ISSN 1019-1011

Ç.Ü.MÜH.MİM.FAK.DERGİSİ Aralık 2008 Ç.Ü.J.FAC.ENG.ARCH.
CİLT.23 SAYI.2 December VOL.23 NO.2

DEĞİŞKEN KESİTLİ KOMPOZİT ÇUBUKLARIN SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ

Faruk Fırat ÇALIM ve Murat BİNGÖL
M.K.Ü., İnşaat Mühendisliği Bölümü, Hatay/Türkiye

Beytullah TEMEL
Ç.Ü., İnşaat Mühendisliği Bölümü, Adana/Türkiye

ÖZET : *Değişken kesitli kompozit çubukların serbest titreşimleri teorik olarak incelenmiştir. Değişken kesitli doğru eksenli kompozit çubukları idare eden denklemler Timoshenko çubuk teorisi kullanarak elde edilmiştir. Formülasyonda eksenel ve kayma deformasyonu etkileri göz önüne alınmıştır. Çubuk malzemesi homojen, lineer elastik ve anizotropik kabul edilmiştir. Laplace uzayında elde edilen skaler formdaki adi diferansiyel denklemler, problemin dinamik rijitlik matrisini kesin olarak hesaplamak için tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi yardımıyla sayısal olarak çözülmektedir. Değişken kesitli doğru eksenli kompozit çubukların serbest titreşim analizi yapılmıştır. Kesit değişim parametresi, sınır şartları ve E_1/E_2 oranının serbest titreşime etkisi araştırılmıştır. Bu çalışmada elde edilen sonuçların ANSYS sonuçları ile uyum içinde olduğu görülmüştür.*

FREE VIBRATION ANALYSIS OF COMPOSITE RODS WITH VARIABLE CROSS-SECTION

ABSTRACT : *The free vibration of composite beams with variable cross-section is theoretically investigated. The governing equations for composite straight beams with variable cross-section are obtained using Timoshenko beam theory. The effect of axial and shear deformations are considered in the formulations. The material of the rod is assumed to be homogeneous, linear elastic and anisotropic. Ordinary differential equations in scalar form obtained in the Laplace domain are solved numerically using the complementary functions method to calculate the dynamic stiffness matrix of the problem accurately. The free vibration of composite straight rods with variable cross-section are analyzed. The effects of cross-section variability parameter, boundary conditions and E_1/E_2 ratio on free vibration is investigated. The results obtained in this study are found to be in good agreement with those obtained from ANSYS.*

1. GİRİŞ

Değişken kesitli kompozit çubuklar önemli bir mühendislik problemi olarak güncelliğini korumaktadır. Modern mühendislik yapılarında yüksek mukavemet, hafif malzeme gibi özelliklerden dolayı kompozit çubukların davranışı ile ilgili çalışmalar önem kazanmıştır.

Cranch ve Adler, üniform olmayan kirişlerin doğal frekansları için kapalı çözüm sunmuşlardır (1). Chen ve Xie, değişken kesitli kirişlerin doğal frekanslarını hesaplamak için bir sayısal yöntem önermişlerdir (2). Eisenberger ve Reich, değişken kesitli kiriş problemini analiz etmek amacı ile yaklaşık bir sonlu eleman yöntemi tanımlamışlardır (3). Jategaonkar ve Chehil ve Lee ve ark., değişken kesitli kirişlerin doğal frekanslarını araştırmışlardır (4,5). Eisenberger, değişken kesitli kirişlerin çözümü için yeni bir formülasyon sunmuşlardır (6). Nakahira ve ark., Stodola-Newmark yöntemini kullanarak değişken kesitli kirişlerin titreşimini incelemişlerdir (7). Leung ve Zhou, farklı sınır şartlarına sahip üniform olmayan Timoshenko kirişini analiz etmek için bir dinamik rijitlik yöntemi belirtmişlerdir (8). Abrate, lineer azalan kesite sahip kirişlerin dinamik davranışı için kesin çözüm sunmuştur (9). Lineer azalan kesite sahip kirişlerin serbest titreşim analizi için genel bir prosedür geliştirmiştir. Tong ve ark., değişken kesitli Timoshenko kirişinin serbest ve zorlanmış titreşim analizlerini araştırmışlardır (10). Rao ve Ganesan, değişken kesitli kompozit kirişlerin harmonik davranışını bir sonlu eleman modeli kullanarak araştırmıştır (11,12). Romano, çubuk boyunca kesiti lineer veya parabolik olarak değişen kirişler için kapalı formda çözümler sunmuştur (13). İnce, İnce ve Yıldırım, daire eksenli değişken kesitli kompozit çubukların düzlem içi ve düzlemine dik serbest titreşimini taşıma matrisi yöntemi ile teorik olarak incelemişlerdir (14,15). Çalım, değişken kesitli doğru eksenli kompozit çubukların zamanla değişen yükler altında dinamik davranışını araştırmıştır (16).

