ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

169974

DOKTORA TEZİ

Seval SÜZÜLMÜŞ

FAKTÖR ANALİZİ MODELLERİNİN BELİRLENEBİLİRLİĞİ VE GENELLEŞTİRİLMİŞ İNVERSLERİN KULLANIMI

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

ADANA, 2005

ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FAKTÖR ANALİZİ MODELLERİNİN BELİRLENEBİLİRLİĞİ VE GENELLEŞTİRİLMİŞ İNVERSLERİN KULLANIMI

Seval SÜZÜLMÜŞ

DOKTORA TEZİ
İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

Bu tez 18/03/2005 Tarihinde Aşağıdaki Jüri Üyeleri Tarafından Oybirliği/~~Oyçokluğu~~ İle Kabul Edilmiştir.

İmza:.....	İmza:.....	İmza:.....
Prof.Dr.Sadullah SAKALIOĞLU	Prof.Dr.Fikri AKDENİZ	Prof.Dr.H.Altan ÇABUK
DANIŞMAN	ÜYE	ÜYE

İmza.....	İmza.....
Prof.Dr.İhsan ÜNVER	Doç.Dr.Selahattin KAÇIRANLAR
ÜYE	ÜYE

Bu tez Enstitümüz İstatistik Anabilim Dalında hazırlanmıştır.

Kod No: 96

T.C. FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ

Prof.Dr.Aziz ERTUNÇ
Enstitü Müdürü
İmza ve Mühür

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil,ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

ÖZ

DOKTORA TEZİ

FAKTÖR ANALİZİ MODELLERİNİN BELİRLENEBİLİRLİĞİ VE GENELLEŞTİRİLMİŞ İNVERSLERİN KULLANIMI

Seval SÜZÜLMÜŞ

ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

Danışman: Prof.Dr. Sadullah SAKALLIOĞLU
Yıl: 2005 , **Sayfa:** 145
Jüri: Prof.Dr. Sadullah SAKALLIOĞLU
Prof.Dr. Fikri AKDENİZ
Prof.Dr. H.Altan ÇABUK
Prof.Dr. İhsan ÜNVER
Doç.Dr. Selahattin KAÇIRANLAR

Bu tezde, faktör analizi modelinin belirlenmesi, boyut indirgeme anlamında kullanılan temel bileşenler analizi incelenerek faktör analizi modeli ile benzerliği ve farklılığı araştırılmıştır. Faktör analizi modelindeki parametre tahminleri için verilen yöntemler (temel bileşenler analizi, maksimum likelihood, ağırlıklandırılmamış en küçük kareler ve genelleştirilmiş en küçük kareler yöntemi) incelenmiştir. Bu yöntemlerde Σ varyans-kovaryans matrisi pozitif tanımlıdır. Az sayıda çalışmada genelleştirilmiş invers kullanımına rastlanıldığından, bu nedenle yaptığımız çalışmada Σ matrisinin negatif olmayan tanımlı olması durumunda, parametre tahmini için genelleştirilmiş inverslerin kullanılması da ele alınarak faktör analizi incelenmiştir. Yapılan çalışmalar sayısal örnekle desteklenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Faktör Analizi, Temel Bileşenler Analizi, Faktör Döndürmesi, Genelleştirilmiş Invers.

ABSTRACT

PhD. THESIS

IDENTIFYING MODELS OF FACTOR ANALYSIS AND USING OF GENERALIZED INVERSES

Seval SÜZÜLMÜŞ

DEPARTMENT OF STATISTICS
INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES
UNIVERSITY OF ÇUKUROVA

Supervisor: Prof.Dr. Sadullah SAKALLIOĞLU

Year: 2005 , **Pages:** 145

Jury: Prof.Dr. Sadullah SAKALLIOĞLU

Prof.Dr. Fikri AKDENİZ

Prof.Dr. H. Altan ÇABUK

Prof.Dr. İhsan ÜNVER

Doç.Dr. Selahattin KAÇIRANLAR

In this thesis examined identifying of factor analysis model and the similarities and differences between factor analysis and principal component analysis. In factor analysis model for estimation paremeters Principal Component Analysis, Maxsimum Likelihood Analysis, Unweighted Least Squares and Generalized Least Squares methods are used. In these methods the variance covariance matrice Σ is positive definite. In a few methods, when Σ is not positive definite generalized inverse is used. So we investigate the case of the matrix Σ is nonnegative-definite matrix.

Key Words: : Factor Analysis, Principal Component Analysis, Rotation of Factors, Generalized Inverse.

TEŞEKKÜR

Doktora tez çalışmam süresince göstermiş olduğu destek ve yardımlarından dolayı danışman hocam Prof.Dr. Sadullah SAKALLIOĞLU'na sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum. Ayrıca İstatistik bölüm başkanı Prof.Dr. Fikri Akdeniz'e tez çalışmalarım süresince yaptığı öneri ve desteklerinden dolayı teşekkür ederim.

Tezimin yazım aşamasında bana destek veren Prof.Dr. Altan Çabuk'a ve sevgili arkadaşım Arş.Gör.Dr. Gülsen Kıral'a teşekürlerimi sunarım.

Zor zamanlarımda bana olan inancını hiçbir zaman kaybetmeyen ve tüm gücüyle destek olan aileme en içten teşekkürlerimi sunuyorum.

İÇİNDEKİLER **SAYFA NO:**

ÖZ..... I
ABSRACT..... II
TEŞEKKÜR..... III
İÇINDEKILER..... IV
TABLOLAR DİZİNİ..... VII
ŞEKILLER DİZİNİ..... XIII
1. GİRİŞ..... 1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR..... 3
3. FAKTÖR ANALİZİ MODELİNDE TEMEL KAVRAMLAR VE FAKTÖR BULMA YÖNTEMLERİ..... 19
3.1. Faktör Analizi Modelinde Temel Kavramlar..... 19
3.2. Faktör Analizinin Verilere Uygulanması..... 24
3.3. Faktör Analizi Yaparken Elde Edeceğimiz Matris Türleri..... 26
3.3.1. Veri Matrisi..... 26
3.3.2. Gözlenen Korelasyon Matrisi..... 27
3.3.3. Yeniden Üretilmiş Korelasyon Matrisi..... 27
3.3.4. Rezidü Korelasyon Matrisi..... 27
3.3.5. Rotasyonlu Olmayan Faktör Matrisi..... 28
3.3.6. Rotasyonlu Faktör Matrisi..... 28
3.3.7. Faktör Skorlarının Matrisi..... 29
3.4. Çözüm Yöntemleri..... 32
3.4.1. Tek Ortak Faktörlü Çözüm..... 32
3.4.2. İki Ortak Faktörlü Çözüm..... 35
3.4.3. İkiden Fazla Faktör Olması Durumunda Çözüm..... 37
3.5. Veri Kümesinin Analizindeki Sorunlar..... 39
3.6. Faktör Analizi İçin Verilerin Uygunluğunun Test Edilmesi (Örneklem Büyüklüğünün Yeterliliği)..... 40
3.7. Faktör Sayısını Belirleyen Kurallar..... 42

3.8. Faktör Bulma Yöntemleri..... 46
3.8.1. Temel Bileşenler Analizi Yöntemi..... 46
3.8.1.1. Temel Bileşenlerin Elde Edilmesi..... 47
3.8.1.2. Temel Bileşenlerin Geometrik Yorumu..... 53
3.8.1.3. Temel Bileşen Sayısının Belirlenmesi..... 55
3.8.1.4. Temel Bileşenlerin Özellikleri..... 55
3.8.2. Ağırlıklandırılmamış En Küçük Kareler Yöntemi..... 58
3.8.3. Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Yöntemi..... 59
3.8.4. En Çok Olabilirlik Yöntemi..... 60
3.9. Faktör Analizi Modelinde Teklik Bileşenlerini Belirlemek İçin Genelleştirilmiş İnvers Kullanımı..... 67
4. FAKTÖR ANALİZİ MODELİNDE DÖNME..... 72
4.1. Faktör Döndürmesi..... 72
4.1.1. Dik Döndürme Yöntemleri..... 74
4.1.1.1. Quartimax Yöntemi..... 79
4.1.1.2. Varimax Yöntemi..... 80
4.1.1.3. Orthomax Yöntemi..... 81
4.1.1.4. Equamax Yöntemi..... 82
4.1.1.5. Dik Döndürmenin Özellikleri..... 82
4.1.2. Eğik Döndürme Yöntemleri..... 83
4.1.2.1. Oblimax Yöntemi..... 84
4.1.2.2. Quartimin Yöntemi..... 85
4.1.2.3. Covarimin Yöntemi..... 85
4.1.2.4. Biquartimin Yöntemi..... 86
4.1.2.5. Oblimin Yöntemi..... 86
4.1.2.6. Binoramin Yöntemi..... 87
4.1.3. Eğik Döndürmenin Özellikleri..... 87
5. UYGULAMA..... 89
5.1. Faktör Analizi ile Türkiye Genelinde En Çok Tüketilen Gıda Fiyatlarının "Temel Bileşenler Analizi(TBA)" ve "Varimax" Yöntemi Kullanılarak İllere Göre Sıralanması..... 91

5.2. Faktör Analizi ile Türkiye Genelinde En Çok Tüketilen Gıda Fiyatlarının "Maksimum Likelihood (ML)" ve "Varimax" Yöntemi Kullanılarak İllere Göre Sıralanması..... 100
5.3. Faktör Analizi ile Türkiye Genelinde En Çok Tüketilen Gıda Fiyatlarının "Ağırlıklandırılmış En Küçük Kareler (AEKK)" ve "Varimax" Yöntemi Kullanılarak İllere Göre Sıralanması..... 105
5.4. Faktör Analizi ile Türkiye Genelinde En Çok Tüketilen Gıda Fiyatlarının "Genelleştirilmiş En Küçük Kareler (GEKK)" ve "Varimax" Yöntemi Kullanılarak İllere Göre Sıralanması..... 111
6. SONUÇLAR..... 115
KAYNAKLAR..... 116
ÖZGEÇMİŞ..... 121
EKLER..... 122

TABLOLAR DİZİNİ **SAYFA NO:**

Tablo 5.1. NRMEKMEK Analizdeyken Türkiye'de 20 Farklı Bölgede Tüketilen Gıda Fiyatlarının Ortalama ve Standart Sapma Değerleri..... 90
Tablo 5.2. NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Türkiye'de 20 Farklı Bölgede Tüketilen Gıda Fiyatlarının Ortalama ve Standart Sapma Değerleri..... 90
Tablo 5.3. NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken KMO ve Barlett Ölçümü..... 91
Tablo 5.4. NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra KMO ve Barlett Ölçümü..... 91
Tablo 5.5. TBA Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Ortak Faktör Varyansları..... 92
Tablo 5.6. TBA ve Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Ortak Faktör Varyansları..... 92
Tablo 5.7. TBA Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Rotasyonsuz Faktör Matrisi 94
Tablo 5.8. TBA Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Rotasyonsuz Faktör Matrisi..... 94
Tablo 5.9. TBA ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Rotasyonlu Faktör Matrisi..... 96
Tablo 5.10. TBA ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Rotasyonlu Faktör Matrisi..... 96
Tablo 5.11. TBA ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Dönüşüm Matrisi..... 97
Tablo 5.12. TBA ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Dönüşüm Matrisi..... 97
Tablo 5.13. TBA, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorları Katsayı Matrisi..... 98
Tablo 5.14. TBA, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Skorları Katsayı Matrisi 98

Tablo 5.15. TBA, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorları Matrisi..... 99
Tablo 5.16. TBA, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Skorları Matrisi..... 99
Tablo 5.17. ML Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Ortak Faktör Varyansları..... 100
Tablo 5.18. ML Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Ortak Faktör Varyansları..... 100
Tablo 5.19. ML Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Rotasyonsuz Faktör Matrisi..... 101
Tablo 5.20. ML Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Rotasyonsuz Faktör Matrisi..... 101
Tablo 5.21. ML ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Rotasyonlu Faktör Matrisi..... 102
Tablo 5.22. ML ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Rotasyonlu Faktör Matrisi..... 103
Tablo 5.23. ML ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Dönüşüm Matrisi..... 103
Tablo 5.24. ML ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Dönüşüm Matrisi..... 103
Tablo 5.25. ML, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorları Katsayı Matrisi..... 104
Tablo 5.26. ML, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Skorları Katsayı Matrisi 104
Tablo 5.27. ML, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorları Matrisi..... 104
Tablo 5.28. ML, Varimax ve Regresyon Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Skorları Matrisi..... 105
Tablo 5.29. AEKK Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Ortak Faktör Varyansları..... 106

Tablo 5.30 AEKK Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Ortak Faktör Varyansları..... 106
Tablo 5.31. AEKK Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Rotasyonsuz Faktör Matrisi..... 107
Tablo 5.32. AEKK Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Rotasyonsuz Faktör Matrisi..... 107
Tablo 5.33. AEKK ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Rotasyonlu Faktör Matrisi..... 108
Tablo 5.34. AEKK ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Rotasyonlu Faktör Matrisi..... 108
Tablo 5.35. AEKK ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Dönüşüm Matrisi..... 109
Tablo 5.36. AEKK ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Dönüşüm Matrisi..... 109
Tablo 5.37. AEKK, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorları Katsayı Matrisi..... 109
Tablo 5.38. AEKK, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Skorları Katsayı Matrisi..... 109
Tablo 5.39. AEKK, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorları Matrisi..... 110
Tablo 5.40. AEKK, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Skorları Matrisi..... 110
Tablo 5.41. GEKK Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Ortak Faktör Varyansları..... 111
Tablo 5.42. GEKK Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Rotasyonsuz Faktör Matrisi..... 112
Tablo 5.43. GEKK ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Rotasyonlu Faktör Matrisi..... 113
Tablo 5.44. GEKK ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Dönüşüm Matrisi..... 113

Tablo 5.45. GEKK, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorları Katsayı Matrisi..... 114
Tablo 5.46. GEKK, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorları Matrisi..... 114
Ek-Tablo 5.1. Analizde Kullanılan Değişkenlerin Listesi..... 123
Ek-Tablo 5.2. NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Korelasyon Katsayıları Matrisi ve p-olasılık Değerleri..... 124
Ek-Tablo 5.3. NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Korelasyon Katsayıları Matrisi ve p-olasılık Değerleri..... 125
Ek-Tablo5.4. NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Anti – Image Korelasyon Katsayıları Matrisi..... 126
Ek-Tablo 5.5. TBA Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Anti-Image Korelasyon Katsayıları Matrisi..... 127
Ek-Tablo 5.6 TBA ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Özdeğerler ve Toplam Açıklanan Varyans Miktarları..... 128
Ek-Tablo 5.7. TBA ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Özdeğerler ve Toplam Açıklanan Varyans Miktarları..... 128
Ek-Tablo 5.8 .TBA Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Yeniden Üretilmiş Korelasyon Matrisi..... 129
Ek-Tablo 5.9. TBA Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Yeniden Üretilmiş Korelasyon Matrisi..... 130
Ek-Tablo 5.10. TBA, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorlarına Göre Sıralanmış İller..... 131
Ek-Tablo 5.11. TBA, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Skorlarına Göre Sıralanmış İller..... 132
Ek-Tablo 5.12. ML ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Özdeğerler ve Toplam Açıklanan Varyans Oranları..... 133

Ek-Tablo 5.13. ML ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Özdeğerler ve Toplam Açıklanan Varyans Oranları..... 133
Ek-Tablo 5.14. ML Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Yeniden Üretilmiş Korelasyon Matrisi..... 134
Ek-Tablo 5.15. ML Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Yeniden Üretilmiş Korelasyon Matrisi..... 135
Ek-Tablo 5.16. ML, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorlarına Göre Sıralanmış İller..... 136
Ek-Tablo 5.17. ML, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Skorlarına Göre Sıralanmış İller..... 137
Ek-Tablo 5.18. AEKK ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Özdeğerler ve Toplam Açıklanan Varyans Oranları..... 138
Ek-Tablo 5.19. AEKK ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Özdeğerler ve Toplam Açıklanan Varyans Oranları..... 138
Ek-Tablo 5.20. AEKK Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Yeniden Üretilmiş Korelasyon Matrisi..... 139
Ek-Tablo 5.21. AEKK Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Yeniden Üretilmiş Korelasyon Matrisi..... 140
Ek-Tablo 5.22. AEKK, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorlarına Göre Sıralanmış İller..... 141
Ek-Tablo 5.23. AEKK, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Skorlarına Göre Sıralanmış İller..... 142
Ek-Tablo 5.24. GEKK ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Özdeğerler ve Toplam Açıklanan Varyans Oranları..... 143

Ek-Tablo 5.25. GEKK Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Yeniden Üretilmiş Korelasyon Matrisi..... 144
Ek-Tablo 5.26. GEKK, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorlarına Göre Sıralanmış İller..... 145

ŞEKİLLER DİZİNİ **SAYFA NO:**

Şekil 3.1. Faktör Analizi Uygulamadan Önce Değişkenlerin Durumu..... 19
Şekil 3.2. Faktör Analizi Uygulandıktan Sonra Değişkenlerin Durumu..... 19
Şekil 3.3. İki Değişkenli Tek Genel Faktörlü Model..... 32
Şekil 3.4. Çok Değişkenli Tek Ortak Faktörlü Model..... 33
Şekil 3.5. Çizgi Grafiği..... 44
Şekil 4.1. Grafik Yöntemiyle Faktör Döndürmesi 75
Şekil 4.2. Faktör Yüklerinin Döndürme İle Değişimi..... 76
Şekil 4.3. Eğik Faktör Döndürmesinde Yük Değerleri..... 83
Şekil 5.1. NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Çizgi Grafiği..... 93
Şekil 5.2. NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Çizgi Grafiği... 93

1. GİRİŞ

Günlük yaşamda çoğu kez somut (gözlenebilir) olayları soyut (gözlenemeyen) olaylarla açıklarız. Konuşurken yüzü kızaran, gözleri iri iri açılan, sesini yükselten bir kimseyi sinirli olarak nitelendiririz. Burada yüzün kızarması, gözlerin iri iri açılması, sesin yükselmesi somut, sinirlenmek ise soyut bir olaydır.

Olaylar çok sayıda değişkenin etkisi ile meydana gelir. Bu durum çok değişkenli istatistiksel analiz yöntemlerinin kullanılmasını gerektirir. Çok değişkenli analiz, istatistiğin uygulamalarda kullanılan önemli bir koludur. Bu analizde birbirleriyle ilişkili çok sayıda değişken söz konusudur. Çok değişkenli analizde, deney birimlerinden gözlem ya da ölçüm yoluyla elde edilen özellikler (değişkenler) incelenir. Değişkenlerin çok sayıda olması durumunda, karşılaşılan problemlerin çözümü için 1930'lardan başlayarak bugüne kadar birçok yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemlerde temel amaç; bilimsel çalışmaların sonuçlarının özetlenmesi, yorumlanması ve karar verilirken kullanılmasının sağlanmasıdır.

İstatistikte de, gözlenebilir değişkenleri gözlenemeyen değişkenlerle açıklayan yöntemler (faktör analizi, temel bileşenler analizi gibi) vardır. Faktör analizi, aralarında yüksek korelasyon bulunan değişkenleri bir araya getirerek daha az sayıda temel bileşenler ya da faktörler olarak adlandırılan yeni değişkenler bulmayı amaçlar. Faktör analizi, psikoloji ile başlamış olup, günümüzde başta sosyal bilimler olmak üzere; ekonomi, botanik, biyoloji, ziraat, tıp gibi farklı uygulamalı bilim dallarında yaygın olarak kullanılan çok değişkenli istatistik analiz yöntemlerinden biridir.

Spearman, Karl Pearson, Thomson, Thurstone ve Burt'un 20. yüzyılın başında yapmış oldukları çalışmalarla faktör analizi başlamıştır. Kovaryans ya da korelasyon matrislerinin yapısı analiz edilirken, iki yaklaşım söz konusudur. Bunlardan biri olan temel eksenler yöntemini Pearson(1901) geliştirmiş ve Hotelling(1933) bu yöntemi temel bileşenler analizine genişletmiştir. Diğeri ise, Spearman (1904, 1926) tarafından geliştirilen faktör analizi kavramıdır. Çoklu faktör analizi kavramına Garnett (1919) ile girilmiş fakat bu kavramın gerçek anlamdaki gelişimi 1930 ve 1940'lı yıllarda Thurstone tarafından gerçekleştirilmiştir. Çoklu

faktör analizi terimini ortaya atan Thurstone (1931) daha sonra basit yapı olarak da bilinen merkezi faktör döndürme kavramını geliştirmiştir (Darton, 1980).

Bu çalışmanın ikinci bölümünde, faktör analiziyle ilgili daha önceki yıllarda yapılan çalışmalar kısaca anlatıldı. Üçüncü bölümde; faktör analizine ilişkin temel kavramlar, faktör sayısını belirleyen kurallar, faktör bulma yöntemleri ve genelleştirilmiş inverslerin faktör analizinde kullanılabilirliğiyle ilgili çalışmalar anlatıldı. Dördüncü bölümde, faktör döndürmesi, beşinci bölüm olan uygulama bölümünde ise Devlet İstatistik Entitüsünden (DIE) alınan, Aralık 2003 yılında Türkiye'nin çeşitli bölgelerinde tüketilen farklı gıda çeşitlerinin fiyatlarına ait verilerin SPSS 12.0 (Statistical Package for the Social Sciences) paket programı kullanılarak elde edilen faktör analizi sonuçları yer almaktadır. Veriler DIE tarafından belirlenmiş olan 19 il ve Türkiye ortalaması olmak üzere 20 farklı bölgede tüketilen 15 farklı gıda çeşitinin fiyatlarında oluşmaktadır.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

İncelenen makalelerde aşağıda belirtilenler yapılmıştır:

Kendall ve Lawley (1956) temel bileşenler analizi ile faktör analizi modelini karşılaştırdı.

Anderson ve Rubin (1956) faktör analizinde temel varsayımlarından söz ederek Λ ve Ψ matrislerini belirlemek için bazı teoremler verdi. Bu teoremler arasında en çok kullanılan teorem: Ψ ve sağdan ortogonal bir matrisle çarpımına bağlı olarak Λ matrislerinin belirlenebilmesi için yeter koşul Λ'nın herhangi bir satırı çıkarıldığında k ranklı ayrık iki alt matrisinin olmasıdır. Bu koşula Anderson ve Rubin koşulu denir.

Bu teoremi Ihara ve Kano (1986) ve Kano (1989) çalışmasında kullanarak Λ ve Ψ matrislerini tahmin etmek için yeni sonuçlar elde etmişlerdir.

Guttman (1956) R korelasyon matrisini gramian ve minimum ranklı yapan ortak varyansları tahmin etme problemiyle ilgilendi. Çalışmasında, $R-\Psi$ matrisi gramian ve minimum ranklı olacak şekilde Ψ köşegen matrisini bulmak problemiyle ilgilendi.

1968 yılına kadar, faktör analizinde maksimum likelihood tahmin edicisinin kullanımındaki temel zorluk sayısal çözüm elde etmedeki güvenilir yöntemlerin yetersizliğiydi. Jöreskog ve Lawley (1968) yaptıkları çalışmada maksimum likelihood tahmininin kullanımındaki temel zorluk olan sayısal çözümlerin elde edilmesi eksikliğini gidererek, faktör analizinde iteratif olarak maksimum likelihood tahmin edicileri için yeni ve hızlı sonuç veren yöntemleri önerdiler.

Jennrich ve Robinson (1969) ise faktör analizinde likelihood eşitliklerinin çözümü için Newton-Raphson yönteminin uygulanabilirliğini gösterdiler. Yöntem, likelihood fonksiyonunun en az bir yerel maksimumunu elde etmeye izin verir. Yerel maksimum elde etmek için iterasyon sayısının sabit olmadığı gösterildi.

Gebhardt (1971) faktör analizi modelinde bazı faktörlerin bilinmesi durumunda geri kalan faktörleri ilişkisiz kabul edip, bu model için maksimum likelihood eşitliklerini elde ederek, bunun çözümü için iteratif bir yöntem inceledi. Temel eşitliğimiz;

$$x_{px1} - \mu_{px1} = F_{pxr}\, f_{rx1} + G_{pxs}\, g_{sx1} + e_{px1} \tag{2.1}$$

olup, burada f, g ve e'nin 0 ortalamalı normal dağılımlı ve birbirlerinden bağımsız oldukları kabul edilir. $E(ff')$=B , $E(gg')$=I , $E(ee')$= Ψ , B : rxr tipinde matris, I birim matris, Ψ : pxp tipinde köşegen bir matristir.

(2.1) modelinde G matrisi bilinmiyorken F matrisinin bilindiği kabul edilir. B kovaryans matrisinin bilinmediği varsayılır. Bu varsayımlar altında x'nin Σ kovaryans matrisi

$$\Sigma = E\left[(x-\mu)(x-\mu)'\right] = F\,\mathrm{B}F' + GG' + \Psi$$

dir. S örneklem kovaryans matrisi,

$$S = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})'$$

şeklinde olup, $x' = [x_1, x_2, \ldots\ldots, x_N]$, $\bar{x}$ örneklem ortalama vektörü ve $n = N - 1$ dir.

Likelihood fonksiyonunun logaritması,

$$\log L = -\frac{1}{2}n\left\{\log|\Sigma| + tr(S\Sigma^{-1})\right\} \tag{2.2}$$

şeklinde olup, Σ; B, F, G ve Ψ'nin fonksiyonu olarak gözönünde bulundurulur. (2.2) eşitliğinde maksimum likelihood tahmin edicilerini elde etmek için B, G ve Ψ matrislerine göre türev alınır. Böylece

$$\frac{\partial \log L}{\partial \Sigma} = -\frac{n}{2}\Sigma^{-1} + \frac{n}{2}\Sigma^{-1} S \Sigma^{-1}$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial B} = -\frac{n}{2} F' \Sigma^{-1} F + \frac{n}{2} F' \Sigma^{-1} S \Sigma^{-1} F$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial G} = -n \Sigma^{-1} G + n \Sigma^{-1} S \Sigma^{-1} G$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial \Psi} = \frac{n}{2} diag\left(-\Sigma^{-1} + \Sigma^{-1} S \Sigma^{-1}\right)$$

eşitlikleri elde edilir. Bu eşitliklerin çözümü ilgili makalede incelenmiştir.

Jöreskog ve Goldberger (1972)' un yaptığı çalışmada faktör analizi modelinde genelleştirilmiş en küçük kareler yöntemini kullandı, yaptığı tahminleri Newton-Raphson yöntemiyle hesapladı.

$$x_{px1} = \Lambda_{pxk} f_{kx1} + e_{px1}$$

faktör analizi modelinde $E(f)=0$, $E(ff')=I$, $E(e)=0$, $E(ee')=\Psi$ olup, Ψ köşegen bir matris, e ve f ilişkisizdir. Bu varsayımlardan x' nin varyans-kovaryans matrisi Σ,

$$\Sigma_{pxp} = \Lambda_{pxk} \Lambda'_{kxp} + \Psi_{pxp}$$

şeklindedir. Σ'nın $r = \frac{1}{2} p(p+1)$ farklı elemanı, Λ ve Ψ 'deki $p(k+1)$ tane bilinmeyen parametre tarafından açıklanır. Σ matrisinin yapısı bozulmayacak şekilde, Λ matrisi sağ taraftan keyfi seçilen kxk tipindeki ortogonal bir matrisle çarpılabileceğinden, Λ; $\frac{1}{2} k(k-1)$ tane bağımsız koşulu sağlayacak şekilde seçilir. Bu durumda bilinmeyenlerin sayısı $s = p(k+1) - \frac{1}{2} k(k-1)$ olup, modelin serbestlik derecesi, $d = r - s = \frac{1}{2}\left[(p-k)^2 - (p+k)\right]$ olur. $S: pxp$ tipinde, $n+1$

birimlik rastgele örneklemden elde edilen x'nin örneklem varyans-kovaryans matrisidir. S kullanılarak Λ ve Ψ 'nin tahminleri bulundu.

Lawley ve Maxwell (1973) yaptıkları çalışmada regresyon yardımıyla faktör analizi modelini aşağıdaki şekilde incelediler:

$z_1, z_2, \ldots\ldots, z_p$ rastgele değişkenin k tanesi lineer bağımsız olsun. $k < p$, $\mu_i = E(z_i)$ ise;

$$z_i = \mu_i + \sum_{j=p-k+1}^{p} \alpha_{ij}\left(z_i - \mu_j\right) \qquad i = 1, 2, \ldots\ldots, p-k \qquad (2.3)$$

yazabiliriz. $A = \left|\alpha_{ij}\right|_{(p-k)xk}$ ve $z_{p-k+1}, z_{p-k+2}, \ldots\ldots, z_p$; Φ_{kxk} tekil olmayan kovaryans matrisli çok değişkenli normal dağılımlı olsun. A ve Φ deki toplam parametre sayısı

$$k(p-k) + \frac{1}{2}k(k+1) = pk - \frac{1}{2}k(k-1)$$

olur. Gerçek değerler olan x_i 'leri

$$x_i = z_i + e_i \quad i = 1, 2, \ldots\ldots, p \qquad (2.4)$$

olarak yazabiliriz. e_i ler birbirlerinden ve z_i lerden bağımsız rastgele değişkenler olup, $e_i \sim N(0, \psi_i)$ dağılımlıdır. (2.3) ve (2.4)'den temel faktör analizi modelini

$$x_i = \mu_i + \sum_{r=1}^{k} \lambda_{ir} f_r + e_i \qquad i = 1, 2, \ldots\ldots, p$$

yazabiliriz. $f_1, f_2, \ldots\ldots, f_k$ $N(0, 1)$ dağılımlı birbirlerinden ve e_i lerden bağımsız ortogonal faktörlerdir. λ_{ir} parametresi f_r üzerinde x_i nin yüküdür.

$\Lambda = [\lambda_{ir}]_{pxk}$ matrisi k ranklıdır. λ_{ir} parametrelerini ve faktörleri tam olarak elde etmek için λ_{ir} üzerine $\frac{1}{2}k(k-1)$ tane kısıtlama getirilirse, Λ daki bağımsız parametre sayısı $pk - \frac{1}{2}k(k-1)$ olur.

p tane x_i değişkeni $\mu' = \{\mu_1, \mu_2, ..., \mu_p\}$ ortalama vektörlü, $\Sigma = \Lambda\Lambda' + \Psi$ kovaryans matrisli çok değişkenli normal dağılımlıdır. Σ yerine, yansız tahmin edicisi olan S kullanılarak maksimum likelihood yöntemiyle Λ ve Ψ deki parametreler bulunabilir.

Regresyon yardımıyla x_1 değişkeninin tahminini, $p-1$ tane $x_2, ..., x_p$ değişkeninin bilgisi üzerinden bulmaya çalışalım.

$$X_2 = (x_2, x_3, ..., x_p) \; ; \; f' = (f_1, f_2, ..., f_k)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1' \\ \Lambda_2 \end{bmatrix} \qquad \lambda_1' = [\lambda_{11}, \lambda_{12}, ..., \lambda_{1k}], \qquad \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \lambda_1'\Lambda_2' \\ \Lambda_2\lambda_1 & \Sigma_{22} \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{11} = \lambda_1'\lambda_1 + \psi_1 \; , \qquad \Sigma_{22} = \Lambda_2\Lambda_2' + \Psi_2 \; , \quad \Psi_2 = \begin{bmatrix} \psi_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \psi_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \psi_p \end{bmatrix}$$

şeklindedir. $z_2, z_3, ..., z_p$ değişkenlerinden son k tanesi hatasız olarak ölçülebilsin. O halde;

$$x_i = z_i \qquad i = p - k + 1, ..., p$$

elde edilir. x_1 in en iyi tahmin edicisi

$$z_1 = \sum_{r=1}^{k} \lambda_{1r} f_r$$

ve

$$Cov(x_1, z_1) = Var(z_1) = \sum_{r=1}^{k} \lambda_{1r}^2 = \lambda_1' \lambda_1$$

dir.

Bu durumda x_1 ve z_1 arasındaki korelasyon katsayısı x_1 ve X_2 arasındaki çoklu korelasyon katsayısı olur. Bu değer;

$$P_0^2 = (\lambda_1' \lambda_1) / \sigma_{11} = (\lambda_1' \lambda_1) / (\lambda_1' \lambda_1 + \psi_1)$$

dir. λ_1 deki sadece ilk eleman λ_{11} sıfırdan farklı olacak şekilde faktörleri dönüştürebiliriz. Bu durumda

$$P_0^2 = \lambda_{11}^2 / (\lambda_{11}^2 + \psi_1)$$

dir. x_1'in en küçük kareler tahmin edicisi,

$$\hat{x}_1 = \lambda_1' \Lambda_2' \Sigma_{22}^{-1} X_2 \qquad (2.5)$$

dir. Bu $E\{(\hat{x}_1 - x_1)^2\}$ minimum olacak şekilde x_1 in seçimidir. f nin en küçük kareler tahmin edicisi,

$$\hat{f} = \Lambda_2' \Sigma_{22}^{-1} X_2$$

dir. O zaman;

$$\hat{x}_1 = \lambda_1' \hat{f}$$

elde ederiz. x_1 ve X_2 arasındaki çoklu korelasyon katsayısı P, bu aynı zamanda x_1 ve $\hat{x}_1$ arasındaki korelasyon katsayısı olup,

$$P^2 = \left(\lambda_1' \Lambda_2' \Sigma_{22}^{-1} \Lambda_2 \lambda_1\right) \Big/ \sigma_{11} \tag{2.6}$$

olarak verilir.

$$\Sigma_{22}^{-1} = \Psi_2^{-1} - \Psi_2^{-1} \Lambda_2 (I + \Gamma_2)^{-1} \Lambda_2' \Psi_2^{-1} \tag{2.7}$$

$$\Lambda_2 \Sigma_{22}^{-1} = (I + \Gamma_2)^{-1} \Lambda_2' \Psi_2^{-1} \tag{2.8}$$

$$\Lambda_2' \Sigma_{22}^{-1} \Lambda_2 = (I + \Gamma_2)^{-1} \Gamma_2 = \Gamma_2 (I + \Gamma_2)^{-1}$$

$$\Gamma_2 = \Lambda_2' \Psi_2^{-1} \Lambda_2$$

dir. (2.5) ve (2.6) eşitlikleri yerine,

$$\hat{x}_1 = \lambda_1' (I + \Gamma_2)^{-1} \Lambda_2' \Psi_2^{-1} x_2$$

$$P^2 = \left\{ (\lambda_1' \lambda_1) - \lambda_1' (I + \Gamma_2)^{-1} \lambda_1 \right\} \Big/ \sigma_{11}$$

veya

$$P^2 = P_0^2 - \lambda_1' (I + \Gamma_2)^{-1} \lambda_1 \Big/ \sigma_{11}$$

yazılabilir. Son sonuçtan $P^2 < P_0^2$ elde edilir. Elde ettiğimiz en küçük kareler tahmin edicileri yanlıdır. Yani;

$$E(\hat{f}/f) \neq f$$
$$E(\hat{x}_1/x_1) \neq x_1$$

dir. Bunların yerine yansız tahmin edicileri bulabiliriz. f'nin $\hat{f}^* = \{\hat{f}_1^*, \hat{f}_2^*, ..., \hat{f}_k^*\}$ tahmin edicisi $E\{(\hat{f}_r^* - f_r)^2\}$'yi minimumlaştırır ve verilen r için $E(\hat{f}^*/f_r) = f_r$ olup,

$$\hat{f}^* = (\Lambda_2' \Sigma_{22}^{-1} \Lambda_2)^{-1} \Lambda_2' \Sigma_{22}^{-1} x_2 \qquad (2.9)$$

$E(\hat{x}_1/x_1) = x_1$ koşuluna bağlı olarak $\hat{x}_1^* = \lambda_1' \hat{f}^*$ olarak verilir. (2.7) ve (2.8) eşitliklerinden (2.9) eşitliğini

$$\hat{f}^* = \Gamma_2^{-1} \Lambda_2' \Psi_2^{-1} x_2$$

olarak yazabiliriz. Buradan $\hat{x}_1^* = \lambda_1 \Gamma_2^{-1} \Lambda_2' \Psi_2^{-1} x_2$ olarak yazabiliriz. $\hat{x}_1^*$ ve x_1 arasındaki korelasyon katsayısı

$$\rho^{*2} = (\lambda_1' \lambda_1)^2 \Big/ \{\sigma_{11} \lambda_1' (I + \Gamma_2^{-1}) \lambda_1\}$$

dir.

