İnşaat Mühendisliğinde Gelişmeler, IV. Uluslararası Kongre, 1 -3 Kasım 2000
Doğu Akdeniz Üniversitesi,Gazimagusa, KKTC

Keyfi Dörtgen Bölgeli Kirişli Döşemelerin Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Analizi

Yrd. Doç. Dr. Beytullah Temel
Ç.Ü. Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Adana, Türkiye

İnş. Müh. D. Zafer Hunu
Ç.Ü. Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Adana, Türkiye

Öz

Arada kolon arzu edilmeyen büyük açıklıklı döşemeler ve köprü tabliyeleri gibi taşıyıcı plaklar, tek veya iki doğrultuda kirişler ile takviye edilerek eğilme rijitlikleri arttırılmaktadır.

Plak ve kirişler aynı malzemeden üretildiği gibi bazen köprü tabliyelerinde boyuna kirişler çelik putrel, plaklar ise betonarmeden yapılabilmektedir. Bu çalışmada, plak ve kiriş malzemesi homojen, izotrop kabul edilerek temel denklemler çıkarılmaktadır. Kirişli döşemeler ile modelleme yapılırken, kirişlerin dış merkezlilik (eksantriklik) durumu da göz önünde bulundurulmaktadır. Tabliyelerin keyfi dörtgen şeklinde olabileceği de düşünülerek genel bir dörtgen plak elemanı seçilip (her bir düğümde u, v, w yer değiştirmeleri ile θ_x ve θ_y dönmeleri mevcuttur), plak elemanı için rijitlik matrisi sayısal olarak hesaplanmaktadır. Plak elemanının eğilmesi ile birlikte düzlem içi şekil değiştirmeleri de göz önüne alınmaktadır.

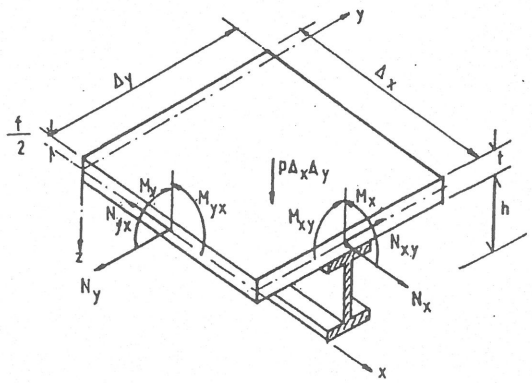
Giriş

Plak ve kirişin birlikte çalışmasında uygun bir model oluşturmak için üç farklı analitik yaklaşım kullanılmaktadır. İlk yöntem, plak ve kiriş kompozit sistemi yerine eşdeğer bir düzlem ızgara kiriş sistemi kullanılmıştır. Bu yönteme ait ilk örnekler Hendry ve Jaeger (1958) ile Lilgtfoot ve Sawko (1959) da bulunabilir. İkinci yaklaşım, plak ve kiriş sistemi yerine, eşdeğer rijitlikte homojen, ortotropik bir plak sistemi kullanmaktır. Massonet (1950) ile Chu ve Krishnamoorty(1962) nin çalışmaları bu yönteme örnektir. Üçüncü yaklaşımda, plağın kirişler üzerine, aralarında kayma olmaksızın oturduğu varsayılmakta ve kirişle plak arasında sadece kuvvet şeklinde etki-tepki oluştuğu kabul edilmektedir. Bu yaklaşımla, Chen, Siess ve Newmark (1957), Sonlu Farklar Yöntemi ile paralelkenar şeklindeki plak-kirişli köprü tabliyelerinde sayısal çözümler vermektedir.

Nihayet, plak ve kiriş (eş merkezli yada dış merkezli) sistemini monolitik olarak birlikte çalışmasını göz önüne alan ilk gerçekçi yaklaşım, Sonlu Eleman Yöntemine dayanmakta ve Gustafson ve Wright (1968) tarafından verilmektedir. Adı geçen çalışmada lineer bir paralelkenar eleman kullanılmaktadır. Değişik Sonlu Eleman fomülasyonu (Kollekasyon, Ritz, En Küçük Kareler gibi) sayısal ve deneysel araştırmalara, Mukhopadhyay ve Satsangi (1983) ile Deb ve Booton (1988) örnek verilebilir.