Değişken kesitli izotropik kirişlerin serbest titreşimine ait birçok çalışma olmasına rağmen, değişken kesitli anizotropik kirişlerin serbest titreşimine ait çalışmalar yeterli değildir.

Bu çalışmada değişken kesitli, doğru eksenli kompozit çubukların serbest titreşimi Laplace uzayında incelenmiştir. Timoshenko çubuk teorisi kullanılarak doğru eksenli çubukları idare eden denklemler elde edilmiştir. Formülasyonda malzeme anizotropisi, dönme ataleti, eksenel ve kayma deformasyonu etkileri göz önüne alınmıştır. Kanonik formda Laplace uzayında elde edilen adi diferansiyel denklemlere tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi uygulanarak problemin dinamik rijitlik matrisi hesaplanmıştır.

2. FORMÜLASYON

Çubuk ekseni üzerinde herhangi bir x noktasında yer değiştirme $\mathbf{U}^{o}(x, t)$ ve bu noktadaki kesitin dönmesi $\boldsymbol{\Omega}^{o}(x, t)$ olarak gösterilsin. $\mathbf{T}(x, t)$ vektörü ile t anında x noktasındaki kesite etkiyen iç kuvvetlerin vektörel toplamı ve $\mathbf{M}(x, t)$ ile bunların ağırlık merkezi olan G noktasına indirgendikleri zaman elde edilen kuvvet çifti olarak gösterilsin. Çubuk ekseninin birim boyuna etkiyen yayılı dış kuvvet $\mathbf{p}^{ex}(x, t)$ ve moment $\mathbf{m}^{ex}(x, t)$ olsun.

Çubuk malzemesi lineer elastik ve anizotropiktir. Kompozit uzaysal çubuğu idare eden denklemler vektörel formda elde edilmektedir (Şekil 1).

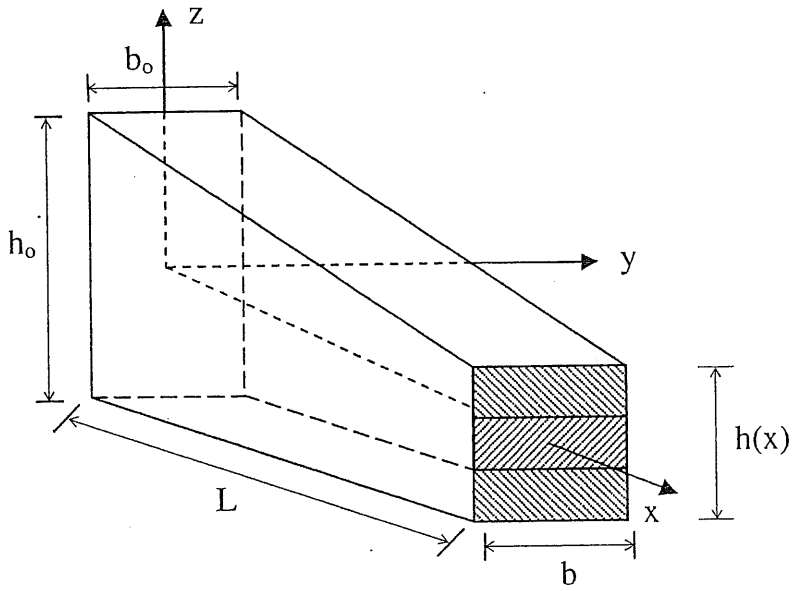
$$\frac{\partial \mathbf{U}^o}{\partial x} = \mathbf{A}'\mathbf{T} + \mathbf{B}'\mathbf{M} + \boldsymbol{\Omega}^o \times \mathbf{i} \quad , \quad \frac{\partial \boldsymbol{\Omega}^o}{\partial x} = \mathbf{F}'\mathbf{T} + \mathbf{D}'\mathbf{M} \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{T}^o}{\partial x} + \mathbf{p}^{(ex)} = \mathbf{p}^{(in)}, \qquad \frac{\partial \mathbf{M}^o}{\partial x} + \mathbf{i} \times \mathbf{T}^o + \mathbf{m}^{(ex)} = \mathbf{m}^{(in)} \tag{2}$$