$z_2, z_3, ..., z_p$ değişkenlerinden hatasız ölçülebilen $0<m<k$ tanesini göz önünde bulunduralım. $i = p-m+1, ..., p$ için $x_i = z_i$ ve $\psi_i = 0$ olur.

$$f_1 = (f_1, f_2, ..., f_m) \; ; \; X_3 = (x_{p-m+1}, x_{p-m+2}, ..., x_p)$$

olmak üzere $X_3 = B_3 f_1$ olur. $B_3 : mxm$ boyutlu tekil olmayan matris,

$$X_2 = (x_2, x_3, ..., x_{p-m}) \text{ ve } f_2 = (f_{m+1}, f_{m+2}, ..., f_k)$$

olup,

$B_2 : f_1$ üzerinde X_2 nin yük matrisi

$\Lambda_2 : f_2$ üzerinde X_2 nin yük matrisi

$\hat{\beta}_1' : f_1$ üzerinde X_1 nin yük matrisi

$\lambda_1' : f_2$ üzerinde X_1 nin yük matrisi

dir. O halde;

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \beta_1' & \lambda_1' \\ B_2 & \Lambda_2 \\ B_3 & 0 \end{bmatrix}$$

olarak yazabiliriz. X_2 ve X_3 değişkenlerinin parçalanmış kovaryans matrisi

$$\begin{bmatrix} B_2B_2' + \Lambda_2\Lambda_2' + \Psi_2 & B_2B_3' \\ B_3B_2' & B_3B_3' \end{bmatrix} \quad (B_3, \text{ tekil olmayan matris})$$

şeklindedir.

$$\Psi_2 = \begin{bmatrix} \psi_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \psi_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \psi_{p-m} \end{bmatrix}$$

olup, X_2 nin kovaryans matrisi $\Lambda_2\Lambda_2' + \Psi_2$ dir. Bu

$$X_2 - B_2 B_3^{-1} X_3$$

vektör değişkeninin kovaryans matrisidir. f_2 nin en küçük kareler tahmin edicisi,

$$\hat{f}_2 = (I + \Gamma_2)^{-1} \Lambda_2' \Psi_2^{-1} (X_2 - B_2 B_3^{-1} X_3) \; ; \quad \Gamma_2 = \Lambda_2' \Psi_2^{-1} \Lambda_2$$

dir. X_2 ve X_3 den x_1'in en küçük kareler tahmin edicisi,

$$\hat{x}_1 = \hat{\beta}_1 \hat{f}_1 + \lambda_1' \hat{f}_2$$

ya da

$$\hat{x}_1 = \beta_1' B_3^{-1} x_3 + \lambda_1' (I + \Gamma_2)^{-1} \Lambda_2' \Psi_2^{-1} (X_2 - B_2 B_3^{-1} X_3)$$

şeklindedir.

$$P^2 = \left(\frac{1}{\sigma_{11}} \right) \{ \beta_1' \beta_1 + \lambda_1' \lambda_1 - \lambda_1' (I + \Gamma_2)^{-1} \lambda_1 \}$$

ya da

$$P^2 = P_0^2 - \lambda_1' (I + \Gamma_2)^{-1} \lambda_1 \Big/ \sigma_{11}$$

$$\sigma_{11} = \beta_1' \beta_1 + \lambda_1' \lambda_1 + \Psi_1 \quad \text{ve} \quad P_0^2 = (\beta_1' \beta_1 + \lambda_1' \lambda_1) \Big/ \sigma_{11}$$

dir. f_2 nin yansız tahmin edicisi,

$$\hat{f}_2^* = \Gamma_2^{-1} \Lambda_2' \Psi_2^{-1} (X_2 - B_2 B_3^{-1} X_3)$$

şeklindedir. Böylece

$$\hat{x}_1^* = \beta_1' f_1 + \lambda_1' \hat{f}_2^*$$

ya da

$$\hat{x}_1^* = \beta_1' B_3^{-1} x_3 + \lambda_1' \Gamma_2^{-1} \Lambda_2' \Psi_2^{-1} \left(X_2 - B_2 B_3^{-1} X_3 \right) \tag{2.10}$$

şeklinde olup, $\hat{x}_1^*$ ve x_1 arasındaki P^* korelasyon katsayısı

$$P^{*2} = \left(\beta_1' \beta_1 + \lambda_1' \lambda_1 \right)^2 \Big/ \sigma_{11} \left\{ \beta_1' \beta_1 + \lambda_1' \left(I + \Gamma_2^{-1} \right) \lambda_1 \right\}$$

olur.

Chan (1977), Lawley ve Maxwell (1973)' in önerdikleri (2.10) eşitliğindeki tahmin edici $\hat{x}_1^*$'ın yanlı olduğunu göstererek $E\left(x_1^* / x_1\right) = x_1$ koşulu altında $E\left\{\left(\hat{x}_1^* - x_1\right)^2\right\}$ minimum olacak şekilde x_1 in tahmin edicisi olan $\hat{x}_1^*$'ı

$$x_1^* = \left(\beta_1' \beta_1 + \lambda_1' \lambda_1 + \Psi_1 \right) \left\{ \beta_1' \beta_1 + \lambda_1' \Lambda_2' \left(\Lambda_2 \Lambda_2' + \Phi_2 \right)^{-1} \Lambda_2 \lambda_1 \right\}^{-1} \hat{x}_1$$

olarak elde etti. Burada $\hat{x}_1$

$$\hat{x}_1 = \beta_1' B_3^{-1} X_3 + \lambda_1' \Lambda_2' \left(\Lambda_2 \Lambda_2' + \Phi_2 \right)^{-1} \left(X_2 - B_2 B_3^{-1} X_3 \right)$$

şeklindedir.

Ihara ve Kano (1986) faktör analizinde ψ_i'ler için yeni bir tahmin edici verdiler. Faktör analizinde x_{px1} vektörünün varyans-kovaryans matrisi

$$\Sigma = \Lambda \Lambda' + \Psi \tag{2.11}$$

eşitliğiyle verilir. Λ_{pxk} ve Ψ_{pxp} parametreleri S örneklem matrisinden tahmin edilir. Tahmin ediciler ($\hat{\Lambda}$ ve $\hat{\Psi}$); (2.11) kısıtlaması altında $F(\Lambda,\Psi)=tr\Sigma^{-1}S-\log|\Sigma^{-1}S|-p$ fonksiyonunun minimumundan elde edilir. F'nin türevi (Λ, Ψ)'ye bağlı olarak non-lineer olduğundan, çözüm S'nin tam fonksiyonu olarak gösterilemez. Bu makalede, S'nin tam (açık) fonksiyonu olan istenen özelliklere sahip bir tahmin edici önerildi. (2.11) eşitliğindeki Λ matrisi Anderson ve Rubin (1956) koşulunu sağlasın. Λ'nın herhangi bir satırı silindiğinde k boyutlu ayrık, tekil olmayan iki alt matris elde ederiz. Bu da Ψ'nin belirlenebilirliği için yeter koşuldur. Σ, Λ ve Ψ şu şekilde parçalansın:

$$\Sigma=\begin{bmatrix}\Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \Sigma_{13} & \sigma_{1p}\\ & \Sigma_{22} & \Sigma_{23} & \sigma_{2p}\\ & & \Sigma_{33} & \sigma_{3p}\\ & & & \sigma_{pp}\end{bmatrix}\quad \Lambda=\begin{bmatrix}\Lambda_1\\ \Lambda_2\\ \Lambda_3\\ \lambda_p'\end{bmatrix}\quad \Psi=\begin{bmatrix}\Psi_1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \Psi_2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \Psi_3 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \psi_p\end{bmatrix} \tag{2.12}$$

Bu koşullar altında, $\Lambda_1 : kxk$ ve $\Lambda_2 : kxk$ tekil olmayan matrisler olarak kabul edilebilir. $\Sigma_{12}=\Lambda_1\Lambda_2'$ matrisi tekil olmadığından,

$$\sigma_{2p}'\Sigma_{12}^{-1}\sigma_{1p}=\lambda_p'\Lambda_2'(\Lambda_1\Lambda_2')^{-1}\Lambda_1\lambda_p=\lambda_p'\lambda_p$$

elde ederiz. Böylece, $\sigma_{pp}=\lambda_p'\lambda_p+\psi_p$ eşitliğinden,

$$\psi_p=\sigma_{pp}-\sigma_{2p}'\Sigma_{12}^{-1}\sigma_{1p} \tag{2.13}$$

olur. Λ'daki herhangi bir satır silindiğinde, Ψ matrisinin tüm köşegen elemanları (2.13)'deki gibi gösterilebilir. Bu nedenle, ψ_p değeri, Λ_1 ve Λ_2 seçimine bağlı olmayıp, Σ_{12}'ye bağlıdır.

S örneklem kovaryans matrisini (2.12)'deki gibi parçalayalım. S_{12} tekil olmayan matris ise, ψ_p tahmin edicisi,

$$\hat{\psi}_p = s_{pp} - s'_{2p} S_{12}^{-1} s_{1p}$$

olur. İlgili makalede anlatılan yöntem, Emmett ve Holzinger&Swineford verilerine uygulanmıştır.

Focke (1986) faktör analizinde maksimum likelihood yöntemini uygulayarak, faktör yüklerini hesaplamak için Newton yöntemini kullanmıştır. Yaptığı bu çalışmasında üç örnek ele alarak elde ettiği sonuçları ve iterasyon işlemini daha önce yapılan çalışmalarda bulunan sonuçlarla karşılaştırmıştır.

Kano (1989) genelleştirilmiş invers kullanarak faktör analizinde tahmin problemini ele almıştır. Anderson ve Rubin (1956) koşulunu kabul ederek; Ihara ve Kano (1986)'nun çalışmasındaki gibi matrisleri blok halinde parçalayıp, Σ matrisinin tekil olması durumunda tahmin edicileri bulmuştur.

Bu tahmin edicinin bulunması için Ihara ve Kano(1986)'da yapılanlardan daha az işlem gerektiği belirtildi.

Yaptıkları çalışmada $p \geq 2k+1$ olduğu kabul edilerek; Σ, Λ ve Ψ matrisleri aşağıdaki şekilde parçalandı:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & & & \\ \sigma_{21} & \Sigma_{22} & & \\ \sigma_{31} & \Sigma_{32} & \Sigma_{33} & \\ \sigma_{41} & \Sigma_{42} & \Sigma_{43} & \Sigma_{44} \end{bmatrix} \quad \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \Lambda_2 \\ \Lambda_3 \\ \Lambda_4 \end{bmatrix} \quad \Psi = \begin{bmatrix} \psi_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Psi_4 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Burada $\lambda_1 : 1xk$; $\Lambda_2 : kxk$; $\Lambda_3 : kxk$ ve $\Lambda_4 : (p-2k-1)xk$ boyutludur. S örneklem varyans-kovaryans matrisi de aynı şekilde parçalandı. Bu makalede $\Sigma = \Lambda\Lambda' + \Psi$ ayrışımının tekliğinin sağlanması için, Anderson ve Rubin (1956)

koşulu kabul edildi. Λ_2 ve Λ_3 tekil olmayan matrisler olmak üzere, Ihara ve Kano (1986)'dan

$$\psi_1 = \sigma_{11} - \sigma_{12}\Sigma_{32}^{-1}\sigma_{31} \tag{2.15}$$

bağıntısı bulundu ve

$$\hat{\psi}_1 = s_{11} - s_{12}S_{32}^{-1}s_{31} \tag{2.16}$$

tahmin edicisi önerildi. (2.14)'deki Λ_2 ve Λ_3'ün seçimi için birçok alternatif vardır ve (2.16)'daki tahmin ediciler bu gibi seçimlere bağlı olup birbirinden farklı değerlerin bulunmasına izin verir.

$p > 2k+1$'den büyük olduğunda, birbirinden farklı değerli birçok tahmin ediciler olacaktır. Bu tahmin ediciler arasından kritere göre iyi tahmin edicileri bulmak için oldukça yoğun hesaplamalar yapmak gerekir. s_{41}, S_{42} ve S_{43}'teki bilgilerin kullanılması bu hesaplamaları yapmaya yeterli değildir.

$\Lambda_4 : (p-2k-1)xk$ matrisi $\Lambda_4 = \left[\tilde{\Lambda}_4' \quad \tilde{\Lambda}_5'\right]$ olarak parçalandı. $\tilde{\Lambda}_4'$ ve $\tilde{\Lambda}_5'$ sırasıyla Λ_2 ve Λ_3'e eklendiğinde Λ matrisi

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \Lambda_2 \\ \Lambda_3 \end{bmatrix}$$

olur. Burada $\lambda_1 : 1xk$; $\Lambda_2 : k_2 xk$ ve $\Lambda_3 : k_3 xk$ boyutludur. k_2 ve k_3 sayıları k'dan büyüktür. Anderson ve Rubin (1956) koşulu altında Λ_2 ve Λ_3 tam sütun ranklı olduğundan k_2 boyutlu a_2 ve k_3 boyutlu a_3 vektörleri vardır öyle ki;

$$\lambda_1 = a_2'\Lambda_2 = a_3'\Lambda_3$$

dır. Böylece,

$$\lambda_1\lambda_1' = a_3'\Lambda_3\Lambda_2'a_2 = a_3'\Lambda_3\Lambda_2'(\Lambda_3\Lambda_2')^{-}\Lambda_3\Lambda_2'a_2$$
$$= \lambda_1\Lambda_2'(\Lambda_3\Lambda_2')^{-}\Lambda_3\lambda_1' = \sigma_{12}\Sigma_{32}^{-}\sigma_{31}$$

dır. Burada; Σ_{32}^{-}, Σ_{32}'nin genelleştirilmiş inversidir(g-ters). Böylece,

$$\psi_1 = \sigma_{11} - \sigma_{12}\Sigma_{32}^{-}\sigma_{31} \tag{2.17}$$

elde edilir. Buradan, Λ_2 ve Λ_3'ün nonsingular olması koşulu yerine tam sütun ranklı olması koşulu getirilebilir. Bu nedenle (2.17)'deki bağıntı (2.15)'in genel şeklidir. Eğer Λ_2 ve Λ_3 k ranklı ise, Σ'nın parçalanmasına ve g-ters matrisinin seçimine bakmaksızın, (2.17)'deki koşul her zaman geçerlidir. (2.17)'in sağ tarafındaki ifade Σ'ın daha çok elemanını içerdiğinde, (2.17)'e bağlı tahmin edicinin, S matrisindeki elemanlardan daha çok kullanması beklenir.

ψ_i için birçok tahmin ediciler vardır. Bu tahmin edicilerin sayısı Ihara ve Kano'nunkinden oldukça küçüktür. Örneğin; $p=9$ ve $k=3$ ve $k_2=k_3=4$ için, bu yöntemde ψ_i'nin tahmin sayısı $\binom{p-1}{k_2}\Big/2 = 35$ tir. Bu sayı Ihara ve Kano (1986) yönteminde 280'dir.

Verilen $\hat{\Psi}$ için Λ'ın tahmin edicisi, maksimum likelihood tahmin edicisindeki gibi benzer şekilde hesaplanır. Spektral ayrışımın kullanılmasıyla,

$$\hat{\Psi}^{-1/2}\left(S-\hat{\Psi}\right)\hat{\Psi}^{-1/2} = \begin{bmatrix}P_1 & P_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}D_1 & 0\\ 0 & D_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}P_1 & P_2\end{bmatrix}'$$

elde edilir. $P_1 : pxk$ ve $P_2 : px(p-k)$ boyutlu olup özvektörlerden oluşan ortonormal matrisler, $D_1 : kxk$ ve $D_2 : (p-k)x(p-k)$ boyutlu olup özdeğerlerin köşegen matrisleri ve bu özdeğerler azalan sıradadır. O halde;

$$\hat{\Lambda} = \hat{\Psi}^{1/2} P_1 D_1^{1/2}$$

bulunur. $\hat{\Lambda}$, $\hat{\Lambda}'\hat{\Psi}^{-1}\hat{\Lambda}$ matrisinin köşegen olma kısıtlamasını sağlar.

Görüldüğü gibi faktör analizinde yapılan tahmin yöntemlerinde bilinen en küçük kareler, maksimum likelihood gibi tahmin yöntemleri kullanılmıştır. Bunlar incelenirken Newton, Newton-Raphson gibi iteratif yöntemler ele alınmıştır. Az sayıda çalışmada genelleştirilmiş invers kullanımına rastlanmaktadır. Bu nedenle yaptığımız çalışmada genelleştirilmiş invers kullanımı da alınmıştır.

Yapılan çalışmalar da göz önüne alınarak, bu çalışmada aşağıdaki durumlar incelenmiştir:

i) Faktör analizi modelinin belirlenmesi,

ii) Faktör analizi modeli ile temel bileşenler analizi arasındaki ilişkinin incelenmesi,

iii) Faktör analizi modelindeki parametre tahminleri için verilen yöntemlerin incelenmesi,

iv) $\Sigma = \Lambda\Lambda' + \Psi$ eşitliğindeki Σ matrisinin negatif olmayan tanımlı olması durumunda, parametre tahmin edicisi için genelleştirilmiş inverslerin kullanılmasının incelenmesi,

v) Yapılan çalışmaların sayısal örnekle desteklenmesi.

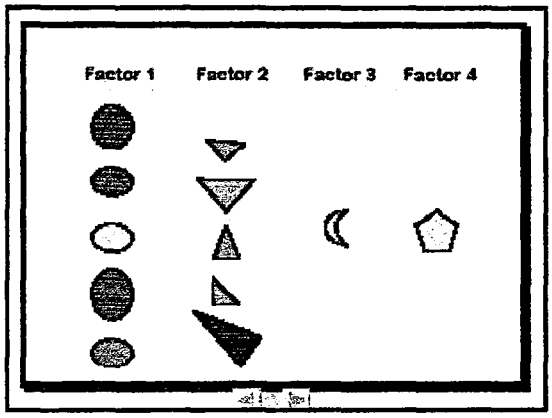
3. FAKTÖR ANALİZİ MODELİNDE TEMEL KAVRAMLAR VE FAKTÖR BULMA YÖNTEMLERİ

3.1. Faktör Analizi Modelinde Temel Kavramlar

Faktör analizi kavramı ilk olarak yaklaşık 100 yıl kadar önce Charles Spearman tarafından bulundu ve Thurstone (1931) tarafından tanıtıldı. Faktör analizinin en önemli amacı, değişken sayısını azaltmak ve aynı özelliklere sahip değişkenleri sınıflandırmaktır.



Şekil 3.1. Faktör Analizi Uygulamadan Önce Değişkenlerin Durumu



Şekil 3.2. Faktör Analizi Uygulandıktan Sonra Değişkenlerin Durumu

Görüldüğü gibi benzer özelliklere sahip 12 değişken faktör analizi yapılarak 4 faktör olarak gruplandırılabilir.

Açıklayıcı (exploratory) ve doğrulayıcı (confirmatory) faktör analizi olmak üzere iki tür faktör analizi vardır. Açıklayıcı faktör analizinde, araştırmacının faktör yapısı hakkında biraz bilgisi vardır ya da hiç bilgisi yoktur. Kabul edelim ki araştırmacının:

i) faktörlerin sayısı

ii) faktörlerin dik ya da eğik olup olmadığı

iii) her bir faktördeki değişken sayısı

iv) hangi değişkenin hangi faktörle ilişkili olduğu

hakkında hiç bilgisi olmasın. Böyle bir durumda, araştırmacı verileri toplayabilir ve faktör yapısını ya da değişkenler arasındaki korelasyonları açıklayan teoriyi araştırabilir. Böyle bir analiz açıklayıcı faktör analizi olarak adlandırılır. Öte yandan, doğrulayıcı faktör analizi faktör yapısının bilindiğini kabul eder (Sharma, 1996).

Açıklayıcı faktör analizi faktörlerin sayısını belirlerken, doğrulayıcı faktör analizi önceden faktörlerin sayısını sabitler. Açıklayıcı faktör analizi, faktörlerin ilişkili olup olmadığını belirler, doğrulayıcı faktör analizi ise faktörlerin ilişkili ya da ilişkisiz olduğuna önceden karar verir. Açıklayıcı faktör analizinde değişkenlerin tüm faktörler üzerindeki yükleri serbestir, doğrulayıcı faktör analizinde ise değişkenlerin belirli faktör ya da faktörler üzerindeki yükleri önceden sabitlenir (Stevens, 2002).

Faktör analizi başlangıçta değişkenler arasındaki korelasyonları açıklamak için geliştirildiğinden açıklayıcı faktör analizi faktör yapısını tahmin etmek için korelasyon matrisini kullanır. Böylece, açıklayıcı faktör analizinde kovaryans matrisi çok az kullanılır (Sharma, 1996). Bu çalışmada açıklayıcı faktör analizini kullanacağız. Faktör analizi modeli matris notasyonu kullanılarak,

$$\boldsymbol{x} = \Lambda \boldsymbol{f} + \boldsymbol{e} \tag{3.1}$$

eşitliğiyle gösterilir. Burada;

$\boldsymbol{x}$: px1 tipinde gözlenebilir rastgele değişkenlerin vektörü $\boldsymbol{x}' = (x_1, x_2, \ldots\ldots, x_p)$.

$\boldsymbol{f}$: kx1 tipinde ortak faktörler olarak adlandırılan, gözlenemeyen değişkenlerin vektörü $\boldsymbol{f}' = (f_1, f_2, \ldots\ldots, f_k)$.

e: $px1$ tipinde gözlenemeyen değişkenlerin vektörü (rezidülerin vektörü), $e' = (e_1, e_2, ..., e_p)$ dir.

Λ: $[\lambda_{ir}]_{pxk}$ faktör yükleri olarak adlandırılan bilinmeyen sabitlerin matrisi olup,

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & ..... & \lambda_{1k} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & ..... & \lambda_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{p1} & \lambda_{p2} & ..... & \lambda_{pk} \end{bmatrix}$$

dir. Faktör analizindeki varsayımlar:

i) f, e ve x vektörleri sıfır ortalamalı ($E(f) = 0$, $E(e) = 0$, $E(x) = 0$) normal dağılımlıdır,

ii) e ler birbirleriyle ilişkisiz, f ler birbirleriyle ilişkisizdir,

iii) e ile f de birbiriyle ilişkisizdir ($Cov(f, e) = 0$) (Kendall ve Lawley, 1956).

f, e ve x lerin varyans-kovaryans matrisleri sırasıyla Φ, Ψ ve Σ dır. f_i'ler birbiriyle ilişkisiz olduğundan Φ, kxk tipinde birim matrise dönüşür. Yani;

$$E(ff') = I_k$$

dır.

$$E(ee') = \Psi = \begin{bmatrix} \psi_1 & 0 & ..... & 0 \\ 0 & \psi_2 & ..... & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & ..... & \psi_p \end{bmatrix}$$

Ψ, köşegenindeki elemanları $\psi_1, \psi_2, ..., \psi_p$ olan köşegen bir matristir.

Faktör analizi modeli;

i) Dik faktör analizi modeli

ii) Eğik faktör analizi modeli

olmak üzere iki türlüdür. Dik faktör analizi modelinde faktörler birbiriyle ilişkisizdir ($E(\boldsymbol{ff}') = \mathrm{I}_k$), eğik faktör analizinde ise faktörler birbiriyle ilişkilidir ($E(\boldsymbol{ff}') \neq \mathrm{I}_k$). Bu çalışmada dik faktör analizi modeli incelenecektir. Dik faktör analizi modelinde $\boldsymbol{x}$'in varyans-kovaryans matrisi:

$$E(\boldsymbol{xx}') = E\left[(\Lambda \boldsymbol{f} + \boldsymbol{e})(\Lambda \boldsymbol{f} + \boldsymbol{e})'\right] = E\left[\Lambda \boldsymbol{ff}'\Lambda' + \Lambda \boldsymbol{fe}' + \boldsymbol{ef}'\Lambda' + \boldsymbol{ee}'\right]$$

$$= E(\Lambda \boldsymbol{ff}'\Lambda') + E(\Lambda \boldsymbol{fe}') + E(\boldsymbol{ef}'\Lambda') + E(\boldsymbol{ee}') = \Lambda\Lambda' + \Psi = \Sigma$$

olarak elde edilir. O halde; $\boldsymbol{x}$ değişkenlerinin varyans-kovaryans matrisi $E(\boldsymbol{xx}') = \Sigma = \lfloor \sigma_{ij} \rfloor_{pxp}$ olup, σ_{ij}; x_i ve x_j arasındaki kovaryanstır. Σ, pxp tipinde pozitif tanımlı bir matristir. Benzer şekilde;

$$cov(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{f}) = E((\Lambda \boldsymbol{f} + \boldsymbol{e})\boldsymbol{f}') = E(\Lambda \boldsymbol{ff}' + \boldsymbol{ef}') = \Lambda E(\boldsymbol{ff}') + E(\boldsymbol{ef}') = \Lambda$$

elde edilir. O halde dik faktör analizi modeli için;

$$cov(\boldsymbol{x}) = E(\boldsymbol{xx}') = \Sigma = \lfloor \sigma_{ij} \rfloor_{pxp}$$

$$var(x_i) = \lambda_{i1}^2 + \lambda_{i2}^2 + \ldots\ldots\ldots + \lambda_{ik}^2 + \psi_i$$

$$cov(x_i, x_j) = \lambda_{i1}\lambda_{j1} + \lambda_{i2}\lambda_{j2} + \ldots\ldots\ldots + \lambda_{ik}\lambda_{jk}$$

ve

$$cov(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{f}) = \Lambda \text{ ya da } cov(x_i, f_j) = \lambda_{ij}$$

şeklindedir (Johnson ve Wichern, 2002).

Λ ve Ψ nin elemanları deneysel verilerden tahmin edilen bilinmeyen parametrelerdir.

p tane değişken için; p tane ortalama, p tane varyans, $\frac{(p^2-p)}{2}$ tane kovaryans olduğundan, $\frac{(p^2-p)}{2}+2p$ tane tahmin edilecek parametre vardır (Cooley ve Lohnes, 1971).

Ortak Varyans (Communality): Bir değişkenin ortak varyansı, faktörler tarafından açıklanmış varyans anlamına gelir. *i.* değişkenin k -ortak faktörün katkısı ile sahip olduğu ortak faktör varyansı;

$$h_i^2 = \sum_{r=1}^{k} \lambda_{ir}^2 = \lambda_{i1}^2 + \lambda_{i2}^2 + \ldots\ldots + \lambda_{ik}^2$$

şeklinde gösterilir. Ortak varyans, bir değişkenin varyansına tüm ortak faktörlerin katkısını belirtir. Ortak varyans hesaplarken bir değişkenin her bir faktöre ilişkin faktör yüklerinin kareleri alınarak toplanır. Değişkenler standart şekilde ise, varyansları 1 olacağından,

$$\sigma_i^2 = \sum_{r=1}^{k} \lambda_{ir}^2 + \psi_i = 1$$

olur. Böylece varyans yüzde olarak ifade edilmiş olur. λ_{ir}^2 sayısı, f_r faktörünün x_i değişkeninin varyansına olan katkısını (varyansının yüzde kaçını açıkladığını) ifade etmektedir.

Teklik Bileşeni (Uniquness): Teklik bileşeni ortak varyansın tamamlayıcısı olup,

$$\psi_i = 1 - h_i^2$$

şeklinde gösterilir. Yani; teklik bileşeni, varyansın model tarafından açıklanamayan kısmıdır.

Açıklanan Varyans Oranı (Proportion of Variance): Bir grup değişkendeki bir faktör tarafından açıklanmış varyans oranını hesaplamak için; önce faktör yüklerinin kareleri alınıp toplanır, daha sonra toplanan sayı değişkenlerin varyansları toplamına bölünür. Bir f_r faktörünün tüm değişkenlerin varyansına olan toplam katkısı;

$$V_r = \sum_{i=1}^{p} \lambda_{ir}^2$$

dır. Tüm ortak faktörlerin tüm değişkenlerin varyansına olan toplam katkısı da

$$V = \sum_{r=1}^{k} V_r = \sum_{r=1}^{k} \sum_{i=1}^{p} \lambda_{ir}^2 = \sum_{i=1}^{p} h_i^2$$

olarak ifade edilir. Faktörler birbirine dik olduğunda, değişkenlerin varyansları toplamı gözlenen değişken sayısı p ye eşit olduğundan, V/p tüm ortak faktörler tarafından açıklanan varyans oranı olup, bu oran modelin değişkenlerdeki değişimin yüzde kaçını açıkladığını gösterir (Kim ve Mueller, 1981).

3.2. Faktör Analizinin Verilere Uygulanması

Faktör analizinin gerçek verilere uygulanışını ana adımlar halinde vermek gerekirse, bunları 4 adımda toplayabiliriz:

i) Verilerin toplanması ve ilgili kovaryans matrisini hazırlanması,

ii) Başlangıç faktörlerin belirlenmesi,

iii) Sonuç çözüm için döndürme ve yorumlama,

iv) Faktör skorlarının bulunması.

i) Verilerin Toplanması ve Varyans-Kovaryans Matrisinin Hazırlanması: Faktör analizinde ilk adım, analiz için ilgili verilerin toplanması ve varyans-kovaryans matrisinin hazırlanmasıdır.

Analizde kullanılacak olan matrisin varyans-kovaryans veya korelasyon matrisi olup olmaması ile ilgili bir seçim yapılabilir. Açıklayıcı faktör analizinde korelasyon matrisinin kullanımı daha uygundur. Bu seçimin iki pratik avantajı vardır:

i) Birçok bilgisayar programları temel girdi olarak varyans-kovaryans matrisini kabul etmez.

ii) Literatürdeki örneklerin çoğu korelasyon matrisleri üzerine kurulmuştur. Böylece okuyucu için sonuçları anlamak ve diğerleri ile karşılaştırmak daha kolay olacaktır.

ii) Başlangıç Faktörlerinin Belirlenmesi: Faktör analizinde ikinci ana adım, gözlenen değişkenler arasındaki korelasyonları ya da kovaryansları yeterli derecede açıklayan faktör sayısını bulmaktır. Bunun için, temel bileşenler analizi, en çok olabilirlik (maksimum likelihood), ağırlıklandırılmamış en küçük kareler, genelleştirilmiş en küçük kareler, alfa faktörleştirmesi ve imaj faktörleştirmesi gibi birçok yöntem vardır.

Analizin bu aşamasında, tüm başlangıç çözümleri dik çözümler üzerine kurulduğundan faktörlerin dik veya eğik olup olmaması ile ilgilenilmez. Elde edilen faktörlerin yorumlanabilir veya anlamlı olup olmadığı ile de ilgilenilmez. Bu aşamada esas ilgilenilen, daha az sayıdaki faktörlerin, değişkenler arasındaki daha fazla korelasyonları hesaba katıp katmadığıdır.

Bu aşamada elde edilecek başlangıç faktörlerinin sayısının belirlenmesi gerekir.

iii) Sonuç Çözüm İçin Döndürme ve Yorumlama: Başlangıç faktörleri elde etmek için belli varsayımlar yapılır. Bu varsayımlar:

i) k tane ortak faktör vardır,

ii) Faktörler birbirlerine diktir,

iii) Birinci faktör mümkün olduğu kadar daha fazla varyansı hesaba katar, ikinci faktör birinci faktör tarafından açıklanmayan kalan artık varyansın büyük bir kısmını hesaba katar, üçüncü faktör ilk iki faktör tarafından açıklanmayan kalan artık varyansın çoğunu hesaba katar ve bu sınırlamalar böyle devam eder.

İkinci ve üçüncü sınırlamalar isteğe bağlı düşünülür, daha basit ve daha yorumlanabilir sonuçlar elde etmek için döndürme aşamasında bu sınırlamalardan biri veya ikisi çıkarılır. Herhangi bir döndürme sonucu elde edilen faktör çözümü ilk çözümde olduğu gibi veri kümesinde daha fazla kovaryansı açıklar. Daha basit bir yapı elde etmek için döndürmenin farklı yöntemleri uygulanır. Dik döndürmenin anlaşılması ve yorumlanması daha kolay olduğundan, eğik döndürmeye göre daha çok tercih edilir.

iv) Faktör Skorlarının Bulunması: Faktör analizinin kullanımındaki temel amaç, yalnız değişkenler kümesi arasındaki faktör yapısını kurmak değil, aynı zamanda boyut indirgeme ve başka çalışmalarda değişken olarak kullanabilecek faktör skorlarının bulunmasıdır. Birçok faktör analizi bilgisayar programları faktör skorlarını hesaplar, bu nedenle faktör skorları bulmak zor değildir (Kim ve Mueller, 1982).

3.3. Faktör Analizi Yaparken Elde Edeceğimiz Matris Türleri

3.3.1. Veri Matrisi

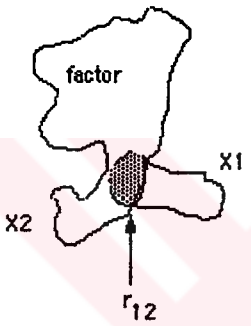
p değişken sayısı, n birey sayısı olmak üzere nxp boyutundaki veri matrisi, X;

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & ..... & x_{1j} & ..... & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & ..... & x_{2j} & ..... & x_{2p} \\ x_{31} & x_{32} & ..... & x_{3j} & ..... & x_{3p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & ..... & x_{nj} & ..... & x_{np} \end{bmatrix}$$

şeklinde gösterilir. Burada $i = 1,2,.....,n$ ve $j = 1,2,.....,p$ olmak üzere, $X = (x_{ij})$: i. birey için, j. değişkenin gözlem değerini gösterir. Her bir sütun $x_1, x_2, ..., x_p$ değişkenlerini gösterir. Her bir değişkenin ortalaması $\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_p$; standart sapması ise $s_1, s_2, ..., s_p$ ile gösterilir.

3.3.2. Gözlenen Korelasyon Matrisi (Observed Correlation Matrix)

Gözlenen değişkenlere göre elde edilen korelasyon matrisidir. R_{pxp} ile gösterilir, simetrik bir matris olup, veri matrisindeki bilgiyi özetler. Herhangi iki değişken arasındaki korelasyon ortak faktör yüklerinin miktarına bağlıdır ve ilgili iki faktör yüklerinin çarpımıyla elde edilir, örneğin tek ortak faktörlü x_1 ve x_2 değişkenleri arasındaki korelasyon;



$$r_{12} = \lambda_{11}\lambda_{21}$$

şeklinde hesaplanır.

3.3.3. Yeniden Üretilmiş Korelasyon Matrisi (Reproduced Correlation Matrix)

Faktörler belirlendikten sonra üretilen korelasyon matrisidir. $R^* = \Lambda\Lambda'$ şeklinde hesaplanır.

3.3.4. Rezidü Korelasyon Matrisi (Residual Correlation Matrix)

Gözlenen ve yeniden üretilmiş korelasyon matrisleri arasındaki farktır ($R_{rez} = R - R^*$). Orijinal korelasyon matrisinden farklılık gösterdiğinden dolayı rezidü korelasyon matrisi denir. İyi bir faktör analizinde rezidü korelasyon matrisindeki korelasyonlar küçüktür. Bu durum, iki matris arasında yakın bir uyumum işareti olarak düşünülebilir.

3.3.5. Rotasyonlu Olmayan Faktör Matrisi

Korelasyon matrisine dayanarak hesaplanan, iki ya da daha fazla faktör matrislerinden birincisi rotasyonlu olmayan faktör matrisidir. Faktör matrisindeki her satır, faktör analizinde yer alan bir değişkene karşılık gelir. Sütunların her biri ise bir faktörü temsil eder. Sütun sayısı satır sayısından az olup, her satırdaki değişken, faktörler açısından ifade edilir.

Rotasyonlu olmayan faktör matrisi pxk boyutunda olup, bu matriste yer alan elemanlar –1 ile +1 arasında değişen ve değişkenin faktör ile korelasyonu olarak adlandırılan, rotasyonlu olmayan faktör yükleri değerleridir. Bir faktör için mutlak değerce büyük katsayılar, faktörün o değişken ile yüksek ilişkili olduğu anlamına gelir.

Tahmin edilen faktörler birbirleri ile ilişkisiz yani ortogonal ise faktör yükleri aynı zamanda faktörler ile değişkenler arasındaki korelasyonlardır. Faktör yüklerinin karesi, değişken ile faktörler arasındaki ortak varyans kısmını verir. Benzer şekilde bir sütundaki yüklerin kareleri toplandığında, o faktör tarafından açıklanan toplam varyansı temsil eden özdeğer elde edilir. Her faktör tarafından açıklanan varyansların toplamı, bütün faktörler tarafından ne kadar varyansın açıklandığını gösterir.

3.3.6. Rotasyonlu Faktör Matrisi

Rotasyon yapılmayan faktörlerin doğru yorumlanabilmesi kolay olmayabilir. Bu nedenle söz konusu faktörler rotasyona tabii tutulmalıdır. Rotasyona tabii olan matristen hangi değişkenlerin hangi faktör ile ilişkili olduğunu faktör yüklerinin yüksek olanlarına bakarak belirleriz. Yüklerin yüksek olup olmadığı araştırmadan araştırmaya değişebilir. Sözkonusu değer 0.35 kadar küçük olabilirken, 0.55 gibi büyük bir kesme noktası da tespit edilebilir (Akgül, 2003).

Rotasyonlu faktör matrisinde, değişkenler artık daha önceki şekilde sıralı olmayıp, yüklerinin gücüne göre sıralanmışlardır.

Faktörleri tespit etmek için, aynı faktöre ait büyük yükleri olan değişkenler gruplanmalıdır. Küçük yükler ihmal edilebilir. Ancak bir faktör üzerinde yoğunlaşan değişkenler belirlendikten sonra bu faktöre anlamlı bir isim verilebilir.

3.3.7. Faktör Skorlarının Matrisi

Faktör analizinde amacımız faktör modelindeki parametreleri (Λ ve Ψ) tahmin etmektir. Ortak faktörlerin tahmin edilen değerleri "faktör skorları" olarak adlandırılır.

Faktör skorları, faktör yükleri elde edildikten sonra tahmin edilebilir. Regresyonda olduğu gibi katsayılar, faktör skorlarını hesaplamak için ağırlıklandırılmış değişkenlerden elde edilebilir.

Bilgisayar paket programlarında en yaygın olarak kullanılan faktör skorlarını tahmin etme yöntemleri aşağıdaki gibi sıralanabilir.

i) Barlett Yöntemi: (3.1) faktör modeli için faktör yükleri Λ'nın ve özel varyansların oluşturduğu Ψ'in bilindiğini kabul edelim (Johnson ve Wichern, 2002).

Barlett'in 1935-1937 yılları arasında ileri sürdüğü bu yöntem, ortak faktörleri; n bireyin her biri için p değişken üzerinden, hata faktörlerinin katkısını minimum yapmayı amaçlar (Kendall ve Smith, 1950).

$$\sum_{i=1}^{p} \hat{\Psi}_i^{-1} e_i^2 = \left(x - \hat{\Lambda} f\right)' \hat{\Psi}^{-1} \left(x - \hat{\Lambda} f\right) \tag{3.2}$$

i. değişken için faktör skorları; hata terimlerinin kareleri kendi varyanslarının tersleriyle ağırlıklandırılarak bunların toplamının minimum yapılmasıyla hesaplanır. (3.2) eşitliğinin sağ tarafının f_i'ye göre türevinin alınmasıyla Barlett (ağırlıklandırılmış en küçük kareler) çözümü

$$f_i = \left(\hat{\Lambda}' \hat{\Psi}^{-1} \hat{\Lambda}\right)^{-1} \hat{\Lambda}' \hat{\Psi}^{-1} x_i$$

şeklindedir. Bu denklem faktör skorlarının matrisi şeklinde yazılırsa;

$$F = X\hat{\Psi}^{-1}\hat{\Lambda}\left(\hat{\Lambda}'\hat{\Psi}^{-1}\hat{\Lambda}\right)^{-1}$$

elde edilir. Eğer $\hat{\Lambda}'\hat{\Psi}^{-1}\hat{\Lambda}$'nin elemanları 1'den oldukça büyük ise regresyon ve Barlett yöntemi yaklaşık olarak aynı faktör skorlarını verecektir (Morrison, 1976).

ii) Thomson (Regresyon) Yöntemi: Thomson'ın (1951) önerdiği yöntem, Barlett yöntemine benzer özellikler gösterse de temelde bazı farklılıklar içermektedir. Barlett yöntemi, her bir bireydeki değişimi ortak faktörleri olabildiğince hesaba katarak ele alırken, regresyon yöntemi her bir değişkenin değişimini minimum yapar. Her iki yöntemde de ön bilgiye ya da λ_i parametrelerinin tahminine gerek duyulur (Kendall ve Smith, 1950).