Kirişli Plaklar İçin Temel Denklemler

Şekil 1 deki eksantrik kirişli bir plak elemanı göz önüne alınmaktadır. Plak ve kiriş malzemelerinin ayrı ayrı elastik ve izotrop olduğu kabul edilmektedir. Plak deformasyonu ile ilgili kabuller yapılırken Kirchhoff plak teorisi göz önüne alınmıştır ve buna göre $\gamma_{xz}= \gamma_{yz}=0$ olarak alınmaktadır. z- doğrultusundaki çökme, w sadece x ve y nin fonksiyonudur. Çökme, plak kalınlığı yanında çok küçüktür. Deformasyondan önce plak ve kirişin orta düzlemine dik olan düzlemler deformasyondan sonra da orta düzleme dik kalırlar.



Şekil 1. Eksantrik kirişli plak elamanı

Herhangi bir noktadaki yer değiştirmeler aşağıda verilmektedir:

$$U(z) = u - z\frac{\partial w}{\partial x}, \qquad V(z) = v - z\frac{\partial w}{\partial y}, \tag{1}$$

Burada, U ve V, referans yüzeyinden z- mesafesinde oluşan, sırasıyla x- ve y- doğrultularındaki deplasmanlardır. u, v ve w referans yüzeyindeki deplasman bileşenleridir.

Plak için gerilme-deplasman bağıntısı:

$$\sigma_x = c_{11}\left(\frac{\partial u}{\partial x} - z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) + c_{12}\left(\frac{\partial v}{\partial y} - z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)$$

$$\sigma_y = c_{21}\left(\frac{\partial u}{\partial x} - z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) + c_{22}\left(\frac{\partial v}{\partial y} - z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \tag{2}$$

$$\tau_{xy} = c_{33}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - 2z\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)$$

şeklindedir ve izotrop malzeme sabitleri aşağıda verilmektedir.

$$c_{11}=c_{22}=\frac{E}{1-\nu^2},\qquad c_{12}=c_{21}=\frac{\nu E}{1-\nu^2},\qquad c_{33}=\frac{E}{2(1+\nu)} \tag{2a}$$

Plak elemana ait düzlemsel hal için gerilme bileşkeleri,

$$\begin{aligned} N_{xp}&=\int_{-t/2}^{t/2}\sigma_x dz=c_{11}t\frac{\partial u}{\partial x}+c_{12}t\frac{\partial v}{\partial y}\\ N_{yp}&=\int_{-t/2}^{t/2}\sigma_y dz=c_{21}t\frac{\partial u}{\partial x}+c_{22}t\frac{\partial v}{\partial y}\\ N_{xyp}&=\int_{-t/2}^{t/2}\tau_{xy} dz=c_{33}t\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right) \end{aligned} \tag{3}$$

ve plak eğilmesi hali için gerilme bileşkeleri,

$$\begin{aligned} M_{xp}&=\int_{-t/2}^{t/2}z\sigma_x dz=-\left(D_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+D_1\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)\\ M_{yp}&=\int_{-t/2}^{t/2}z\sigma_y dz=-\left(D_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+D_1\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\\ M_{xyp}&=\int_{-t/2}^{t/2}z\tau_{xy} dz=2D_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y} \end{aligned} \tag{4}$$

olup ve buradaki D malzeme sabitleri aşağıda verilmektedir.

$$D_x=D_y=\frac{t^3c_{11}}{12},\quad D_1=\frac{t^3c_{12}}{12},\quad D_{xy}=\frac{t^3c_{33}}{12} \tag{4a}$$

Kiriş için gerilme-deplasman bağıntısı:

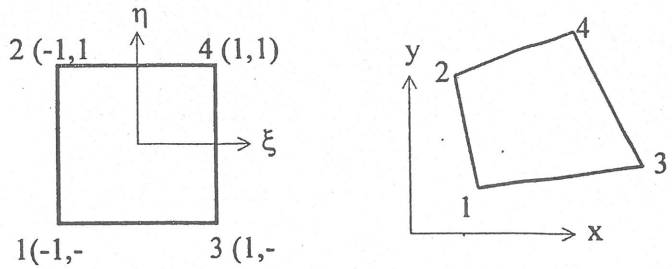
$$\sigma_s=E_s\left(\frac{\partial u}{\partial x}-z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) \tag{5}$$

olup, E_s, kirişin elastisite modülüdür. Dış merkezli (eksantrik) kiriş için gerilme bileşkeleri, kiriş kesiti boyunca (5) ifadesinin integralleri alınarak bulunmaktadır.