$\mathbf{p}^{in}$ kütlesel atalet kuvveti ve $\mathbf{m}^{in}$ kütlesel atalet momenti ifadeleri

$$p_i^{(in)} = -\rho A \frac{\partial^2 U_i^o}{\partial t^2}, \quad m_i^{(in)} = -\rho I_i \frac{\partial^2 \Omega_i^o}{\partial t^2} \quad (i = x, y, z) \tag{3}$$

olmak üzere, burada ρ, kütlesel yoğunluğu göstermektedir. I_x burulma ve I_y, I_z ise eğilme atalet momentleridir. **A**, **B**, **F** ve **D** matrisleri çubuk kesitinin toplam esneklik sabitlerini göstermekte olup her bir tabaka malzemesinin esneklik sabitleri cinsinden elde edilmektedir.



Şekil 1. Değişken kesitli kompozit çubuk

$\mathbf{Y}(x, t)$ kolon matrisi,

$$\mathbf{Y}(x,t) = \left\{U_x^o,\ U_y^o,\ U_z^o,\ \Omega_x^o,\ \Omega_y^o,\ \Omega_z^o,\ T_x^o,\ T_y^o,\ T_z^o,\ M_x^o,\ M_y^o,\ M_z^o\right\}^T \tag{4}$$

olarak tanımlanmaktadır. (4) ifadesinin zamana göre Laplace dönüşümü, t>0 için $L[\mathbf{Y}(x,t)] = \overline{\mathbf{Y}}(x,s)$ ise

$$\overline{\mathbf{Y}}(x,s) = \int_0^\infty \mathbf{Y}(x,t)\, e^{-st}\, dt \tag{5}$$

olup, burada Laplace dönüşüm parametresi s kompleks bir sayıdır. Bu tariflerin yardımıyla (1) ve (2) eşitlikleri birinci mertebeden 12 adet adi diferansiyel denklem haline dönüştürülmektedir. Serbest titreşim analizi için, $p_i^{(ex)} = 0$ ve $m_i^{(ex)} = 0$ (i= x, y, z) alınmaktadır. Harmonik titreşim kabulü ile $\mathbf{U}^o$, $\boldsymbol{\Omega}^o$, $\mathbf{T}^o$ ve $\mathbf{M}^o$ vektörleri denklem (6) da verilmektedir.

$$\mathbf{U}^o(x,\mathrm{t}) = \mathbf{U}^*(x)e^{i\omega t},\ \boldsymbol{\Omega}^o(x,\mathrm{t}) = \boldsymbol{\Omega}^*(x)e^{i\omega t},\ \mathbf{T}^o(x,\mathrm{t}) = \mathbf{T}^*(x)e^{i\omega t},\ \mathbf{M}^o(x,\mathrm{t}) = \mathbf{M}^*(x)e^{i\omega t} \quad (6)$$

(6) ifadesi (1) ve (2) denkleminde yerine konulduğunda, birinci mertebeden 12 adet adi diferansiyel denklem takımı elde edilir. Eğer, deplasmanlar ve bunlara karşılık gelen kuvvetler, $\mathbf{Y}^*(x)$ kolon matrisinin bileşenleri olarak düşünülürse, bu 12 adet denklem matris formunda aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\frac{d\mathbf{Y}^*(x)}{dx} = \mathbf{F}(x,\omega)\mathbf{Y}^*(x) \quad (7)$$

Sistem dinamik rijitlik matrisinin determinantını sıfır yapan ω değerleri problemin doğal frekanslarını vermektedir.