(3.1) faktör modeli için Λ ve Ψ'nin bilindiğini; ortak faktörler ve hata terimlerinin sıfır ortalamalı, sırasıyla I ve Ψ varyanslı ortak normal dağılımlı olduğunu kabul edelim. Genellikle, Λ ve Ψ bazı yöntemlerle tahmin edilmesine rağmen, faktör skorlarını hesaplarken örneklem hataları göz önünde bulundurulmayabilir (Johnson ve Wichern, 2002).

. $r = 1, 2, \ldots\ldots, p$ için, f_r x değişkenine bağlı $r.$inci faktör skoru ise, o zaman f_r faktör skorunu x_i'lerin lineer kombinasyonu olarak tahmin ederiz. Böylece $\hat{f}_r$,

$$\hat{f}_r = \boldsymbol{a}_r' \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}' \boldsymbol{a}_r$$

şeklinde olacaktır. Burada $\boldsymbol{a}_r$, p boyutlu bir vektördür. $\boldsymbol{a}_r$'yi

$$E\left[\left(\hat{f}_r - f_r\right)^2\right] = E\left(\boldsymbol{x}'\boldsymbol{a}_r - f_r\right)^2$$

minimum olacak şekilde seçeriz. Bu denklemi a_r'ye göre minimum yapmak için a_r'ye göre türevini alıp sıfıra eşitleriz.

$$E[2x(x'a_r - f_r)] = 2(\Sigma a_r - \lambda_r) = 0$$

denkleminden,

$$\Sigma a_r = \lambda_r \text{ ya da } a_r = \Sigma^{-1}\lambda_r$$

bulunur. Burada λ_r, Λ'nın r. inci sütunudur. Böylece $\hat{f}_r$

$$\hat{f}_r = \hat{\lambda}_r'\hat{\Sigma}^{-1}x$$

elde edilir. $\hat{f}$ vektörünü ($\hat{f}' = [\hat{f}_1, \hat{f}_2, ..., \hat{f}_p]$)

$$\hat{f} = \hat{\Lambda}'\hat{\Sigma}^{-1}x \qquad (3.3)$$

olarak gösteririz. Regresyon yöntemi, p değişkene ait bir kümedeki faktörlerin beklenen değerini tahmin eder. (3.3) eşitliği

$$\hat{f} = (I + \hat{\Gamma})^{-1}\hat{\Lambda}'\hat{\Psi}^{-1}x$$
$$\hat{\Gamma} = \hat{\Lambda}'\hat{\Psi}^{-1}\Lambda$$

şeklinde de yazılabilir (Lawley ve Maxwell, 1971).

iii) Anderson ve Rubin Yöntemi: Anderson ve Rubin (1956) tarafından önerilen bu yaklaşım, faktörler ilişkili olsa bile birbirinden bağımsız faktör skorları üretmektedir. Faktör skorlarının ortalaması sıfır, standart sapması 1'dir. Regresyon

yaklaşımında olduğu gibi faktör skorları kendilerine ait değişkenlerle ilişkilidir. Fakat bazen diğer faktörlerle de ilişkili olabilirler. Böylelikle yanlı tahminler vereceklerdir.

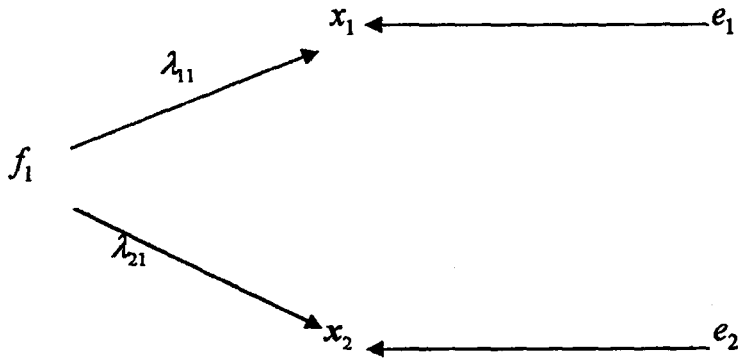
Eğer ilişkisiz faktör skorlarına gerek duyuluyorsa, Anderson ve Rubin yöntemi tercih edilecek en iyi yöntemdir (Tabachnick ve Fidell, 1996).

3.4. Çözüm Yöntemleri

3.4.1. Tek Ortak Faktörlü Çözüm

Bir tane genel faktör ve her bir değişkenin tek (unique) varyansını belirleyen özel faktör bulunduğundan iki faktör çözümü de denilmektedir. Bu yaklaşım Spearman (1927) tarafından psikoloji alanında gösterilmiştir (Rummel, 1970).

Modeli anlatmak için, gözlenen iki değişken arasındaki kovaryansdan sorumlu tek genel faktörlü en basit durumu ele alalım. Bu durum aşağıdaki şekilde anlatılabilir:



Şekil 3.3. İki Değişkenli Tek Genel Faktörlü Model (Kim ve Mueller, 1982).

Şekil 3.3, x_1'in f_1 ve e_1'in ağırlıklı toplamı ve x_2'in de f_1 ve e_2'nin ağırlıklı toplamı olduğunu gösterir. Çünkü f_1 faktörü x_1 ve x_2'in her ikisi için de ortaktır, bu nedenle ortak faktör olarak adlandırılır. Benzer şekilde e_1 ve e_2 de

gözlenen her bir değişkenin tek varyansını belirleyen özel faktörler olarak adlandırılır. Cebirsel formda, Şekil 3.3'den iki denklem

$$x_1 = \lambda_{11} f_1 + e_1$$
$$x_2 = \lambda_{21} f_1 + e_2$$

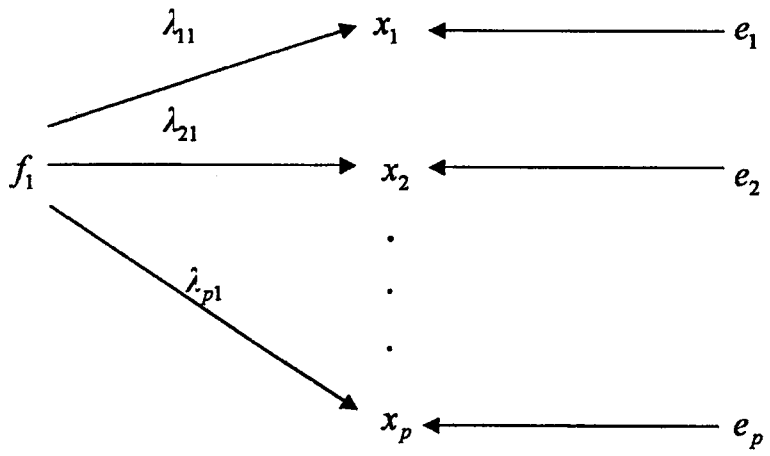
olarak tanımlanır. Aynı zamanda Şekil 3.3, f_1 ile e_1 arasında ve f_1 ile e_2 arasında ve e_1 ile e_2 arasında kovaryansın olmadığını da gösterir. Yani;

$$Cov(f_1, e_1) = Cov(f_1, e_2) = Cov(e_1, e_2) = 0$$

dır. Şekil 3.3'deki sistemde x_1 ve f_1 arasında kovaryans vardır. Bununla birlikte, x_1 ve x_2 arasında kovaryans vardır; çünkü her ikisi de f_1 ortak faktörünü paylaşmaktadır.

Tüm değişkenler birim varyanslı standart değişkenler ise λ_{11} ve λ_{21} faktör yükleri olarak adlandırılır.

Şekil 3.3'ü genişletecek olursak, çok değişkenli tek ortak faktörlü modelin yol diyagramı Şekil 3.4'de görüldüğü gibidir:



Şekil 3.4. Çok Değişkenli Tek Ortak Faktörlü Model (Kim ve Mueller, 1982).

Şekil 3.4'den

$$Cov(f_1, e_i) = 0 \quad \text{ve} \quad Cov(e_i, e_j) = 0$$

yazılabilir ve buna göre doğrusal ilişkiler ise şunlardır:

$$x_1 = \lambda_{11} f_1 + e_1$$
$$x_2 = \lambda_{21} f_1 + e_2$$
$$\vdots$$
$$x_p = \lambda_{p1} f_1 + e_p \ .$$

Eğer birbirine dik $p+1$ tane değişken (f_1 ve e_i'ler) ve bunlarla doğrusal ilişkili olarak oluşturulan p tane değişken (x_i) verilirse Şekil 3.4'deki modeli elde ederiz. Burada;

$$E(x_i) = E(f_1) = E(e_i) = 0$$
$$\text{Var}(x_i) = \text{Var}(f_1) = \text{Var}(e_i) = 1$$
$$Cov(f_1, e_i) = Cov(e_i, e_j) = 0$$

varsayımları kabul edilir. Herhangi bir x_i değişkeni ve f_1 faktörü arasındaki kovaryans (korelasyon) ise;

$$r_{f_1 x_i} = Cov(x_i, f_1) = E(x_i f_1) = E[(\lambda_{i1} f_1 + e_i) f_1]$$
$$= \lambda_{i1} E(f_1^2) + E(f_1 e_i) = \lambda_{i1} = \beta_{i1}$$

olur. Görüldüğü gibi, tek bir ortak faktör olduğu durumda veya çoklu ortak faktörlerin birbiriyle dik oldukları durumda; faktör yükleri ve lineer ağırlık β_{i1} (standartlaştırılmış regresyon katsayısı), f_1 faktörü ile değişkenler (x_i'ler)

arasındaki korelasyonlara (kovaryanslara) eşittir. Burada bağımsız değişken f_1 faktörü, bağımlı değişken ise gözlemlenmiş değişken x_i 'dir.

Bu korelasyonun (x_i ve f_1 arasındaki) karesi ortak faktör tarafından belirlenen değişkenlerdeki varyansın oranını açıklar. x_i ve e_i arasındaki korelasyon

$$r_{x_i e_i} = Cov\left(x_i, e_i\right) = 1$$

olur. Herhangi iki değişken arasındaki korelasyon, (bu değişkenlere x_i ve x_k diyelim):

$$\begin{aligned} r_{x_i x_k} &= Cov(x_i x_k) = E(x_i x_k) = E((\lambda_{i1} f_1 + e_i)(\lambda_{k1} f_1 + e_k)) \\ &= \lambda_{i1}\lambda_{k1} E(f_1^2) + \lambda_{i1} E(f_1 e_k) + \lambda_{k1} E(f_1 e_i) + E(e_i e_k) \\ &= \lambda_{i1}\lambda_{k1} Var(f_1) = \lambda_{i1}\lambda_{k1} = \beta_{i1}\beta_{k1} \end{aligned}$$

olur. Görüldüğü gibi; değişkenler standartlaştırılmışsa, ortak tek faktörlü iki değişken arasındaki korelasyon (kovaryans), ortak faktör ile gözlenen değişken arasındaki korelasyonların çarpımına ya da iki standartlaştırılmış regresyon katsayılarının çarpımına eşit olacaktır.

Herhangi iki değişken arasındaki rezidü korelasyonları ise,

$$r_{12} = r_{13} = \ldots\ldots\ldots = r_{1p} = 0$$

dır.

3.4.2. İki Ortak Faktörlü Çözüm

Değişkenler arasındaki ilişkiyi her zaman tek ortak faktörle açıklamak mümkün olmayabilir. Değişkenler arası korelasyonlardan sorumlu iki ya da daha fazla ortak faktör olabilir. p değişkenli iki faktörlü model:

$$x_1 = \lambda_{11} f_1 + \lambda_{12} f_2 + e_1$$
$$x_2 = \lambda_{21} f_1 + \lambda_{22} f_2 + e_2$$
$$\vdots$$
$$x_p = \lambda_{p1} f_1 + \lambda_{p2} f_2 + e_p$$

şeklindedir.

x_i değişkeninin varyansı,

$$\begin{aligned} Var(x_i) &= E(x_i^2) = E[(\lambda_{i1} f_1 + \lambda_{i2} f_2 + e_i)^2] \\ &= \lambda_{i1}^2 E(f_1^2) + \lambda_{i2}^2 E(f_2^2) + E(e_i^2) \\ &\quad + 2\lambda_{i1}\lambda_{i2} E(f_1 f_2) + 2\lambda_{i1} E(f_1 e_i) + 2\lambda_{i2} E(f_2 e_i) \\ &= \lambda_{i1}^2 + \lambda_{i2}^2 + Var(e_i) + 2\lambda_{i1}\lambda_{i2}\phi \end{aligned} \tag{3.4}$$

olup, burada ϕ; f_1 ve f_2 arasındaki korelasyondur. Dik faktör analizi modeli için $\phi = 0$ olacağından, (3.4) eşitliği

$$Var(x_i) = \lambda_{i1}^2 + \lambda_{i2}^2 + Var(e_i)$$

olur. Herhangi bir değişken ile faktör arasındaki korelasyon (örneğin x_1 ve f_1 arasındaki korelasyon)

$$\begin{aligned} Cov(x_1, f_1) &= E(x_1 f_1) = E[(\lambda_{11} f_1 + \lambda_{12} f_2 + e_1) f_1] \\ &= \lambda_{11} E(f_1^2) + \lambda_{12} E(f_1 f_2) + E(e_1 f_1) \\ &= \lambda_{11} + \lambda_{12}\phi \end{aligned} \tag{3.5}$$

olur. Dik faktör analizi modeli için (3.5) denklemi

$$Cov(x_1, f_1) = \lambda_{11}$$

olarak yazılır. İki değişken (x_i ve x_k) arasındaki korelasyon:

$$\begin{aligned} Cov(x_i, x_k) &= E(x_i x_k) = E\left[(\lambda_{i1} f_1 + \lambda_{i2} f_2 + e_i)(\lambda_{k1} f_1 + \lambda_{k2} f_2 + e_k)\right] \\ &= \lambda_{i1}\lambda_{k1} E(f_1^2) + \lambda_{i2}\lambda_{k2} E(f_2^2) + E(e_i e_k) \\ &\quad + \lambda_{i1}\lambda_{k2} E(f_1 f_2) + \lambda_{i2}\lambda_{k1} E(f_1 f_2) \\ &\quad + \lambda_{i1} E(f_1 e_k) + \lambda_{i2} E(f_2 e_k) + \lambda_{k1} E(f_1 e_i) + \lambda_{k2} E(f_2 e_i) \\ &= \lambda_{i1}\lambda_{k1} + \lambda_{i2}\lambda_{k2} + (\lambda_{i1}\lambda_{k2} + \lambda_{i2}\lambda_{k1})\phi \end{aligned} \tag{3.6}$$

dır. Dik faktör analizi modeli için (3.6) denklemi

$$Cov(x_i, x_k) = \lambda_{i1}\lambda_{k1} + \lambda_{i2}\lambda_{k2}$$

olur.

3.4.3. İkiden Fazla Faktör Olması Durumunda Çözüm

p değişkenli k faktörlü model

$$\begin{aligned} x_1 &= \lambda_{11} f_1 + \lambda_{12} f_2 + \ldots\ldots\ldots + \lambda_{1k} f_k + e_1 \\ x_2 &= \lambda_{21} f_1 + \lambda_{22} f_2 + \ldots\ldots\ldots + \lambda_{2k} f_k + e_2 \\ &\vdots \\ x_p &= \lambda_{p1} f_1 + \lambda_{p2} f_2 + \ldots\ldots\ldots + \lambda_{pk} f_k + e_p \end{aligned} \tag{3.7}$$

dir. (3.7) denklemi matris notasyonu ile,

$$x = \Lambda f + e \tag{3.8}$$

şeklinde yazabiliriz. Burada x, $px1$ tipinde değişkenlerin vektörü; Λ, pxk tipinde faktör yüklerinin matrisi; f, $kx1$ tipinde gözlenemeyen faktörlerin vektörü; e, $px1$ tipinde tek (unique) faktörlerin vektörüdür. (3.8) denklemi temel faktör analizi denklemidir. Genel olarak varsayımlarımız: faktörler hata bileşenleriyle (faktörleriyle) ilişkili değildir, değişkenlerin ve faktörlerin ortalamaları sıfır, varyansları ise 1' dir. Gözlemlerin korelasyon matrisi R:

$$\begin{aligned} R = E(xx') &= E\left[(\Lambda f + e)(\Lambda f + e)'\right] \\ &= E\left[(\Lambda f + e)(f'\Lambda' + e')\right] \\ &= E(\Lambda ff'\Lambda') + E(ee') \\ &= \Lambda\Phi\Lambda' + \Psi \end{aligned} \tag{3.9}$$

şeklinde olup, burada Λ yüklerin matrisi, Φ faktörlerin korelasyon matrisi ve Ψ tek varyansları içeren köşegen matristir. Ortak varyanslar, $R - \Psi$ matrisinin köşegen elemanlarıdır. R matrisinin köşegen dışındaki elemanları değişkenler arasındaki korelasyonları verir. Λ, Φ ve Ψ matrisleri faktör modelinin parametre matrisleridir ve gözlemlerin korelasyon matrisi parametrelerin bir fonksiyonudur.

Dik faktör analizi modeli için (3.9) denklemi,

$$R = \Lambda\Lambda' + \Psi$$

şeklinde yazılır.

Eğer parametre matrisleri üzerinde herhangi bir kısıtlama yoksa açıklayıcı faktör analizini, parametreler üzerine kısıtlamalar konulmuşsa doğrulayıcı faktör analizini elde ederiz.

Değişkenler ve faktörler arasındaki korelasyon

$$A = E(x\,f') = E[(\Lambda\, f + e)\, f'] = \Lambda E(ff') + E(ef') = \Lambda\Phi$$

olur. Dik faktör analizi modeli için

$$A = \Lambda$$

elde edilir. Görüldüğü gibi dik faktör analiz modelinde faktör yükleri matrisi, değişkenler ve faktörler arasındaki korelasyon matrisini vermektedir.

3.5. Veri Kümesinin Analizindeki Sorunlar

Veri kümesi faktör analizi modeline tam olarak uymaz. Çünkü genellikle analiz edeceğimiz veri kümesi hatadan bağımsız değildir. Veriler sadece örnekleme ve ölçüm hatalarına değil, aynı zamanda yanlı seçim ve araştırmacı tarafından tam olarak önlenememiş daha önemsiz faktörlerce ortaya çıkan hatalara da bağlıdır. Analizin daha iyi olabilmesi için kullanıcının bu zorlukları anlaması gerekir. Bu zorluklar aşağıdaki şekilde sıralanabilir (Kim, Mueller, 1982).

i) Örneklem Değişebilirliği: Faktör analizi için ham veri olarak kullandığımız korelasyon matrisleri her zaman örneklem verisi üzerine kurulmuştur. Bu yüzden, verilmiş herhangi bir örneklem için, gözlenen korelasyon kitle korelasyonunu asla yansıtmayacaktır. Kitle korelasyon matrisinden sapma örneklem boyutu artıkça azalacaktır. Aynı büyüklükteki örneklemler kullanılsa bile korelasyon matrislerinde birinden diğerine değişme olacaktır. Bu nedenle, analizde örneklem verisi kullanıldığı zaman sonuç değişik olacak ve örneklemlere göre değişecektir.

ii) Yanlı Seçim: Faktör analizi uygulamasında, analizden önce araştırmacının analiz edeceği değişkenleri seçmesi verilecek en önemli karardır. Faktör analizi modeli için değişkenler topluluğundan bazı değişkenlerin çıkarılması modelin belirlenmesini etkileyebilir. Bunun için birçok faktör analizi yöntemi değişkenlerin örneklemini kabul etmez.

Bazı araştırmacılar iyi bir çözümde, her faktör için en az üç değişken olmasını önerirler.

iii) Ölçüm Hataları: Elde edilen veri kümesi ölçüm hatalarına maruz kalabilir. Eğer ölçüm aleti sistematik şekilde yanlı ise (hatalar ilişkiliyse) problemi çözmek için kolay bir yol yoktur. Fakat faktör analizi, çok fazla sorun olmadan rastgele ölçüm hatalarını özel (specific) faktörlerin parçası olarak ele alır

3.6. Faktör Analizi İçin Verilerin Uygunluğunun Test Edilmesi (Örneklem Büyüklüğünün Yeterliliği)

Araştırmacının vereceği ilk önemli karar, faktör analizi için verilerin uygun olup olmadığıdır. Bu amaç için şu kriterlere bakılır:

i) Korelasyon Matrisine Bakmak: İlk önce görsel olarak korelasyon matrisi incelenir. Değişkenler arasındaki yüksek korelasyonlar, aynı özelliklere sahip, aynı özelliği ölçen değişken kümelerine gruplandırılabilir. Değişkenler arasındaki düşük korelasyonlar ise farklı özelliğe sahip değişken kümelerini ya da bir başka deyimle aynı özelliği ölçmeyen değişkenleri gösterir. Bu durumda faktör analizini, değişkenleri gruplandıran ve her gruptaki değişkenler aynı ortak faktörü gösteren analiz olarak yorumlayabiliriz. Çok sayıda değişken olması durumunda korelasyon matrisine bakmak zor olduğundan, bu durumda korelasyon matrisine bakmak uygun olmayacaktır.

ii) Kismi Korelasyonları İncelemek: Tüm değişkenlerin kısmi korelasyonları incelenir. Korelasyon matrisinin faktörleştirebilmesi için, anti-imaj korelasyon matrisinin (kısmi korelasyon katsayılarının negatif değerlerinden oluşan matris) köşegen dışındaki elemanları küçük olmalıdır (Sharma, 1996).

iii) Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) Ölçütü: Kısmi korelasyon katsayıları büyüklüğü ile gözlenen korelasyon katsayılarının büyüklüğünü karşılaştırmada bir indekstir. i ve j değişkenleri arasındaki basit korelasyon katsayısının r_{ij}, i ve j değişkenleri arasındaki kısmi korelasyon katsayısının a_{ij} olduğu durumda;

$$KMO = \frac{\sum_{i \neq j} \sum r_{ij}^2}{\sum_{i \neq j} \sum r_{ij}^2 + \sum_{i \neq j} \sum a_{ij}^2}$$

olarak hesaplanır.

Eğer bütün değişken çiftleri arasındaki kısmi korelasyon katsayıları kareleri toplamı korelasyon katsayıları kareler toplamı için karşılaştırıldığında küçükse, KMO ölçümü 1'e yakındır. KMO ölçütünün büyük olması istenir. Bu indeks küçüldükçe bu değişkenlerle faktör analizinden vazgeçilir.

Kaiser ve Rice (1974) ölçütleri,

KMO Ölçütü	Yorum
0.90 - 1.00	Mükemmel
0.80 - 0.90	Çok İyi
0.70 - 0.80	İyi
0.60 - 0.70	Orta
0.50 - 0.60	Zayıf
<0.50	Kabul Edilemez

olarak belirtir (Sharma, 1996).

Comrey ve Lee(1992) örneklem büyüklüğünü

Örneklem Büyüklüğü	Yorum
1000 ise	Mükemmel
500 ise	Çok İyi
300 ise	İyi
200 ise	Yeterli
100 ise	Yetersiz
50 ise	Çok Yetersiz

olarak belirtmiştir.

Genel olarak; en az 300 birimlik örneklem ile çalışmanın faktör analizi için iyi sonuçlar vereceği ifade edilir (Tabachnick ve Fidell 1996).

3.7. Faktör Sayısını Belirleyen Kurallar

Faktör analizinde önemli sorunlardan biri de değişkenlerin kaç tane önemli faktörü ya da yapıyı ölçtüğüne karar vermektir. Bu sorun, faktörleştirmenin sağlıklı olması ile ilgilidir. Önemli faktör sayısını belirlemede şu ölçütler dikkate alınabilir:

i) Özdeğer Belirleme (Kaiser Kuralı): Kaiser (1960) kuralı en çok kullanılan kuraldır. Korelasyon matrisinin 1'den büyük özdeğer sayısı kadar faktör alınır (Tatsuoka, 1971).

20-50 değişken olduğu durumda bu kural iyidir fakat 20'den az değişken olduğu durumda daha az faktör, 50'den fazla değişken olduğu durumda ise daha fazla faktör alındığı belirtilmiştir (Hair ve ark., 1998).

Eğer 40'dan fazla değişken varsa ve bunların ortak varyansları 0.4 civarında ise çok faktör alınmaya eğilim gösterilir. Eğer değişken sayımız 10-30 arasında ve bunların ortak varyansları 0.7 civarında ise faktör sayısını tam olarak buluruz (Stevens, 2002).

ii) Açıklanan Varyans Oranı: Analize dahil değişkenlerle ilgili toplam varyansın $\frac{2}{3}$'ü kadarının kapsandığı faktör sayısı, önemli faktör sayısı olarak değerlendirilir. Çok faktör olması durumunda faktör sayısının yüksek tutulması, açıklanan varyansı artırır, fakat bu kez de faktörleri adlandırmada, onları anlamlı kılmada zorluk yaşanabilir. Tek faktör olması durumunda açıklanan varyansın % 30 veya daha fazla olması yeterli görülebilir. Faktör sayısının çok olması durumunda ise açıklanan varyansın daha fazla olması beklenir. Açıklanan varyansın yüksek olması, ilgili kavram ya da yapının o kadar iyi ölçüldüğünün bir göstergesi olarak yorumlandığından, açıklanan varyansı yorumlamak için önemli faktör sayısı artırılabilir ya da açıklanan değişken seçiminde daha yüksek yük değerleri aranabilir (Büyüköztürk, 2002).

iii) Ortak Varyansların İncelenmesi: Λ ile gösterilen faktör yükleri matrisi bulunduktan sonra her bir değişken için h_i^2 ortak varyans değerleri hesaplanır. Bulunan h_i^2 değerlerinin tümü 1'e yakınsa, korelasyon matrisinin faktörleştirilmesinin iyi olduğu söylenir. Eğer bazı h_i^2 değerleri küçük ise (örneğin 0.50'den daha azsa) bu durumda en az bir faktörün daha çıkarılması gerekir.

Optimal faktör sayısına karar vermede kullanılan bir başka kriter ise,

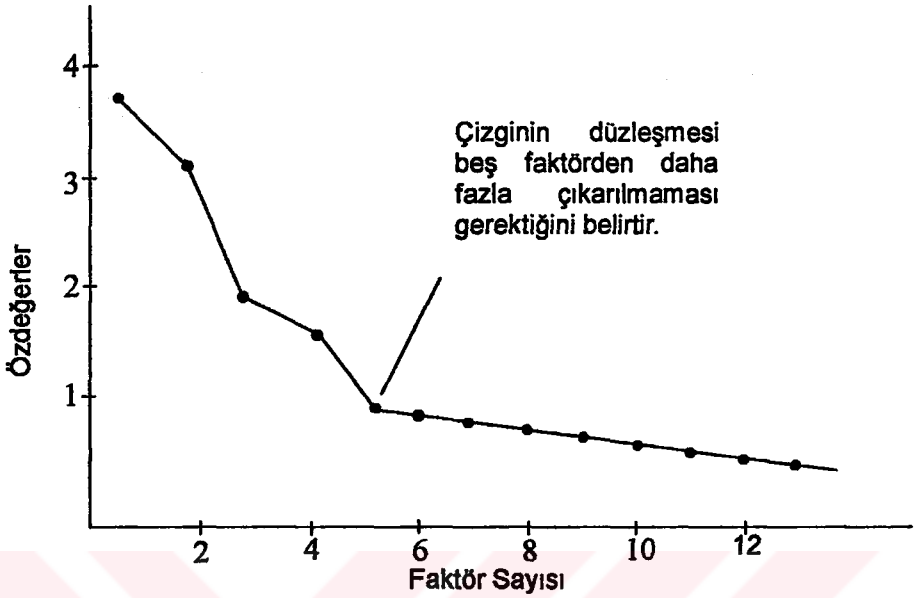
$$\sum_{i=1}^{k} \frac{h_i^2}{p} \geq \frac{2}{3}$$

şeklindeki oran değeridir. Bu oran değerinin $2/3$'den büyük olması faktörleştirmenin iyi olduğu anlamına gelir. Aksi durumda daha başka faktörlere gerek olduğu düşünülür. Böyle durumlarda faktör sayısı bir artırılarak tüm hesaplamalar yeniden yapılır ve işlemler yukarıdaki koşul sağlanıncaya kadar sürdürülür (Tatlıdil, 1996).

iv) Çizgi Grafiğinin (Scree Graph) İncelenmesi: Bu test Cattell (1965) tarafından geliştirildi. Kural, özdeğerlerin grafiğinin incelenmesini ve özdeğerlerin hemen hemen yatay eğimli düz bir çizgi şeklini almaya başladığı noktada faktör çıkarmayı durdurmayı önerir. Bu noktanın ötesinde Cattell "faktöriyel litter veya scree" olarak düz bir eğimi açıklar. Testin kullanımı Şekil 3.5'de açıklanmıştır. Bu şekile göre araştırıcı beş faktörden daha fazla faktör çıkarılmaması gerektiği sonucuna varır (Lewis-Beck, 1994).

Bu yöntemde Kaiser Kuralından daha fazla faktör bulmaya eğilim gösterilir (Hair ve ark., 1998).

Kaiser ve çizgi grafiği kuralında; 250'den fazla değişken varsa ve ortak varyanslar ≥ 0.6 ise faktör sayısını tam olarak buluruz (Stevens, 2002).



Şekil 3.5. Çizgi Grafiği (Lewis-Beck, 1994).

*v) **Faktör Sayısının Seçimi:*** Faktör analizinde $\Sigma - \Psi$ matrisi k ranklı pozitif yarı tanımlı olacak şekilde pozitif köşegen elemanları olan Ψ köşegen matrisini bulmaya çalışırız. Böyle bir k sayısının her zaman kitle korelasyon matrisinin 1'den büyük özdeğer sayısından büyük olacağı Guttman (1954a) tarafından gösterildi. Kitle korelasyon matrisi, örneklem korelasyon matrisiyle (R) tahmin edilebileceğinden istatistiksel paket programlarında k sayısı R matrisinin 1 den büyük özdeğer sayısı olacak şekilde seçilir. k'nın bu seçimi, faktör sayısı için başlangıç tahmini olarak kullanılabilir. k nın bu seçiminin yeterli olup olmadığına

$$H_0 : \Sigma = \Lambda\Lambda' + \Psi$$
$$H_a : \Sigma \neq \Lambda\Lambda' + \Psi$$

hipotezi test edilerek karar verilir. H_a hipotezinin alternatif seçimi altında Σ'nın maksimum likelihood tahmin edicisi S ve k faktörlü H_0 hipotezi altında

$$\hat{\Sigma}_k = \hat{\Lambda}_k \hat{\Lambda}_k' + \hat{\Psi}$$

olarak verilir. Asimtotik teoriden

$$-2\log\left(\frac{|S|}{|\hat{\Sigma}_k|}\right) \sim \chi_g^2 \tag{3.10}$$

olduğu bilinir. Burada $g=\frac{1}{2}\left[(p-k)^2-(p+k)\right]$ olup χ_g^2, g serbestlik dereceli ki-kare rastgele değişkenini göstermektedir. Barlett (1954) yukarıdaki eşitlikte 2 yerine $n-\frac{2p+4k+11}{6}$ yazılmasının daha iyi bir yaklaşım olacağını ifade etti. Bu sayı Barlett düzeltmesi olarak bilinir. H_0 hipotezi eğer

$$-\left[n-\frac{2p+4k+11}{6}\right]\log\left(\frac{|S|}{|\hat{\Sigma}_k|}\right) > \chi_{g,\alpha}^2$$

ise reddedilir. Burada $\chi_{g,\alpha}^2$, g serbestlik dereceli ki-kare dağılımının üst sınırıdır. Eğer hipotez kabul edilirse, o zaman k nın bu seçimi yeterlidir ama k'dan daha az sayıda faktör olabilir. Böylece yukarıdaki test reddedilinceye kadar $k-1$ faktör, $k-2$ faktör v.s. için tekrarlanır. Eğer $k=k^*$ için reddedilirse k^*+1 sayısı istenen faktör sayısı olacaktır. Öte yandan, hipotez reddedilirse, o zaman seçtiğimiz faktör analizi modeli uygun olmayacaktır. Faktörlerin sayısı(k) 1 artırılıp, model yeniden test edilir ve işlem anlamlı χ_g^2 değeri elde edilinceye kadar tekrarlanır. Eğer değişkenler standartlaştırılırsa, S matrisi yerine R'yi, $\hat{\Sigma}$ yerine $\hat{R}=\Lambda\Lambda'+\hat{\Psi}$ matrisini kullanırız. O halde (3.10) yerine

$$\chi^2=-\left[n-\frac{2p+4k+11}{6}\right]\log\left(\frac{|R|}{|\hat{R}_k|}\right) > \chi_{g,\alpha}^2 \tag{3.11}$$

eşitsizliğini kullanırız. Burada $\hat{R}_k=\hat{\Lambda}_k\hat{\Lambda}_k'+\hat{\Psi}$ dır (Srivastava, 2002).

3.8. Faktör Bulma Yöntemleri

Faktör sayısını belirlemek, faktör skorlarını oluşturmak için farklı yöntemler vardır. Bunlardan en yaygın kullanılanları:

1) Temel Bileşenler Analizi (Principal Component Analysis) Yöntemi
2) Ağırlıklandırılmamış En Küçük Kareler (Unweighted Least Squares) Yöntemi
3) Genelleştirilmiş En Küçük Kareler (Generalized Least Squares) Yöntemi
4) En Çok Olabilirlik (Maksimum Likelihood (ML)) Yöntemi
5) Temel Eksenler Faktörleştirilmesi (Principal Axis Factoring, PAF)
6) Alfa Faktörleştirmesi (Alpha Factoring)
7) İmaj Faktörleştirmesi (Image Factoring)

dır. Bu çalışmada ilk 4 yöntem üzerinde durulacaktır. Bu yöntemler arasında en yaygın kullanılan temel bileşenler analizidir. Kullanılan yönteme göre faktör sayısı, ortak varyans tahminleri ve dönüştürme yöntemleri değişebilir. Analizler, araştırmacı bir çözümü tercih ettiğinde son bulur.

3.8.1. Temel Bileşenler Analizi Yöntemi

Çok değişkenli istatistiksel analizde n tane bireye ilişkin p tane değişken (özellik) incelenir. Bu değişkenlerden bir çoğunun birbiriyle ilişkili (bağımlı) ve p sayısının çok büyük olması analizde sorun yaratmaktadır. Ayrıca çok sayıda değişkenle çalışmak işlem yükünü artıracağı ve elde edilecek sonuçların yorumunda bazı güçlüklere neden olacağından böyle durumlarda başvurulan yöntemlerden en önemli olanı temel bileşenler analizidir (Tatlıdil, 1996).

Aralarında korelasyon bulunan p sayıda değişkenin $(x_1, x_2, \ldots\ldots, x_p)$ açıkladığı yapıyı, birbirinden bağımsız ve sayıca orijinal değişken sayısından daha az sayıda, orijinal değişkenlerin doğrusal bileşenleri olan değişkenler $(y_1, y_2, \ldots\ldots, y_p)$ olarak ifade etme yöntemine temel bileşenler analizi denir. Yani temel bileşenler analizi, gözlemlenmiş değişken kümesini daha kolay anlaşılabilen başka bir değişkenler kümesine dönüştüren yöntemdir. Temel bileşenler

analizi daha önceden ortaya çıkarılmamış ilişkileri ortaya çıkarma ve sıradan sonuçlar diye nitelenemeyecek tahminler yapmaya izin veren bir yöntemdir.

Temel bileşenler analizinin genel olarak dört amacı vardır:

i) Değişkenler arasındaki bağımlılık yapısını yok etmek. Bu amaçla korelasyon matrisi incelenir,

ii) Birbiriyle ilişkisiz ve daha az sayıda yeni değişken elde etmek,

iii) Tahminleme yapmak,

iv) Veri kümesini bazı yöntemlerin analiz edebileceği şekle dönüştürmektir.

Temel bileşenler analizi genellikle faktör çıkarma yöntemi olarak kullanılmaktadır. Bunun yanı sıra; başka analizler için veri hazırlama yöntemi olarak da kullanılır. Ayrıca temel bileşenler analizi; çok değişkenli regresyonda, faktör analizinde, kümeleme analizinde, çok değişkenli varyans analizinde boyut indirgeme olarak kullanılır. Temel bileşenler analizinin tüm bilim dallarında kullanım alanları vardır.

Temel bileşenler analizi çok değişkenli yöntemlerin en eski ve en geniş kullanılanları arasındadır. Orijinal olarak Karl Pearson (1901) tarafından başlatılan ve Hotelling (1933) tarafından geliştirilen bir yöntemdir Lewis-Beck (1994).

Temel bileşenler analizinde veri matrisi olarak $X : nxp$ ham veri matrisi doğrudan kullanıldığı gibi, $Z : nxp$ şeklinde ifade edilen standartlaştırılmış değerler matrisi de kullanılmaktadır.

3.8.1.1. Temel Bileşenlerin Elde Edilmesi

p tane değişkeni

$$x' = (x_1, x_2, \ldots\ldots, x_p)$$

vektörü ile gösterelim. Değişkenlerin sadece varyans ve kovaryansları ile ilgilendiğimizden $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_p$ lerin her birinin ortalaması sıfır kabul edilir.

Kovaryans matrisi Σ nın $\delta_1, \delta_2, ..., \delta_p$ özdeğerlerinin farklı ve azalan sırada düzenlendiğini kabul edelim. O halde;

$$\Sigma = \Gamma \Delta \Gamma'$$

yazabiliriz. Δ, köşegeninde $\delta_1, \delta_2, ..., \delta_p$ olan köşegen matris ve Γ ise pxp tipinde ortogonal bir matristir. Γ nın $i.$ sütunu δ_i özdeğerine karşılık gelen özvektör olup, Σ nın özdeğerleri farklı olduğundan, Γ tek olarak tanımlıdır.