$$\begin{aligned} N_s&=\int_{t/2}^{t/2+h}\sigma_s dA=E_sA_s\frac{\partial u}{\partial x}-E_sS_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\\ M_s&=\int_{t/2}^{t/2+h}z\sigma_s dA=E_sS_x\frac{\partial u}{\partial x}-E_sI_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \end{aligned} \tag{6}$$

Burada, A_s, kiriş kesit alanını, $S_x(=eA_s)$ ve I_x, plak orta düzlemine göre kiriş statik momentini ve atalet momentini göstermektedir. e ise, plak orta düzlemi ile kiriş ekseni arasındaki eksantiriste mesafesidir.

Plak Elemanı İçin Formülasyon



Şekil 2 Referans ve gerçek elaman

Plak elamanının herhangi bir noktasının koordinatları düğüm koordinatları cinsinden,

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{4} \begin{bmatrix} \overline{N}_i & 0 \\ 0 & \overline{N}_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \end{Bmatrix} \tag{7}$$

şeklinde ifade edilmektedir. **Düzlemsel halde** herhangi bir noktanın deplasmanları,

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{4} \begin{bmatrix} \overline{N}_i & 0 \\ 0 & \overline{N}_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \tag{8}$$

(8) bağıntısı ile verilmektedir. Düzlem içi halde izoparametrik formülasyon yapılmakta ve interpolasyon şekil fonksiyonları aşağıda verilmektedir.

$$\overline{N}_1 = (-1+\eta)(-1+\xi)/4,\quad \overline{N}_2 = (1+\eta)(1-\xi)/4,\quad \overline{N}_3 = (1-\eta)(1+\xi)/4,\quad \overline{N}_4 = (1+\eta)(1+\xi)/4 \tag{9}$$

Plak eğilmesi halinde referans elamanınına ait w, çökme (düşey deplasman) için kübik baz polinomları seçilmektedir.

$$w=a_1+a_2\xi+a_3\eta+a_4\xi^2+a_5\xi\eta+a_6\eta^2+a_7\xi^3+a_8\xi^2\eta+a_9\xi\eta^2+a_{10}\eta^3+a_{11}\xi^3\eta+a_{12}\xi\eta^3 \tag{10}$$

θ_ξ ve θ_η dönmeleri de çökmenin türevlerinden hesaplanmaktadır.

$$\theta_\xi = -\frac{\partial w}{\partial \eta},\qquad \theta_\eta = \frac{\partial w}{\partial \xi} \tag{11}$$

Burada,

$$w=\{P\}^T\{a\},\qquad \{a\}=\{a_1, a_2,\ldots,a_{12},\}^T \tag{12}$$

$$\{P\}^T=\{1,\ \xi,\ \eta,\ \xi^2,\ \xi\eta,\ \eta^2,\ \xi^3,\ \xi^2\eta,\ \xi\eta^2,\ \eta^3,\ \xi^3\eta,\ \xi\eta^3\} \tag{13}$$

tarifleri yapılmaktadır. Herhangi bir noktanın çökme ve dönmeleri matris formunda,

$$\underbrace{\begin{Bmatrix} w \\ \theta_\xi \\ \theta_\eta \end{Bmatrix}}_{\{d\}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{P}^T \\ -\dfrac{\partial \underline{P}^T}{\partial \eta} \\ \dfrac{\partial \underline{P}^T}{\partial \xi} \end{bmatrix}}_{[C_i]} \underbrace{\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ . \\ . \\ a_{12} \end{Bmatrix}}_{\{a\}} \tag{14}$$

yazılır ve $[C_i]$ matrisi referans elemanının 4 düğümü için oluşturulursa,

$$[C]=\begin{bmatrix} \underline{C}_1 \\ \underline{C}_2 \\ \underline{C}_3 \\ \underline{C}_4 \end{bmatrix} \tag{15}$$

ifadesi yazılabilir. Buradan, $\{N\}^T=\{P\}^T[C]^{-1}$ eşitliği kullanılarak plak eğilmesi haline ait 12 adet interpolasyon şekil fonksiyonları elde edilmektedir.

