik eleman kullanılmıştır.

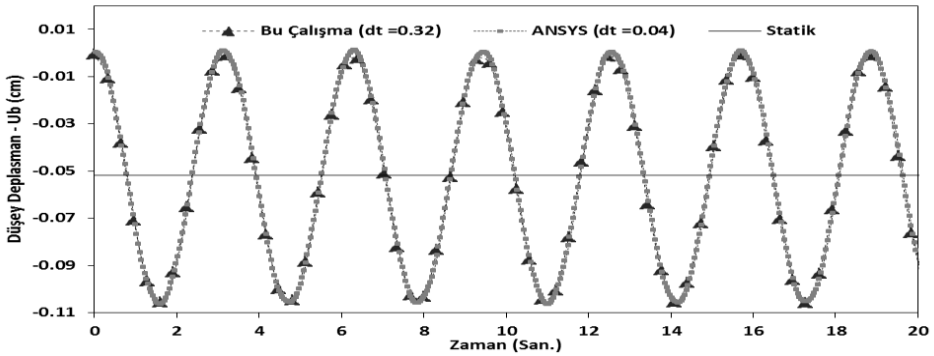


Şekil 4. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki düşey deplasmanın (U_b) zamanla değişimi.

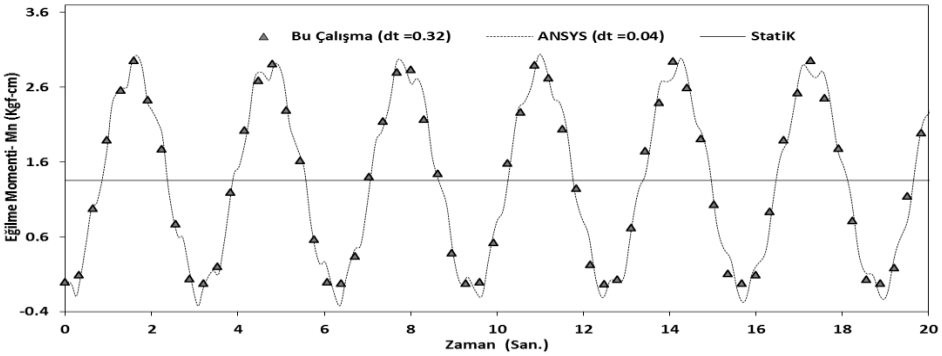


Şekil 5. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki eğilme momentinin (M_n) zamanla değişimi.

Ayrıca, sikloid çubuğun adım tipi yükleme etkisindeki ANSYS çözümleri sırasıyla 64 adım (dt=0.32 sn.), 128 adım (dt=0.16 sn.), 256 adım (dt=0.08 sn.) ve 512 adım (dt=0.04 sn.) seçilerek yapılmış, simetri noktasının düşey deplasmanı ve eğilme momentinin zamanla değişimleri Şekil (4-5) de gösterilmiştir.



Şekil 6. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki düşey deplasmanın (U_b) zamanla değişiminin karşılaştırılması.



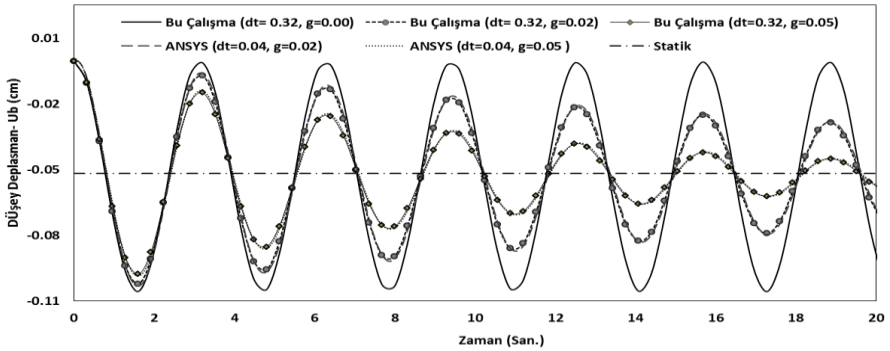
Şekil 7. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki eğilme momentinin (M_n) zamanla değişiminin karşılaştırılması.