Temel bileşenler cebirsel olarak x_i değişkenlerinin doğrusal bileşimi olarak ifade edilir. Yeni $y_1, y_2, ..., y_p$ değişkenlerini $y = \Gamma' x$ eşitliği ile tanımlayalım. y nin varyans-kovaryans matrisi

$$E(yy') = E(\Gamma' xx \Gamma) = \Gamma' \Sigma \Gamma = \Gamma' (\Gamma \Delta \Gamma') \Gamma = \Delta$$

dır. Δ köşegen olduğundan y lerin kovaryansı sıfır olacaktır. O halde y ler ilişkisiz ve y_i nin varyansı δ_i dir.

y_1 maksimum varyansla $x_1, x_2, ..., x_p$ nin normalleştirilmiş lineer kombinasyonudur. Bu gibi kombinasyonlar $a'x$ şeklinde yazılabilir. a, $a'a = 1$ koşulunu sağlayan sütun vektörüdür. Bu aynı zamanda $c'y = c' \Gamma x$ şeklinde yazılabilir.

$$a = \Gamma c, \qquad c = \Gamma' a \qquad c'c = a' \Gamma \Gamma' a = a'a = 1$$

dır. Böylece $y_1, y_2, ..., y_p$ nin normalleştirilmiş lineer kombinasyonunu göz önünde bulundurabiliriz. $c'y = \sum_i c_i y_i$ nin varyansı

$$\sum_{i=1}^{p} c_i^2 \delta_i = \delta_1 + \sum_{i=2}^{p} c_i^2 (\delta_i - \delta_1)$$

olup, $\sum c_i^2 = 1$ olduğundan, $c_2 = c_3 = ... = c_p = 0$ ve $c_1 = 1$ olduğunda bu varyans maksimum olur. Benzer olarak, y_2 maksimum varyansla y_1 ile ilişkisiz ve x değişkenlerinin normalleştirilmiş kombinasyonudur. Böyle bir kombinasyon $c_2 y_2 + ... + c_p y_p$ şeklinde olmalıdır ve maksimum varyans için $c_2 = 1$ ve $c_1 = c_3 = ... = c_p = 0$ elde ederiz. Benzer düşünceler diğer y ler için de geçerlidir (Lawley ve Maxwell, 1971).

Temel bileşenler genellikle birim varyanslı standartlaştırılmış değişkenler olarak alındığından, i. temel bileşen $i = 1, 2, ..., p$ için

$$z_i = \frac{y_i}{\sqrt{\delta_i}}$$

olarak tanımlanırsa, matris notasyonu ile

$$z_{px1} = \Delta_{pxp}^{-1/2} y_{px1}$$

olarak yazılabilir.

$$y = \Gamma' x \quad \text{ve} \quad z = \Delta^{-1/2} y$$

denklemlerini birleştirerek

$$z = \Delta^{-1/2} \Gamma' x$$

elde edilir. z cinsinden x'i

$$x=\Gamma\Delta^{1/2}z$$

olarak buluruz.

$x=\Gamma\Delta^{1/2}z$ ve $x=\Lambda f+e$ denklemleri arasındaki en önemli fark yani; temel bileşenler analizi ile faktör analizi arasındaki fark, $x=\Gamma\Delta^{1/2}z$ denkleminde e hata teriminin olmamasıdır. Temel bileşenler analizinde, değişkenlerin toplam varyansı tüm p değişkenleri bulunduğunda açıklanabilir (Lawley ve Maxwell, 1971).

Σ nın tüm p özdeğerinin farklı olduğunu kabul etmek yerine $k<p-1$ olduğunda, ilk k özdeğerinin farklı ve geri kalan $p-k$ özdeğerinin δ değerlerine eşit olduğunu kabul edebiliriz. Bu durumda Γ'nın ilk k sütunu tek olarak belirlenebilir.

Görüldüğü gibi yeni $y_1, y_2, \ldots\ldots, y_p$ değişkenlerini $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_p$ değişkenlerinin lineer kombinasyonları olarak yazıp, her bir y_i nin varyansı sırasıyla maksimum yapılmaktadır. Eğer δ_i; $x' = (x_1, x_2, \ldots\ldots, x_p)$ nin varyans-kovaryans matrisinin i. en büyük özdeğeri ve $\alpha_i' = (\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \ldots\ldots, \alpha_{ip})$ bunlara karşılık gelen özvektörü ise, temel bileşenler

$$\begin{aligned} y_1 &= \alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + \ldots\ldots + \alpha_{1p}x_p \\ y_2 &= \alpha_{21}x_1 + \alpha_{22}x_2 + \ldots\ldots + \alpha_{2p}x_p \\ &\vdots \\ y_p &= \alpha_{p1}x_1 + \alpha_{p2}x_2 + \ldots\ldots + \alpha_{pp}x_p \end{aligned}$$

eşitliği ile verilir ve $Var(y_i)=\delta_i$ $(i=1,2,\ldots\ldots,p)$ dir. $\Gamma=(\alpha_{ij})$ matrisi ortogonal olduğundan bu dönüşümün tersi alınırsa;

$$
\begin{aligned}
x_1 &= \alpha_{11}y_1 + \alpha_{21}y_2 + \ldots\ldots + \alpha_{p1}y_p \\
x_2 &= \alpha_{12}y_1 + \alpha_{22}y_2 + \ldots\ldots + \alpha_{p2}y_p \\
&\vdots \\
x_p &= \alpha_{1p}y_1 + \alpha_{2p}y_2 + \ldots\ldots + \alpha_{pp}y_p
\end{aligned}
$$

elde edilir. Benzer şekilde, eğer $i.$ değişken $(i=1,2,\ldots\ldots,p)$ için en küçük varyanslı $(p-q)$ bileşene (n_i) denilirse

$$
\begin{aligned}
x_1 &= \alpha_{11}y_1 + \alpha_{21}y_2 + \ldots\ldots + \alpha_{q1}y_q + n_1 \\
x_2 &= \alpha_{12}y_1 + \alpha_{22}y_2 + \ldots\ldots + \alpha_{q2}y_q + n_2 \\
&\vdots \\
x_p &= \alpha_{1p}y_1 + \alpha_{2p}y_2 + \ldots\ldots + \alpha_{qp}y_q + n_p
\end{aligned}
$$

eşitliğini elde ederiz. Bu eşitliğe eşdeğer olarak;

$$
\begin{aligned}
x_1 &= \alpha_{11}\sqrt{\delta_1}\frac{y_1}{\sqrt{\delta_1}} + \alpha_{21}\sqrt{\delta_2}\frac{y_2}{\sqrt{\delta_2}} + \ldots\ldots\ldots + \alpha_{q1}\sqrt{\delta_q}\frac{y_q}{\sqrt{\delta_q}} + n_1 \\
x_2 &= \alpha_{12}\sqrt{\delta_1}\frac{y_1}{\sqrt{\delta_1}} + \alpha_{22}\sqrt{\delta_2}\frac{y_2}{\sqrt{\delta_2}} + \ldots\ldots\ldots + \alpha_{q2}\sqrt{\delta_q}\frac{y_q}{\sqrt{\delta_q}} + n_2 \\
&\vdots \\
x_p &= \alpha_{1p}\sqrt{\delta_1}\frac{y_1}{\sqrt{\delta_1}} + \alpha_{2p}\sqrt{\delta_2}\frac{y_2}{\sqrt{\delta_2}} + \ldots\ldots\ldots + \alpha_{qp}\sqrt{\delta_q}\frac{y_q}{\sqrt{\delta_q}} + n_p
\end{aligned}
$$

bulunur. Böylece

$$
\gamma_{ij} = (\alpha_{ji}\sqrt{\delta_j}) \text{ ve } z_j = \frac{y_j}{\sqrt{\delta_j}} \qquad i=1,2,\ldots\ldots,p;\ \ j=1,2,\ldots\ldots,q \qquad (q<p)
$$

denilirse o zaman;

$$\begin{aligned} x_1 &= \gamma_{11}z_1 + \gamma_{12}z_2 + \ldots\ldots + \gamma_{1q}z_q + n_1 \\ x_2 &= \gamma_{21}z_1 + \gamma_{22}z_2 + \ldots\ldots + \gamma_{2q}z_q + n_2 \\ &\vdots \\ x_p &= \gamma_{p1}z_1 + \gamma_{p2}z_2 + \ldots\ldots + \gamma_{pq}z_q + n_p \end{aligned} \qquad (3.12)$$

elde edilir.

y_i ler ilişkisiz ve δ_i $(i=1,2,\ldots\ldots,p)$ varyanslı olduğundan, z_i ler de ilişkisiz ve 1 varyanslı olur. Böylece standartlaştırılmış bileşenler

$$\begin{aligned} x_1 &= \lambda_{11}f_1 + \lambda_{12}f_2 + \ldots\ldots + \lambda_{1q}f_q + e_1 \\ x_2 &= \lambda_{21}f_1 + \lambda_{22}f_2 + \ldots\ldots + \lambda_{2q}f_q + e_2 \\ &\vdots \\ x_p &= \lambda_{p1}f_1 + \lambda_{p2}f_2 + \ldots\ldots + \lambda_{pq}f_q + e_p \end{aligned} \qquad (3.13)$$

faktör analizi denklemindeki faktörlerle aynı varsayımlıdır. (3.12) ve (3.13) eşitliği birbirine benzer gibi görünse de temelde birbirinden farklıdır. e_i , n_i ile aynı değildir. Faktör analizinde e_i lerin f_i lerle ve birbirleriyle ilişkisiz olduğu kabul edilir. Temel bileşenler analizinde oluşturulan n_i ler

$$\begin{aligned} n_1 &= \alpha_{q+1,1}\, y_{q+1} + \alpha_{q+2,1}\, y_{q+2} + \ldots\ldots + \alpha_{p1}y_p \\ n_2 &= \alpha_{q+1,2}\, y_{q+1} + \alpha_{q+2,2}\, y_{q+2} + \ldots\ldots + \alpha_{p2}y_p \\ &\vdots \\ n_p &= \alpha_{q+1,p}\, y_{q+1} + \alpha_{q+2,p}\, y_{q+2} + \ldots\ldots + \alpha_{pp}y_p \end{aligned}$$

şeklinde olup, her bir y_i farklı n_i de görüldüğünden, n_i ler birbirleriyle ilişkisiz değildir. Böylece temel bileşenler analizinden elde edilen z_i ler x deki bütün korelasyon yapıyı açıklamaz. Yani temel bileşenler analizi faktör analiziyle aynı değildir.

Temel bileşenler analizini faktör analizinden ayıran nokta, değişkenlere ait ortak faktör varyanslarının hesaplanmasında temel bileşenler analizinde hata terimi ihmal edilirken, faktör analizinde ortak faktörlerce açıklanamayan ve artık (rezidü) varyans olarak tanımlanan hata varyansı modelde dikkate alınır. Yani; p tane değişkene ilişkin toplam varyans temel bileşenler analizinde n tane ortak faktörün doğrusal bileşeni ile açıklanabilirken, faktör analizinde ise ortak faktörlerin açıklayamadıkları bir varyans (hata varyansı) daha söz konusudur. Bu durum, temel bileşenler analizini klasik faktör çözümlemesinden ayırır. Açıklanamayan varyansın azalması durumunda iki yöntemin sonuçları açısından farklar azalır.

Temel bileşenler analizi belirtilen bu farklılaşmalara karşın, değişken azaltma ve anlamlı kavramsal yapılara ulaşmayı amaçlayan, uygulamada en sık ve yaygın olarak kullanılan, göreli olarak da yorumlanması kolay olan, faktör analizi uygulamaları içinde yer alan çok değişkenli istatistiksel bir yöntemdir.

3.8.1.2. Temel Bileşenlerin Geometrik Yorumu

Geometrik olarak, temel bileşenler analizinin amacı, aşağıdaki koşullara göre yeni dik eksenleri tanımlamaktır. Bunlar:

i) Gözlemlerin koordinatları yeni değişkenlerin değerlerini verir. Yeni eksenler (değişkenler) temel bileşenler olarak ve yeni değişkenlerin değerleri temel bileşenler skorları olarak adlandırılır.

ii) Her temel bileşen, orijinal değişkenlerin lineer bir kombinasyonudur.

iii) Birinci temel bileşen, verideki maksimum varyansı açıklar.

iv) İkinci temel bileşen, birinci değişken tarafından açıklanmamış maksimum varyansı açıklar.

v) Üçüncü temel bileşen, ilk iki değişken tarafından açıklanmamış maksimum varyansı açıklar.

vi) p temel bileşen, $p-1$ değişken tarafından açıklanmamış varyansı açıklar.

vii) p temel bileşen ilişkisizdir.

Eğer, verideki toplam varyansın büyük bir miktarı, daha az sayıda temel bileşen tarafından açıklanıyorsa o zaman, yorum yaparken araştırmacı bu az sayıdaki temel bileşenleri p orijinal değişkenler yerine kullanır. Böylece temel bileşenler analizi veri indirgeme yöntemi olarak kullanılır (Sharma, 1996).

n birey (gözlem) ve p değişkenden oluşan veri matrisi X'in p boyutlu uzaydaki durumu düşünülecek olursa; veri matrisi, her birey bir noktayı göstermek üzere çok sayıda noktadan oluşan bir topluluk (bulut) olarak ifade edilebilir. Değişkenler arasında tam bağımsızlık olamayacağı için bulut biçiminde ifade edilen geometrik şeklin eksenleri birbirlerine dik olmayacağından, bu noktaları birbirine dik bir elipsoid içerisinde almak daha ayrıntılı ve açıklayıcı bilgi verecektir. Bu amaçla uygulanan dönüştürmede, noktaların ilk eksenler boyunca sahip oldukları toplam varyans değişmediği gibi yeni eksenler de birbirine dik olmaktadır. Bu amaçla korelasyon matrisinden yararlanılmaktadır.

Temel bileşenler analizinin sağladığı yararlar:

i) X ham veri matrisi ve Z standartlaştırılmış veri matrisinde değişkenler arası bağımlılık söz konusu iken, y_i vektörleri birbirinden bağımsızdır. Veriler bulut şeklinde dağıldığından z_i değerleri eğik eksenler üzerinde bulunmaktadır. Geometrik olarak y_i değerleri dik eksenlere göre elde edilmiştir. Böylece bağımlılık yapısı ortadan kalkar.

ii) Noktaların z_i eksenlerine göre varyansı değişiktir ve eksenler arası kovaryans terimi de bulunmaktadır. Fakat, y_i eksenlerinin varyansları büyükten küçüğe doğru sıralıdır. Ayrıca eksenler birbirine dik olduğundan, kovaryans terimi yoktur ve noktaların dağılımı sadece varyansla açıklanmaktadır.

iii) İlk k önemli temel bileşen toplam varyansın büyük bir kısmını açıklıyorsa geriye kalan $(p-k)$ temel bileşen ihmal edilebilir. Bu durum az bir varyans kaybıyla üzerinde çalışılan uzayın boyutunun p'den k'ya $k<p$ indirgenmesini sağlar.

iv) z_i değişkenlerin varyansının tümü y_i değişkenleri tarafından açıklanmaktadır. Bu nedenle, p tane y_i temel bileşeninin kullanılması durumunda

boyut indirgenme kazancı sağlanmasa bile, hiçbir varyans kaybı olmaksızın p tane bağımsız yeni değişken elde edilmiş olur (Tatlıdil, 1996).

3.8.1.3. Temel Bileşen Sayısının Belirlenmesi

Özdeğerlerin bulunmasından sonra k tane önemli özdeğer sayısına karar vermek boyut indirgemede (faktör sayısını azaltmada) çok önemlidir. Temel bileşenler analizinde verilerin kaç tane bileşen ile temsil edilmesi gerektiği önemli sorunlardan biridir. Yaygın olarak kullanılan sayfa 42'de söz edilen özdeğer belirleme, açıklanan varyans oranı ve çizgi grafiğinin incelenmesi gibi kurallara göre verilerin kaç tane temel bileşen ile açıklanabileceği belirlenebilir.

3.8.1.4. Temel Bileşenlerin Özellikleri

p değişkenli $\boldsymbol{x}$ gözlem vektörünün varyans-kovaryans matrisi Σ, Σ matrisinin özdeğerleri $\delta_1 > \delta_2 > \ldots\ldots > \delta_p$ ve $\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \ldots\ldots, \boldsymbol{\alpha}_p$ bu özdeğerlere karşılık gelen özvektörler olsun. $i = 1, 2, \ldots\ldots, p$ için $i.$ temel bileşen;

$$y_i = \boldsymbol{\alpha}_i' \boldsymbol{x} = \alpha_{1i} x_1 + \alpha_{2i} x_2 + \ldots\ldots + \alpha_{pi} x_p$$

olmak üzere, temel bileşenlere ait özellikler şu şekildedir:

i) $\text{var}(y_i) = \text{var}(\boldsymbol{\alpha}_i' \boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\alpha}_i' \Sigma \boldsymbol{\alpha}_i = \boldsymbol{\alpha}_i' \delta_i \boldsymbol{\alpha}_i = \delta_i$

olup δ_i, $i.$ temel bileşenin varyansı ve Σ matrisinin $i.$ özdeğeridir (Chatfield ve Collins, 1980). O halde p temel bileşenin varyansı:

$$\text{var}(y_1) = \delta_1 > \text{var}(y_2) = \delta_2 > \ldots\ldots > \text{var}(y_p) > \delta_p$$

şeklinde elde edilir. Bazı δ_i'ler eşit ise bu özdeğerlere karşılık gelen α_i özvektörü ve bunların oluşturduğu y_i tek olmayacaktır.

ii) i. ve j. temel bileşenler arasındaki kovaryans, ($\Sigma\alpha_i = \delta_i \alpha_i$ eşitliği kullanılarak) $i \neq j$ için,

$$Cov(y_i, y_j) = Cov(\alpha_i' x, \alpha_j' x) = E\left[\alpha_j'(x-\mu)(x-\mu)'\alpha_i\right]$$

$$= \alpha_j'\Sigma\alpha_i = \alpha_j'\delta_i\alpha_i = \delta_i\alpha_j'\alpha_i = 0$$

dır. O halde y'nin pxp boyutlu varyans-kovaryans matrisi,

$$\Delta = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \delta_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \delta_p \end{bmatrix}$$

şeklinde ifade edilir (Chatfield ve Collins, 1980).

iii) $var(y) = var(\Gamma' x) = \Gamma'\Sigma\Gamma = \Delta$

eşitliğinden x'in varyans-kovaryans matrisi Σ ve temel bileşenlerin varyans kovaryansı arasındaki önemli bir bağıntıya ulaşırız.

$$tr(\Delta) = tr(\Gamma'\Sigma\Gamma) = tr(\Sigma\Gamma\Gamma') = tr(\Sigma) = \sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \cdots + \sigma_{pp}^2 = \sum_{i=1}^{p} \text{var}(x_i)$$

olduğundan buradan şu sonuca varılır: Orijinal değişkenlerin toplam varyansı ile bunlara karşılık gelen temel bileşenlerin toplam varyansı birbirine eşittir. O halde toplam kitle varyansı;

$$\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \ldots\ldots\ldots + \sigma_{pp}^2 = \delta_1 + \delta_2 + \ldots\ldots\ldots + \delta_p$$

olarak elde edilir (Özdamar, 2002).

iv) Böylelikle i. temel bileşenin açıkladığı varyansın, toplam varyansa oranı: $i = 1, 2, \ldots\ldots, p$ için;

$$\frac{\delta_i}{\delta_1 + \delta_2 + \ldots\ldots\ldots + \delta_p} = \frac{\delta_i}{\sum_{i=1}^{p} \delta_i}$$

şeklinde ifade edilir. İlk k temel bileşenin açıkladığı toplam varyans ise

$$\frac{\sum_{i=1}^{k} \delta_i}{\sum_{i=1}^{p} \delta_i}$$

şeklindedir. Genel olarak, bu oran büyük p'ler için toplam varyansın % 80-90'nını açıklıyorsa, o zaman bu k bileşen orijinal p değişkenin yerine alınabilir (Johnson and Wichern, 2002).

v) $y_1, y_2, \ldots\ldots\ldots, y_p$ temel bileşenleri ile $x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots, x_p$ değişkenleri arasındaki korelasyon katsayısı $r_{y_i x_k}$ ile gösterilirse, $\alpha_i' = (\alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \ldots\ldots\ldots, \alpha_{pi})$ özvektörünün her bir bileşeni bu $r_{y_i x_k}$ korelasyon katsayısı ile orantılıdır.

Σ' dan elde edilen temel bileşenler; $y_1 = \alpha_1' x$, $y_2 = \alpha_2' x$, ..., $y_p = \alpha_p' x$ şeklinde olup, y_i temel bileşeni ile x_k değişkeni arasındaki korelasyon katsayısı; $i, k = 1,2,....., p$ için,

$$r_{y_i,x_k} = \frac{\alpha_{ik}\sqrt{\delta_i}}{\sqrt{\sigma_{kk}}}$$

şeklinde tanımlanır (Johnson ve Wichern, 2002).

3.8.2. Ağırlıklandırılmamış En Küçük Kareler Yöntemi

Bu yöntemde

$$U = tr(S - \Sigma)^2$$

fonksiyonu minimum yapılır (Jöreskog ve Goldberger, 1972).

$$x = \mu + \Lambda f + e$$

faktör modeli için μ ortalama vektörü, Λ faktör yükleri ve Ψ özel varyanslarının bilindiğini kabul edelim. Hatalar olarak

$$e' = [e_1, e_2, ..., e_p]$$

özel faktörlerini kabul edelim. $j = 1,2,....., p$ için $\text{var}(e_j) = \Psi_j$ lerin eşit olmadığı durumlarda ortak faktör değerlerini tahmin etmek için ağırlıklı en küçük kareler yöntemi kullanılmaktadır. Özel faktörlerin kendi varyanslarının tersleriyle ağırlıklandırılmış olan kareler toplamı

$$\sum_{i=1}^{p} e_j^2/\psi_j = (x-\mu-\Lambda f)'\Psi^{-1}(x-\mu-\Lambda f)$$

şeklindedir. Bu kareler toplamını en küçük kareler yöntemine göre minimum yapan f değeri

$$\hat{f} = \left(\hat{\Lambda}'\hat{\Psi}^{-1}\hat{\Lambda}\right)^{-1}\hat{\Lambda}'\hat{\Psi}^{-1}(x-\mu)$$

dır. *i.* inci durum için faktör skorları,

$$\hat{f}_j = \left(\hat{\Lambda}'\hat{\Psi}^{-1}\hat{\Lambda}\right)^{-1}\hat{\Lambda}'\hat{\Psi}^{-1}(x_i-\bar{x})$$

olarak ele edilir (Johnson ve Wichern, 2002).

3.8.3. Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Yöntemi

Bu yöntemde $I-S^{-1}\Sigma$ matrisinin tüm elemanlarının kareleri toplamı minimum yapılır. Yani; S ve Σ arasındaki farklar S^{-1}'in elemanlarıyla ağırlıklandırılarak minimum yapılır. Böylece bu yöntemde

$$G = tr\left[(S-\Sigma)S^{-1}\right]^2$$

fonksiyonu minimum yapılır (Jöreskog, 1979).

3.8.4. En Çok Olabilirlik (Maksimum Likelihood) Yöntemi

Bu yöntemde x , f ve e vektörlerinin elemanlarının birbirinden bağımsız çok değişkenli normal dağılımlı olduğu ve ortak faktör sayısı k nın bilindiği varsayılır.

x değişkenlerinin n $(n > p)$ birimlik rastgele örneklemi elde edilsin. x gözlemlerini x_α $(\alpha = 1, 2, ..., n)$ sütun vektörleriyle gösterelim. O zaman örneklem kovaryans matrisi $S = \lfloor s_{ij} \rfloor$;

$$S = \frac{1}{n-1} \sum_{\alpha} (x_\alpha - \bar{x})(x_\alpha - \bar{x})'$$

olarak tanımlanır. Örneklem ortama vektörü $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{\alpha} x_\alpha$ dir. S nin bu tanımından S , Σ nın yansız tahmin edicisi olup, $E(S) = \Sigma$ dır. S nin elemanları ya da nS nin elemanları n serbestlik dereceli Wishart dağılımlıdır. Anderson (1984) notasyonuyla $nS \sim W(\Sigma, n)$ dir. L likelihood fonksiyonu,

$$\log_e L = -\frac{1}{2} n \log_e |\Sigma| - \frac{1}{2} n \sum_{i,j} s_{ij} \sigma^{ij}$$

dir. σ^{ij} , Σ^{-1}'in $i.$ satır ve $j.$ sütunundaki elemanıdır. $\log_e L$ yi,

$$\log_e L = -\frac{1}{2} n \left[\log_e |\Sigma| + tr\left(S\Sigma^{-1}\right) \right]$$

şeklinde yazabiliriz. Likelihood fonksiyonu Σ' nın dolayısıyla Λ ve Ψ nin bir fonksiyonudur. $\log_e L$' yi maksimum yapan $\hat{\Lambda}$ ve $\hat{\Psi}$ değerlerini bulmak isteriz. $\log_e L$ yi maksimum yapmak,

$$F_k(\Lambda,\Psi)=\log|\Sigma|+tr(S\Sigma^{-1})-\log|S|-p$$

fonksiyonunu minimum yapmaya denktir. F_k yazımı Λ nın k tane sütunu olduğunu gösterir. F nin Λ ve Ψ ye göre türevleri,

$$\partial F/\partial\Lambda = 2\Sigma^{-1}(\Sigma-S)\Sigma^{-1}\Lambda$$
$$\partial F/\partial\Psi = diag\left[\Sigma^{-1}(\Sigma-S)\Sigma^{-1}\right]$$

şeklindedir. F_k nın minimumunu iki aşamada buluruz. Önce verilen Ψ için $F_k(\Psi)$ ile gösterilen koşullu minimumu buluruz. Daha sonra F_k yı minimum yapan Ψ yi buluruz.

$$\partial F/\partial\Lambda=0 \text{ ve } \Delta=\Lambda'\Psi^{-1}\Lambda$$

köşegen olacak şekilde Λ yı elde ederiz. Λ, verilen Ψ için F_k yı minimum yapar ve tekliği sağlar.

$$\partial F/\partial\Lambda=0$$

eşitliğinden ,

$$\Sigma^{-1}(\Sigma-S)\Sigma^{-1}\Lambda = 0 \qquad (3.14)$$

elde ederiz. Bu eşitliği soldan Σ ile çarparak

$$(\Sigma-S)\Sigma^{-1}\Lambda=0 \qquad (3.15)$$

elde ederiz. Bu denklemleri daha basit şekilde ifade edebilmek için;

$$\Sigma^{-1} = \Psi^{-1} - \Psi^{-1}\Lambda(I+\Delta)^{-1}\Lambda'\Psi^{-1} \tag{3.16}$$

ve

$$\Delta = \Lambda'\Psi^{-1}\Lambda \tag{3.17}$$

eşitliklerini kullanırız. (3.16) eşitliğini sağdan Λ ile çarpımından,

$$\Sigma^{-1}\Lambda = \Psi^{-1}\Lambda(I+\Delta)^{-1} \tag{3.18}$$

elde edilir. (3.18) eşitliğini kullanarak (3.15) eşitliği

$$(\Sigma - S)\Psi^{-1}\Lambda(I+\Delta)^{-1} = 0 \tag{3.19}$$

şekline gelir. Bu eşitliğin sağdan $(I+\Delta)$ ile çarpımıyla ve Σ yerine $\Lambda\Lambda' + \Psi$ yazımıyla,

$$(\Lambda\Lambda' + \Psi - S)\Psi^{-1}\Lambda = 0 \tag{3.20}$$

elde edilir. Buradan (3.20) eşitliği,

$$S\Psi^{-1}\Lambda = \Lambda(I+\Delta) \tag{3.21}$$

şekline gelir. Bu denklemi sağlayan Λ yı Λ_0 ile gösterelim. (3.21) denkleminin soldan $\Psi^{-1/2}$ ile çarpımıyla,

$$\left(\Psi^{-1/2}S\Psi^{-1/2}\right)\left(\Psi^{-1/2}\Lambda_0\right) = \left(\Psi^{-1/2}\Lambda_0\right)(I+\Delta_0) \tag{3.22}$$

$$\Delta_0 = \Lambda_0'\Psi^{-1}\Lambda_0$$

elde edilir. Δ_0 köşegen olduğundan, $\Psi^{-1/2}\Lambda_0$ matrisinin sütunları,

$$S^* = \Psi^{-1/2} S \Psi^{-1/2}$$

şeklinde tanımlanan S^* matrisinin özvektörleri, $(I+\Delta_0)$ matrisinin köşegen elemanları S^* nın bu özvektörlere karşılık gelen k tane en büyük özdeğerleridir. Θ, köşegeninde $\Theta_1, \Theta_2, ..., \Theta_k$ özdeğerleri olan köşegen matris, bu özdeğerlere karşılık gelen standartlaştırılmış formda özdeğer sütun vektörleri $w_1, w_2, ..., w_k$ olsun. Bu vektörlerin oluşturduğu matrisi Ω_{pxk} ile gösterelim. Ω, $\Omega'\Omega = I_k$ ve $S^*\Omega = \Omega\Theta$ koşullarını sağlar. Eğer,

$$\Psi^{-1/2}\Lambda_0 = \Omega(\Theta - I)^{1/2}$$

ve

$$\Delta_0 = \Lambda_0'\Psi^{-1}\Lambda_0 = \Theta - I$$

eşitliklerini (3.22) eşitliğinde yerine yazarsak, $S^*\Omega = \Omega\Theta$ eşitliği elde edilir. Böylece Λ_0,

$$\Lambda_0 = \Psi^{1/2}\Omega(\Theta - I)^{1/2}$$

eşitliğiyle tanımlanır. Λ_0 ın tanımıyla,

$$F_k(\Psi) = \min_{\Lambda} F_k(\Lambda, \Psi) = F_k(\Lambda_0, \Psi) \qquad (3.23)$$

olur. Buradan,

$$F_k(\Psi)=\log|\Sigma_0|+tr\left(S\Sigma_0^{-1}\right)-\log|S|-p$$

ve

$$\Sigma_0=\Lambda_0\Lambda_0'+\Psi$$

bulunur.

F_k yı S^* nın $(p-k)$ tane en küçük özdeğeri $\Theta_{k+1},\Theta_{k+2},.....,\Theta_p$ cinsinden açıklayalım.

$$\Psi^{-1/2}\Sigma_0\Psi^{-1/2}=I+\Psi^{-1/2}\Lambda_0\Lambda_0'\Psi^{-1/2}=I+\Omega(\Theta-I)\Omega'$$

matrisini göz önünde bulunduralım. Bu matrisin $\Theta_1,\Theta_2,.....,\Theta_p$ özdeğerlerinin $(p-k)$ tanesi 1 dir. Böylece,

$$|\Sigma_0|/|\Psi|=\left|\Psi^{-1/2}\Sigma_0\Psi^{-1/2}\right|=\theta_1\theta_2.....\theta_k$$

ve

$$|\Sigma_0|=(\theta_1\theta_2.....\theta_k)|\Psi|$$

olur. Aynı zamanda $|S|$,

$$|S|=\left|\Psi^{1/2}S^*\Psi^{1/2}\right|=|S^*||\Psi|=(\theta_1\theta_2.....\theta_p)|\Psi|$$

şeklinde yazılabilir. (3.15) eşitliğinde, Σ ve Λ yerine sırasıyla Σ_0 ve Λ_0 yazılarak,

$$S\Sigma_0^{-1}\Lambda_0=\Lambda_0$$

şeklinde yazılabilir. Bu sonuçların kullanılmasıyla,

$$S\Sigma_0^{-1} = S\Sigma_0^{-1}(\Sigma_0 - \Lambda_0\Lambda_0')\Psi^{-1} = S\Psi^{-1} - \Lambda_0\Lambda_0'\Psi^{-1}$$

buluruz. Böylece,

$$\begin{aligned} tr(S\Sigma_0^{-1}) &= tr(S\Psi^{-1}) - tr(\Lambda_0\Lambda_0'\Psi^{-1}) \\ &= tr(\Psi^{-1/2}S\Psi^{-1/2}) - tr(\Lambda_0'\Psi^{-1}\Lambda_0) = tr(S^*) - tr(\Theta - I) \\ &= (\Theta_1 + \Theta_2 + \ldots\ldots + \Theta_p) - [(\Theta_1 - 1) + (\Theta_2 - 1)\ldots\ldots(\Theta_k - 1)] \\ &= (\Theta_{k+1} + \Theta_{k+2} + \ldots\ldots + \Theta_p) + k \end{aligned}$$

olur. Bulunan bu denklemleri $|\Sigma_0|$, $|S|$ ve $tr(S\Sigma_0^{-1})$ için (3.23) denkleminde yerine yazarsak,

$$F_k(\Psi) = \sum_{m=k+1}^{p}(\Theta_m - \log_e \Theta_m) - (p-k) \qquad (3.24)$$

elde edilir. (3.24) denkleminin sağ tarafindaki $\Theta_{k+1}, \Theta_{k+2}, \ldots\ldots, \Theta_p$'leri $\Theta_1, \Theta_2, \ldots\ldots, \Theta_k$ larla yer değiştiriz. Yer değiştirilen özdeğer 1'den büyük olmalı aksi durumda Λ nın karşılık gelen sütunundaki elemanlar sanal olur. $x > 1$ için, $x - \log_e x$ fonksiyonu x in artan fonksiyonu olduğundan, $F_k(\Psi)$ artan fonksiyondur.

F_k nın Ψ nin elemanları ve S^* nın k en büyük özdeğerleri cinsinden ifade edilişi,

$$\begin{aligned} f_k(\Psi) &= \log(\Theta_1\Theta_2\ldots\ldots\Theta_k) - (\Theta_1 + \Theta_2 + \ldots\ldots + \Theta_k) - log|S| \\ &\quad + \log(\Psi_1\Psi_2\ldots\ldots\Psi_p) + tr(S^*) - (p-k) \end{aligned}$$

$$tr(S^*) = \sum_i \left(s_{ii} / \Psi_i \right)$$

şeklinde olur. Bu yöntemin ikinci işlemi $F(\Psi)$ yi minimum yapan Ψ yi bulmaktır. Bunun için köşegen elemanları $\frac{\partial F}{\partial \psi_i}(i=1,2,\ldots\ldots,p)$ olan $\frac{\partial F}{\partial \Psi}$ köşegen matrisini bulmak gereklidir. Bu matriste $\Lambda = \Lambda_0$ yazıldığında,

$$\partial F/\partial \Psi = diag\left[\Sigma_0^{-1}(\Sigma_0 - S)\Sigma_0^{-1}\right]$$

elde ederiz. (3.16) ve (3.19) denklemlerinin kullanılmasıyla

$$\Sigma_0^{-1}(\Sigma_0 - S)\Sigma_0^{-1} = \Psi^{-1}(\Sigma_0 - S)\Psi^{-1} \tag{3.25}$$

eşitliğini buluruz. Böylece,

$$\partial F/\partial \Psi = diag\left[\Psi^{-1}(\Lambda_0\Lambda_0' + \Psi - S)\Psi^{-1}\right]$$

bulunur. $F(\Psi)$ yi minimum yapan Ψ yi bulmak için $\partial F/\partial \Psi = 0$ eşitliğinden

$$diag(\Lambda_0\Lambda_0' + \Psi - S) = 0$$

elde edilir. Buradan,

$$\Psi = diag(S - \Lambda_0\Lambda_0')$$

bulunur (Lawley and Maxwell, 1971).

3.9. Faktör Analizi Modelinde Teklik Bileşenlerini Belirlemek İçin Genelleştirilmiş İnvers Kullanımı

Bilindiği gibi faktör analizi modelinde; x_{px1} rastgele vektörünün varyans-kovaryans matrisi,

$$\Sigma_{pxp} = \Lambda_{pxk}\Lambda'_{kxp} + \Psi_{pxp}$$

formundadır.

Albert (1944a),

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \Sigma_{13} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} & \Sigma_{23} \\ \Sigma_{31} & \Sigma_{32} & \Sigma_{33} \end{bmatrix}$$

olmak üzere Σ'nın köşegen elemanlarını içermeyen alt matrislerinin en büyük rankının k olduğu kabul edilerek

$$\Sigma_{12} = (\Sigma_{11} - \Psi_1)\Sigma_{21}^{-1}(\Sigma_{22} - \Psi_2)$$
$$\Sigma_{13} = (\Sigma_{11} - \Psi_1)\Sigma_{21}^{-1}\Sigma_{23}$$
$$\Sigma_{32} = \Sigma_{31}\Sigma_{21}^{-1}(\Sigma_{22} - \Psi_2)$$
$$\Sigma_{33} - \Psi_3 = \Sigma_{31}\Sigma_{21}^{-1}\Sigma_{23}$$

ise $\Sigma - \Psi$ nin rankının k olduğunu göstermiştir. Burada; Σ_{11}, $\Sigma_{12} = \Sigma'_{21}$ ve Σ_{22} kxk tipinde alt matrisler ve Σ_{12} tekil olmayan matristir. Ayrıca; Albert(1944b), Σ_{31} ve Σ_{32} nin rankı k ise $\Sigma - \Psi$ nin rankı k olacak şekilde Ψ nin tek türlü belirlenebileceğini göstermiştir. Şuna dikkat edilmelidir ki bu şekilde $\Sigma - \Psi$ nin

rankının k olup olmadığının belirlenmesi işlemi $\Sigma - \Psi$ nin pozitif tanımlı olup olmamasını sağlamaz.

Σ nın $g(\Sigma)$ ile gösterilen $\Psi = g(\Sigma)$ olacak şekilde açık bir fonksiyonu varsa $g(S)$, Ψ nin iyi bir tahmin edicisi olacaktır ve Λ; $(S - g(S))$'den tahmin edilebilir Kano (1989).

Ihara ve Kano (1986) yaptıkları çalışmada $\hat{\Psi} = g(S)$ olacak şekilde bir g fonksiyonunun bulunabildiğini göstermiştir.