$$N_1=-(-1+\xi)(-1+\eta)(-2+\xi+\xi^2+\eta+\eta^2)/8 \qquad N_2=(-1+\xi)(-1+\eta)^2(1+\eta)/8$$
$$N_3=-(-1+\xi)^2(1+\xi)(-1+\eta)/8$$
$$N_4=(-1+\xi)(1+\eta)(-2+\xi+\xi^2-\eta+\eta^2)/8$$
$$N_5=(-1+\xi)(-1+\eta)(1+\eta)^2/8 \qquad N_6=(-1+\xi)^2(1+\xi)(1+\eta)/8 \qquad (16)$$
$$N_7=(1+\xi)(-1+\eta)(-2-\xi+\xi^2+\eta+\eta^2)/8 \qquad N_8=-(1+\xi)(-1+\eta)^2(1+\eta)/8$$
$$N_9=-(-1+\xi)(1+\xi)^2(-1+\eta)/8$$
$$N_{10}=-(1+\xi)(1+\eta)(-2-\xi+\xi^2-\eta+\eta^2)/8$$
$$N_{11}=-(1+\xi)(-1+\eta)(1+\eta)^2/8 \qquad N_{12}=(-1+\xi)(1+\xi)^2(1+\eta)/8$$

Referans elemanının herhangi bir noktasının çökmesi düğüm deplasmanları cinsinden,

$$w(\xi,\eta)=\{N\}^T\{d\}_{re}, \qquad \{d\}_{re}=\{w_1,\theta_{\xi 1},\theta_{\eta 1},\ldots,w_4,\theta_{\xi 4},\theta_{\eta 4}\}^T \qquad (17)$$

kapalı olarak yazılabilir. Gerçek elemana ait deplasmanları yazabilmek için Jacobian matrisi [J] ve bunun tersine ihtiyaç vardır.

$$[J]=\begin{bmatrix}\frac{\partial x}{\partial\xi} & \frac{\partial y}{\partial\xi}\\ \frac{\partial x}{\partial\eta} & \frac{\partial y}{\partial\eta}\end{bmatrix}=\sum_{i=1}^{4}\begin{bmatrix}\frac{\partial\overline{N}_i}{\partial\xi}x_i & \frac{\partial\overline{N}_i}{\partial\xi}y_i\\ \frac{\partial\overline{N}_i}{\partial\eta}x_i & \frac{\partial\overline{N}_i}{\partial\eta}y_i\end{bmatrix}, \qquad [J]^{-1}=[J^*]=\begin{bmatrix}\frac{\partial\xi}{\partial x} & \frac{\partial\eta}{\partial x}\\ \frac{\partial\xi}{\partial y} & \frac{\partial\eta}{\partial y}\end{bmatrix}, \qquad (18)$$

Dönmelerin, gerçek eleman ile referans elamanı arasındaki ilişkisi (19) da verilmektedir.

$$\theta_\xi=\frac{\partial w}{\partial\eta}=J_{21}\frac{\partial w}{\partial x}+J_{22}\frac{\partial w}{\partial y} \qquad \theta_\eta=\frac{\partial w}{\partial\xi}=J_{11}\frac{\partial w}{\partial x}+J_{12}\frac{\partial w}{\partial y} \qquad (19)$$

Şekil Değiştirme-Deplasman İlişkisi

Plak elamanında, düzlemsel hal ve plak eğilmesi hali birlikte gözönüne alındığında, gerçek elemana ait herhangi bir noktanın şekil değiştirmeleri,

$$\{\varepsilon\}^T=\left\{\frac{\partial u}{\partial x},\ \frac{\partial v}{\partial y},\ \frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x},\ -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2},\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2},\ 2\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right\} \qquad (20)$$

olup, şekil değiştirmeler ile düğüm deplasmanları arasındaki ilişki şöyledir:

$$\{\varepsilon\}=\sum_{i=1}^{4}\underbrace{\begin{bmatrix}B_{1i} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & B_{2i} & 0 & 0 & 0\\ B_{3i} & B_{3i} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & B_{4i} & B_{4i} & B_{4i}\\ 0 & 0 & B_{5i} & B_{5i} & B_{5i}\\ 0 & 0 & B_{6i} & B_{6i} & B_{6i}\end{bmatrix}}_{[B_i]}\underbrace{\begin{Bmatrix}u_i\\ v_i\\ w_i\\ \theta_{xi}\\ \theta_{yi}\end{Bmatrix}}_{\{d_i\}}=[B]\{d\}_e \qquad (21)$$