Şekil (6-7) incelendiğinde, Laplace uzayında kaba zaman artımı (0.32 sn.) kullanılarak elde edilen değerler ile, çok sık zaman artımı (0.04 sn.) artımı alınarak ANSYS programından elde edilen, deplasman ve eğilme momentlerininin birbiri ile örtüştüğü görülmektedir. Bu sonuçlar, önerilen metodun etkinliğini ve üstünlüğünü göstermektedir. Geleneksel adım adım integrasyon yöntemlerinin doğruluğu ise, zaman artım miktarının doğru seçilmesine bağlıdır. Bu nedenle, kabul edilebilir sonuçların elde edilebilmesi için fazla sayıda adım ve hassas bir zaman artımı kullanılmalıdır.

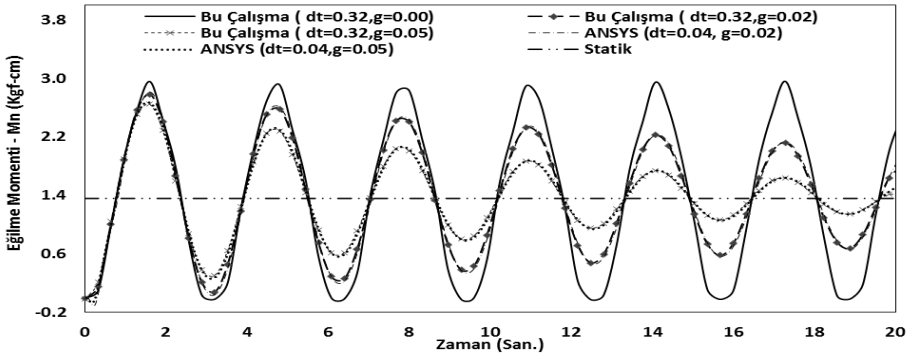
Çeşitli sönüm oranları (g=0, g=0.02 ve g=0.05) için önerilen yöntem ve ANSYS ile adım tipi yük etkisindeki sikloid çubuğun elastik ve viskoelastik analizleri yapılmış ve karşılaştırmaları Şekil (8-9)'de gösterilmiştir.

Grafiklerden anlaşıldığı üzere sönüm oranları arttıkça davranışın genlikleri küçülerek statik değere yaklaşmaktadır.

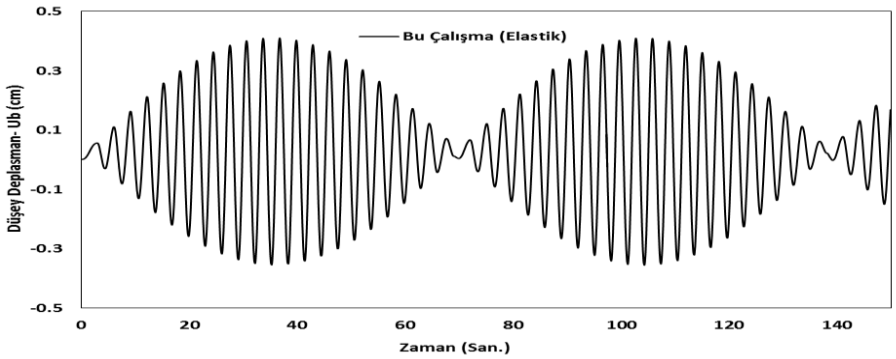
Adım tipi yüklemeye benzer şekilde Laplace uzayında kaba zaman artımı (0.32 sn.) kullanılarak elde edilen sonuçlar ile Newmark metodu ile ANSYS programından sık zaman artımı (0.04 sn.) kullanılarak elde edilen değerlerin birbiri ile örtüştüğü görülmektedir. Viskoelastik durumda zamanla değişen kesit tesirlerine ve deplasmanlara ait salınım genlikleri zamanla statik değere yaklaşarak kaybolmaktadır.