Teorem 3.1: Σ^{k}_{12kxn} tam satır ranklı olmak üzere,

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11kxk} & \Sigma_{12kxn} & \Sigma_{13kxt} \\ \Sigma_{21nxk} & \Sigma_{22nxn} & \Sigma_{23nxt} \\ \Sigma_{31txk} & \Sigma_{32txn} & \Sigma_{33txt} \end{bmatrix}_{pxp}$$

olsun. Eğer;

$$\Sigma_{21} = (\Sigma_{22} - \Psi_2)\Sigma_{12}^{-}(\Sigma_{11} - \Psi_1)$$

$$\Sigma_{31} = \Sigma_{32}\Sigma_{12}^{-}(\Sigma_{11} - \Psi_1)$$

$$\Sigma_{23} = (\Sigma_{22} - \Psi_2)\Sigma_{12}^{-}\Sigma_{13}$$

$$\Sigma_{33} - \Psi_3 = \Sigma_{32}\Sigma_{12}^{-}\Sigma_{13}$$

$$(\Sigma_{22} - \Psi_2)(I - \Sigma_{12}^{-}\Sigma_{12}) = O_{nxn}$$

$$\Sigma_{32}(I - \Sigma_{12}^{-}\Sigma_{12}) = O_{txn}$$

ise $(\Sigma - \Psi)$ matrisinin rankı k dır.

Ayrıca; $k = n$, Σ_{13} ve Σ_{23} tam satır ranklı ise bu durumda $(\Sigma - \Psi)$ nin rankı k olacak şekilde Ψ tek türlü belirlenebilir.

İspat: $\Sigma - \Psi$ matrisi soldan elemanter satır işlemleri sonucu elde ettiğimiz

$$P = \begin{bmatrix} I_{kxk} & O_{kxn} & O_{kxt} \\ -(\Sigma_{22} - \Psi_2)_{nxn}\Sigma^{-}_{12nxk} & I_{nxn} & O_{nxt} \\ -\Sigma_{32txn}\Sigma^{-}_{12nxk} & O_{txn} & I_{txt} \end{bmatrix}_{pxp}$$

matrisi ile ve sağ taraftan da elemanter sütun işlemleri sonucu elde ettiğimiz

$$Q = \begin{bmatrix} I_{kxk} & O_{kxn} & O_{kxt} \\ -\Sigma^{-}_{12nxk}(\Sigma_{11} - \Psi_1)_{kxk} & I_{nxn} & -\Sigma^{-}_{12nxk}\Sigma_{13kxt} \\ O_{txk} & O_{txn} & I_{txt} \end{bmatrix}_{pxp}$$

matrisiyle çarpılırsa,

$$P(\Sigma - \Psi)Q = \begin{bmatrix} O & \Sigma_{12} & O \\ -(\Sigma_{22} - \Psi_2)\Sigma^{-}_{12}(\Sigma_{11} - \Psi_1) + \Sigma_{21} & -(\Sigma_{22} - \Psi_2)(I - \Sigma^{-}_{12}\Sigma_{12}) & -(\Sigma_{22} - \Psi_2)\Sigma^{-}_{12}\Sigma_{13} + \Sigma_{23} \\ -\Sigma_{32}\Sigma^{-}_{12}(\Sigma_{11} - \Psi_1) + \Sigma_{31} & -\Sigma_{32}\Sigma^{-}_{12}\Sigma_{12} + \Sigma_{32} & -\Sigma_{32}\Sigma^{-}_{12}\Sigma_{13} + \Sigma_{33} - \Psi_3 \end{bmatrix}$$

elde edilir. P ve Q tekil olmayan matrisler olduğundan,

$$r(P(\Sigma - \Psi)Q) = r(\Sigma - \Psi)$$

dır. Böylece; $P(\Sigma - \Psi)Q$ nun dolayısıyla $(\Sigma - \Psi)$'nin rankının k olması için,

$$\Sigma_{21} = (\Sigma_{22} - \Psi_2)\Sigma^{-}_{12}(\Sigma_{11} - \Psi_1) \tag{3.26}$$

$$\Sigma_{31} = \Sigma_{32}\Sigma^{-}_{12}(\Sigma_{11} - \Psi_1) \tag{3.27}$$

$$\Sigma_{23} = (\Sigma_{22} - \Psi_2)\Sigma^{-}_{12}\Sigma_{13} \tag{3.28}$$

$$\Sigma_{33} - \Psi_3 = \Sigma_{32}\Sigma^{-}_{12}\Sigma_{13} \tag{3.29}$$

$$(\Sigma_{22} - \Psi_2)(I - \Sigma^{-}_{12}\Sigma_{12}) = O_{nxn} \tag{3.30}$$

$$\Sigma_{32}(I - \Sigma^{-}_{12}\Sigma_{12}) = O_{txn} \tag{3.31}$$

olmalıdır.

(3.27) denklemi sol taraftan sırasıyla; Σ_{32}^{-} ve Σ_{12} ile çarpılırsa,

$$\Sigma_{12}\Sigma_{32}^{-}\Sigma_{31} = \Sigma_{11} - \Psi_1$$

elde edilir. Buradan,

$$\Psi_1 = \Sigma_{11} - \Sigma_{12}\Sigma_{32}^{-}\Sigma_{31} \tag{3.32}$$

bulunur.

(3.28) eşitliğini sağ taraftan sırasıyla; Σ_{13}^{-} ve Σ_{12} ile çarpalım:

$$\Sigma_{23}\Sigma_{13}^{-}\Sigma_{12} = (\Sigma_{22} - \Psi_2)\Sigma_{12}^{-}\Sigma_{12} \tag{3.33}$$

olur. (3.30) denkleminden dolayı (3.33) denkleminin sağ tarafı $(\Sigma_{22} - \Psi_2)$'ye eşit olacağından;

$$\Sigma_{23}\Sigma_{13}^{-}\Sigma_{12} = \Sigma_{22} - \Psi_2$$

$$\Psi_2 = \Sigma_{22} - \Sigma_{23}\Sigma_{13}^{-}\Sigma_{12} \tag{3.34}$$

bulunur.

(3.29) eşitliğinden de

$$\Psi_3 = \Sigma_{33} - \Sigma_{32}\Sigma_{12}^{-}\Sigma_{13} \tag{3.35}$$

elde edilir. Böylece Ψ tek türlü belirlenebilir. (3.32), (3.34) ve (3.35) denklemlerinden Ψ_i'lerin tahmin edicileri sırasıyla;

$$\hat{\Psi}_1 = S_{11} - S_{12}S_{32}^{-}S_{31}$$

$$\hat{\Psi}_2 = S_{22} - S_{23}S_{13}^{-}S_{12}$$

$$\hat{\Psi}_3 = S_{33} - S_{32}S_{12}^{-}S_{13}$$

olarak bulunur. Böylece ispat tamamlanmış olur.

Kano (1989); Λ matrisini

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{1_{1\times k}} \\ \Lambda_{2_{k_2\times k}} \\ \Lambda_{3_{k_3\times k}} \end{bmatrix}$$

şeklinde parçalayarak Anderson ve Rubin(1956) koşulu altında rank Λ_2 = rank $\Lambda_3 = k$ tam sütun ranklı olacağından;

$$\lambda_1 = a_2'\Lambda_2 = a_3'\Lambda_3$$

olacak şekilde k_2 boyutlu a_2 ve k_3 boyutlu a_3 vektörü olduğunu belirtmiştir. Böylece;

$$\lambda_1\lambda_1' = a_3'\Lambda_3\Lambda_2'a_2 = a_3'\Lambda_3\Lambda_2'\left(\Lambda_3\Lambda_2'\right)^{-}\Lambda_3\Lambda_2'a_2$$

$$= \lambda_1\Lambda_2'\left(\Lambda_3\Lambda_2'\right)^{-}\Lambda_3\lambda_1' = \sigma_{12}\Sigma_{32}^{-}\sigma_{31}$$

olur. Buradan

$$\psi_1 = \sigma_{11} - \sigma_{12}\Sigma_{32}^{-}\sigma_{31} \qquad (3.36)$$

elde etmiştir. Görüldüğü gibi (3.32) eşitliği $k = 1$ için yazılırsa (3.36) eşitliği elde edilir.

4. FAKTÖR ANALİZİ MODELİNDE DÖNME

4.1. Faktör Döndürmesi

Faktör çıkarma yöntemlerinden bir sonraki adım; faktörleri daha iyi yorumlayabilmek amacıyla "döndürme" yapılmasıdır.

Araştırmacı, bir faktör analizi yöntemini uygulayarak elde ettiği k tane önemli faktörü, "bağımsızlık, yorumlamada açıklık ve anlamlılık" sağlamak amacıyla bir eksen döndürmesine tabii tutabilir. Eksenlerin döndürülmesi sonrasında değişkenlerin bir faktördeki yükü artarken, diğer faktörlerdeki yükleri azalır. Böylece faktörler, kendileriyle yüksek ilişki veren değişkenleri bulurlar ve faktörler daha kolay yorumlanabilir (Büyüköztürk, 2002).

(3.1) modelindeki faktörlerin bağımsız,

$$f \sim N_p(0,\mathrm{I})$$

normal dağımlı olduğu kabul edilir. Böylece f faktörünün, soldan Γ_{pxp} ortogonal matrisiyle çarpılmasından,

$$f^* = \Gamma f \sim N_p(0,\mathrm{I}) \qquad (4.1)$$

elde edilir. (3.1) modeli

$$x = \Lambda f + e = \Lambda \Gamma'\Gamma f + e = \Lambda \Gamma' f^* + e$$

olarak yazılır. Buradan, faktör yüklerinin ortogonal bir matrisle sağdan çarpılması faktörlerin döndürülmesi işlemine denk olduğu sonucuna varılır. Faktörlerin bağımsız olma koşulunu esnekleştirmek istersek, f faktörlerinin soldan bir A matrisi ile çarpılmasından,

$$f^{**} = \mathrm{A} f$$

elde edilir. Böylece (4.1) eşitliği

$$x = \Lambda f + e = \Lambda \mathrm{A}^{-1}\mathrm{A} f + e = \Lambda \mathrm{A}^{-1} f^{**} + e$$

olur. Burada $f^{**} \sim N_p(0, AA')$ dır. Faktörlerin böyle bir dönüşümü eğik olarak adlandırılır. Eğik döndürmenin avantajı daha kolay yorumlanabilir faktörleri vermeye eğilim göstermesidir. Fakat elde edilen bu faktörler bağımsız değildir (Srivastava, 2002).

Faktör döndürmesinde iki yöntem kullanılmaktadır. Bunlardan birincisi 90^0lik açı ile döndürmedir. Buna dik döndürme adı verilir. İkinci yöntemde ise her faktör birbirinden bağımsız olarak döndürülür. Eğik döndürme adı verilen bu yöntemde eksenlerin birbirlerine dik olması gerekli değildir, eğik döndürme farklı açılarla yapılmaktadır. Sonuç olarak, iki döndürme yöntemi arasındaki en önemli istatistiksel farklılık; dik döndürmede faktörler ilişkisiz iken, eğik döndürmede ilişkilidir.

Birçok araştırmacı, eğik döndürmenin dik döndürmeden her zaman daha üstün olduğunu savunmakta ve bu üstünlükleri şöyle sıralamaktadır:

i) Bazı durumlarda diklik bir koşul olmadığı için daha yüksek yüklü basit yapı verir.

ii) Dik faktörlerde yükler -1 ve +1 arasındadır. Eğik döndürmede bazı yüklerin 1'den büyük olması durumları ile de karşılaşılabilir. Bu değerler 1 olarak değerlendirilir ve yüklerin mükemmel olduğu anlamına gelir.

Eğik döndürmenin bu üstünlüklerinin yanı sıra bazı zayıf yönleri de bulunmaktadır. Bu yönler şu şekildedir:

i) Değişkenlere ilişkin ortak varyans doğrudan hesaplanamamaktadır.

ii) Her faktörün açıkladığı varyans miktarı dik dönüşümlerde olduğu gibi sütunlardaki yüklerin kareleri toplamından elde edilememektedir (Tatlıdil, 1996).

4.1.1. Dik Döndürme Yöntemleri

Dik döndürmeden sonra, faktör yükleri matrisindeki değerler, faktörlerle değişkenler arasındaki korelasyonları verir. Araştırmacı, anlamlı korelasyonlar için pratik bir kural olarak 0.32 ve bundan daha büyük değerleri yorumlar. Comrey ve Lee (1992),

Yük Değeri	*Yorum*
0.71'den büyük ise (varyansın % 50'sini kapsar)	Mükemmel
0.63'den büyük ise (varyansın %40'ını kapsar)	Çok İyi
0.55'den büyük ise (varyansın %30'unu kapsar)	İyi
0.45'den büyük ise (varyansın %20'sini kapsar)	Orta
0.32'den büyük ise (varyansın %10'unu kapsar)	Zayıf

olarak yorumlamayı önerir. Yorumlanacak yüklerin büyüklerinin nerede kesileceği kararı araştırmacının tercihine bağlıdır.

Döndürmedeki amacı daha somut bir biçimde ifade edebilmek için Cooley ve Lohnes (1971) bildirdiğine göre, Thurstone(1947) tarafından geliştirilen basit yapı için önerilen beş koşul aşağıdaki gibidir:

i) Faktör matrisinin her bir satırında en az bir tane sıfır değeri olmalıdır.

ii) Faktör matrisinde k tane ortak faktör varsa her bir sütunda en az k tane sıfır değeri bulunmalıdır.

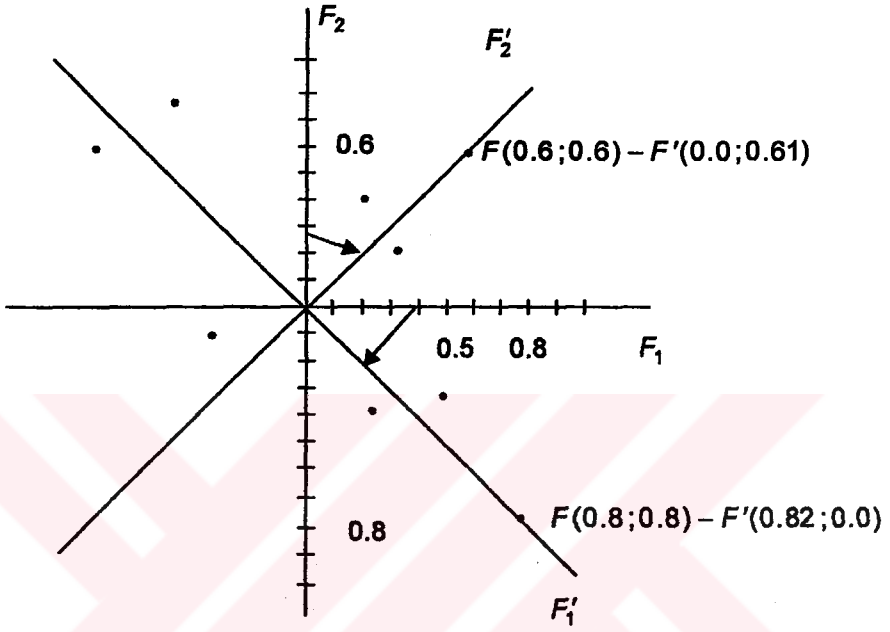
iii) Faktör matrisindeki her bir faktör çiftinin birinde yük değeri görülürken ötekinde görülmemelidir (sıfır olmalıdır).

iv) Faktör sayısı dört ya da daha çok iken, faktör matrisindeki her bir faktör çifti için değişkenlerin büyük çoğunluğunun yük değeri sıfır olmalıdır.

v) Faktör matrisindeki her bir faktör çifti için, sadece az sayıda değişkenin yük değeri olmalıdır.

Faktör analizinde döndürmeler basit yapıya ulaşmayı garanti etmediği gibi döndürmeden sonra elde edilecek faktör sonuçları, elde edilen ilk faktör sonuçlarından daha anlamsız olabilmektedir. Döndürme çalışmalarında basit yapıya ulaşmada iki farklı yol izlenir. Bunlardan biri grafik yöntemi, diğeri sayısal deneme

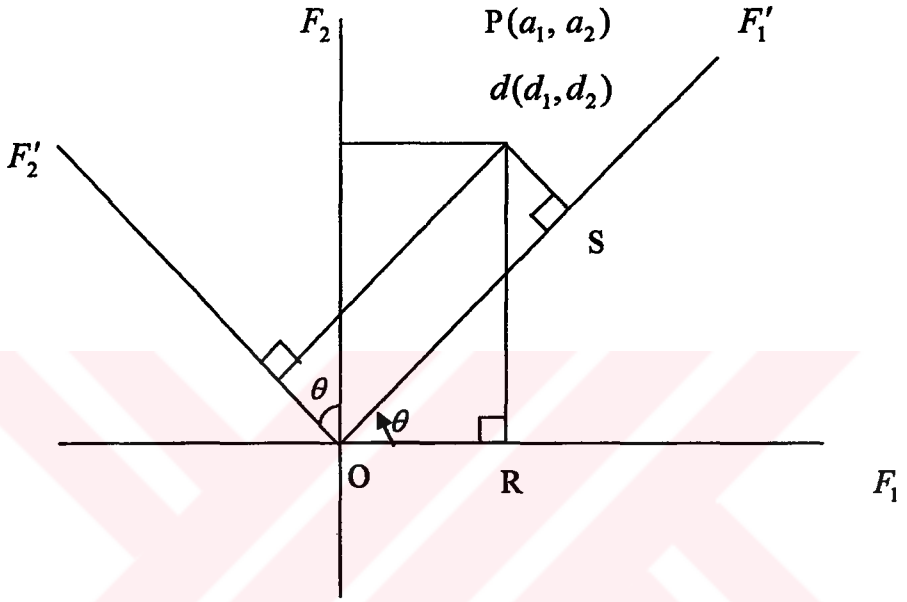
yöntemidir. Şekil 4.1'de basit yapının ne olduğunu ve grafik yöntemi ile basit yapıya nasıl ulaşılacağı gösterilmiştir.



Şekil 4.1. Grafik Yöntemiyle Faktör Döndürmesi (Tatlıdil,1996).

Bu şekilde her değişken bir nokta ile ifade edilmekte ve iki faktör durumu gösterilmektedir. Şekilden de anlaşılacağı gibi F_1 ve F_2 deki faktör yük değerleri, F_1', F_2' ile gösterilen ikinci eksenlerde değişmektedir. Faktör sayısının ikiden çok olması durumunda da faktörler ikişer ikişer ele alınıp döndürülerek daha anlamlı sonuçlar elde edilmeye çalışılır. Döndürme için gerekli matrisi bulmak için, ilk faktör değerlerinden döndürülmüş faktör değerlerinin nasıl bulunduğunu şekil yardımı ile inceleyelim (Tatlıdil, 1996). Ortak faktör uzayının iki boyutlu olduğunu, dolayısıyla düzlemde bulunduğumuzu varsayalım. Her değişken bir nokta ile ifade edilmektedir. Şekil 4.2'de x-değişken vektörü iki faktör düzeyinde P noktası ile gösterilmiştir. Başlangıç durumundaki F_1 ve F_2 ortak faktörlerini gösteren dik eksenlerin orijin etrafında θ açısı ile döndürüldüğünü varsayalım. Değişkenleri gösteren P noktası bu kez yine birbirine dik F_1' ve F_2' eksenleri ile gösterileceklerdir. Yeni F_1' ve F_2'

eksenlerine ait koordinatların (Şekil 4.2'de OS = d_1 ve PS = d_2) bulunması, ilk F_1 ve F_2 eksenlerine ait koordinatlara (Şekil 4.2'de OR=a_1 ve PR=a_2) dayanarak yapılabilir.



Şekil 4.2. Faktör Yüklerinin Döndürme İle Değişimi (Tatlıdil,1996).

Şekilde F eksenleri ile gösterilen ilk faktör yüklerinin F' eksenleri üzerindeki değerlerinin bulunması amacıyla trigonometrik özelliklerden ve izdüşüm değerlerinden yararlanılmaktadır.

$$\text{İzd OR+İzd PR} = \text{İzd OS+İzd SP}$$

$$OR\cos\theta + PR\sin\theta = OS + 0$$

$$-OR\sin\theta + PR\cos\theta = 0 + SP$$

Yeni koordinatlar;

$$OS = OR\cos\theta + PR\sin\theta$$

$$SP = -OR\sin\theta + PR\cos\theta$$

şeklinde yazılabilir. Bu eşitlikler koordinatlar cinsinden yazılırsa,

$$d_1 = a_1 \cos\theta + a_2 \sin\theta$$
$$d_2 = -a_1 \sin\theta + a_2 \cos\theta$$

veya

$$d_1 = a_1 t_{11} + a_2 t_{21}$$
$$d_2 = a_1 t_{12} + a_2 t_{22} \qquad (4.2)$$

bulunur (Tatlıdil, 1996).

n tane noktamız varsa buna bağlı olarak (4.2) denklemini sağlayan n tane eşitlik olacaktır. Böylece matris notasyonuyla (4.2) denklemini

$$D = \Lambda T$$

olarak yazarız. D matrisi, T matrisinin uygun seçimiyle Λ matrisinden elde edilmektedir. Düzlemde dönüşüm yapıyorsak Λ ve D matrisleri $nx2$ tipinde T matrisi ise $2x2$ tipinde olacaktır. T'nin elemanlarının,

$$t_{11}^2 + t_{21}^2 = 1$$
$$t_{12}^2 + t_{22}^2 = 1$$
$$t_{11} t_{12} + t_{21} t_{22} = 0$$

koşullarını sağladığı, dolayısıyla döndürmenin dik olduğunu söyleyebiliriz. t_{ij} katsayılarının bulunmasında serbestlik derecesi sorunu ortaya çıkar. İki faktör ele alındığında, T matrisinin boyutları $2x2$ olduğundan, bu matrisin dört elemanına karşılık sadece üç bağımsız koşul ortaya çıkmakta, dolayısıyla çözümün bir serbestlik derecesi olmaktadır. Üç ortak faktör olması durumunda ise, T matrisinin dokuz elemanına karşılık

$$t_{11}^2+t_{21}^2+t_{31}^2=1$$
$$t_{12}^2+t_{22}^2+t_{32}^2=1$$
$$t_{13}^2+t_{23}^2+t_{33}^2=1$$
$$t_{11}t_{12}+t_{21}t_{22}+t_{31}t_{32}=0$$
$$t_{11}t_{13}+t_{21}t_{23}+t_{31}t_{33}=0$$
$$t_{12}t_{13}+t_{22}t_{23}+t_{32}t_{33}=0$$

altı bağımsız koşul ve sonuçta da üç serbestlik derecesi ortaya çıkacaktır (Harman, 1968).

$$D=\Lambda T$$

denkleminde $k=2$ olması durumunda, eğer döndürmeyi saat yönünde yaparsak T matrisimiz;

$$\mathrm{T}=\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$$

saat yönünün zıt yönünde döndürme yaparsak,

$$\mathrm{T}=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$$

olacaktır. İki faktör olması durumunda, değişkenlerin kümesi gözle açıkça görülür ve bu kümelerden döndürülmüş yüklerin büyüklüklerini incelemeden ortak faktörleri belirleyebiliriz. Öte yandan; $k>2$ için dönüşümü göz önünde canlandırmak kolay değildir ve orijinal verinin anlamlı yorumunu yapmak için, döndürülmüş yüklerin büyüklükleri incelenmelidir (Johnson ve Wichern, 2002).

Buraya kadar, geometrik döndürmeden söz ettik. Fakat bu yöntem zaman kaybettirici ve şansa bağlı sonuçlar vermesi nedeniyle pek önerilmemektedir. Analitik döndürme olarak bilinen ikinci yol ise asıl döndürme yöntemi olarak bilinir. Şimdi bu yöntemleri inceleyelim:

Faktörlerin daha anlamlı sonuçlar vermesi için her seferde $k-2$ tanesi sabit tutularak ikişer ikişer diklik özelliği bozulmayacak şekilde döndürülmesini sağlayan pek çok dik döndürme yöntemlerinden en yaygın olarak kullanılanları; Quartimax, Varimax, Orthomax, Biquartimax ve Equamax yöntemleridir.

4.1.1.1. Quartimax Yöntemi

Eğer değişkenler mümkün olduğunca az sayıda faktörlerle ilişkili olacaksa, o zaman quartimax yöntemi kullanılır (Neuhaus ve Wrigley, 1954).

Bu yöntem, D faktör matrisinin satırlarını basitleştirmeyi amaçlar. Her bir değişkenin yükleri değişir böylece her bir değişken olabildiğince az faktör üzerinde yüksek yüklere ve kalan diğer faktörler üzerinde ise sıfır ya da sıfıra yakın yüklere sahiptir. Harman (1968) bildirdiğine göre, satırları basitleştiren yöntemleri ilk ortaya koyanların Carroll (1953), Saunders (1953), Neuhaus ve Wringley (1954) ve Ferguson (1954) olduğunu belirtmektedir. Bu yöntemlerin cebirsel olarak aynı olduğu ve quartimax yöntemi olarak sınıflandırıldığı Harman (1968) tarafından gösterilmiştir.

Quartimax yönteminin amacı, orijinal Λ faktör matrisini, yüklerinin karelerinin varyansı maksimum olan yeni bir D faktör matrisine taşıyan T ortogonal dönüşümüne karar vermektir. p değişkenli k faktörlü faktör modelinde faktör yüklerinin karelerinin varyansı

$$Var(DD') = \frac{1}{pk}\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k}\left(d_{ij}^{\,2} - \bar{d}^{2}\right)^{2} \tag{4.3}$$

dır. Burada faktör yüklerinin karelerinin ortalaması

$$\bar{d}^2 = \frac{1}{pk}\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} d_{ij}^{\ 2}$$

dır. Böylece (4.3) eşitliği

$$Q = \frac{1}{pk}\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} d_{ij}^{\ 4} - \left(\bar{d}^2\right)^2 \qquad (4.4)$$

şekline gelir. (4.4) denklemi gibi maksimum yapılan quartimax kriteridir (Neuhaus ve Wrigley 1954).

4.1.1.2. Varimax Yöntemi

Kaiser (1958) tarafından önerilen bu yöntem quartimax yönteminin bir değişimidir. Varimax yönteminde de faktör varyansları en büyük olacak şekilde döndürme yapılır.

$$D = (d_{ij}) = \hat{\Lambda}\Gamma$$

eşitliğinde, Γ_{kxk} ortogonal bir matris ($\Gamma\Gamma' = I_k$), D dik dönüştürülmüş yüklerin matrisi ve

$$d_j = \sum_{i=1}^{p} d_{ij}^2 \qquad j = 1,2,.....,k$$

olmak üzere

$$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{p}\left(d_{ij}^2 - p^{-1}d_j\right)^2 \tag{4.5}$$

eşitliği maksimum yapılır. Böyle bir yöntem, D'nin sütunlarını ya mutlak değerce büyük değerli ya da 0 değerli yapmaya çalışır. Böylece, yöntem değişkenlerle güçlü ilişkileri veren faktörleri ya da hiç ilişkili olmayan faktörleri verir.

$$h_i^2 = \sum_{j=1}^{k} d_{ij}^2 = \sum_{j=1}^{k} \hat{\lambda}_{ij}^2$$

h_i^2, i. değişkenle tüm k faktörleri arasındaki ortak varyansı göstermektedir. Bu ortak varyans dik dönüşüm altında değişmez. Burada, λ_{ij} dönüştürülmemiş faktör yüklerini göstermektedir (Srivastava, 2002).

Kaiser (1958) varimax yöntemini; faktör yük matrisinin her bir kolonunun normalize edilmesiyle elde edilen yüklerin varyanslarının toplamının maksimum yapılması olarak tanımlar ve (4.5) eşitliğini maksimum yapma yerine, $d_{ij}^* = d_{ij}/h_i$ olmak üzere,

$$V = \frac{1}{p^2}\sum_{j=1}^{k}\left[p\sum_{i=1}^{p} d_{ij}^{*4} - \left(\sum_{i=1}^{p} d_{ij}^{*2}\right)^2 \right]$$

fonksiyonunu maksimum yapmayı önerir.

4.1.1.3. Orthomax Yöntemi

Bu yöntem yukarıdaki iki yöntemde kullanılan Q ve V fonksiyonlarından elde edilen R fonksiyonunun maksimum yapılması esasına dayanır ve

$$MaxR = \alpha Q + \beta V = \sum_{j=1}^{k}\left[\sum_{i=1}^{p} d_{ij}^4 - \gamma\, p^{-1} d_j^{\,2}\right] \tag{4.6}$$

şeklinde tanımlanır. Burada α, β ve γ ağırlık katsayıları olup aralarında $\gamma = \beta/(\alpha+\beta)$ doğrusal ilişkisi bulunmaktadır. Varimax ve quartimax yöntemleri (4.6) eşitliğininin minimum yapılmasından elde edilir. Bu yöntemin önemli bir özelliği, γ ağırlık katsayısına bağlı olarak diğer yöntemlere geçiş sağlamasıdır. Eğer $\gamma = 0$ alınırsa quartimax yöntemi, $\gamma = 1$ alınırsa varimax yöntemi, $\gamma = 0.5$ alınırsa biquartimax yöntemi, $\gamma = k/2$ alınırsa equamax yöntemi elde edilir (Srivastava, 2002).

4.1.1.4. Equamax Yöntemi

Bu yöntem Gorsuch(1974) bildirdiğine göre Saunders (1962) tarafından önerilmiştir. Quartimax ve Varimax yöntemlerinin birleştirilmiş şekli olup, değişkenleri (satır) ve faktörleri (sütun) basitleştirmeyi amaçlar. Pratikte pek sık kullanılmayan bir yöntemdir (Hair ve ark., 1998). Döndürülmüş faktörler üzerinden oluşturulan varyansı yaymak için kullanılır. Varimax yöntemi, quartimax yönteminden daha çok varyansı yayarken, equamax yöntemi varimaxtan daha çok varyansı yayar (Gorsuch, 1974).

4.1.1.5. Dik döndürmenin Özellikleri

Dik döndürmenin özelliklerini şu şekilde sıralayabiliriz:

i) Dik döndürme sonucunda, temel bileşenleri istatistiksel olarak ilişkisizdir. Yani; döndürülmüş faktörler arasındaki açının cosinüsü sıfırdır (Rummel, 1970).

ii) Herhangi bir dik dönüşüm değişkenlerin ortak varyanslarını değiştirmez. Bunun doğruluğu, döndürmeye tabi tutmadan elde edilen faktörlerin ortak varyansı dik döndürmeden elde edilen faktörlerin ortak varyansının karşılaştırılmasıyla sağlanır. Fakat dik dönüşüm sonucunda, verilen bir faktör için değişkenin açıklanan varyans oranı değişir (Rummel, 1970).

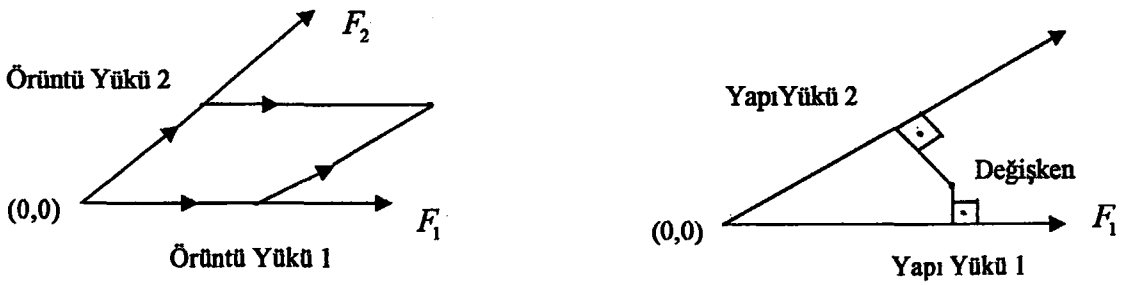
iii) Dik dönüşümle ortak faktörlerce açıklanan toplam varyans miktarı değişmez, fakat bir faktör tarafından açıklanan varyans yüzdesi genelde farklı çıkar (Dillon ve Goldstein, 1984).

iv) Sonuçlanan faktör skorları ilişkisizdir, böylece faktör skorlarının korelasyon matrisi birim matris olacaktır (Kline, 1991).

v) Döndürme sonucu elde edilen faktörlerin sırası döndürmeden önce elde edilen faktörlerin sırasından farklı olabilir (Rummel, 1970).

4.1.2. Eğik Döndürme Yöntemleri

Eğik döndürme yöntemleri son yıllarda çok kullanılan ve daha iyi sonuçlar veren yöntemlerdir. Eğik döndürmeye karar verilmesi durumunda (eksenlerin dik olmaması nedeniyle) araştırmacının faktör yüklerinin yorumlamasında izleyeceği iki yol bulunmaktadır. Değişkenleri gösteren her bir noktanın döndürülmüş eksenler üzerindeki izdüşümlerinin yorumlanmasına ilişkin olan bu yollardan ilkinde; verilen noktaların eksenler üzerindeki izdüşümleri eksenlere paralel doğrular üzerinde bulunur ki bu yük değerlerine örüntü yükleri (pattern loadings) adı verilir. İkinci yolda ise noktaların verilen eksenlere izdüşümleri bu eksenlere dik doğrular ile bulunur ki bu durumda döndürülmüş eksenler üzerindeki yük değerlerine yapı yükleri (structure loadings) adı verilir ve orijinal değişkenlerle faktörler arasındaki gerçek ilişkiyi gösteren katsayılardır. Eğik döndürmede örüntü ve yapı yüklerinin geometrik ifadesi aşağıdaki gibidir:



Şekil 4.3. Eğik Faktör Döndürmesinde Yük Değerleri (Tatlıdil, 1996).

Eğik döndürmede, yukarıdaki gibi döndürmeden sonra elde edilen eksenlere temel eksenler(primary axes) adı verilir. Bu eksenler üzerindeki hangi yüklerin kullanılacağı araştırmacıya kalmıştır. Bu durumda; eğik döndürmenin bir başka özelliği de orijinal ya da temel eğik çözümlerden (temel eksenler üzerindeki yük değerleri) düzeltilmiş ya da kaynak(reference) çözüme geçebilmesidir. Düzeltilmiş çözüme ulaşabilmek için önce kaynak eksenler(reference axes) oluşturulur. Bundan amaç, basit yapıya ulaşıldığında daha çok sayıda sıfır değerli elemanları olan bir matrisin elde edilmek istenmesidir. Kaynak eksenler temel eksenlere dik yeni eksenlerdir. Temel eksenlerde olduğu gibi kaynak eksenler üzerinde de örüntü ve yapı yükleri bulunmaktadır. Ancak temel eksenden farklı olarak burada kaynak örüntü yükleri gerçek ilişki katsayıları iken, kaynak yapı yükleri ilişki katsayıları değildir. Yani temel eksenlerin tersine bir durum söz konusudur.

Gerçek ilişki katsayıları olmamalarına karşın döndürülmüş eksenlerin yorumunda kaynak yapı yükleri daha sık kullanılmaktadır. A, elde edilen faktör yükleri matrisi Λ_p kaynak eksen döndürme matrisi olmak üzere $V=[v_{jk}]$ ile gösterilen kaynak eksen yapı yükleri matrisi;

$$V = A\Lambda_p = [v_{jk}] \; ; \; j = 1,2,.....,p \;\; \text{ve} \;\; k = 1,2,....., m$$

bağıntısından bulunmaktadır.

Temel ve kaynak eksenlerin kullanıldığı çok sayıda eğik döndürme yöntemi bulunmaktadır. Bu yöntemlerden en yaygın kullanılanları; Oblimax, Quartimin, Covarimin, Biquartimin, Oblimin ve Binoramin yöntemleridir (Tatlıdil, 1996).

4.1.2.1. Oblimax Yöntemi

Saunders (1960) tarafından geliştirilen yöntemin, K ile gösterilen basıklık katsayısının maksimum yapılmasına dayandığını belirtmektedir.

$$MaxK = \sum_{j=1}^{p}\sum_{k=1}^{m} v_{jk}^4 \Big/ \left(\sum_{j=1}^{p}\sum_{k=1}^{m} v_{jk}^2\right)^2 \qquad (4.7)$$

v_{jk} eğik kaynak yapı yükünü gösterir. (4.7) eşitliğinin çözümünde kökler kompleks sayı çıkabilir. Böyle bir durumda verinin eğik basit yapıya uymadığı sonucuna varırız.

4.1.2.2. Quartimin Yöntemi

Bu yöntemde faktör yüklerinin karelerinin çarpımlar toplamının minimum olması amaçlanmaktadır.

$$MinQ = \sum_{j=1}^{p}\sum_{k<l=1}^{m} v_{jk}^2 v_{jl}^2$$

Burada, v_{jk} eğik kaynak yapı yükünü, k ve l ise $k.$ ve $l.$'inci faktörü gösterir. Minimum durumunda, değişken birinci faktör hariç diğer tüm faktörlerde sıfır katsayılıdır (Carroll, 1953).

Oblimax yönteminin sonuçlarına çok yakın sonuçlar veren bu yöntem hesaplama güçlüğü nedeniyle pek tercih edilmemektedir.

4.1.2.3. Covarimin Yöntemi

Kaiser (1958) varimax kriterini

$$MinC = \sum_{k<l=1}^{m}\left\{p\sum_{j=1}^{p}\left(v_{jk}^2/h_j^2\right)\left(v_{jl}^2/h_j^2\right) - \left(\sum_{j=1}^{p} v_{jk}^2/h_j^2\right)\left(\sum_{j=1}^{p} v_{jl}^2/h_j^2\right)\right\}$$

fonksiyonu minimum yapacak kaynak eksen yapı değerleri bulmaya çalışan eğik dönürmeye genişletmeye çalışır. Burada v_{jk}, eğik kaynak yapı yükünü, j ve k; j. ve k.'ıncı faktörü gösterir. Bu yöntem, düşük korelasyonlu faktörler bulmaya çalışır. Covarimin faktörleri, genellikle dik varimax çözümüne oldukça yakındır.

4.1.2.4. Biquartimin Yöntemi

Quartimin ve covarimin çözümleri zıt yönlerde yanlı olduğundan Carroll(1957) bu farkı ayırmıştır. Q ve C sırasıyla Quartimin ve Covarimin fonksiyonları, p ise değişken sayısı olmak üzere, (4.8) eşitliğinde, B ile tanımlanan Biquartimin fonksiyonunun minimum olması amaçlanır.

$$MinB = Q + C/p \tag{4.8}$$

Bu yöntem, genellikle quartimin ve covarimin yöntemlerinden daha çok faktör yükleri ve faktör korelasyonları açısından daha uygun basit yapı çözümünü verir.