Birinci ve ikinci türevlerin tariflerinden yararlanılarak $[B_i]$ nin elemanları aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

$$\frac{\partial .}{\partial x}=J^*_{11}\frac{\partial .}{\partial \xi}+J^*_{12}\frac{\partial .}{\partial \eta},\qquad \frac{\partial .}{\partial y}=J^*_{21}\frac{\partial .}{\partial \xi}+J^*_{22}\frac{\partial .}{\partial \eta}$$

$$\frac{\partial^2 .}{\partial x^2}=(J^*_{11})^2\frac{\partial^2 .}{\partial \xi^2}+2J^*_{11}J^*_{12}\frac{\partial^2 .}{\partial \xi\partial \eta}+(J^*_{12})^2\frac{\partial^2 .}{\partial \eta^2}$$

$$\frac{\partial^2 .}{\partial y^2}=(J^*_{21})^2\frac{\partial^2 .}{\partial \xi^2}+2J^*_{21}J^*_{22}\frac{\partial^2 .}{\partial \xi\partial \eta}+(J^*_{22})^2\frac{\partial^2 .}{\partial \eta^2} \qquad (22)$$

$$\frac{\partial^2 .}{\partial x\partial y}=J^*_{11}J^*_{21}\frac{\partial^2 .}{\partial \xi^2}+(J^*_{12}J^*_{21}+J^*_{11}J^*_{22})\frac{\partial^2 .}{\partial \xi\partial \eta}+J^*_{12}J^*_{22}\frac{\partial^2 .}{\partial \eta^2}$$

$$B_{11i}=\frac{\partial \bar{N}_i}{\partial x},\ B_{31i}=\frac{\partial \bar{N}_i}{\partial y},\ B_{22i}=\frac{\partial \bar{N}_i}{\partial y},\ B_{32i}=\frac{\partial \bar{N}_i}{\partial x}$$

$$B_{43i}=-\left(\frac{\partial^2 N_j}{\partial x^2}\right)_i,\ B_{53i}=-\left(\frac{\partial^2 N_j}{\partial y^2}\right)_i,\ B_{63i}=2\left(\frac{\partial^2 N_j}{\partial x\partial y}\right)_i \qquad (j=i*3-2)$$

$$B_{44i}=-\left(J_{22}\frac{\partial^2 N_{j+1}}{\partial x^2}+J_{12}\frac{\partial^2 N_{j+2}}{\partial x^2}+2J^*_{11}\frac{\partial J_{22}}{\partial \xi}\frac{\partial N_{j+1}}{\partial x}+2J^*_{12}\frac{\partial J_{12}}{\partial \eta}\frac{\partial N_{j+2}}{\partial x}\right)_i$$

$$B_{54i}=-\left(J_{22}\frac{\partial^2 N_{j+1}}{\partial y^2}+J_{12}\frac{\partial^2 N_{j+2}}{\partial y^2}+2J^*_{21}\frac{\partial J_{22}}{\partial \xi}\frac{\partial N_{j+1}}{\partial y}+2J^*_{22}\frac{\partial J_{12}}{\partial \eta}\frac{\partial N_{j+2}}{\partial y}\right)_i \qquad (23)$$

$$B_{64i}=2\left(J_{22}\frac{\partial^2 N_{j+1}}{\partial x\partial y}+J_{12}\frac{\partial^2 N_{j+2}}{\partial x\partial y}+J^*_{21}\frac{\partial J_{22}}{\partial \xi}\frac{\partial N_{j+1}}{\partial x}+J^*_{11}\frac{\partial J_{22}}{\partial \xi}\frac{\partial N_{j+1}}{\partial y}+J^*_{22}\frac{\partial J_{12}}{\partial \eta}\frac{\partial N_{j+2}}{\partial x}+J^*_{12}\frac{\partial J_{12}}{\partial \eta}\frac{\partial N_{j+2}}{\partial y}\right)_i$$