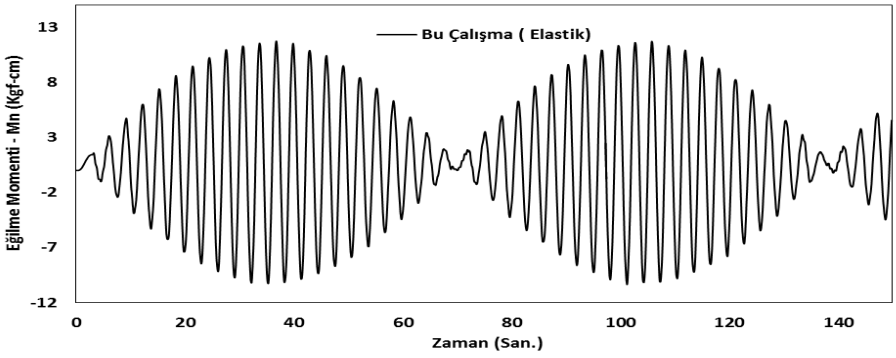
Şekil 8. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki düşey deplasmanın (U_b) zamanla değişiminin karşılaştırılması.



Şekil 9. Adım tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki eğilme momentinin (M_n) zamanla değişiminin karşılaştırılması.



Şekil 10. Testere dişi dalga tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki düşey deplasmanın (U_b) zamanla değişimi.



Şekil 11. Testere dişi dalga tipi yükleme için sikloid çubuğun ortasındaki eğilme momentinin (M_n) zamanla değişimi.

Sikloid çubuğa testere dişi dalga fonksiyonu şeklinde zamanla değişen yükleme uygulanmıştır. Dalga tipi periyodik yükleme durumlarında, uygulanan yükün frekans değeri yapının doğal titreşim frekansına oldukça yakın ama eşit değil ise, vuruş olayı meydana gelir. Bu durumlarda küçük değerde periyodik yükler için bile çok büyük genlikler oluşmaktadır.

Testere dişi dalga tipi yükün frekansı, yapının doğal titreşim frekansına oldukça yakın olmasından ötürü Şekil (10-11)'de 70 saniyede bir tekrarlayan vuruş olayı gözlemlenmiştir.

SONUÇLAR

Bu çalışmada, farklı tip dinamik yükler altında sikloid çubukların sönümlü ve sönümsüz zorlanmış titreşimi ele alınmıştır. Bu çubukların dinamik davranışları Laplace uzayında TFY yardımıyla araştırılmıştır. TFY'ye dayalı başlangıç değer probleminin Laplace uzayındaki çözümleri için 5. mertebe Runge-Kutta (RK5) algoritması kullanılmış ve bu amaçla Fortran dilinde bilgisayar programı hazırlanmıştır. Yapılan çalışmalar neticesinde önerilen metod ile kaba zaman artım miktarları kullanılarak elde edilen sonuçların, ANSYS programı- Sonlu elemanlar ve Newmark metodunu birlikte kullanan-yardımıyla sık zaman artım miktarları kullanılarak elde edilen değerler ile örtüştüğü görülmüştür. Farklı sönüm oranları için çizilen grafiklerden anlaşıldığı üzere, sönüm oranları arttıkça davranışın genlikleri küçülerek statik değere yaklaşmaktadır. Ayrıca dalga tipi periyodik yükleme durumlarında, yükün frekansı, yapının doğal titreşim frekansına oldukça yakın olduğunda vuruş olayı oluşmaktadır.

Sonuç olarak; bu araştırmada önerilen metodun adım adım zaman integrasyon metotlarına göre daha etkin ve üstün olduğu örnekler üzerinde gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

[1] V. Haktanır, A new method for the element stiffness matrix of arbitrary planar bars, *Computer and structures*. 52 **(**1994**)** 679-691.

[2] S. Bayhan, *Daire eksenli düzlemsel çubukların taşıma ve rijitlik matrisi ile analizi*. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana, 1993.

[3] M. Bozkurt, *Silindirik tonozlar daire ve helisel eksenli taşıyıcı sistemlerin tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi ile analizi –Mathematica uygulamaları-*. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana, 1995.