4.1.2.5. Oblimin Yöntemi

Yöntemde yine Q ve C sırasıyla Quartimin ve Covarimin fonksiyonları olmak üzere; β_1 ve β_2 özel bir yolla elde edilen ağırlık katsayıları iken (4.9) eşitliğinde tanımlanan Q^* ile tanımlanan Oblimin fonksiyonunun minimum olması amaçlanır.

$$MinQ^* = \beta_1 Q + \frac{\beta_2 C}{p} \tag{4.9}$$

$\gamma = \beta_2 / (\beta_1 + \beta_2)$ olmak üzere, Q ve C fonksiyonları yerine yazılmasıyla; Carroll(1957) oblimin kriterini

$$MinQ^* = \sum_{k<l=1}^{m} \left\{ p\sum_{j=1}^{p} (\frac{v_{jk}^2}{h_j^2})(\frac{v_{jl}^2}{h_j^2}) - \gamma \left[\sum_{j=1}^{p} (\frac{v_{jk}^2}{h_j^2}) \right] \left[\sum_{j=1}^{p} (\frac{v_{jl}^2}{h_j^2}) \right] \right\}$$

eşitliğinin minimum yapılması olarak tanımlar. Oblimin çözümleri tamamen γ değerine bağlıdır. Eğer, $\gamma = 0.5$ ise biquartimin çözümünü, $\gamma = 1.0$ ise covarimin çözümünü, $\gamma = 0.0$ ise quartimin çözümünü elde ederiz.

4.1.2.6. Binoramin Yöntemi

Bu yöntem, oblimin yönteminin özel bir türüdür ve son yıllarda en çok kullanılan yöntemlerden biridir. Yöntemde,

$$MinE = \sum_{k<l=1}^{m} \left\{ \sum_{j=1}^{p} \left(v_{jk}^2 / h_j^2 \right) \left(v_{jl}^2 / h_j^2 \right) \Big/ \left(\sum_{j=1}^{p} v_{jk}^2 / h_j^2 \right) \left(\sum_{j=1}^{p} v_{jl}^2 / h_j^2 \right) \right\}$$

eşitliğinde E ile gösterilen fonksiyonun minimum olması amaçlanır (Tatlıdil, 1996).

4.1.3. Eğik Döndürmenin Özellikleri

i) Faktör skorları birbiriyle ilişkilidir,

ii) Faktör yapı matrisi ile faktör örüntü matrisi arasında oldukça bariz fark vardır,

iii) Faktör yükleri değişken ile faktör arasındaki korelasyon olarak yorumlanabilir (sadece temel faktör yapı matrisi ya da kaynak faktör örüntü matrisi durumunda),

iv) Korelasyon matrisinin ortogonal faktörlerinin olması durumunda, yükler -1 ile 1 arasında değer alır. Eğik döndürmede bazı yükler mutlak değerce 1'den büyük olabilir,

v) Eğik dönüşümde, yüklerden bir değişkenin ortak varyansı hesaplanamaz,

vi) Faktörler tarafından açıklanan varyans yüzdesi yüklerin kareleri toplamından hesaplanamaz (Rummel, 1970).

5. UYGULAMA

Çalışmanın bu bölümünde Türkiye genelinde 19 il ve Türkiye ortalaması olmak üzere 20 farklı bölgede (Bursa, İstanbul, Kocaeli, Denizli, İzmir, Adana, Antalya, İçel, Ankara, Eskişehir, Kayseri, Konya, Samsun, Trabzon, Zonguldak, Erzurum, Malatya, Diyarbakır, Gaziantep, Türkiye ortalaması) tüketilen 15 farklı gıda maddesinin fiyatlarına ait verilerin analizi yapılmıştır. Amaç, gıda fiyatlarıyla ilgili yapılacak olan araştırmada, fazla bilgi kaybı olmadan daha az sayıda olacak şekilde hangi gıda maddelerinin seçilmesi gerektiğini belirlemektir. Analizler SPSS12.0 paket programı kullanılarak yapılmıştır. Faktör analizi; faktör çıkarma yöntemlerinden "Temel Bileşenler Analizi"; "En Çok Olabilirlik Yöntemi (Maksimum Likelihood)"; "Ağırlıklandırılmamış En Küçük Kareler Yöntemi" ve "Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Yöntemi"; faktör döndürme yöntemlerinden ise "Varimax" ve "Quartimax" yöntemi seçilerek yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak yöntemler arasındaki farklar incelenmiştir. Ancak yapılan analiz sonucunda, quartimax yöntemiyle elde edilenlerle varimax yöntemiyle elde edilenler oldukça benzer sonuçlar verdiğinden bu çalışmada quartimax yöntemiyle elde edilen sonuçlara yer verilmemiştir.

Faktör analizi yaparken ilk önce değişkenler arasındaki korelasyonu veren korelasyon matrisini inceleriz. Değişkenlerin ortak faktörleri içermeleri için, değişkenler arasındaki korelasyonların yüksek olmasını isteriz.

Faktörlerin, bütün değişkenlerin varyansına dayandığı varsayıldığından, herhangi bir değişkenin diğer değişkenlerle mutlak değer olarak 0.4'ten daha az korelasyonu olması durumunda, söz konusu değişkenin analize dahil edilmesi uygun olmayabilir (Akgül ve Çevik, 2003).

Bizim örneğimizde de Ek-Tablo 5.2'i incelediğimizde; 15 farklı değişkenden NRMEKMEK ile gösterilen, normal ekmek değişkeni diğer değişkenlerle düşük korelasyona (0.4'ten az) sahip olduğu görülmektedir. Ek-Tablo 5.2 ve Ek-Tablo 5.3'de sırasıyla NRMEKMEK analizdeyken ve NRMEKMEK analizden çıkarıldığında değişkenler arasındaki korelasyon değerleri bulunmaktadır. Elde edilen tüm sonuçlar bu değişkenin analizdeyken ve analizden çıkarılması durumları için verilmiştir.

Ek-Tablo 5.3'te NRMEKMEK değişkeni analizden çıkarıldıktan sonra 14 değişkenin korelasyon matrisi ve karşılık gelen korelasyonların sıfırdan farklı olup olmadığının test edilmesi için kullanılan önem düzeyleri verilmiştir. Bu tabloda, korelasyon değerleri büyük, p-olasılık değerleri ise sıfıra yakın değerler olduğundan verilerin faktör analizi yapmaya uygun olduğu sonucuna varırız.

NRMEKMEK değişkeninin analize dahil edilmesiyle ve çıkarılmasıyla elde edilen ortalama ve standart sapma değerleri sırasıyla Tablo 5.1 ve Tablo 5.2'de verilmiştir.

Tablo 5.1. NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Türkiye'de 20 Farklı Bölgede Tüketilen Gıda Fiyatlarının Ortalama ve Standart Sapma Değerleri

	Ortalama	Std.Sapma	N
NRMEKMEK	1,1882107	,15949292	20
BUGDAYUN	1,0852891	6,752E-02	20
PIRINUNU	3,3598435	,43388874	20
PBERSANI	1,7312658	,19317339	20
PRCBALDO	2,4216773	,21125453	20
MAKARNA	1,0880252	6,361E-02	20
BULGUR	1,1454272	,12143882	20
YUFKA	1,8258634	,28902566	20
SEHRIYE	1,0857555	6,249E-02	20
BIS1SADE	3,5122846	,12126564	20
BIS2BEBE	4,9281291	,41376717	20
YASPASTA	9,4541548	2,96461701	20
KURUPAST	6,6124991	1,46198414	20
BAKLAVA	8,4585603	2,22362367	20
TULUMBA	5,2313820	1,20376497	20

Tablo 5.2. NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Türkiye'de 20 Farklı Bölgede Tüketilen Gıda Fiyatlarının Ortalama ve Standart Sapma Değerleri

	Ortalama	Std. Sapma	N
BUGDAYUN	1,085289	6,752E-02	20
PIRINUNU	3,359843	,43388874	20
PBERSANI	1,731266	,19317339	20
PRCBALDO	2,421677	,21125453	20
MAKARNA	1,088025	6,361E-02	20
BULGUR	1,145427	,12143882	20
YUFKA	1,825863	,28902566	20
SEHRIYE	1,085755	6,249E-02	20
BIS1SADE	3,512285	,12126564	20
BIS2BEBE	4,928129	,41376717	20
YASPASTA	9,454155	2,96461701	20
KURUPAST	6,612499	1,46198414	20
BAKLAVA	8,458560	2,22362367	20
TULUMBA	5,231382	1,20376497	20

Söz konusu verilere faktör analizi yapılmasının uygun olup olmadığını belirlemek için;

H_0 : Korelasyon matrisi birim matristir

H_a : Korelasyon matrisi birim matristen farklıdır

hipotezinin test edilmesi gerekir. Tablo 5.3 ve Tablo 5.4'teki Barlett küresellik testi sonuçlarını incelediğimizde, ki-kare değerinin sırasıyla 225,03 ve 225,50 olması ve ayrıca her iki durum için de p-değerinin 0,000 olmasından dolayı H_0 hipotezi reddedilmiştir. Böylece verilere faktör analizinin uygulanabilir olduğu sonucuna

ulaşılır. NRMEKMEK değişkeni analizdeyken ve analizden çıkarıldıktan sonra sırasıyla Ek-Tablo 5.4 ve Ek-Tablo 5.5'teki anti-image korelasyon katsayıları matrisine bakıldığında elde edilen değerler sıfıra yakın olduğundan, buradan da faktör modelinin kullanımının uygun olduğu sonucuna varırız.

Tablo 5.3 ve Tablo 5.4'deki Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) ölçütünü incelediğimizde NRMEKMEK çıkarılmadan önce KMO = 0,608; çıkarıldıktan sonra KMO = 0,613 olarak elde edilmiş, bu değer yaklaşık % 60 değerine karşılık gelip, faktör analizini uygulamak için orta derece olarak yorumlanmıştır.

Tablo 5.3. NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken KMO ve Barlett Ölçütü

Kaiser-Meyer-Olkin Ölçütü		,608
Bartlett Küresellik Testi	Yaklaşık ki-kare değeri	225,030
	s.d.	105
	p-değeri	,000

Tablo 5.4. NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra KMO ve Barlett Ölçütü

Kaiser-Meyer-Olkin Ölçütü		,613
Bartlett Küresellik Testi	Yaklaşık ki-kare değeri	225,500
	s.d.	91
	p-değeri	,000

Ek-Tablo 5.4 ve Ek-Tablo 5.5'teki anti-image korelasyon katsayıları matrisinin ana köşegeni üzerinde yer alan MSA_i değerleri büyük olduğundan, veri kümesinin analiz için uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

Değişkenlerin ortak faktör içermeleri için, diğer değişkenlerin doğrusal etkileri göz ardı edildiğinde, değişken çiftleri arasındaki kısmi korelasyon katsayılarının küçük olmaları gerekmektedir (George ve Mallery, 2003).

Ek-Tablo 5.4'te NRMEKMEK değişkeninin diğer değişkenlerle kısmi korelasyonlarının küçük olduğu gözlendiğinden bu değişkenin analizden çıkarılmasının pek bir fark yaratmayacağı sonucuna varılmıştır.

5.1. Faktör Analizi İle Türkiye Genelinde En Çok Tüketilen Gıda Fiyatlarının "Temel Bileşenler Analizi (TBA)" ve "Varimax" Yöntemi Kullanılarak İllere Göre Sıralanması

Faktör çıkarma yöntemlerinden temel bileşenler analizi kullanılarak, normal ekmek değişkenini gösteren NRMEKMEK'in analizdeyken ve analizden

çıkarıldıktan sonra elde edilen ortak faktör varyansları (OFV) sırasıyla, Tablo 5.5 ve Tablo 5.6' da sunulmuştur. OFV'ları, analize dahil edilen her bir değişkenin açıkladığı varyans miktarlarını gösterir. Tablo 5.5' teki NRMEKMEK'in ortak faktör varyansı 0,252 olduğundan, bu değer oldukça küçük olup, bu değişkenin faktör çözümü ile iyi uyum göstermediği sonucuna varılmıştır. Tablo 5.5' teki ortak faktör varyans değerleri % 25,2 ile % 91,8 arasındadır. Tablo 5.6' daki değerler ise % 65,4 ile % 91,4 arasında değiştiğinden NRMEKMEK'in analizden çıkarılmasının uygun olduğu yorumu yapılmıştır.

Tablo 5.5. TBA Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Ortak Faktör Varyansları

	Başlangıç Değeri	Ortak Faktör Varyansı
NRMEKMEK	1,000	,252
BUGDAYUN	1,000	,866
PIRINUNU	1,000	,718
PBERSANI	1,000	,841
PRCBALDO	1,000	,918
MAKARNA	1,000	,866
BULGUR	1,000	,707
YUFKA	1,000	,844
SEHRIYE	1,000	,864
BIS1SADE	1,000	,779
BIS2BEBE	1,000	,668
YASPASTA	1,000	,879
KURUPAST	1,000	,857
BAKLAVA	1,000	,654
TULUMBA	1,000	,832

Tablo 5.6. TBA Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Ortak Faktör Varyansları

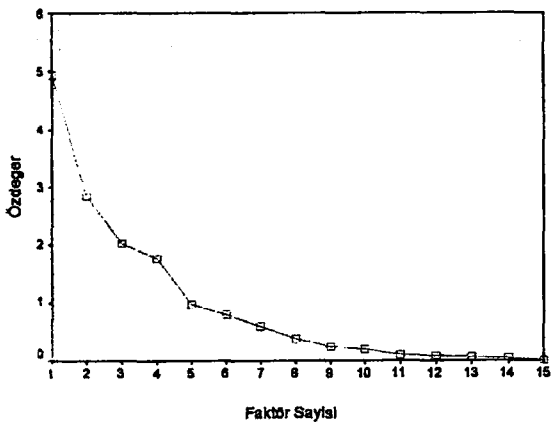
	Başlangıç Değeri	Ortak Faktör Varyansı
BUGDAYUN	1,000	,858
PIRINUNU	1,000	,709
PBERSANI	1,000	,839
PRCBALDO	1,000	,914
MAKARNA	1,000	,869
BULGUR	1,000	,716
YUFKA	1,000	,844
SEHRIYE	1,000	,866
BIS1SADE	1,000	,784
BIS2BEBE	1,000	,710
YASPASTA	1,000	,887
KURUPAST	1,000	,860
BAKLAVA	1,000	,654
TULUMBA	1,000	,863

Temel bileşenler analizi yöntemi kullanılarak elde edilen dört faktöre göre yapılan çözümlemede NRMEKMEK analizdeyken ve analizden çıkarıldıktan sonra özdeğerler, varyans açıklama yüzdeleri ve birikimli varyans sırasıyla EkTablo 5.6 ve Ek-Tablo 5.7'de verilmiştir. Ek-Tablo 5.7'de özdeğerlerin toplamı 14 olup, bu korelasyon matrisinin izine ve orijinal standartlaştırılmış değişkenlerin toplam varyansına eşittir. Başlangıçta analizde özdeğer sayısı kadar faktör vardır. İlk temel bileşen tüm değişkenlerdeki maksimum varyansı açıklar. Ek-Tablo 5.7'de ilk özdeğer varyansın % 34.513'lik kısmını (4,832/14 = 0,345), ikinci özdeğer %20.171

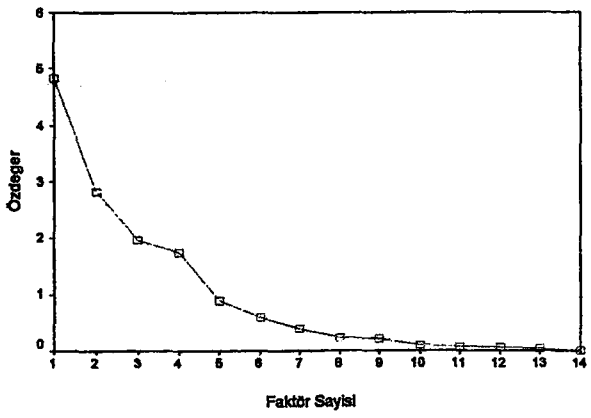
(2,824/14 = 0,201), üçüncü özdeğer % 14,093 (1,973/14 = 0,140) ve dördüncü özdeğer ise % 12,464'lük kısmını (1,745/14 = 0,124) açıklamaktadır. Böylece dört temel bileşen orijinal değişkenlerdeki varyansın % 81,240'lık kısmını (4,832 + 2,824 + 1,973 + 1,745)/14 = 0,812 açıklamaktadır. Benzer şekilde devam edildiğinde temel bileşenlerin varyans açıklama yüzdeleri giderek azalacaktır.

Ek-Tablo 5.6 ve Ek-Tablo 5.7'de "Başlangıç Değerler" sütununda, başlangıç özdeğerlerine bağlı olarak çıkarılan faktörler hakkında bilgi verilmektedir. "Faktörleştirme Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı" sütununda, çıkarılan faktörler hakkında bilgi verilmektedir. Burada yer alan özdeğerler, başlangıç özdeğerleri ile aynıdır. "Faktör Döndürmesi Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı" sütununda yer alan özdeğerler ve varyans açıklama yüzdeleri ise önceki sütunlarda hesaplanan değerlerden farklıdır. Fakat faktör kümesi için birikimli varyans yüzdesi aynı kalmıştır. Döndürme yapıldıktan sonra faktörlerin sayısı ve toplam açıklanan varyans oranı aynı kalırken, faktörlerin her biri ile açıklanan varyans oranında değişme olmuştur.

Faktörleştirme işleminden sonra, analize kaç faktör ile devam edileceğine karar verebilmek için, açıklanan toplam varyans miktarı oldukça önemli bir göstergedir. Ek-Tablo 5.6'da görüleceği üzere, özdeğerleri 1'den büyük olan ilk dört faktörün, toplam varyansı açıklama yüzdesi % 76.976 olarak verilmiştir. Fakat normal ekmek çıkarıldıktan sonra varyansı açıklama yüzdesi Ek-Tablo 5.7'de 81.240 tır. Yani % 19 gibi az bir bilgi kaybıyla değişkenler açıklanmıştır.



Şekil 5.1. NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Çizgi Grafiği



Şekil 5.2. NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Çizgi Grafiği

Şekil 5.1 ve Şekil 5.2'deki çizgi grafiğinden de ilk 4 özdeğerden sonra eğimimiz düzleştiğinden analize ilk 4 faktörle devam edilmiştir.

Tablo 5.7 ve Tablo 5.8'de verilen faktör matrisi, döndürmeye uğramamış faktörlerin her bir değişken üzerindeki faktör yüklerini göstermektedir. Bu katsayılar, her bir faktöre ne kadar ağırlık düştüğünü gösterdiklerinden "Faktör Yükleri" adını alırlar. Tahmin edilen faktörler birbirleri ile ilişkisiz, yani ortogonal olduklarında, faktör yükleri ayrıca faktörler ile değişkenler arasındaki korelasyonu ifade edecektir.

Faktörler ortogonal olsun ya da olmasın faktör yükleri, orijinal değişkenlerin bağımlı ve faktörlerin bağımsız değişkenleri ifade ettiği çoklu regresyon denklemindeki standartlaştırılmış regresyon katsayılarını ifade eder. Faktörler ilişkisiz ise katsayı değerleri de birbirleri ile ilişkisiz olacak ve bu katsayı değerleri, değişkenlerin her bir faktöre sağladığı katkı oranını ifade eder (Norusis, 2002).

Tablo 5.7. TBA Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Rotasyonsuz Faktör Matrisi

	Faktörler			
	1	2	3	4
BULGUR	,745	,223	,188	,259
PIRINUNU	,708	-,281	-,217	-,301
PRCBALDO	,694	,390	-,447	,291
PBERSANI	,668	,295	-,259	,490
BAKLAVA	,660	,102	-,447	-,087
KURUPAST	,634	,602	,230	-,201
MAKARNA	,587	-,559	,174	,423
SEHRIYE	,580	-,544	,235	,419
BIS1SADE	,575	-,534	,397	-,069
NRMEKMEK	,329	,134	,293	-,201
YASPASTA	,551	,655	-,043	-,381
BUGDAYUN	,419	-,598	-,565	-,111
BIS2BEBE	,307	-,468	,383	-,456
TULUMBA	,590	,236	,591	-,281
YUFKA	-,235	,350	,520	,629

Tablo 5.8. TBA Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Rotasyonsuz Faktör Matrisi

	Faktörler			
	1	2	3	4
BULGUR	,745	-,237	,259	,197
PIRINUNU	,705	,274	-,272	-,251
PRCBALDO	,704	-,419	-,367	,328
PBERSANI	,675	-,320	-,161	,505
BAKLAVA	,670	-,126	-,433	-,039
KURUPAST	,616	-,602	,229	-,256
MAKARNA	,596	,550	,224	,402
SEHRIYE	,588	,537	,288	,385
BIS1SADE	,575	,536	,385	-,133
TULUMBA	,574	-,227	,573	-,393
YASPASTA	,538	-,660	-,065	-,397
YUFKA	-,243	-,341	,615	,539
BUGDAYUN	,443	,574	-,575	-,029
BIS2BEBE	,308	,474	,329	-,532

Tablo 5.7 incelendiğinde NRMEKMEK değişkenini analize dahil ettiğimizde en yüksek faktör yüküne sahip olan değişken BULGUR değişkenidir. Bu değişken için, birinci faktör $(0,745)^2$'lik, ikinci faktör $(0,223)^2$'lik, üçüncü faktör $(0,188)^2$'lik,

dördüncü faktör ise $(0,259)^2$'lik bir varyansı açıklayacaktır. Böylelikle bu değişkene ait toplam varyans açıklama oranı: $(0,745)^2 + (0,223)^2 + (0,188)^2 + (0,259)^2 = 0,707179$ olarak bulunmuştur.

Tablo 5.8'de NRMEKMEK değişkenini çıkardığımızda en yüksek faktör yüküne sahip olan değişken yine BULGUR olup, bu değişken için birinci faktör $(0,745)^2$'lik, ikinci faktör $(-0,237)^2$'lik, üçüncü faktör $(0,259)^2$'lik, dördüncü faktör ise $(0,197)^2$'lik bir varyansı açıklayacaktır. Böylelikle bu değişkene ait toplam varyans açıklama oranı: $(0,745)^2 + (-0,237)^2 + (0,259)^2 + (0,197)^2 = 0,717084$ olarak bulunmuştur.

Faktör matrisi, faktörleştirme aşamasında elde edilen faktörler ile değişkenler arasındaki ilişkiyi gösterdiği halde, bu matrise dayanarak anlamlı faktörleri tanımlamak oldukça güçtür. Tablo 5.7 ve Tablo 5.8'deki rotasyonsuz faktör matrisi incelendiğinde PBERSANI, KURUPASTA, MAKARNA, SEHRIYE, BIS1SADE, YASPASTA, BUGDAYUN, BIS2BEBE, TULUMBA ve YUFKA değişkenleri birden fazla faktör ile aynı zamanda yüksek ilişki göstermektedir. Bir değişken birden fazla faktör ile yüksek yüklere sahip olduğundan faktörler arasındaki farklılığın ortaya çıkarılması kolay değildir. Faktör analizinin bir amacı da yakın ilişkili değişkenleri özetleyen kümeler belirleyerek, anlamlı faktörler tanımlamaktır. Bu amaçla kullanılan döndürme işlemi, başlangıç matrisini daha kolay yorumlanabilir bir matrise dönüştürmeyi amaçlar.

Ek-Tablo 5.8 ve Ek-Tablo 5.9'da verilen "Yeniden Üretilmiş Korelasyon Matrisi"nin ana köşegeninde yer alan değerler "Yeniden Üretilmiş Ortak Faktör Varyansları"dır. Bulunan faktör çözümü iyi bir çözüm ise yeniden üretilen korelasyonlar ile gözlenen korelasyonlar birbirlerine yakın değerler alır. Ek-Tablo 5.8 ve Ek-Tablo 5.9'da gözlenen ve yeniden üretilen (tahmin edilen) korelasyon katsayıları arasındaki fark şeklinde tanımlanan "Rezidü"ler de verilmiştir. Ek-Tablo 5.8 ve Ek-Tablo 5.9'daki rezidü matrisi incelendiğinde, sırasıyla mutlak değerce 0.05'ten büyük olan 48 ve 41 rezidü değerinin olduğu belirlenmiştir.

Rezidülerin çoğunlukla küçük olmaları, yeniden üretilen modelin gözlenen verilerle iyi uyum sağladığı anlamına gelir (Field, 2003).

Tablo 5.9 ve Tablo 5.10'da yer alan varimax yöntemi kullanılarak elde edilen "Rotasyonlu Faktör Matrisi" incelendiğinde, BIS2BEBE ve BAKLAVA değişkenleri hariç, diğer değişkenler birkaç faktör yerine, tek bir faktör ile ilişkilidir.

Tablo 5.9. TBA ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Rotasyonlu Faktör Matrisi

	Faktörler			
	1. Faktör	**2. Faktör**	**3. Faktör**	**4. Faktör**
PRCBALDO	**0,927**	0,025	0,155	0,183
PBERSANİ	**0,882**	0,227	0,109	-0,016
BAKLAVA	**0,590**	0,051	0,195	0,515
BULGUR	**0,566**	0,391	0,477	-0,075
BIS2BEBE	**-0,444**	0,430	0,395	0,360
SEHRİYE	0,187	**0,909**	0,011	0,051
MAKARNA	0,215	**0,900**	-0,026	0,092
BIS1SADE	-0,132	**0,767**	0,335	0,246
TULUMBA	0,022	0,245	**0,877**	-0,045
KURUPAST	0,422	-0,085	**0,819**	-0,019
YASPASTA	0,437	-0,337	**0,733**	0,194
NRMEKMEK	0,008	0,104	**0,491**	0,021
YUFKA	0,093	0,096	0,008	**-0,909**
BUGDAYUN	0,182	0,350	-0,286	**0,792**
PIRINUNU	0,230	0,336	0,286	**0,686**

Tablo 5.10. TBA ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Rotasyonlu Faktör Matrisi

	Faktörler			
	1. Faktör	**2. Faktör**	**3. Faktör**	**4. Faktör**
SEHRIYE	**0,906**	-0,042	0,199	0,054
MAKARNA	**0,894**	-0,081	0,231	0,097
BIS1SADE	**0,791**	0,277	-0,161	0,238
TULUMBA	0,308	**0,873**	-0,052	-0,054
KURUPAST	-0,029	**0,857**	0,353	-0,015
YASPASTA	-0,285	**0,796**	0,364	0,199
PRCBALDO	0,032	0,238	**0,902**	0,204
PBERSANI	0,228	0,165	**0,871**	0,004
BAKLAVA	0,064	0,250	**0,556**	0,527
BULGUR	0,422	0,510	**0,523**	-0,067
BIS2BEBE	0,464	0,362	**-0,496**	0,343
YUFKA	0,094	0,007	0,114	**-0,907**
BUGDAYUN	0,331	-0,279	0,184	**0,798**
PIRINUNU	0,352	0,257	0,206	**0,690**

Tablo 5.9'da NRMEKMEK değişkeni analize dahil edilmişken birinci faktör; BIS2BEBE değişkeni ile negatif, PRCBALDO, PBERSANI, BAKLAVA ve BULGUR değişkenleri ile pozitif ilişkiye sahiptir. İkinci faktör; SEHRIYE, MAKARNA ve BIS1SADE değişkenleri ile yüksek pozitif ilişkiye sahiptir. Üçüncü faktör; TULUMBA, KURUPAST, YASPASTA ve NRMEKMEK değişkenleri ile pozitif ilişkiye sahiptir. Dördüncü faktör ise YUFKA ile yüksek negatif, BUGDAYUN ve PIRINUNU ile yüksek pozitif ilişkiye sahiptir.

Tablo 5.10'da NRMEKMEK değişkeni analizden çıkarıldıktan sonra, birinci faktör; SEHRIYE, MAKARNA ve BIS1SADE değişkenleri ile yüksek pozitif ilişkiye sahiptir. İkinci faktör; TULUMBA, KURUPAST ve YASPASTA değişkenleri ile yüksek pozitif ilişkiye sahiptir. Üçüncü faktör; PRCBALDO, PBERSANI, BAKLAVA, BULGUR değişkenleri ile pozitif, BIS2BEBE değişkeni ile negatif ilişkiye sahiptir. Dördüncü faktör; YUFKA ile yüksek negatif, BUGDAYUN ve PIRINUNU ile ise yüksek pozitif ilişkiye sahiptir.

Tablo 5.11. TBA ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Dönüşüm Matrisi

Faktör	1	2	3	4
1	,571	,493	,539	,375
2	,448	-,673	,424	-,407
3	-,471	,381	,550	-,575
4	,501	,398	-,476	-,603

Tablo 5.12. TBA ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Dönüşüm Matrisi

Faktör	1	2	3	4
1	,533	,525	,533	,395
2	,644	-,490	-,445	,383
3	,462	,428	-,384	-,675
4	,295	-,549	,609	-,491

Tablo 5.9 ve Tablo 5.10'da verilen rotasyonlu faktör matrisi, sırasıyla Tablo 5.11 ve Tablo 5.12'de verilen "Faktör Dönüşüm Matrisi" kullanılarak elde edilmiştir. "Faktör Dönüşüm Matrisi" faktör çözümüne uygulanan özel rotasyonu tanımlar. Matematiksel olarak, "Rotasyonsuz Faktör Yükleri" ile "Faktör Dönüşüm Matrisi" çarpıldığında, "Rotasyonlu Faktör Yükleri" elde edilmektedir (Tabachnick ve Fidell, 1996). Örneğin; Tablo 5.7'deki 15x4 boyutlu matrisi ile Tablo 5.11'deki 4x4 boyutlu matris çarpılırsa Tablo 5.9'daki 15x4 matrisi elde edilir.

Faktör skorları katsayı matrisi, her birey için faktör skorlarının hesaplanmasında kullanılan değerleri ifade eder. Her değişken için faktör skorları,

değişken değerleri ile faktör skor katsayılarının çarpılıp toplanması ile hesaplanır. Faktör skor katsayıların tahmin edilmesinde kullanılan birçok yöntem vardır. SPSS paket programında bu yöntemlerde: Anderson ve Rubin, Regresyon ve Barlett olmak üzere üç tanesi kullanılmaktadır (George ve Mallery, 2003). Tablo 5.13 ve Tablo 5.14'te verilen "Faktör Skorları Katsayı Matrisi", Regresyon yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır.

Tablo 5.13. TBA, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorları Katsayı Matrisi

	Faktörler			
	1	2	3	4
NRMEKMEK	-,066	,011	,190	-,009
BUGDAYUN	,055	,053	-,168	,316
PIRINUNU	,003	,029	,057	,259
PBERSANI	,323	,058	-,085	-,085
PRCBALDO	,329	-,042	-,066	,025
MAKARNA	,059	,319	-,086	-,068
BULGUR	,151	,115	,097	-,117
YUFKA	,085	,133	-,001	-,430
SEHRIYE	,045	,326	-,066	-,087
BIS1SADE	-,130	,244	,110	,031
BIS2BEBE	-,257	,111	,191	,137
YASPASTA	,069	-,194	,249	,090
KURUPAST	,058	-,081	,276	-,035
BAKLAVA	,173	-,062	-,011	,193
TULUMBA	-,112	,051	,337	-,061

Tablo 5.14. TBA, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Skorları Katsayı Matrisi

	Faktörler			
	1	2	3	4
BUGDAYUN	,040	-,167	,060	,319
PIRINUNU	,034	,049	,000	,258
PBERSANI	,049	-,065	,332	-,076
PRCBALDO	-,048	-,034	,330	,034
MAKARNA	,312	-,108	,075	-,067
BULGUR	,122	,116	,138	-,115
YUFKA	,131	-,003	,095	-,428
SEHRIYE	,320	-,088	,059	-,086
BIS1SADE	,254	,095	-,143	,025
BIS2BEBE	,129	,190	-,290	,127
YASPASTA	-,174	,284	,038	,088
KURUPAST	-,059	,302	,029	-,037
BAKLAVA	-,063	,013	,164	,197
TULUMBA	,079	,350	-,150	-,069

Tablo 5.15. TBA, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorları Matrisi

İLLER	1.FAKTÖR	2.FAKTÖR	3. FAKTÖR	4.FAKTÖR	FAKTÖRLER TOPLAMI
Diyarbakır	-1,28055	2,26387	1,05778	0,52701	2,56811
İstanbul	1,81863	-0,86851	1,91637	-0,47459	2,39190
Gaziantep	1,98216	0,11524	-1,52242	1,77699	2,35197
Ankara	-0,22543	-0,16760	1,39429	0,87545	1,87671
İçel	-0,17883	0,71744	-0,35860	1,19876	1,37877
Antalya	0,70675	0,09772	0,06758	0,15706	1,02911
İzmir	0,17034	0,54934	0,51666	-0,32868	0,90766
Eskişehir	0,86747	-0,63417	-0,28965	0,74189	0,68554
Zonguldak	-0,21926	2,09503	0,00003	-1,21589	0,65991
Denizli	0,73547	1,09004	-0,62736	-0,68902	0,50913
Bursa	-0,36156	-0,95466	1,29571	0,46777	0,44726
Samsun	-0,16889	-0,31222	-0,65252	1,49445	0,36082
Türkiye	0,08937	-0,17252	0,53570	-0,11375	0,33880
Erzurum	-0,50456	0,34070	0,34620	-0,43375	-0,25141
Adana	-0,62620	0,36924	-1,29068	0,45001	-1,09763
Trabzon	-0,02962	-0,77084	0,31342	-0,77463	-1,26167
Kocaeli	-0,18783	-1,16503	0,54927	-0,71211	-1,51570
Konya	0,63836	-0,18048	-1,09054	-2,39379	-3,02645
Malatya	-2,53769	-1,41642	-0,38516	0,29503	-4,04424
Kayseri	-0,68814	-0,99614	-1,77606	-0,84822	-4,30856

Tablo 5.16. TBA, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Skorları Matrisi

İLLER	1. FAKTÖR	2.FAKTÖR	3. FAKTÖR	4.FAKTÖR	FAKTÖRLER TOPLAMI
İstanbul	-0,75419	2,03043	1,69346	-0,43875	2,53095
Gaziantep	-0,00661	-1,39943	2,07951	1,84228	2,51575
Diyarbakır	2,34899	0,85356	-1,38163	0,47696	2,29788
Ankara	-0,04937	1,49942	-0,41445	0,84966	1,88526
İçel	0,68286	-0,50059	-0,13170	1,20132	1,25189
Antalya	0,11868	0,27464	0,62370	0,16388	1,18090
İzmir	0,56886	0,40934	0,16818	-0,32338	0,82300
Eskişehir	-0,68441	-0,37290	0,95308	0,78110	0,67687
Denizli	1,06402	-0,44855	0,72882	-0,68081	0,66348
Bursa	-0,81342	1,64734	-0,63124	0,42730	0,62998
Samsun	-0,32746	-0,44527	-0,24056	1,48334	0,47005
Zonguldak	2,05957	-0,39895	-0,05371	-1,20992	0,39699
Türkiye	-0,13833	0,52524	0,05851	-0,11416	0,33126
Erzurum	0,35934	0,23804	-0,50351	-0,44637	-0,35250
Adana	0,27196	-1,44735	-0,47878	0,45056	-1,20361
Trabzon	-0,74932	0,31207	-0,00763	-0,77462	-1,21950
Kocaeli	-1,17500	0,23586	-0,06196	-0,69368	-1,69478
Konya	-0,24318	-0,84076	0,69072	-2,38025	-2,77347
Kayseri	-1,08733	-1,52810	-0,63709	-0,86319	-4,11571
Malatya	-1,44568	-0,64405	-2,45372	0,24873	-4,29472

5.2. Faktör Analizi İle Türkiye Genelinde En Çok Tüketilen Gıda Fiyatlarının "Maksimum Likelihood Yöntemi (ML)" ve "Varimax" Yöntemi Kullanılarak İllere Göre Sıralanması

Faktör çıkarma yöntemlerinden "Maksimum Likelihood (ML) Yöntemi" kullanılarak elde edilen, ortak faktör varyansları (OFV) hesaplanmıştır. Elde edilen bu değerler Tablo 5.17 ve Tablo 5.18'de sunulmuştur. Tablo 5.17'deki NRMEKMEK değişkenindeki varyansın yaklaşık % 13'ü faktörler tarafından açıklanmaktadır. Bu değer oldukça küçük olup, bu değişkenin faktör çözümü ile iyi uyum göstermediği sonucuna varılmıştır. Tablo 5.17'deki ortak faktör varyans değerleri % 12,7 ile % 99,9 arasındadır. Tablo 5.18'deki değerler ise % 18,9 ile %99,9 arasında değiştiğinden NRMEKMEK'in analizden çıkarılmasının uygun olduğu yorumu yapılmıştır.

Tablo 5.17. ML Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Ortak Faktör Varyansları

	Başlangıç	Ortak Faktör Varyansı
NRMEKMEK	,321	,127
BUGDAYUN	,798	,788
PIRINUNU	,753	,565
PBERSANI	,929	,852
PRCBALDO	,944	,999
MAKARNA	,985	,982
BULGUR	,866	,591
YUFKA	,759	,845
SEHRIYE	,983	,993
BIS1SADE	,816	,378
BIS2BEBE	,816	,189
YASPASTA	,892	,890
KURUPAST	,903	,942
BAKLAVA	,831	,534
TULUMBA	,805	,662

Tablo 5.18. ML Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Ortak Faktör Varyansları

	Başlangıç Değeri	Ortak Faktör Varyansı
BUGDAYUN	,797	,788
PIRINUNU	,733	,564
PBERSANI	,926	,853
PRCBALDO	,943	,999
MAKARNA	,985	,981
BULGUR	,862	,591
YUFKA	,758	,844
SEHRIYE	,982	,993
BIS1SADE	,805	,377
BIS2BEBE	,813	,189
YASPASTA	,891	,892
KURUPAST	,892	,941
BAKLAVA	,824	,533
TULUMBA	,805	,661

Maksimum likelihood yöntemi kullanılarak elde edilen dört faktöre göre yapılan çözümlemede NRMEKMEK analizdeyken ve çıkarıldıktan sonra özdeğerler, varyans açıklama yüzdeleri ve birikimli varyans EkTablo 5.12 ve Ek-Tablo 5.13'de verilmiştir.