$$B_{45i}=-\left(J_{21}\frac{\partial^2 N_{j+1}}{\partial x^2}+J_{11}\frac{\partial^2 N_{j+2}}{\partial x^2}+2J^*_{11}\frac{\partial J_{21}}{\partial \xi}\frac{\partial N_{j+1}}{\partial x}+2J^*_{12}\frac{\partial J_{11}}{\partial \eta}\frac{\partial N_{j+2}}{\partial x}\right)_i$$

$$B_{55i}=-\left(J_{21}\frac{\partial^2 N_{j+1}}{\partial y^2}+J_{11}\frac{\partial^2 N_{j+2}}{\partial y^2}+2J^*_{21}\frac{\partial J_{21}}{\partial \xi}\frac{\partial N_{j+1}}{\partial y}+2J^*_{22}\frac{\partial J_{11}}{\partial \eta}\frac{\partial N_{j+2}}{\partial y}\right)_i$$

$$B_{65i}=2\left(J_{21}\frac{\partial^2 N_{j+1}}{\partial x\partial y}+J_{11}\frac{\partial^2 N_{j+2}}{\partial x\partial y}+J^*_{21}\frac{\partial J_{21}}{\partial \xi}\frac{\partial N_{j+1}}{\partial x}+J^*_{11}\frac{\partial J_{21}}{\partial \xi}\frac{\partial N_{j+1}}{\partial y}+J^*_{22}\frac{\partial J_{11}}{\partial \eta}\frac{\partial N_{j+2}}{\partial x}+J^*_{12}\frac{\partial J_{11}}{\partial \eta}\frac{\partial N_{j+2}}{\partial y}\right)_i$$

Gerilme-Şekil Değiştirme İlişkisi

Plak için gerilme-şekil değiştirme ilişkisi kapalı olarak,

$$\{\sigma\}=[E]\{\varepsilon\} \qquad (24)$$

yazılabilir. Burada gerilme vektörü,

$$\{\sigma\}^T=\{N_x,\ N_y,\ N_{xy},\ M_x,\ M_y,\ M_{xy}\}$$

(25)

olup, [E], malzeme matrisinin elemanları (2a) ve (4a) da verilmektedir.

Bir plak elamanı için eleman rijitlik matrisi söyle tanımlanmaktadır:

$$[k]_e=\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}[B]^T[E][B]|J|\,d\xi d\eta \qquad (26)$$

Kiriş Elemanı Rijitlik Matrisi [k_s]

Plak ve kirişlerin düğüm serbetlikleri arasında uygunluk sağlayabilmek amacı ile kirişin burulması ve düzlemine dik eğilmesi de dikkate alındığında, dış merkezli bir kiriş için elaman rijitlik matrisi aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

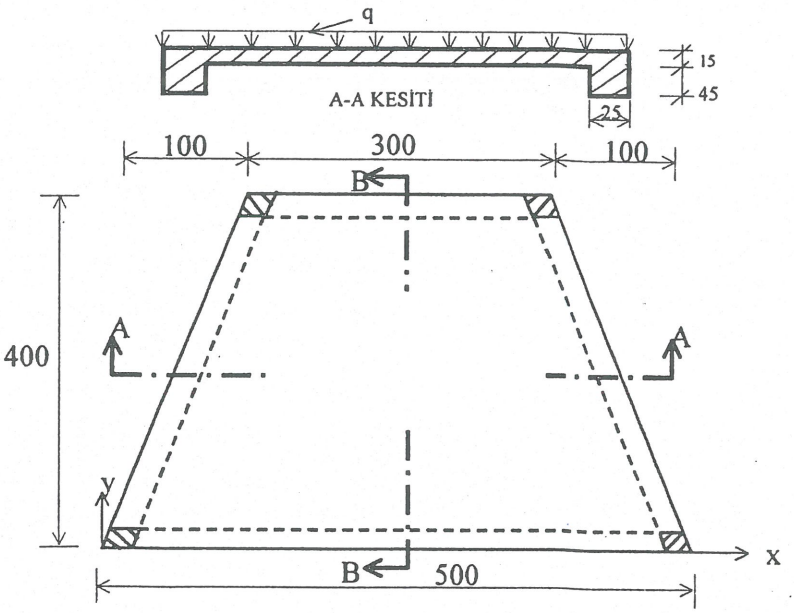
$$\begin{Bmatrix} N_{s1} \\ N_{xy1} \\ V_{s1} \\ T_{s1} \\ M_{s1} \\ N_{s2} \\ N_{xy2} \\ V_{s2} \\ T_{s2} \\ M_{s2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_sA_s}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{E_sS_x}{L} & -\frac{E_sA_s}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{E_sS_x}{L} \\ & \frac{12E_sI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{12E_sI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{12E_sI_x}{L^3} & 0 & \frac{6E_sI_x}{L^2} & 0 & 0 & -\frac{12E_sI_x}{L^3} & 0 & \frac{6E_sI_x}{L^2} \\ & & & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 \\ & & & & \frac{4E_sI_x}{L} & \frac{E_sS_x}{L} & 0 & -\frac{6E_sI_x}{L^2} & 0 & \frac{2E_sI_x}{L} \\ & & & & & \frac{E_sA_s}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{E_sS_x}{L} \\ & & & & & & \frac{12E_sI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & \frac{12E_sI_x}{L^3} & 0 & -\frac{6E_sI_x}{L^2} \\ & & & & & & & & \frac{GJ}{L} & 0 \\ & & & & & & & & & \frac{4E_sI_x}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \theta_{x1} \\ \theta_{y1} \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ \theta_{x2} \\ \theta_{y2} \end{Bmatrix} \quad (27)$$