Kesitin kayma merkezi ile ağırlık merkezinin üst üste düştüğü kabul edilmektedir. Seçilen kesitin geometri ve malzeme bakımından simetrik olduğu kabulü ile, dik koordinat takımında N adet kompozit tabakadan oluşan doğru eksenli çubukların dinamik davranışını idare eden 12 adet adi diferansiyel denklem takımı Laplace uzayında kanonik formda aşağıdaki gibi elde edilmektedir. Serbest titreşim analizi için $s=i\omega$ alınmaktadır.

$$\frac{d\overline{U}_x}{dx} = A'_{11}\overline{T}_x \quad (8a)$$

$$\frac{d\overline{U}_y}{dx} = \Omega_z + \alpha_y A'_{22}\overline{T}_y \quad (8b)$$

$$\frac{d\overline{U}_z}{dx} = -\overline{\Omega}_y + \alpha_z A'_{33}\overline{T}_z \quad (8c)$$

$$\frac{d\overline{\Omega}_x}{dx} = D'_{11}\overline{M}_x \quad (8d)$$

$$\frac{d\overline{\Omega}_y}{dx} = D'_{22}\overline{M}_y \quad (8e)$$

$$\frac{d\overline{\Omega}_z}{dx} = D'_{33}\overline{M}_z \quad (8f)$$

$$\frac{d\overline{T}_x}{dx} = s^2\tilde{A}\overline{U}_x \quad (8g)$$

$$\frac{d\overline{T}_y}{dx} = s^2\tilde{A}\overline{U}_y \quad (8h)$$

$$\frac{d\overline{T}_z}{dx} = s^2\tilde{A}\overline{U}_z \quad (8i)$$

$$\frac{d\bar{M}_x}{dx} = s^2 \tilde{I}_x \bar{\Omega}_x \tag{8j}$$

$$\frac{d\bar{M}_y}{dx} = s^2 \tilde{I}_y \bar{\Omega}_y + \bar{T}_z \tag{8k}$$

$$\frac{d\bar{M}_z}{dx} = s^2 \tilde{I}_z \bar{\Omega}_z - \bar{T}_y \tag{8l}$$

$$\tilde{A} = \sum_{k=1}^{N} \rho^{(k)} A^{(k)} \quad , \quad \tilde{I}_2 = \sum_{k=1}^{N} \rho^{(k)} \int_{A^{(k)}} (x_3)^2 \, dA \, , \quad \tilde{I}_3 = \sum_{k=1}^{N} \rho^{(k)} \int_{A^{(k)}} (x_2)^2 \, dA \tag{9}$$

3. SAYISAL UYGULAMALAR

Bu çalışmada anizotropik malzemeden yapılmış değişken kesitli kirişlerin serbest titreşimini analiz etmek için Fortran dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemine dayalı başlangıç değer probleminin çözümü için beşinci mertebe Runge-Kutta algoritması kullanılmıştır.

Bu bölümde, çeşitli örnekler sunulmuştur. Geliştirilen bilgisayar programı ile değişken kesitli doğru eksenli kompozit kirişlerin serbest titreşim analizleri yapılmıştır. Aynı zamanda bu frekanslar, sonlu elemanlar yöntemine dayalı ANSYS programı ile de karşılaştırılmıştır. Değişken kesitli kompozit çubukların serbest titreşimini etkileyen faktörler incelenmiştir. Değişken kesitli kompozit çubuklar için, sınır şartları ve kesit değişim parametreleri ve E_1/E_2 oranının serbest titreşim frekansına etkisi araştırılmıştır.

Kompozit kirişler için iki tip değişken kesit ele alınmıştır. Bunlar, kesit yüksekliği lineer azalan ve kesit genişliği exponansiyel azalan kirişler kullanılmıştır. b_o ve h_o eleman başlangıcındaki kesit genişliği ve kesit yüksekliği olmak üzere kesit yüksekliği veya kesit genişliği eleman boyunca azalmaktadır. Bu durumda kesit alanı, $A(x)$, ve atalet momenti, $I(x)$, çubuk elemanı boyunca kesit yüksekliğine bağlı olarak değişmektedir. Çubuk boyunca kesit yüksekliğinin değişim fonksiyonu aşağıdaki ifade yardımı ile hesaplanmaktadır.

$$h(x) = h_o \left[1 - \beta(x/L)\right] \quad \text{(Kesit yüksekliği lineer azalan)} \tag{10}$$

$$b(x) = b_o \, e^{\beta (1 - x/L)} \quad \text{(Kesit genişliği exponansiyel azalan)} \tag{11}$$

Burada, h_o ve b_o başlangıçtaki kesit yüksekliği ve kesit genişliği, β kesit değişim parametresi, x çubuk üzerindeki herhangi bir nokta ve L ise çubuk uzunluğunu göstermektedir. Tüm problemlerde kullanılan malzeme özellikleri Tablo 1'de verilmektedir. Ayrıca problemlerde, çubuk uzunluğu L = 0.381m olup L / h = 15 olarak alınmıştır. Örneklerde, ankastre-ankastre (AA), sabit-sabit (SS) ve ankastre-boş (AB) sınır şartları kullanılmıştır.