Ek-Tablo 5.12 ve Ek-Tablo 5.13'de "Faktörleştirme Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı" sütununda yer alan özdeğerler ve varyans açıklama yüzdeleri başlangıç değerlerinden farklıdır. "Faktör Döndürmesi Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı" sütununda yer alan özdeğerler ve varyans açıklama yüzdeleri ise önceki sütunlarda hesaplanan değerlerden farklıdır. Fakat faktör kümesi için birikimli varyans yüzdesi aynı kalmıştır. Faktör döndürmesi yapıldıktan sonra faktörlerin sayısı ve toplam varyansı açıklama oranı değişmeyip, her bir faktörün bireysel olarak açıkladığı oranda farklılık olmuştur. Ek-Tablo 5.12'de görüleceği üzere, "Faktör Döndürmesi Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı" sütununda özdeğerleri 1'den büyük olan ilk dört faktörün, toplam varyansı açıklama yüzdesi % 68,918 olarak verilmiştir. Fakat NRMEKMEK çıkarıldıktan sonra toplam açıklanan varyans yüzdesi Ek-Tablo 5.13 'de 72,908'dir. Yani % 27 bilgi kaybıyla değişkenler açıklanmıştır.

Tablo 5.19. ML Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Rotasyonsuz Faktör Matrisi

	Faktörler			
	1	2	3	4
PRCBALDO	,999	-,035	-,011	-,001
PBERSANI	,882	,111	-,084	-,236
BULGUR	,663	,248	,267	-,134
BAKLAVA	,643	,094	,105	,317
SEHRIYE	,176	,980	,018	-,016
MAKARNA	,201	,970	-,028	,020
BIS1SADE	,107	,575	,087	,167
KURUPAST	,486	-,001	,840	,002
TULUMBA	,131	,235	,768	,003
YASPASTA	,518	-,239	,722	,207
NRMEKMEK	,092	,099	,328	,034
YUFKA	-,081	,017	,094	-,911
BUGDAYUN	,288	,365	-,364	,663
PIRINUNU	,351	,356	,108	,551
BIS2BEBE	-,172	,217	,146	,302

Tablo 5.20. ML Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Rotasyonsuz Faktör Matrisi

	Faktörler			
	1	2	3	4
PRCBALDO	,999	-,038	-,010	-,001
PBERSANI	,882	,109	-,085	-,236
BULGUR	,664	,247	,266	-,134
BAKLAVA	,643	,092	,105	,317
SEHRIYE	,178	,980	,017	-,015
MAKARNA	,204	,969	-,030	,021
BIS1SADE	,108	,575	,084	,168
KURUPAST	,485	-,001	,840	,001
TULUMBA	,132	,236	,767	,003
YASPASTA	,518	-,239	,724	,206
YUFKA	-,081	,019	,093	-,910
BUGDAYUN	,289	,363	-,363	,664
PIRINUNU	,352	,354	,106	,551
BIS2BEBE	-,171	,218	,146	,302

Tablo 5.19 incelendiğinde NRMEKMEK değişkenini analize dahil ettiğimizde en yüksek faktör yüküne sahip olan değişken PRCBALDO değişkenidir. Bu değişken için, birinci faktör $(0,999)^2$'lik, ikinci faktör $(-0,035)^2$'lik, üçüncü faktör $(-0,011)^2$'lik, dördüncü faktör ise $(-0,001)^2$'lik bir varyansı açıklayacaktır. Böylelikle

bu değişkene ait toplam varyans açıklama oranı: $(0,999)^{2'}$ + $(-0,035)^{2'}$+ $(-0,011)^2$ + $(-0,001)^2$ = 0,999348 olarak bulunmuştur.

Tablo 5.20'de NRMEKMEK değişkenini analizden çıkardığımızda en yüksek faktör yüküne sahip olan değişken yine PRCBALDO olup, bu değişken için, birinci faktör $(0,999)^{2'}$lik, ikinci faktör $(-0,038)^{2'}$lik, üçüncü faktör $(-0,010)^{2'}$lik, dördüncü faktör ise $(-0,001)^{2'}$lik bir varyansı açıklayacaktır. Böylelikle bu değişkene ait toplam varyans açıklama oranı: $(0,999)^2$ + $(-0,038)^2$ + $(-0,010)^2$ + $(-0,001)^2$ = 0,999546 olarak bulunmuştur.

Tablo 5.19 ve Tablo 5.20'deki rotasyonsuz faktör matrisi incelendiğinde KURUPASTA ve YASPASTA değişkenleri birden fazla faktör ile aynı zamanda pozitif ilişki göstermektedir.

Tablo 5.21. ML ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Rotasyonlu Faktör Matrisi

	1.Faktör	2.Faktör	3.Faktör	4.Faktör
PRCBALDO	**0,966**	0,004	0,182	0,182
PBERSANI	**0,905**	0,163	0,072	-0,051
BULGUR	**0,606**	0,276	0,384	-0,025
BAKLAVA	**0,532**	0,096	0,254	0,420
BIS2BEBE	**-0,263**	0,187	0,138	0,258
SEHRIYE	0,115	**0,985**	0,070	0,065
MAKARNA	0,142	**0,974**	0,032	0,110
BIS1SADE	0,022	**0,565**	0,130	0,203
KURUPAST	0,322	-0,001	**0,916**	-0,005
YASPASTA	0,346	-0,248	**0,818**	0,201
TULUMBA	-0,019	0,221	**0,781**	-0,049
NRMEKMEK	0,019	0,092	**0,344**	0,017
YUFKA	0,086	0,070	0,004	**-0,912**
BUGDAYUN	0,188	0,342	-0,241	**0,760**
PIRINUNU	0,190	0,331	0,224	**0,608**

Tablo 5.21.'de NRMEKMEK değişkeni analizdeyken birinci faktör; BIS2BEBE hariç, PRCBALDO, PBERSANI, BULGUR ve BAKLAVA değişkenleri ile pozitif ilişkiye sahiptir. İkinci faktör; SEHRIYE, MAKARNA ve BIS1SADE değişkenleri ile pozitif ilişkiye sahiptir. Üçüncü faktör; KURUPAST, YASPASTA, TULUMBA ve NRMEKMEK değişkenleri ile pozitif ilişkiye sahiptir. Dördüncü

faktör ise YUFKA ile negatif, BUGDAYUN ve PIRINUNU ile yüksek pozitif ilişkiye sahiptir.

Tablo 5.22. ML ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Rotasyonlu Faktör Matrisi

	1.Faktör	2.Faktör	3.Faktör	4.Faktör
SEHRIYE	**0,987**	0,119	0,027	0,063
MAKARNA	**0,974**	0,146	-0,009	0,109
BIS1SADE	**0,571**	0,021	0,103	0,201
PRCBALDO	0,009	**0,960**	0,207	0,188
PBERSANI	0,162	**0,904**	0,085	-0,045
BULGUR	0,291	**0,598**	0,385	-0,025
BAKLAVA	0,106	**0,523**	0,265	0,422
BIS2BEBE	0,196	**-0,267**	0,124	0,254
KURUPAST	0,039	0,299	**0,922**	-0,010
YASPASTA	-0,210	0,323	**0,839**	0,198
TULUMBA	0,258	-0,037	**0,768**	-0,055
YUFKA	0,067	0,093	-0,002	**-0,912**
BUGDAYUN	0,331	0,189	-0,246	**0,763**
PIRINUNU	0,342	0,182	0,215	**0,606**

Tablo 5.22'de NRMEKMEK değişkeni analizden çıkarıldıktan sonra, birinci faktör; SEHRIYE, MAKARNA ve BIS1SADE değişkenleri ile pozitif ilişkiye sahiptir. İkinci faktör; BIS2BEBE hariç, PRCBALDO, PBERSANI, BULGUR ve BAKLAVA değişkenleri ile pozitif ilişkiye sahiptir. Üçüncü faktör; KURUPAST, YASPASTA ve TULUMBA değişkenleri ile yüksek pozitif ilişkiye sahiptir. Dördüncü faktör ise YUFKA ile yüksek negatif, BUGDAYUN ve PIRINUNU ile yüksek pozitif ilişkiye sahiptir.

Tablo 5.23. ML ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Dönüşüm Matrisi

Faktörler	1	2	3	4
1	,963	,039	,193	,184
2	-,055	,997	,020	,053
3	-,173	-,023	,978	-,116
4	-,200	-,064	,079	,975

Tablo 5.24. ML ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Dönüşüm Matrisi

Faktörler	1	2	3	4
1	,047	,957	,216	,190
2	,997	-,053	-,027	,048
3	,022	-,196	,972	-,124
4	-,055	-,209	,083	,973

Tablo 5.25. ML, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorları Katsayı Matrisi

	Faktörler			
	1	2	3	4
NRMEKMEK	-,004	,000	,018	,002
BUGDAYUN	-,045	-,008	-,056	,304
PIRINUNU	-,026	-,004	,021	,118
PBERSANI	,041	,015	-,037	-,146
PRCBALDO	1,068	-,128	-,316	,095
MAKARNA	-,013	,281	-,057	,127
BULGUR	,002	,005	,028	-,034
YUFKA	,108	,036	-,016	-,556
SEHRIYE	,006	,721	,119	-,182
BIS1SADE	-,006	,003	,009	,025
BIS2BEBE	-,009	-,001	,011	,034
YASPASTA	-,085	-,030	,321	,141
KURUPAST	-,112	-,016	,677	-,075
BAKLAVA	-,014	-,003	,016	,063
TULUMBA	-,019	,001	,106	-,011

Tablo 5.26. ML, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Skorları Katsayı Matrisi

	Faktörler			
	1	2	3	4
BUGDAYUN	-,010	-,046	-,055	,305
PIRINUNU	-,002	-,027	,022	,118
PBERSANI	,012	,043	-,039	-,146
PRCBALDO	-,146	1,074	-,284	,105
MAKARNA	,251	-,011	-,071	,130
BULGUR	,006	,002	,028	-,034
YUFKA	,032	,112	-,019	-,553
SEHRIYE	,753	,007	,089	-,187
BIS1SADE	,003	-,007	,008	,025
BIS2BEBE	,000	-,010	,011	,034
YASPASTA	-,014	-,097	,331	,140
KURUPAST	,015	-,127	,670	-,081
BAKLAVA	-,002	-,015	,016	,063
TULUMBA	,006	-,021	,106	-,012

Tablo 5.27. ML, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorları Matrisi

İLLER	1.FAKTÖR	2.FAKTÖR	3.FAKTÖR	4.FAKTÖR	FAKTÖRLER TOPLAMI
İstanbul	1,63183	-0,73041	2,21838	-0,43281	2,68699
Diyarbakır	-0,99328	2,08814	0,69148	0,50269	2,28903
Gaziantep	1,67117	0,43054	-1,16307	1,29621	2,23485
Ankara	-0,63588	-0,05931	1,66718	0,81281	1,78480
İçel	-0,19040	0,63131	-0,43545	1,30147	1,30693
Samsun	0,18984	-0,14675	-0,40714	1,48519	1,12114
Eskişehir	0,93510	-0,59460	-0,18251	0,92853	1,08652
Zonguldak	-0,62298	2,33677	0,18969	-1,32810	0,57538
Denizli	0,37333	1,12852	-0,54929	-0,45198	0,50058
Antalya	1,01324	-0,38844	-0,33856	0,20568	0,49192
Türkiye	-0,02135	-0,08573	0,61878	-0,14054	0,37116
Bursa	-0,51508	-1,00148	1,38974	0,35928	0,23246
Adana	-0,61882	0,56504	-0,98745	0,79973	-0,24150
Trabzon	-0,61876	0,19437	0,85520	-0,67480	-0,24399
İzmir	1,08051	-,31310	-0,49399	-0,53460	-0,26118
Kocaeli	-0,25421	-,94817	0,22126	-0,41815	-1,39927
Erzurum	-0,00602	-0,36279	-0,52853	-0,68653	-1,58387
Konya	0,81346	-0,12136	-0,57150	-2,19130	-2,07070
Kayseri	-0,78299	-0,99488	-1,55712	-0,84502	-4,18001
Malatya	-2,44872	-1,62768	-0,63709	0,01223	-4,70126

Tablo 5.28. ML, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Skorları Matrisi

İLLER	1.FAKTÖR	2.FAKTÖR	3.FAKTÖR	4.FAKTÖR	FAKTÖRLER TOPLAMI
İstanbul	-0,63497	1,57917	2,27327	-0,43659	2,78088
Gaziantep	0,37314	1,69162	-1,13134	1,31705	2,25047
Diyarbakır	2,13015	-1,00207	0,57221	0,48482	2,18511
Ankara	0,02365	-0,68509	1,66590	0,79579	1,80025
İçel	0,59769	-0,18394	-0,46995	1,30309	1,24689
Samsun	-0,15765	0,18328	-0,36633	1,49062	1,14992
Eskişehir	-0,60284	0,93191	-0,13839	0,93775	1,12843
Antalya	-0,40554	1,01517	-0,28243	0,21594	0,54314
Denizli	1,10117	0,39264	-0,57805	-0,44718	0,46858
Zonguldak	2,34127	-0,60005	0,03829	-1,34019	0,43932
Türkiye	-0,05646	-0,03548	0,61833	-0,14520	0,38119
Bursa	-0,93057	-0,56533	1,45745	0,35007	0,31162
İzmir	-0,34247	1,09808	-0,47013	-0,52303	-0,23755
Trabzon	0,23607	-0,63552	0,83434	-0,68554	-0,25065
Adana	0,52519	-0,59675	-1,02438	0,80056	-0,29538
Kocaeli	-0,93883	-0,25341	0,22236	-0,42359	-1,39347
Erzurum	-0,39334	0,01402	-0,53072	-0,68417	-1,59421
Konya	-0,15663	0,83915	-0,54406	-2,17744	-2,03898
Kayseri	-1,06581	-0,75032	-1,50699	-0,83285	-4,15597
Malatya	-1,64323	-2,43705	-0,63939	0,00009	-4,71958

5.3. Faktör Analizi İle Türkiye Genelinde En Çok Tüketilen Gıda Fiyatlarının "Ağırlıklandırılmamış En Küçük Kareler (AEKK)", ve "Varimax" Yöntemi Kullanılarak İllere Göre Sıralanması

Tablo 5.29'daki NRMEKMEK değişkeninin açıkladığı varyans % 13 olup bu değer oldukça küçük olduğundan, bu değişkenin faktör çözümü ile iyi uyum göstermediği sonucuna varılmıştır. Tablo 5.29'daki ortak faktör varyans değerleri % 13.5 ile % 99.9 arasındadır. Tablo 5.30'daki değerler ise % 46.2 ile % 99.5 arasında değişmektedir.

Tablo 5.29. AEKK Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Ortak Faktör Varyansları

	Başlangıç Değeri	Ortak Faktör Varyansı
NRMEKMEK	,321	,135
BUGDAYUN	,798	,837
PIRINUNU	,753	,625
PBERSANI	,929	,804
PRCBALDO	,944	,999
MAKARNA	,985	,831
BULGUR	,866	,607
YUFKA	,759	,770
SEHRIYE	,983	,830
BIS1SADE	,816	,670
BIS2BEBE	,816	,444
YASPASTA	,892	,862
KURUPAST	,903	,832
BAKLAVA	,831	,514
TULUMBA	,805	,821

Tablo 5.30 AEKK Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Ortak Faktör Varyansları

	Başlangıç Değeri	Ortak Faktör Varyansı
BUGDAYUN	,797	,822
PIRINUNU	,733	,612
PBERSANI	,926	,802
PRCBALDO	,943	,995
MAKARNA	,985	,832
BULGUR	,862	,612
YUFKA	,758	,774
SEHRIYE	,982	,831
BIS1SADE	,805	,667
BIS2BEBE	,813	,462
YASPASTA	,891	,861
KURUPAST	,892	,819
BAKLAVA	,824	,516
TULUMBA	,805	,845

Tablo 5.31 ve Tablo 5.32'deki Rotasyonsuz faktör matrisi incelendiğinde KURUPAST, TULUMBA, MAKARNA, SEHRIYE, BIS1SADE, YASPASTA, BUGDAYUN ve YUFKA değişkenleri birden fazla faktör ile aynı zamanda yüksek ilişki göstermektedir.

Tablo 5.31'de en yüksek faktör yüküne sahip olan değişken PRCBALDO değişkenidir. Bu değişken için, birinci faktör $(0,723)^2$'lik, ikinci faktör $(-0,380)^2$'lik, üçüncü faktör $(-0,468)^2$'lik, dördüncü faktör ise $(0,339)^2$'lik bir varyansı açıklayacaktır. Böylelikle bu değişkene ait toplam varyans açıklama oranı: $(0,723)^2+(-0,380)^2+(-0,468)^2+(0,339)^2 = 1,0010$ olarak bulunmuştur.

Tablo 5.32'de NRMEKMEK değişkenini analizden çıkardığımızda en yüksek faktör yüküne sahip olan değişken yine PRCBALDO olup, bu değişken için, birinci faktör $(0,730)^2$'lik, ikinci faktör $(-0,403)^2$'lik, üçüncü faktör $(-0,412)^2$'lik, dördüncü faktör ise $(0,360)^2$'lik bir varyansı açıklayacaktır. Böylelikle bu değişkene ait toplam varyans açıklama oranı: $(0,730)^2+(-0,403)^2+(-0,412)^2+(0,360)^2 = 0,9949$ olarak bulunmuştur.

Tablo 5.31. AEKK Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Rotasyonsuz Faktör Matrisi

	Faktörler			
	1	2	3	4
PRCBALDO	,723	-,380	-,468	,339
BULGUR	,709	-,186	,166	,205
PIRINUNU	,667	,263	-,188	-,275
PBERSANI	,666	-,260	-,236	,488
KURUPAST	,633	-,581	,230	-,203
BAKLAVA	,616	-,077	-,354	-,063
TULUMBA	,580	-,232	,580	-,307
MAKARNA	,579	,573	,215	,347
SEHRIYE	,572	,557	,274	,342
BIS1SADE	,542	,490	,355	-,100
NRMEKMEK	,277	-,096	,184	-,124
YASPASTA	,555	-,645	-,048	-,368
BUGDAYUN	,413	,596	-,544	-,130
YUFKA	-,225	-,328	,505	,597
BIS2BEBE	,269	,379	,289	-,379

Tablo 5.32. AEKK Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Rotasyonsuz Faktör Matrisi

	Faktörler			
	1	2	3	4
PRCBALDO	,730	-,403	-,412	,360
BULGUR	,709	-,195	,202	,175
PBERSANI	,670	-,278	-,176	,494
PIRINUNU	,661	,257	-,220	-,248
BAKLAVA	,622	-,093	-,345	-,043
KURUPAST	,616	-,578	,228	-,231
MAKARNA	,586	,568	,238	,331
SEHRIYE	,579	,553	,298	,319
BIS1SADE	,540	,493	,340	-,132
YASPASTA	,544	-,649	-,059	-,375
BUGDAYUN	,431	,574	-,548	-,086
TULUMBA	,569	-,227	,574	-,374
YUFKA	-,231	-,321	,563	,549
BIS2BEBE	,271	,386	,261	-,414

"Ağırlıklandırılmamış En Küçük Kareler" yöntemi kullanılarak elde edilen dört faktöre göre yapılan çözümlemede NRMEKMEK analizdeyken ve analizden çıkarıldıktan sonra özdeğerler, varyans açıklama yüzdeleri ve birikimli varyans Ek-Tablo 5.18 ve Ek-Tablo 5.19'da verilmiştir.

Ek-Tablo 5.18 ve Ek-Tablo 5.19'da yer alan "Faktör Döndürmesi Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı" sütunu incelendiğinde, toplam açıklanan varyans oranı "Faktörleştirme Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı" sütunuyla aynı kalırken, faktörlerin her biri ile açıklanan varyans oranında değişmenin olduğu göze çarpar.

Tablo 5.33'te NRMEKMEK değişkeni analize dahil edilmişken birinci faktör; SEHRIYE, MAKARNA, BIS1SADE ve BIS2BEBE değişkenleri ile pozitif ilişkiye sahiptir. İkinci faktör; TULUMBA, KURUPAST, YASPASTA ve NRMEKMEK değişkenleri ile pozitif ilişkiye sahiptir. Üçüncü faktör; PRCBALDO, PRCBERSANI, BAKLAVA ve BULGUR değişkenleri ile pozitif ilişkiye sahiptir. Dördüncü faktör ise YUFKA ile negatif, BUGDAYUN ve PIRINUNU ile yüksek pozitif ilişkiye sahiptir.

Tablo 5.34'te NRMEKMEK değişkeni çıkarıldıktan sonra, birinci faktör; SEHRIYE, MAKARNA, BIS1SADE ve BIS2BEBE değişkenleri ile pozitif ilişkiye sahiptir. İkinci faktör; PRCBALDO, PBERSANI, BULGUR ve BAKLAVA değişkenleri ile pozitif ilişkiye sahiptir. Üçüncü faktör; TULUMBA, KURUPAST, ve YASPASTA değişkenleri ile yüksek pozitif ilişkiye sahiptir. Dördüncü faktör; YUFKA ile yüksek negatif, BUGDAYUN ve PIRINUNU ile ise yüksek pozitif ilişkiye sahiptir.

Tablo 5.33. AEKK ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Rotasyonlu Faktör Matrisi

	1.Faktör	2.Faktör	3.Faktör	4.Faktör
SEHRIYE	**0,891**	0,022	0,185	0,050
MAKARNA	**0,881**	-0,013	0,214	0,090
BIS1SADE	**0,724**	0,288	-0,090	0,233
BIS2BEBE	**0,398**	0,291	-0,330	0,302
TULUMBA	0,274	**0,862**	-0,020	-0,048
KURUPAST	-0,058	**0,835**	0,361	-0,023
YASPASTA	-0,312	**0,765**	0,379	0,190
NRMEKMEK	0,109	**0,348**	0,040	0,025
PRCBALDO	-0,002	0,187	**0,967**	0,175
PBERSANI	0,199	0,142	**0,863**	-0,026
BAKLAVA	0,076	0,232	**0,517**	0,433
BULGUR	0,353	0,464	**0,515**	-0,048
YUFKA	0,066	-0,003	0,084	**-0,871**
BUGDAYUN	0,341	-0,262	0,202	**0,782**
PIRINUNU	0,341	0,281	0,224	**0,616**

Tablo 5.34. AEKK ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Rotasyonlu Faktör Matrisi

	1.Faktör	2.Faktör	3.Faktör	4.Faktör
SEHRIYE	**0,887**	0,202	-0,039	0,047
MAKARNA	**0,874**	0,232	-0,076	0,088
BIS1SADE	**0,744**	-0,085	0,233	0,228
BIS2BEBE	**0,430**	-0,340	0,270	0,297
PRCBALDO	-0,002	**0,957**	0,213	0,184
PBERSANI	0,194	**0,862**	0,145	-0,018
BULGUR	0,378	**0,511**	0,453	-0,048
BAKLAVA	0,088	**0,508**	0,242	0,438
TULUMBA	0,338	-0,036	**0,852**	-0,055
KURUPAST	-0,005	0,347	**0,836**	-0,022
YASPASTA	-0,261	0,359	**0,792**	0,192
YUFKA	0,060	0,093	-0,007	**-0,873**
BUGDAYUN	0,325	0,201	-0,266	**0,778**
PIRINUNU	0,355	0,226	0,242	**0,613**

Tablo 5.35. AEKK ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Dönüşüm Matrisi

Faktörler	1	2	3	4
1	,489	,551	,579	,349
2	,693	-,476	-,370	,396
3	,427	,493	-,471	-,595
4	,315	-,476	,553	-,606

Tablo 5.36 AEKK ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Dönüşüm Matrisi

Faktörler	1	2	3	4
1	,524	,582	,508	,358
2	,666	-,377	-,521	,379
3	,480	-,397	,423	-,657
4	,227	,601	-,539	-,544

Tablo 5.37. AEKK, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorları Katsayı Matrisi

	Faktörler			
	1	2	3	4
NRMEKMEK	,001	-,026	,015	,004
BUGDAYUN	,087	-,034	-,170	,531
PIRINUNU	,021	,070	,070	,139
PBERSANI	,176	,290	-,222	,060
PRCBALDO	-,237	-,436	1,960	-,080
MAKARNA	,236	-,002	1,023	-,059
BULGUR	,097	-,028	-,597	-,160
YUFKA	,068	-,055	,111	-,403
SEHRIYE	,366	-,257	-,570	-,180
BIS1SADE	,244	,349	-,472	,189
BIS2BEBE	,016	-,124	,385	-,057
YASPASTA	-,222	,325	-,214	,196
KURUPAST	-,012	,424	,060	-,066
BAKLAVA	-,014	-,095	-,463	,017
TULUMBA	,109	,391	,164	,058

Tablo 5.38. AEKK, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Skorları Katsayı Matrisi

	Faktörler			
	1	2	3	4
BUGDAYUN	,092	-,187	,003	,492
PIRINUNU	,009	,094	-,004	,128
PBERSANI	,177	-,189	,178	,077
PRCBALDO	-,270	1,894	-,280	-,063
MAKARNA	,203	1,068	-,196	,015
BULGUR	,107	-,582	-,014	-,171
YUFKA	,063	,108	-,029	-,431
SEHRIYE	,384	-,608	-,078	-,225
BIS1SADE	,255	-,448	,270	,168
BIS2BEBE	,022	,360	-,085	-,027
YASPASTA	-,185	-,229	,398	,198
KURUPAST	-,009	,095	,260	-,058
BAKLAVA	-,006	-,459	-,056	,011
TULUMBA	,150	,119	,473	,035

Tablo 5.39. AEKK, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorları Matrisi

İLLER	1.FAKTÖR	2.FAKTÖR	3.FAKTÖR	4.FAKTÖR	FAKTÖRLER TOPLAMI
Diyarbakır	2,24802	0,85118	-1,01728	0,61437	2,69629
Gaziantep	0,22103	-1,25884	1,65457	1,53036	2,14712
İstanbul	-0,82378	1,81721	1,61147	-0,51483	2,09007
Ankara	-0,02395	1,56487	-0,61341	0,86487	1,79238
İçel	0,71619	-0,38631	-0,19646	1,19774	1,33116
Eskişehir	-0,72010	-0,31130	1,15790	1,06464	1,19114
İzmir	0,24477	0,01835	1,03642	-0,39714	0,90240
Antalya	0,06802	0,36198	0,02803	0,15937	0,61740
Samsun	-0,41673	-0,89255	0,83222	1,08728	0,61022
Bursa	-0,89528	1,63658	-0,79304	0,46540	0,41366
Denizli	1,12598	-0,46261	0,22336	-0,59567	0,29106
Erzurum	0,30464	0,21125	0,19883	-0,51954	0,19518
Türkiye	-0,15797	0,48631	-0,03447	-0,14100	0,15287
Zonguldak	1,99493	-0,16427	-0,61874	-1,34226	-0,13034
Adana	0,35567	-1,05740	-0,53030	0,72075	-0,51128
Trabzon	-0,59818	0,53974	0,30198	-0,79860	-0,55506
Kocaeli	-1,06415	0,18570	-0,39654	-0,64816	-1,92315
Konya	-0,25951	-0,80909	0,91337	-2,12089	-2,27612
Malatya	-1,26730	-0,58902	-2,81023	0,18646	-4,48009
Kayseri	-1,05229	-1,74178	-0,94765	-0,81317	-4,55489

Tablo 5.40. AEKK, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Skorları Matrisi

İLLER	1.FAKTÖR	2.FAKTÖR	3.FAKTÖR	4.FAKTÖR	FAKTÖRLER TOPLAMI
Diyarbakır	2,36005	-1,07055	0,85833	0,56549	2,71332
İstanbul	-0,72524	1,56870	1,87577	-0,52079	2,19844
Gaziantep	0,10922	1,66378	-1,21449	1,54385	2,10236
Ankara	0,10063	-0,63123	1,49393	0,86972	1,83305
İçel	0,69023	-0,17893	-0,45649	1,18664	1,24145
Eskişehir	-0,75751	1,12002	-0,20351	1,05257	1,21157
İzmir	0,24019	0,99865	0,09653	-0,39739	0,93798
Samsun	-0,46269	0,81429	-0,84680	1,15280	0,65760
Antalya	0,07447	0,06320	0,30945	0,17389	0,62101
Bursa	-0,75815	-0,82039	1,68107	0,45519	0,55772
Denizli	1,10070	0,25020	-0,47607	-0,61381	0,26102
Türkiye	-0,12376	-0,04183	0,49264	-0,14572	0,18133
Erzurum	0,30401	0,19817	0,12210	-0,50645	0,11783
Zonguldak	1,94276	-0,49522	-0,49392	-1,33879	-0,38517
Trabzon	-0,57146	0,29797	0,56347	-0,80148	-0,51150
Adana	0,26202	-0,47296	-1,18992	0,71154	-0,68932
Kocaeli	-1,03894	-0,43894	0,31795	-0,61996	-1,77989
Konya	-0,33275	0,92892	-0,75775	-2,09369	-2,25527
Kayseri	-1,13613	-0,94392	-1,57484	-0,82075	-4,47564
Malatya	-1,27764	-2,80992	-0,59744	0,14713	-4,53787

5.4. Faktör Analizi İle Türkiye Genelinde En Çok Tüketilen Gıda Fiyatlarının "Genelleştirilmiş En Küçük Kareler (GEKK)" ve Varimax Yöntemi Kullanılarak İllere Göre Sıralanması

Bu yöntemde NRMEKMEK değişkeni analizdeyken sonuçlar elde edilebiliyor fakat NRMEKMEK çıkarıldıktan sonra hiçbir sonuç elde edilememiştir.

Tablo 5.41. GEKK Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Ortak Faktör Varyansları

	Başlangıç Değeri	Ortak Faktör Varyansı
NRMEKMEK	,321	,458
BUGDAYUN	,798	,868
PIRINUNU	,753	,860
PBERSANI	,929	,990
PRCBALDO	,944	,972
MAKARNA	,985	,999
BULGUR	,866	,939
YUFKA	,759	,856
SEHRIYE	,983	,988
BIS1SADE	,816	,861
BIS2BEBE	,816	,987
YASPASTA	,892	,936
KURUPAST	,903	,966
BAKLAVA	,831	,945
TULUMBA	,805	,868

Tablo 5.41'deki NRMEKMEK değişkenindeki varyansın % 45'i faktörler tarafından açıklanmakta olup, ortak faktör varyans değerleri % 45.8 ile % 99,9 arasında değişmektedir.

Ek-Tablo 5.24'te ilk özdeğer varyansın % 32,792'lik ($4,919/15 = 0,32792$), ikinci özdeğer % 18,907'lik ($2,836/15 = 0,187$), üçüncü özdeğer % 13,466'lik ($2,020/15 = 0,134$) ve dördüncü özdeğer ise % 11,811'lik kısmını ($1,772/15 = 0,118$) açıklamaktadır. Böylece dört özdeğer orijinal değişkenlerdeki varyansın % 76,976'lık kısmını $(4,919 + 2,836 + 2,020 + 1,772/15) = 0,76976$ açıklamaktadır. "Faktör Döndürmesi Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı" sütunu incelendiğinde,

toplam açıklanan varyans yüzdesi ve faktörlerin her birinin açıkladığı varyans oranı değişmiştir.

Tablo 5.42'deki rotasyonsuz faktör matrisi incelendiğinde PIRINUNU, BIS1SADE, KURUPAST, YASPASTA ve TULUMBA değişkenleri birden fazla faktör ile aynı zamanda yüksek ilişki göstermektedir. Bu tabloda en yüksek faktör yüküne sahip olan değişken MAKARNA değişkenidir. Bu değişken için, birinci faktör $(0,999)^2$'lik, ikinci faktör $(-0,034)^2$'lik, üçüncü faktör $(-0,024)^2$'lik, dördüncü faktör ise $(0,006)^2$'lik bir varyansı açıklayacaktır. Böylelikle bu değişkene ait toplam varyans açıklama oranı: $(0,999)^2 + (-0,034)^2 + (-0,024)^2 + (0,006)^2 = 0,999769$ olarak bulunmuştur.

Tablo 5.42. GEKK Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Rotasyonsuz Faktör Matrisi

	Faktörler			
	1	2	3	4
MAKARNA	,999	-,034	-,024	,006
SEHRIYE	,986	-,045	,012	,023
BUGDAYUN	,441	,025	,188	-,265
PIRINUNU	,437	,233	,384	,043
PRCBALDO	,199	,927	,049	-,040
PBERSANI	,308	,899	,072	-,256
BULGUR	,388	,614	,304	,116
BAKLAVA	,264	,564	,209	,094
BIS2BEBE	,161	-,281	,930	-,126
BIS1SADE	,587	-,101	,629	-,077
YUFKA	-,018	,095	-,241	-,055
KURUPAST	,094	,530	,265	,765
YASPASTA	-,124	,574	,250	,689
TULUMBA	,246	,171	,502	,588
NRMEKMEK	,125	,125	,131	,258

Tablo 5.43'te yer alan "Varimax" yöntemi kullanılarak elde edilen "Rotasyonlu Faktör Matrisi" incelendiğinde NRMEKMEK değişkeni analizdeyken birinci faktör; KURUPAST, YASPASTA, TULUMBA ve NRMEKMEK değişkenleri ile pozitif ilişkiye sahiptir. İkinci faktör; PBERSANI, PRCBALDO, BULGUR ve BAKLAVA değişkenleri ile pozitif ilişkiye sahiptir. Üçüncü faktör; MAKARNA, SEHRIYE ve BUGDAYUN değişkenleri ile pozitif ilişkiye sahiptir.

Dördüncü faktör ise YUFKA ile negatif, BIS2BEBE, BIS1SADE, PIRINUNU pozitif ilişkiye sahiptir

Tablo 5.43. GEKK ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Rotasyonlu Faktör Matrisi

	1.Faktör	**2.Faktör**	**3.Faktör**	**4.Faktör**
KURUPAST	**0,942**	0,237	0,046	-0,005
YASPASTA	**0,882**	0,268	-0,176	-0,039
TULUMBA	**0,726**	0,022	0,197	0,347
NRMEKMEK	**0,311**	0,050	0,108	0,059
PBERSANI	0,097	**0,970**	0,152	-0,018
PRCBALDO	0,294	**0,895**	0,061	-0,105
BULGUR	0,400	**0,606**	0,266	0,188
BAKLAVA	0,335	**0,540**	0,163	0,098
MAKARNA	-0,002	0,131	**0,985**	0,104
SEHRIYE	0,019	0,115	**0,971**	0,135
BUGDAYUN	-0,174	0,210	**0,381**	0,283
BIS2BEBE	0,045	-0,102	0,059	**0,985**
BIS1SADE	0,074	0,088	0,497	**0,705**
PIRINUNU	0,227	0,301	0,348	**0,362**
YUFKA	-0,082	0,083	-0,002	**-0,238**

Tablo 5.44. GEKK ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Dönüşüm Matrisi

Faktörler	1	2	3	4
1	,011	,165	,979	,121
2	,339	,910	-,133	-,199
3	,272	,087	-,135	,949
4	,900	-,371	,079	-,213

Tablo 5.45. GEKK, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorları Katsayı Matrisi

	Faktörler			
	1	2	3	4
NRMEKMEK	,013	-,003	,001	,000
BUGDAYUN	-,044	,023	-,004	,028
PIRINUNU	,021	,011	-,003	,028
PBERSANI	-,373	,812	-,119	,104
PRCBALDO	,049	,225	-,030	-,017
MAKARNA	-,013	-,146	,970	-,151
BULGUR	,086	,051	-,008	,032
YUFKA	-,013	,006	,001	-,018
SEHRIYE	,041	-,029	,078	,015
BIS1SADE	,000	,006	-,004	,056
BIS2BEBE	-,056	,037	-,110	,939
YASPASTA	,296	-,047	,007	-,030
KURUPAST	,605	-,117	,023	-,062
BAKLAVA	,078	,053	-,008	,020
TULUMBA	,125	-,032	,004	,016

Tablo 5.46. GEKK, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorları Matrisi

İLLER	1.FAKTÖR	2.FAKTÖR	3.FAKTÖR	4.FAKTÖR	FAKTÖRLER TOPLAMI
Diyarbakır	0,47221	-0,97859	1,76793	2,00558	3,26713
İstanbul	2,52146	1,09694	-0,50406	-0,78279	2,33155
Ankara	1,46248	-0,21290	-0,07799	1,03851	2,21010
Zonguldak	-0,26681	-0,37671	2,17219	-0,01694	1,51173
İzmir	-0,52539	1,14671	-0,59851	1,46995	1,49276
Gaziantep	-1,03104	2,11961	0,47650	-0,32820	1,23687
Türkiye	0,61468	-0,07797	0,61878	-0,14054	1,01495
Antalya	-0,23836	1,18803	-0,46264	0,16538	0,65241
Bursa	1,37493	-0,42597	-0,99872	0,66710	0,61734
Denizli	-0,62821	0,64469	1,01369	-0,41635	0,61382
İçel	-0,08602	-0,58371	1,19322	-0,06211	0,46138
Erzurum	-0,87584	0,69314	-0,65098	1,27150	0,43782
Samsun	-0,12941	-0,25223	-0,08743	0,71674	0,24767
Eskişehir	0,00821	0,78679	-0,45382	-0,53879	-0,19761
Trabzon	0,88075	-1,02648	0,45790	-1,93967	-1,62750
Konya	-0,54906	0,30233	-0,14345	-1,31387	-1,70405
Kocaeli	0,22784	-0,20489	-0,84913	-0,92244	-1,74862
Adana	-0,89437	-0,92172	0,71896	-0,90835	-2,00548
Kayseri	-1,51950	-0,80625	-1,05325	-0,55965	-3,93865
Malatya	-0,81853	-2,11080	-1,84411	0,48326	-4,29018

6. SONUÇLAR

Yapılan teorik çalışmaların hemen hemen tümünde Σ matrisinin pozitif tanımlı olduğu varsayımı bulunmaktadır. Ancak uygulamada karşılaşılan varyans-kovaryans (veya korelasyon matrisi) pozitif tanımlı olmayabilir. Bu durumda g-inverslerden daha etkin bir şekilde faydalanılabilir.

Devlet İstatistik Entitüsünden alınan, Aralık 2003 yılında Türkiye'nin çeşitli bölgelerinde tüketilen farklı gıda çeşitleri fiyatlarına ait verilere, faktör çıkarma yöntemlerinin (temel bileşenler analizi; maksimum likelihood; ağırlıklandırılmamış en küçük kareler; genelleştirilmiş en küçük kareler) her biri için, faktör döndürme yöntemleri uygulanarak sonuçlar elde edilmiştir. İlk iki yöntemde değişkenlere ait faktörler aynı kalırken son iki yöntemde ise faktörlerde değişmenin olduğu görülmüştür.