SMTR

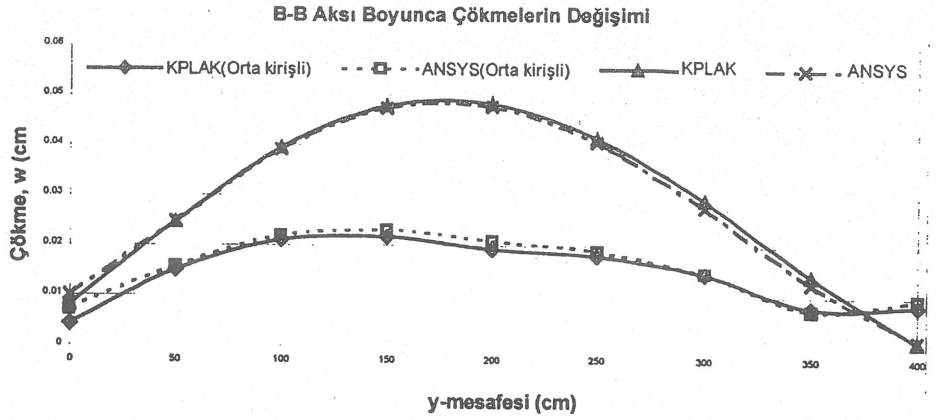
Sayısal Örnekler Üzerinde Uygulamalar

Köşelerinde Kolonlara Oturan Dörtgen Plak Döşeme

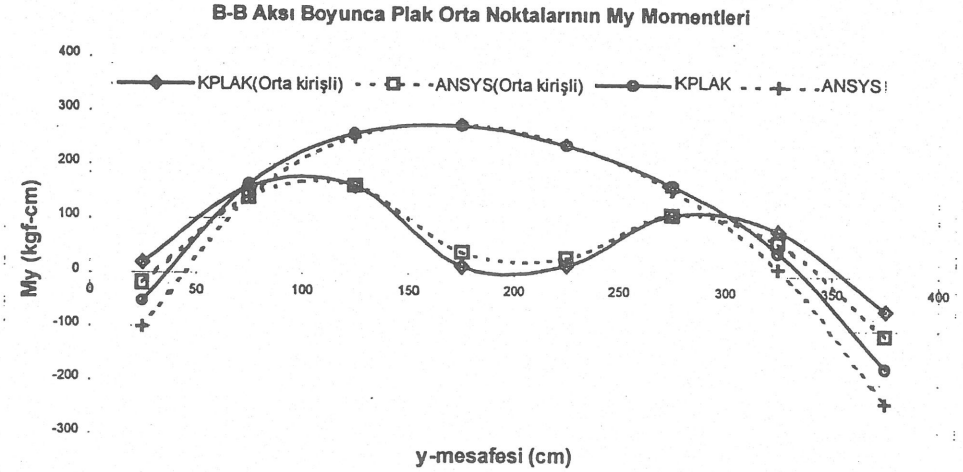
Aşağıdaki şekilde görülen dört kenarında dış merkezli kirişler bulunan dörtgen şeklindeki plak döşeme, köşelerinden kolonlara ankastre olarak mesnetlenmiş ve 0.065kgf/cm^2 siddetinde üniform yayılı yükle yüklenmiştir. Plak ve kirişlerin elastisite modülü 2.7x10^5 kgf/cm^2 ve poisson oranı 0.15 şeçilmiştir. Problem, burada hazırlanan KPLAK ve ANSYS paket programı ile çözülmüştür. Çözümler yapılırken bölge x-yönünde 10 ve y- yönünde ise 8 eşit elemana bölünerek sonlu eleman ağı oluşturulmuş, sınır şartları olarak da köşe noktalarında tüm deplasman ve dönmeler tutulmuştur. Aynı problem, bir kez de A-A Aksı boyunca kiriş olması durumu için çözülmüştür.