Tablo 1. Enine izotrop malzeme özellikleri

	E_1 (N/m^2)	$E_2=E_3$ (N/m^2)	$G_{12}=G_{13}$ (N/m^2)	G_{23} (N/m^2)	ν_{12}	ρ (kg/m^3)
Carbon epoxy (AS4/3501-6)	$144.8x10^9$	$9.65x10^9$	$4.14x10^9$	$3.45x10^9$	0.3	1389.23

3.1. Kesit Değişim Parametresinin Dinamik Davranışa Etkisi

Farklı sınır şartlarına sahip değişken kesitli, tek eksenli kompozit kiriş (0^o) problemi ele alınmıştır. Malzeme özellikleri Tablo 1'de verilmektedir. Elde edilen düzlemine dik serbest titreşim frekansları tabloda verilmektedir.

Tablo 2-3 incelendiğinde, bu çalışmada elde edilen temel frekanslar ile ANSYS sonuçlarının uyumlu oldukları görülmektedir. Ayrıca, ankastre-ankastre (AA), sabit-sabit (SS) mesnetlenme koşullarında kesit değişim parametresi (β) artarken serbest titreşim frekansları azalmaktadır. Ancak, ankastre-boş (AB) sınır koşulunda ise kesit değişim parametresi (β) artarken serbest titreşim frekansları artmaktadır.

Tablo 2. Farklı sınır şartlarına sahip kesit yüksekliği lineer azalan (kesit genişliği sabit) kompozit kirişe ait temel frekanslar (Hz)

Sınır Şartları		β=0 (Üniform)	β=0.25	β=0.5	β=0.75
AB	Bu çalışma	278.43	288.52	304.04	332.79
	ANSYS	278.43	288.52	304.04	332.79
AA	Bu çalışma	1376.46	1267.57	1125.86	928.81
	ANSYS	1376.51	1267.59	1125.89	928.93
SS	Bu çalışma	753.22	665.36	560.88	427.28
	ANSYS	753.22	665.36	560.88	427.27

Tablo 3. Farklı sınır şartlarına sahip kesit genişliği exponansiyel azalan (kesit yüksekliği sabit) kompozit kirişe ait temel frekanslar (Hz)

Sınır Şartları		β =0 (Üniform)	β=1	β=2
AB	Bu çalışma	278.43	371.88	486.84
	ANSYS	278.43	371.88	486.83
AA	Bu çalışma	1376.46	1383.59	1406.07
	ANSYS	1376.49	1383.61	1406.09
SS	Bu çalışma	753.22	744.04	717.09
	ANSYS	753.22	744.05	717.10

3.2. E_1/E_2 Oranının Dinamik Davranışa Etkisi

Farklı sınır şartları ve E_1/E_2 oranlarına sahip değişken kesitli, tek eksenli kompozit kiriş (0^o) problemi ele alınmıştır. Malzeme sabitleri: elastisite modülleri $E_1 = 144.8\times10^9$ N/m^2, kayma modülleri $G_{12} = G_{13} = 0.6\ E_2$, $G_{23} = 0.5\ E_2$, $\nu_{12} = 0.25$ ve $\rho = 1389.23$ kg/m^3 olarak seçilmiştir. Tablo 4 ve 5 incelendiğinde, elde edilen sonuçların ANSYS sonuçları ile uyumlu oldukları gözlenmektedir. Tüm sınır şartlarında E_1/E_2 oranı arttıkça serbest titreşim frekansları azalmaktadır.

Tablo 4. Farklı sınır şartları ve farklı E_1/E_2 oranlarına sahip kesit yüksekliği lineer azalan (kesit genişliği sabit) kompozit kirişe ait temel frekanslar (Hz)