[4] S. Büyüközden, *Düzlemine dik yüklü sikloid eksenli çubukların başlangıç değerleri metoduyla statik hesabı*, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, 1997.

[5] T.A. Aslan, A.R. Noori, B. Temel, Daire eksenli yapı elemanlarının tamamlayıcı fonksiyonlar yöntem ile statik analizi. *Çukurova Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi,* **32(1)**, 23-29.32(2017) 23-29.

[6] G. D. Manolis, and D. E. Beskos, Dynamic response of framed underground structures, *Computer and structures*, 15(5) (1982) 521-531.

[7] D. E. Beskos, G. V. Narayanan, Dynamic response of frameworks by numerical Laplace transform, *Comp. Method in Appl. Mech. and Eng.,* 37(3) (1983), 289-307.

[8] F.F. Çalim, *Viskoelastik, anizotropik, eğri eksenli uzaysal çubuk sistemlerin dinamik analizi. Doktora Tezi*, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana, 2003.

[9] E. Tüfekci, O. Doğruer. Out of plane free vibration of a circular arch with uniform cross-section: Exact solution, *J. Sound and Vibration*, 291(2006) 525-538.

[10] M. Kiraç, *Doğru eksenli kompozit çubukların dinamik analizi.* Yüksek Lisans Tezi, Mustafa Kemal Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Hatay, 2007.

[11] H. Aktan, *Daire eksenli çubukların düzlem içi dinamik analizi*. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul 2008.

[12] M. Çoban, *Daire eksenli kirişlerin karışık sonlu elemanlar yöntemi ile dinamik analizi*. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, 2008.

[13] J. S., Wu, Y. C., Chen, Out-of-plane free vibration analysis of a horizontally circular curved beam carrying arbitrary sets of concentrated elements. *Journal of Structural Engineering,* (2011) **10.1061**, ASCE_ST.1943-541X.0000290.

[14] U. Eroğlu, Eğri eksenli çubukların analizi için kesin çözüm yöntemi ile sonlu eleman formülasyonu. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2014.

[15] N. Karaca, Düzlemsel çubukların taşıma ve rijitlik matrisi metodu ile statik ve dinamik analizi. Yüksek Lisans Tezi, Mustafa Kemal Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Hatay, 2014.

[16] S. Ecer, D*oğru eksenli çubukların karışık sonlu elemanlar yöntemi ile boyuna titreşim analizi*. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, 2015.

[17] C. S. Huang, C. S. Teng, A. W. Leissa, An accurate solution for the in-plane transient response of a circular arch, *J. Sound and Vibration*, 196(5) (1996) 595-609.

[18] B. Temel, T.A. Aslan, and A.R. Noori, An efficient dynamic analysis of planar arches," *1st International Mediterranean Science and Engineering Congress*,3046-3053, 2016.

[19] T.A. Aslan, *Eğrisel yapı elemanlarının etkin sayısal analizi üzerine bir araştırma*. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana, 2016.

[20] A.R. Noori, T.A. Aslan, B. Temel, Transient analysis of in-plane loaded elastic stepped circular arches. *International Conference on Advances and Innovations in Engineering (ICAIE)* 2017, Accepted.

[21] T.A. Aslan, A.R. Noori, B. Temel, vibration of out of plane loaded stepped circular rods. *International Conference on Civil and Enviromental Engineering* 2017, Accepted.

[22] B. A. Boley, J. H. Weiner, 1960. Theory of thermal stresses, John Wiley and Sons, New York.

[23] B. Temel, F. F. Çalım, N. Tütüncü, Quasi-static and dynamic response of viscoelastic helical rods. *Journal of Sound and Vibration*, 271 **(**200) 921-935.

[24] F. Durbin, Numerical inversion of laplace transforms: an efficient improvement to Dubner and Abate's method, *Comput. J.*, 17(1974) 371 – 376.

[25] B. Temel, Transient analysis of viscoelastic helical rods subjectto time-dependent loads, *International J. of Solids and Structures*, 41(2004) 1605 –1624.

[26] ANSYS Swanson Analysis System, Inc., 201 Johnson Road, Houston, PA15342 1300,USA.