Şekil 3. Köşelerinde kolonlara oturan plak döşeme



Şekil 4. Orta kirişli ve kirişsiz halde B-B Aksı boyunca çökmelerin değişimi



Sekil 5. Orta kirişli ve kirişsiz halde B-B Aksı boyunca plak My momentleri

Her iki program ile elde edilen çökme değerlerinin birbirine oldukça yakın oldukları görülmektedir. ANSYS programında, plak momentleri eleman ortalarında hesaplanabilmektedir. Bu nedenle, My eğilme momentleri B-B aksına komşu olan elemanların orta noktaları için karşılaştırılmıştır. Orta kirişli ve kirişsiz hallerde, plak maksimum momentlerinin biribirine yakın oldukları gözlenmektedir. Orta kirişin mevcudiyeti döşemenin eğilme rijitliğini arttırdığı, dolayısıyla momentin orta kirişsiz duruma göre önemli olçüle azaldığı gözlenmektedir.

Sonuçlar

Burada formülasyonu verilen keyfi dörtgen bölgeli kirişli plak döşemelerin analizini yapan FORTRAN programlama dilinde, KPLAK isimli, genel amaçlı bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Program ile, hem eş merkezli (konsantrik) hem de dış merkezli (eksantrik) kirişli plaklar çözülebilmekte, veri hazırlarken plak, kiriş ve sınır şartları için türetmeler yapılabilmektedir.

TS500 gibi yöntemler ile yapılan çözümlerde, kenar mesnetlerde momentler sıfır bulunmakta, halbuki plak ve kirişler birlikte ele alınarak yapılan çözümlerde kenar mesnetlerde önemli miktarlarda momentler çıkmaktadır.

Büyük açıklıklı döşemelerde ara kirişlerin mevcudiyeti plak eğilme rijitliğini önemli ölçüde arttırmaktadır.

Referanslar

Hendry, A. W. and Jaeger, L. G. (1958). The Analysis of Grid Frameworks and Related Structures, Chatto and Windus, London.

Lightfoot, E. and Sawko, F. (1959). Grid Frameworks Resolved by Generalized Slope-Deflection, Engineering, Vol. 187, pp.18-20, London.

Massonet, C. (1950). Methods de Calcul des Ponts a Pontres Multiple Tenant Compte de leur Resistance a la Torsion, International Assotiation for Biridge and Structural Engineering, Vol. 10, pp. 147.

Chu, K. H. and Krishnamoorthy, G. (1962). Use of Orthotropic Plate Theory in Bridge Disign, Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 88, No. ST3, Proc. Paper 3157, pp. 35-77.

Chen, T. Y., Siess, C. P. and Newmark, N. M. (1957). Moments in Simply Supported Skew I Beam Bridges, Bultein 439, Engineering Experiment Station, University of İllinois, Urbana.

Gustafson, W. C. and Wright, R. N. (1968). Analysis of Skewed Composite Girder Birdges, Journal of The Structural Division, ASCE, Vol. 94, No. ST4, pp. 919-941.

Mukhopadhyay, M. and Satsangi, S. K. (1983). İsoparametric Stiffened Plate Bending Element for The Analysis of Ships Structures. The Royal Institution of Naval Achitects, pp.141-151.

Deb, A. and Booton, M. (1988). Finite Element Models for Stiffened Plates Under Transverse Loading, Computer and Structures, Vol. 28. No. 3, pp. 361-372.

Zienkiewicz, O. C. (1971). The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill, London.

ANSYS5.4 Paket Programı.