Sınır şartları			E1/E2=1	E1/E2=10	E1/E2=20	E1/E2=30	E1/E2=40	E1/E2=50
Ankastre - Ankastre (AA)	β=0	Bu çalışma	1799.69	1567.61	1390.86	1262.48	1163.92	1085.32
		ANSYS	1799.70	1567.60	1390.90	1262.50	1163,90	1085.30
	β=0.25	Bu çalışma	1574.72	1412.07	1278.79	1176.87	1095.79	1029.40
		ANSYS	1574.70	1412.10	1278.80	1176.90	1095.80	1029.40
	β=0.50	Bu çalışma	1326.14	1224.08	1133.75	1060.50	999.64	948.11
		ANSYS	1326.40	1224.10	1133.80	1060.50	999.67	948.15
	β=0.75	Bu çalışma	1034.34	982.82	933.31	890.31	852.56	819.15
		ANSYS	1034.50	982.95	933.43	890.42	852.67	819.24
Sabit-Sabit (SS)	β=0	Bu çalışma	805.60	780.73	755.57	732.68	711.76	692.54
		ANSYS	805.65	780.73	755.57	732.69	711.76	692.55
	β=0.25	Bu çalışma	701.04	684.28	666.99	650.95	636.00	622.06
		ANSYS	701.04	684.28	666.99	650.95	636.01	622.07
	β=0.50	Bu çalışma	582.70	572.57	561.90	551.81	542.24	533.16
		ANSYS	582.70	572.56	561.90	551.80	542.24	533.16
	β=0.75	Bu çalışma	438.09	433.14	427.80	422.66	417.69	412.90
		ANSYS	438.09	433.12	427.78	422.64	417.68	412.89
Ankastre -Boş (AB)	β=0	Bu çalışma	287.84	283.49	278.88	274.46	270.23	266.18
		ANSYS	287.84	283.49	278.88	274.46	270.23	266.18
	β=0.25	Bu çalışma	297.76	293.50	288.96	284.60	280.41	276.40
		ANSYS	297.76	293.50	288.95	284.59	280.41	276.40
	β=0.50	Bu çalışma	313.20	308.99	304.48	300.14	295.96	291.94
		ANSYS	313.20	308.98	304.47	300.13	295.96	291.94
	β=0.75	Bu çalışma	342.18	337.87	333.24	328.77	324.46	320.29
		ANSYS	342.17	337.86	333.24	328.77	324.45	320.29

Tablo 5. Farklı sınır şartları ve farklı E_1/E_2 oranlarına sahip kesit genişliği exponansiyel azalan (kesit yüksekliği sabit) kompozit kirişe ait temel frekanslar (Hz)

Sınır şartları			E_1/E_2=1	E_1/E_2=10	E_1/E_2=20	E_1/E_2=30	E_1/E_2=40	E_1/E_2=50
Ankastre-Ankastre (AA)	β=0	Bu çalışma	1799.69	1567.61	1390.86	1262.48	1163.92	1085.11
		ANSYS	1799.70	1567.63	1390.89	1262.51	1163.95	1085.34
	β =1	Bu çalışma	1810.52	1576.00	1398.06	1269.12	1170.27	1091.30
		ANSYS	1810.51	1576.02	1398.09	1269.15	1170.30	1091.54
	β =2	Bu çalışma	1843.89	1602.18	1420.76	1290.17	1190.45	1110.97
		ANSYS	1843.90	1602.20	1420.78	1290.20	1190.49	1111.20
Sabit-Sabit (SS)	β=0	Bu çalışma	805.65	780.73	755.57	732.68	711.76	692.54
		ANSYS	805.65	780.73	755.57	732.69	711.76	692.55
	β =1	Bu çalışma	797.61	772.10	746.44	723.16	701.92	682.47
		ANSYS	797.61	772.11	746.44	723.16	701.93	682.47
	β =2	Bu çalışma	773.85	746.69	719.60	695.25	673.19	653.12
		ANSYS	773.85	746.69	719.61	695.25	673.20	653.13
Ankastre-Boş (AB)	β=0	Bu çalışma	287.84	283.49	278.86	274.46	270.23	266.16
		ANSYS	287.84	283.50	278.88	274.46	270.23	266.18
	β =1	Bu çalışma	387.38	380.19	372.61	365.43	358.63	352.16
		ANSYS	387.38	380.18	372.61	365.43	358.63	352.18
	β =2	Bu çalışma	511.97	500.21	487.99	476.58	465.88	455.82
		ANSYS	511.97	500.21	487.99	476.57	468.88	455.84

4. SONUÇLAR

Kompozit malzemeden yapılmış değişken kesitli doğru eksenli çubukların serbest titreşimleri araştırılmıştır. Laplace uzayında kanonik formda elde edilen adi diferansiyel denklemlere tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi uygulanarak problemin dinamik rijitlik matrisi hesaplanmıştır. Formülasyonda dönme ataleti, eksenel ve kayma deformasyonu etkileri de göz önüne alınmıştır.

Farklı sınır şartlarına sahip ve kesiti lineer ve exponansiyel olarak azalan kompozit kiriş problemi göz önüne alınmıştır. Değişken kesitli doğru eksenli kompozit çubukların serbest titreşim frekanslarını etkileyen faktörler incelenmiştir. Problemlerde sınır şartları, E_1/E_2 oranı ve kesit değişim parametresinin (β) serbest titreşim frekanslarına etkileri ayrıntılı bir şekilde araştırılmıştır. Mesnetlenme şartına bağlı olarak serbest titreşim frekansları etkilenmektedir. Bütün sınır şartlarında kesit değişim parametresi (β) ve E_1/E_2 oranı arttıkça serbest titreşim frekansları azalmaktadır. Ayrıca kesit değişim parametresi arttıkça serbest titreşim frekansları da azalmaktadır.

5. TEŞEKKÜR

Bu çalışma, TUBİTAK tarafından desteklenmektedir. (Proje No: 107M640)

6. KAYNAKLAR

1. Cranch,E.T. and Adler,A.A., "Bending Vibration of Variable Section Beams" Journal of Applied Mechanics, American Society Mechanical Engineers, 23(1), 103-108, 1956.

2. Chen,Y.Z. and Xie,J.R., "Evaluation of Natural Frequencies of Non-Uniform Beams by Numerical Integration", Computers & Structures, 29(4), 693-697, 1985.

3. Eisenberger,M. and Reich,Y., "Static, Vibration and Stability Analysis of Non-Uniform Beams", Computers & Structures, 31(4), 567-573, 1989.

4. Jategaonkar,R. and Chehil,D.S., "Natural Frequencies of a Beam with Varying Section Properties", Journal of Sound and Vibration, 133(2), 303-322, 1989.

5. Lee,S.Y., Ke,H.Y. and Kuo,Y.H., "Analysis of Non-Uniform Beam Vibration", Journal of Sound and Vibration, 142(1), 15-29, 1990.

6. Eisenberger,M., "Exact Solution for General Variable Cross-Section Members", Computers & Structures, 41(4), 765-772, 1991.

7. Nakahira,N., Ozawa,K. and Mizusawa,T., "Vibration of Beams with Varying Cross-Sections by the Stodola-Newmark Method", Computers & Structures, 43(5), 999-1004, 1992.

8. Leung,A.Y.T. and Zhou,W.E., "Dynamic Stiffness Analysis of Non-Uniform Timoshenko Beams", Journal of Sound and Vibration, 181(3), 447-456, 1995.

9. Abrate,S., "Vibration of Non-Uniform Rods and Beams", Journal of Sound and Vibration, 185(4), 703-716, 1995.

10. Tong,X., Tabarrok,B. and Yeh,K.Y., "Vibration Analysis of Timoshenko Beams with Non-Homogeneity and Varying Cross-Section", Journal of Sound and Vibration, 186(5), 821-835, 1995.

11. Rao,S.R. and Ganesan,N., "Dynamic Response of Tapered Composite Beams using Higher Order Shear Deformation Theory", Journal of Sound and Vibration, 187(5), 737-756, 1995.

12. Rao,S.R. and Ganesan,N., "Dynamic Response of Non-Uniform Composite Beams", Journal of Sound and Vibration, 200(5), 563-577, 1997.

13. Romano,F., "Deflections of Timoshenko Beam with Varying Cross-Section", International Journal of Mechanical Sciences, 38(8-9), 1017-1035, 1996.

14. İnce,N., "Düzlemsel Eğri Eksenli ve Değişken Kesitli Tabakalı Kompozit Çubukların Düzlem İçi ve Düzlemine Dik Serbest Titreşiminin Sayısal Analizi", ÇÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, Adana, 2000.

15. İnce,N. ve Yıldırım,V., "Çember Eksenli, Değişken Kesitli Tabakalı Kompozit Çubukların Düzlem İçi ve Düzlemine Dik Serbest Titreşimi", XIV. Ulusal Mekanik Kongresi, 469-480, Hatay, 12-16 Eylül 2005.

16. Çalım,F.F., "Free and Forced Vibrations of Non-Uniform Composite Beams", Composite Structures (in press, 2009).

17. ANSYS Swanson Analysis System, Inc., 201 Johnson Road, Houston, PA 15342-1300, U.S.A.