Analiz sonuçlarından görüldüğü gibi örneğin TBA yönteminde (NRMEKMEK hariç durumu) SEHRİYE, MAKARNA, BİS1SADE; TULUMBA, KURUPASTA, YASPASTA; PRCBALDO, PBERSANI, BAKLAVA, BULGUR, BIS2BEBE; YUFKA, BUGDAYUN, PRINUNU değişkenlerinden oluşan 4 faktör elde edilmiş olup diğer yöntemlerde de benzer sonuçlar bulunmuştur. Faktörler makarna ürünleri, tatlı ürünleri, tahıl ürünleri, ve un ürünleri olarak adlandırılabilir. Yapılacak olan araştırmada örneğin 14 değişken yerine bu faktörlerden yararlanılarak 4 faktörle ilgili analiz yapılabilir.

KAYNAKLAR

AKGÜL, A., 2003. Tıbbi Araştırmalarda İstatistiksel Analiz Teknikleri. Emek Ofset Ltd.Sti, Ankara, 467s.

AKGÜL, A.; ÇEVİK, O., 2003. İstatistiksel Analiz Teknikleri, "SPSS'te İşletme Yönetimi, Uygulamaları". Emek Ofset Ltd.Sti, Ankara, 456s.

ALBERT, A.A., 1944a. The Matrices Of Factor Analysis. Proc. Nat. Acad. Sci., 30, 90-95.

_____, 1944b.The Minimum Rank Of A Correlation Matrix. Proc. Nat. Acad. Sci., 30, 144-146.

ANDERSON, T.W., 1984. An Introduction To Multivariate Statistical Analysis. John Wiley & Sons, Inc., New York, 374s.

ANDERSON, T.W. ; RUBIN, H., 1956. Statistical Inference In Factor Analysis. Proc. 3rd Berkeley Symposium on Math. Statist. And Prob., 5, 111-150.

BARTLETT, M. S. (1954). A Note On The Multiplying Factors For Various χ^2-Approximations. J. Roy.Stat. Soc. Ser. B, 16, 296-298.

BÜYÜKÖZTÜRK, Ş., 2002. Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı. Pegem A Yayıncılık, 179s.

CARROLL, J. B., 1953. An Analytical Solution For Approximating Simple Structure In Factor Analysis. Psychometrika, 18(1):23-38.

CARROLL, J. B., 1957. Biquartimin Criterion For Rotation To Oblique Simple Structure In Factor Analysis. Science, 126, 1114-1115.

CHAN, N. N., 1977. On An Unbiased Predictor In Factor Analysis. Biometrika, 64, (3): 642-644.

CHATFIELD, C. ; COLLINS, A.J., 1980. Introduction To Multivariate Analysis. Chapman and Hall, Ltd., London, 246s.

COMREY, A.L.; LEE H.B., 1992. A First Course In Factor Analysis. 2nd. Ed. Hillsdale, NJ:Erlbaum.

COOLEY, W.W.; LOHNES, P.R., 1971. Multivariate Data Analysis. John Wiley &Sons, Inc., Canada, 364s.

DARTON, R.A., 1980. Rotation in Factor Analysis. The Statistician, 29(3): 167-194.

DILLON, W.R. ; GOLDSTEIN, M., 1984. Multivariate Analysis: Methods And Applications. John Wiley &Sons, Canada, 587s.

FERGUSON, G. A., 1954. The Concept of Parsimony in Factor Analysis. Psychometrika, 19(4): 281-291.

FIELD, A., 2003. Discovering Statistics Using SPSS For Windows. Sage Publications,London, 496s.

FOCKE, J., 1986. A Simplifield Newton Method For Computing The Factor Loadings In Maximum Likelihood Factor Analysis. Biometrical Journal, 28(4), 441-453.

GEBHARDT, F., 1971. Maximum Likelihood Solution To Factor Analysis When Some Factors Are Completely Specified. Psychometrika, 36(2), 155-163.

GEORGE, D. ; MALLERY, P., 2003. Spss For Windows Step By Step A Simple Guide And Reference 11.0 Update. Pearson Education, Inc., United States of America, 386s.

GORSUCH, R.L., 1974. Factor Analysis. W.B. Sauders Company, London, Toronto, 370s.

GUTTMAN, L., 1954a. Some Necessary Conditions For Common-Factor Analysis. Psychometrika, 18, 277-296.

GUTTMAN, L., 1956. "Best Possible" Systematic Estimates of Communalities. Psychometrika, 21(3): 273-285.

HAIR; J.F.; ANDERSON R.E.; TATHAM, R.L.; BLACK W.C., 1998. Multivariate Data Analysis With Readings. Fifth Edition, New Jersey, Pentice-Hall International, Inc., USA, 745s.

HARMAN, H.H., 1968. Modern Factor Analysis. The University Of Chicago Press, Chicago, 473s.

IHARA, M.; KANO, Y., 1986. A New Estimator Of The Uniqueness In Factor Analysis. Psychometrika, 4, 563-566.

JENNRICH, R.I. ; ROBINSON, S.M., 1969. A Newton-Raphson Algorithm For Maximum Likelihood Factor Analysis. Psychometrika, 34(1): 111-123.

JOHNSON, R.A. ; WICHERN, D.W., 2002. Applied Multivariate Statistical Analysis. Prentice-Hall Inc., United States of America, 767s.

JORESKOG, K.G., 1979. Advances In Factor Analysis And Structural Equations Models. Abt Associates Inc., United States of America, 242s.

JORESKOG, K.G. ; LAWLEY D.N., 1968. New Methods In Maximum Likelihood Factor Analysis. British Journal of Mathematical And Statistical Psychology, 21, 85-96.

JORESKOG, K.G. ; GOLDBERGER, A.S., 1972. Factor Analysis By Generalized Least Squares. Psychometrika, 37(3): 243-260.

KAISER, H.F., 1958. The Varimax Criterion For Analytic Rotation In Factor Analysis. Psychometrika, 23(3): 187-200.

KAISER, H.F., 1960. The Application Of Electronic Computers To Factor Analysis. Educational and Psychological Measurement, 20, 141-151.

KAISER, H.F., RICE, J., 1974. Little Jiffy, Mark IV. Educational and Psychological Measurement, 34, 111-117.

KANO, Y., 1989. A New Estimation Procedure Using g-Inverse Matrix In Factor Analysis. Mathematica Japonica, 34(1), 43-52.

KENDALL, M.G. ; LAWLEY, D.N., 1956. The Principles Of Factor Analysis. J. Roy. Statist. Soc. Ser.A, 83-84.

KENDALL, M. G.; SMITH, B.B., 1950. Factor Analysis As A Statistical Technique. J. Roy. Statist. Soc. Ser.B, 12, 60-73.

KIM, Jae_On ; MUELLER, C. W., 1981. Factor Analysis: Statistical Methods And Practical Issues, Sage Publications, Inc. Beverly Hills, London, 87s.

_____, 1982. Introduction To Factor Analysis: What It is and How To Do It. Sage Publications, Inc., Beverly Hills, London, 79s.

KLINE, P., 1991. Intelligence: The Psychometric View. Routledge, London, 166s.

LAWLEY, D. N. ; MAXWELL, A.E., 1971. Factor Analysis As A Statistical Method. American Elsevier Publishing Company, Inc., New York, 153s.

LAWLEY, D.N. ; MAXWELL, A.E., 1973. Regression And Factor Analysis. Biometrika, 60(2), 331-338.

LEWIS-BECK, M. S., 1994. Factor Analysis And Related Techniques. Sage Publications, Toppan Publishing, London, Vol.5, 424s.

MORRISON, D.F., 1976. Multivariate Statistical Methods. Mcgraw-Hill, Inc., New York, 415s.

NEUHAUS, J.O.; WRIGLEY, C., 1954. The Quartimax Method: An Analytical Approach To Orthogonal Simple Structure. British Journal of Statistical Psychology, 7, 81-91.

NORUSIS, M.J., 2002. SPSS11.0 Guide To Data Analysis. Prentice Hall, New Jersey, 637s.

ÖZDAMAR, K., 2002. Paket Programlar İle İstatistiksel Veri Analizi-2 (Çok Değişkenli Analizler). 4. Baskı. Kaan Kitabevi, Eskişehir, 513s.

RUMMEL, R. J., 1970. Applied Factor Analysis. Evanston: Northwestern University Press, United States of America, 617s.

SAUNDERS, D.R., 1960. A Computer Program To Find The Best-Fitting Orthogonal Factors For A Given Hypothesis. Psychometrika, 25(2): 199-205.

SHARMA, S., 1996. Applied Multivariate Techniques. USA, 493s.

SRIVASTAVA, M.S., 2002. Methods of Multivariate Statistics. John Wiley &Sons, Inc., Canada, 697s.

STEVENS, J., 2002. Applied Multivariate Statististics For The Social Sciences. Lawrence Erlbaum Associates, Inc., London, 699s.

TABACHNICK, B.G.; FIDELL, L.S., 1996. Using Multivariate Statistics. Third Edition: Harber Collins Pub., 880s.

TATLIDİL, H., 1996. Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Analiz. Akademi Matbaası, Ankara, 424s.

TATSUOKA, M.M., 1971. Multivariata Analysis: Techniques For Educational And Psychological Research. John Wiley &Sons, Inc., Canada, 310s.

THOMSON, G.H., 1951. The Factorial Analysis of Human Ability. University of London Press, Ltd., London.

THURSTONE, L.L., 1931. Multiple Factor Analysis. Psychological Review, 38, 406-427.

ÖZGEÇMİŞ

1974 Adana doğumluyum. İlk , orta ve lise öğrenimimi Adana'da tamamladım. 1992 yılında Çukurova Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümünü kazandım. Hazırlık sınıfından muaf olarak 1996 yılında fakülteden dereceyle mezun oldum ve aynı yıl yüksek lisans programına başladım. 1998 yılında aynı bölümde doktora çalışmasına başladım. Şu anda Çukurova Üniversitesi Osmaniye Meslek Yüksek Okulu'nda öğretim görevlisi olarak görev yapmaktayım.

EKLER

Ek-Tablo 5.1. Analizde Kullanılan Değişkenlerin Listesi

Değişken Adı	**Notasyon**	**Açıklamalar**
Normal Ekmek	nrmekmek	2003 Aralık Ayında Türkiye'nin 20 farklı bölgesinde Tüketilen Normal Ekmeğin kg olarak fiyatı
Buğday Unu	bugdayun	2003 Aralık Ayında Türkiye'nin 20 farklı bölgesinde Tüketilen Buğday Ununun kg olarak fiyatı
Pirinç Unu	pirinunu	2003 Aralık Ayında Türkiye'nin 20 farklı bölgesinde Tüketilen Pirinç Ununun kg olarak fiyatı
Pirinç 1.Bersani	pbersani	2003 Aralık Ayında Türkiye'nin 20 farklı bölgesinde Tüketilen Pirinç Bersaninin kg olarak fiyatı
Pirinç 2.Baldo	prcbaldo	2003 Aralık Ayında Türkiye'nin 20 farklı bölgesinde Tüketilen Pirinç Baldonun kg olarak fiyatı
Makarna	makarna	2003 Aralık Ayında Türkiye'nin 20 farklı bölgesinde Tüketilen Makarnanın kg olarak fiyatı
Bulgur	bulgur	2003 Aralık Ayında Türkiye'nin 20 farklı bölgesinde Tüketilen Bulgurun kg olarak fiyatı
Yufka	yufka	2003 Aralık Ayında Türkiye'nin 20 farklı bölgesinde Tüketilen Yufkanın kg olarak fiyatı
Şehriye	sehriye	2003 Aralık Ayında Türkiye'nin 20 farklı bölgesinde Tüketilen Şehriyenin kg olarak fiyatı
Bisküvi 1.Sade	bis1sade	2003 Aralık Ayında Türkiye'nin 20 farklı bölgesinde Tüketilen Bisküvi 1.Sadenin kg olarak fiyatı
Bisküvi 2.Bebe	bis2bebe	2003 Aralık Ayında Türkiye'nin 20 farklı bölgesinde Tüketilen Bisküvi 2.Bebenin kg olarak fiyatı
Yaş Pasta	yaspasta	2003 Aralık Ayında Türkiye'nin 20 farklı bölgesinde Tüketilen Normal Ekmeğin kg olarak fiyatı
Kuru Pasta	kurupast	2003 Aralık Ayında Türkiye'de 20 farklı bölgede Tüketilen Yaş Pastanın kg olarak fiyatı
Hamur Tatlısı 1.Baklava	baklava	2003 Aralık Ayında Türkiye'de 20 farklı bölgede Tüketilen Baklavanın kg olarak fiyatı
Hamur Tatlısı 2.Tulumba	tulumba	2003 Aralık Ayında Türkiye'de 20 farklı bölgede Tüketilen Tulumbanın kg olarak fiyatı

Ek-Tablo 5.2. NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Korelasyon Katsayıları Matrisi ve p-olasılık Değerleri

		NRMEKMEK	BUGDAYUN	PIRINUNU	PBERSANI	PRCBALDO	MAKARNA	BULGUR	YUFKA	SEHRIYE	BIS1SADE	BIS2BEBE	YASPASTA	KURUPAST	BAKLAVA	TULUMBA
Değişkenler Arasındaki Korelasyon Değerleri	NRMEKMEK	1,000	-,094	,287	,118	,085	,119	,186	-,020	,112	,202	,067	,246	,324	,088	,294
	BUGDAYUN	-,094	1,000	,545	,161	,277	,436	,090	-,648	,391	,310	,255	-,067	-,159	,421	-,188
	PIRINUNU	,287	,545	1,000	,338	,335	,421	,331	-,529	,403	,389	,335	,333	,223	,475	,299
	PBERSANI	,118	,161	,338	1,000	,878	,273	,673	,165	,268	,147	-,101	,308	,339	,538	,154
	PRCBALDO	,085	,277	,335	,878	1,000	,167	,652	-,082	,141	,085	-,182	,518	,476	,637	,114
	MAKARNA	,119	,436	,421	,273	,167	1,000	,360	-,018	,985	,575	,147	-,145	,073	,244	,231
	BULGUR	,186	,090	,331	,673	,652	,360	1,000	,078	,366	,398	,156	,423	,533	,197	,511
	YUFKA	-,020	-,648	-,529	,165	-,082	-,018	,078	1,000	,019	-,144	-,213	-,164	,040	-,302	,055
	SEHRIYE	,112	,391	,403	,268	,141	,985	,366	,019	1,000	,580	,183	-,132	,100	,194	,265
	BIS1SADE	,202	,310	,389	,147	,085	,575	,398	-,144	,580	1,000	,717	-,053	,109	,197	,392
	BIS2BEBE	,067	,255	,335	-,101	-,182	,147	,156	-,213	,183	,717	1,000	-,040	,022	,058	,386
	YASPASTA	,246	-,067	,333	,308	,518	-,145	,423	-,164	-,132	-,053	-,040	1,000	,864	,432	,547
	KURUPAST	,324	-,159	,223	,339	,476	,073	,533	,040	,100	,109	,022	,864	1,000	,422	,703
	BAKLAVA	,088	,421	,475	,538	,637	,244	,197	-,302	,194	,197	,058	,432	,422	1,000	,230
	TULUMBA	,294	-,188	,299	,154	,114	,231	,511	,055	,265	,392	,386	,547	,703	,230	1,000
p-olasılık değerleri	NRMEKMEK		,346	,110	,311	,361	,308	,216	,466	,319	,196	,389	,148	,082	,357	,104
	BUGDAYUN	,346		,007	,249	,118	,027	,352	,001	,044	,092	,139	,389	,252	,032	,213
	PIRINUNU	,110	,007		,073	,074	,032	,077	,008	,039	,045	,074	,076	,172	,017	,100
	PBERSANI	,311	,249	,073		,000	,122	,001	,244	,127	,268	,336	,093	,072	,007	,258
	PRCBALDO	,361	,118	,074	,000		,240	,001	,366	,277	,361	,222	,010	,017	,001	,316
	MAKARNA	,308	,027	,032	,122	,240		,060	,470	,000	,004	,268	,271	,379	,150	,164
	BULGUR	,216	,352	,077	,001	,001	,060		,372	,056	,041	,256	,032	,008	,203	,011
	YUFKA	,466	,001	,008	,244	,366	,470	,372		,469	,273	,183	,244	,433	,097	,409
	SEHRIYE	,319	,044	,039	,127	,277	,000	,056	,469		,004	,220	,290	,338	,206	,129
	BIS1SADE	,196	,092	,045	,268	,361	,004	,041	,273	,004		,000	,413	,323	,202	,044
	BIS2BEBE	,389	,139	,074	,336	,222	,268	,256	,183	,220	,000		,434	,463	,404	,047
	YASPASTA	,148	,389	,076	,093	,010	,271	,032	,244	,290	,413	,434		,000	,029	,006
	KURUPAST	,082	,252	,172	,072	,017	,379	,008	,433	,338	,323	,463	,000		,032	,000
	BAKLAVA	,357	,032	,017	,007	,001	,150	,203	,097	,206	,202	,404	,029	,032		,165
	TULUMBA	,104	,213	,100	,258	,316	,164	,011	,409	,129	,044	,047	,006	,000	,165	

Determinant=0.00000003779

Ek-Tablo 5.3. NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Korelasyon Katsayıları Matrisi ve p-olasılık Değerleri

		BUGDAYUN	PIRINUNU	PBERSANI	PRCBALDO	MAKARNA	BULGUR	YUFKA	SEHRIYE	BIS1SADE	BIS2BEBE	YASPASTA	KURUPAST	BAKLAVA	TULUMBA
Değişkenler Arasındaki Korelasyon Değerleri	BUGDAYUN	1,000	,545	,161	,277	,436	,090	-,648	,391	,310	,255	-,067	-,159	,421	-,188
	PIRINUNU	,545	1,000	,338	,335	,421	,331	-,529	,403	,389	,335	,333	,223	,475	,299
	PBERSANI	,161	,338	1,000	,878	,273	,673	,165	,268	,147	-,101	,308	,339	,538	,154
	PRCBALDO	,277	,335	,878	1,000	,167	,652	-,082	,141	,085	-,182	,518	,476	,637	,114
	MAKARNA	,436	,421	,273	,167	1,000	,360	-,018	,985	,575	,147	-,145	,073	,244	,231
	BULGUR	,090	,331	,673	,652	,360	1,000	,078	,366	,398	,156	,423	,533	,197	,511
	YUFKA	-,648	-,529	,165	-,082	-,018	,078	1,000	,019	-,144	-,213	-,164	,040	-,302	,055
	SEHRIYE	,391	,403	,268	,141	,985	,366	,019	1,000	,580	,183	-,132	,100	,194	,265
	BIS1SADE	,310	,389	,147	,085	,575	,398	-,144	,580	1,000	,717	-,053	,109	,197	,392
	BIS2BEBE	,255	,335	-,101	-,182	,147	,156	-,213	,183	,717	1,000	-,040	,022	,058	,386
	YASPASTA	-,067	,333	,308	,518	-,145	,423	-,164	-,132	-,053	-,040	1,000	,864	,432	,547
	KURUPAST	-,159	,223	,339	,476	,073	,533	,040	,100	,109	,022	,864	1,000	,422	,703
	BAKLAVA	,421	,475	,538	,637	,244	,197	-,302	,194	,197	,058	,432	,422	1,000	,230
	TULUMBA	-,188	,299	,154	,114	,231	,511	,055	,265	,392	,386	,547	,703	,230	1,000
p-olasılık Değerleri	BUGDAYUN		,007	,249	,118	,027	,352	,001	,044	,092	,139	,389	,252	,032	,213
	PIRINUNU	,007		,073	,074	,032	,077	,008	,039	,045	,074	,076	,172	,017	,100
	PBERSANI	,249	,073		,000	,122	,001	,244	,127	,268	,336	,093	,072	,007	,258
	PRCBALDO	,118	,074	,000		,240	,001	,366	,277	,361	,222	,010	,017	,001	,316
	MAKARNA	,027	,032	,122	,240		,060	,470	,000	,004	,268	,271	,379	,150	,164
	BULGUR	,352	,077	,001	,001	,060		,372	,056	,041	,256	,032	,008	,203	,011
	YUFKA	,001	,008	,244	,366	,470	,372		,469	,273	,183	,244	,433	,097	,409
	SEHRIYE	,044	,039	,127	,277	,000	,056	,469		,004	,220	,290	,338	,206	,129
	BIS1SADE	,092	,045	,268	,361	,004	,041	,273	,004		,000	,413	,323	,202	,044
	BIS2BEBE	,139	,074	,336	,222	,268	,256	,183	,220	,000		,434	,463	,404	,047
	YASPASTA	,389	,076	,093	,010	,271	,032	,244	,290	,413	,434		,000	,029	,006
	KURUPAST	,252	,172	,072	,017	,379	,008	,433	,338	,323	,463	,000		,032	,000
	BAKLAVA	,032	,017	,007	,001	,150	,203	,097	,206	,202	,404	,029	,032		,165
	TULUMBA	,213	,100	,258	,316	,164	,011	,409	,129	,044	,047	,006	,000	,165	

Determinant=0.00000005569

Ek-Tablo 5.4. NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Anti-Image Korelasyon Katsayıları Matrisi

		NRMEKMEK	BUGDAYUN	PIRINUNU	PBERSANI	PRCBALDO	MAKARNA	BULGUR	YUFKA	SEHRIYE	BIS1SADE	BIS2BEBE	YASPASTA	KURUPAST	BAKLAVA	TULUMBA
Anti-Image Kovaryanslar	NRMEKMEK	,679	2,251E-02	-,111	-3,884E-02	1,994E-02	-1,65E-02	4,813E-02	2,412E-02	2,255E-02	-8,366E-02	4,969E-02	3,206E-02	-8,178E-02	6,934E-02	5,666E-03
	BUGDAYUN	2,251E-02	,202	-5,802E-03	1,602E-02	-2,111E-02	-9,91E-03	-1,39E-02	,102	1,680E-03	6,271E-02	-8,797E-02	-3,835E-03	1,691E-02	-3,01E-02	6,592E-02
	PIRINUNU	-,111	-5,802E-03	,247	-5,149E-02	3,272E-02	-1,04E-02	-1,21E-03	,113	4,190E-03	2,881E-02	-5,047E-02	-7,775E-02	4,208E-02	-9,47E-03	1,383E-03
	PBERSANI	-3,884E-02	1,602E-02	-5,149E-02	7,133E-02	-4,428E-02	1,126E-02	-3,08E-02	-6,69E-02	-1,28E-02	2,215E-02	-6,470E-03	2,023E-02	2,210E-02	-3,81E-02	-1,09E-02
	PRCBALDO	1,994E-02	-2,111E-02	3,272E-02	-4,428E-02	5,601E-02	-1,66E-03	-2,88E-02	2,892E-02	3,282E-03	-2,393E-02	2,781E-02	-2,590E-02	-8,974E-03	-2,46E-02	4,155E-02
	MAKARNA	-1,654E-02	-9,905E-03	-1,044E-02	1,126E-02	-1,664E-03	1,507E-02	-1,51E-02	-1,40E-02	-1,54E-02	-1,040E-02	2,114E-02	4,909E-03	7,594E-03	-2,24E-02	-2,45E-03
	BULGUR	4,813E-02	-1,394E-02	-1,210E-03	-3,081E-02	-2,878E-02	-1,51E-02	,134	2,123E-02	1,578E-02	-2,294E-02	-1,590E-02	1,180E-02	-3,083E-02	,114	-6,73E-02
	YUFKA	2,412E-02	,102	,113	-6,691E-02	2,892E-02	-1,40E-02	2,123E-02	,241	9,019E-03	2,882E-02	-4,184E-02	-3,695E-03	-2,253E-02	3,438E-02	2,624E-02
	SEHRIYE	2,255E-02	1,680E-03	4,190E-03	-1,277E-02	3,282E-03	-1,54E-02	1,578E-02	9,019E-03	1,709E-02	2,006E-03	-1,327E-02	-7,386E-04	-1,179E-02	2,464E-02	-7,52E-04
	BIS1SADE	-8,366E-02	6,271E-02	2,881E-02	2,215E-02	-2,393E-02	-1,04E-02	-2,29E-02	2,882E-02	2,006E-03	,184	-,139	4,717E-03	1,559E-02	-1,82E-02	1,132E-02
	BIS2BEBE	4,969E-02	-8,797E-02	-5,047E-02	-6,470E-03	2,781E-02	2,114E-02	-1,59E-02	-4,18E-02	-1,33E-02	-,139	,184	1,462E-02	-5,578E-03	-1,77E-02	-4,51E-02
	YASPASTA	3,206E-02	-3,835E-03	-7,775E-02	2,023E-02	-2,590E-02	4,909E-03	1,180E-02	-3,69E-03	-7,39E-04	4,717E-03	1,462E-02	,108	-6,757E-02	1,459E-02	-2,70E-02
	KURUPAST	-8,178E-02	1,691E-02	4,208E-02	2,210E-02	-8,974E-03	7,594E-03	-3,08E-02	-2,25E-02	-1,18E-02	1,559E-02	-5,578E-03	-6,757E-02	9,678E-02	-4,58E-02	-3,11E-02
	BAKLAVA	6,934E-02	-3,010E-02	-9,473E-03	-3,813E-02	-2,463E-02	-2,24E-02	,114	3,438E-02	2,464E-02	-1,819E-02	-1,772E-02	1,459E-02	-4,582E-02	,169	-5,66E-02
	TULUMBA	5,666E-03	6,592E-02	1,383E-03	-1,086E-02	4,155E-02	-2,45E-03	-6,73E-02	2,624E-02	-7,52E-04	1,132E-02	-4,514E-02	-2,696E-02	-3,107E-02	-5,66E-02	,195
Anti-Image Korelasyonlar	NRMEKMEK	,515[a]	6,076E-02	-,270	-,177	,102	-,164	,160	5,968E-02	,209	-,237	,141	,118	-,319	,205	1,558E-02
	BUGDAYUN	6,076E-02	,669[a]	-2,593E-02	,133	-,198	-,179	-8,46E-02	,463	2,857E-02	,325	-,456	-2,596E-02	,121	-,163	,332
	PIRINUNU	-,270	-2,593E-02	,692[a]	-,388	,278	-,171	-6,64E-03	,462	6,442E-02	,135	-,237	-,476	,272	-4,63E-02	6,299E-03
	PBERSANI	-,177	,133	-,388	,569[a]	-,701	,343	-,315	-,511	-,366	,193	-5,651E-02	,231	,266	-,347	-9,21E-02
	PRCBALDO	,102	-,198	,278	-,701	,652[a]	-5,73E-02	-,332	,249	,106	-,235	,274	-,333	-,122	-,253	,398
	MAKARNA	-,164	-,179	-,171	,343	-5,728E-02	,542[a]	-,336	-,233	-,962	-,197	,402	,122	,199	-,444	-4,52E-02
	BULGUR	,160	-8,465E-02	-6,643E-03	-,315	-,332	-,336	,626[a]	,118	,330	-,146	-,101	9,815E-02	-,271	,758	-,416
	YUFKA	5,968E-02	,463	,462	-,511	,249	-,233	,118	,491[a]	,141	,137	-,199	-2,292E-02	-,148	,170	,121
	SEHRIYE	,209	2,857E-02	6,442E-02	-,366	,106	-,962	,330	,141	,559[a]	3,573E-02	-,237	-1,720E-02	-,290	,459	-1,30E-02
	BIS1SADE	-,237	,325	,135	,193	-,235	-,197	-,146	,137	3,573E-02	,664[a]	-,757	3,344E-02	,117	-,103	5,971E-02
	BIS2BEBE	,141	-,456	-,237	-5,651E-02	,274	,402	-,101	-,199	-,237	-,757	,443[a]	,104	-4,182E-02	-,101	-,239
	YASPASTA	,118	-2,596E-02	-,476	,231	-,333	,122	9,815E-02	-2,29E-02	-1,72E-02	3,344E-02	,104	,686[a]	-,661	,108	-,186
	KURUPAST	-,319	,121	,272	,266	-,122	,199	-,271	-,148	-,290	,117	-4,182E-02	-,661	,667[a]	-,358	-,226
	BAKLAVA	,205	-,163	-4,634E-02	-,347	-,253	-,444	,758	,170	,459	-,103	-,101	,108	-,358	,540[a]	-,312
	TULUMBA	1,558E-02	,332	6,299E-03	-9,209E-02	,398	-4,52E-02	-,416	,121	-1,30E-02	5,971E-02	-,239	-,186	-,226	-,312	,715[a]

a. Örneklem Uygunluğu Ölçümleri (Measures of Sampling Adequacy, MSA)

Ek-Tablo 5.5. NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Anti-Image Korelasyon Katsayıları Matrisi

		BUGDAYUN	PIRINUNU	PBERSANI	PRCBALDO	MAKARNA	BULGUR	YUFKA	SEHRIYE	BIS1SADE	BIS2BEBE	YASPASTA	KURUPAST	BAKLAVA	TULUMBA
Anti-Image Kovaryanslar	BUGDAYUN	,203	-2,306E-03	1,794E-02	-2,208E-02	-9,65E-03	-1,60E-02	,102	9,783E-04	6,963E-02	-9,177E-02	-4,987E-03	2,193E-02	-3,39E-02	6,599E-02
	PIRINUNU	-2,306E-03	,267	-6,438E-02	3,921E-02	-1,46E-02	7,348E-03	,126	8,873E-03	1,733E-02	-4,662E-02	-7,934E-02	3,452E-02	2,063E-03	2,489E-03
	PBERSANI	1,794E-02	-6,438E-02	7,362E-02	-4,500E-02	1,094E-02	-2,97E-02	-8,79E-02	-1,24E-02	1,898E-02	-3,819E-03	2,310E-02	2,002E-02	-3,68E-02	-1,09E-02
	PRCBALDO	-2,208E-02	3,921E-02	-4,500E-02	5,660E-02	-1,22E-03	-3,13E-02	2,861E-02	2,769E-03	-2,299E-02	2,717E-02	-2,751E-02	-7,393E-03	-2,81E-02	4,183E-02
	MAKARNA	-9,649E-03	-1,456E-02	1,094E-02	-1,223E-03	1,548E-02	-1,47E-02	-1,38E-02	-1,60E-02	-1,354E-02	2,343E-02	5,930E-03	6,407E-03	-2,22E-02	-2,37E-03
	BULGUR	-1,600E-02	7,348E-03	-2,971E-02	-3,131E-02	-1,47E-02	,138	2,010E-02	1,522E-02	-1,848E-02	-2,033E-02	9,919E-03	-2,859E-02	,117	-6,95E-02
	YUFKA	,102	,126	-6,787E-02	2,861E-02	-1,38E-02	2,010E-02	,242	8,625E-03	3,380E-02	-4,465E-02	-4,921E-03	-2,193E-02	3,343E-02	2,613E-02
	SEHRIYE	9,783E-04	8,873E-03	-1,239E-02	2,769E-03	-1,60E-02	1,522E-02	8,625E-03	1,788E-02	5,301E-03	-1,592E-02	-1,913E-03	-1,057E-02	2,439E-02	-9,83E-04
	BIS1SADE	6,963E-02	1,733E-02	1,898E-02	-2,299E-02	-1,35E-02	-1,85E-02	3,380E-02	5,301E-03	,195	-,144	9,313E-03	6,492E-03	-1,07E-02	1,273E-02
	BIS2BEBE	-9,177E-02	-4,662E-02	-3,819E-03	2,717E-02	2,343E-02	-2,03E-02	-4,46E-02	-1,59E-02	-,144	,187	1,270E-02	4,667E-04	-2,43E-02	-4,85E-02
	YASPASTA	-4,987E-03	-7,934E-02	2,310E-02	-2,751E-02	5,930E-03	9,919E-03	-4,92E-03	-1,91E-03	9,313E-03	1,270E-02	,109	-7,194E-02	1,198E-02	-2,76E-02
	KURUPAST	2,193E-02	3,452E-02	2,002E-02	-7,393E-03	6,407E-03	-2,86E-02	-2,19E-02	-1,06E-02	6,492E-03	4,667E-04	-7,194E-02	,108	-4,35E-02	-3,38E-02
	BAKLAVA	-3,395E-02	2,063E-03	-3,681E-02	-2,812E-02	-2,22E-02	,117	3,343E-02	2,439E-02	-1,066E-02	-2,428E-02	1,198E-02	-4,354E-02	,176	-5,97E-02
	TULUMBA	6,599E-02	2,489E-03	-1,087E-02	4,183E-02	-2,37E-03	-6,95E-02	2,613E-02	-9,83E-04	1,273E-02	-4,649E-02	-2,762E-02	-3,384E-02	-5,97E-02	,195
Anti-Image Korelasyonlar	BUGDAYUN	,656[a]	-9,907E-03	,147	-,206	-,172	-9,57E-02	,461	1,624E-02	,350	-,470	-3,345E-02	,148	-,179	,332
	PIRINUNU	-9,907E-03	,680[a]	-,459	,319	-,226	3,834E-02	,497	,128	7,592E-02	-,208	-,464	,204	9,511E-03	1,091E-02
	PBERSANI	,147	-,459	,576[a]	-,697	,324	-,295	-,509	-,342	,158	-3,250E-02	,257	,225	-,323	-9,08E-02
	PRCBALDO	-,206	,319	-,697	,646[a]	-4,13E-02	-,355	,245	8,704E-02	-,219	,264	-,350	-9,467E-02	-,282	,398
	MAKARNA	-,172	-,226	,324	-4,132E-02	,542[a]	-,318	-,226	-,962	-,246	,435	,144	,157	-,425	-4,32E-02
	BULGUR	-9,574E-02	3,834E-02	-,295	-,355	-,318	,636[a]	,110	,307	-,113	-,127	8,084E-02	-,235	,751	-,424
	YUFKA	,461	,497	-,509	,245	-,226	,110	,485[a]	,131	,156	-,210	-3,026E-02	-,136	,162	,120
	SEHRIYE	1,624E-02	,128	-,342	8,704E-02	-,962	,307	,131	,572[a]	8,972E-02	-,275	-4,326E-02	-,241	,434	-1,67E-02
	BIS1SADE	,350	7,592E-02	,158	-,219	-,246	-,113	,156	8,972E-02	,675[a]	-,753	6,371E-02	4,475E-02	-5,74E-02	6,526E-02
	BIS2BEBE	-,470	-,208	-3,250E-02	,264	,435	-,127	-,210	-,275	-,753	,436[a]	8,864E-02	3,283E-03	-,134	-,243
	YASPASTA	-3,345E-02	-,464	,257	-,350	,144	8,084E-02	-3,03E-02	-4,33E-02	6,371E-02	8,864E-02	,678[a]	-,663	8,626E-02	-,189
	KURUPAST	,148	,204	,225	-9,467E-02	,157	-,235	-,136	-,241	4,475E-02	3,283E-03	-,663	,711[a]	-,316	-,234
	BAKLAVA	-,179	9,511E-03	-,323	-,282	-,425	,751	,162	,434	-5,742E-02	-,134	8,626E-02	-,316	,559[a]	-,322
	TULUMBA	,332	1,091E-02	-9,078E-02	,398	-4,32E-02	-,424	,120	-1,67E-02	6,526E-02	-,243	-,189	-,234	-,322	,699[a]

a. Örneklem Uygunluğu Ölçümleri (Measures of Sampling Adequacy, MSA)

Ek-Tablo 5.6. TBA ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Özdeğerler ve Toplam Açıklanan Varyans Miktarları

Faktörler	Başlangıç Değerler			Faktörleştirme Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı			Faktör Döndürmesi Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı		
	Toplam	Varyans %	Birikimli %	Toplam	Varyans %	Birikimli %	Toplam	Varyans %	Birikimli %
1	4,919	32,792	32,792	4,919	32,792	32,792	3,066	20,441	20,441
2	2,836	18,907	51,699	2,836	18,907	51,699	3,055	20,368	40,808
3	2,020	13,466	65,166	2,020	13,466	65,166	2,953	19,689	60,497
4	1,772	11,811	76,976	1,772	11,811	76,976	2,472	16,479	76,976
5	,974	6,496	83,472						
6	,805	5,363	88,836						
7	,601	4,010	92,846						
8	,382	2,546	95,392						
9	,229	1,525	96,916						
10	,204	1,363	98,279						
11	8,952E-02	,597	98,876						
12	7,691E-02	,513	99,389						
13	5,079E-02	,339	99,727						
14	3,313E-02	,221	99,948						
15	7,761E-03	5,174E-02	100,000						

Ek-Tablo 5.7. TBA ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Özdeğerler ve Toplam Açıklanan Varyans Miktarları

Faktörler	Başlangıç Değerler			Faktörleştirme Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı			Faktör Döndürmesi Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı		
	Toplam	Varyans %	Birikimli %	Toplam	Varyans %	Birikimli %	Toplam	Varyans %	Birikimli %
1	4,832	34,513	34,513	4,832	34,513	34,513	3,118	22,274	22,274
2	2,824	20,171	54,684	2,824	20,171	54,684	2,897	20,690	42,964
3	1,973	14,093	68,777	1,973	14,093	68,777	2,870	20,499	63,464
4	1,745	12,464	81,240	1,745	12,464	81,240	2,489	17,776	81,240
5	,896	6,400	87,640						
6	,606	4,328	91,968						
7	,406	2,900	94,868						
8	,231	1,649	96,516						
9	,223	1,595	98,112						
10	8,970E-02	,641	98,752						
11	7,724E-02	,552	99,304						
12	5,605E-02	,400	99,705						
13	3,328E-02	,238	99,942						
14	8,073E-03	5,766E-02	100,000						

Ek-Tablo 5.8. TBA Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Yeniden Üretilmiş Korelasyon Matrisi

		NRMEKMEK	BUGDAYUN	PIRINUNU	PBERSANI	PRCBALDO	MAKARNA	BULGUR	YUFKA	SEHRIYE	BIS1SADE	BIS2BEBE	YASPASTA	KURUPAST	BAKLAVA	TULUMBA
Yeniden Üretilmiş Korelasyon	NRMEKMEK	,252[b]	-8,550E-02	,192	8,461E-02	9,091E-02	8,440E-02	,278	-4,52E-03	,103	,248	,242	,333	,397	,117	,455
	BUGDAYUN	-8,550E-02	,866[b]	,621	,195	,278	,436	4,361E-02	-,672	,390	,344	,242	-9,452E-02	-,203	,478	-,197
	PIRINUNU	,192	,621	,718[b]	,299	,391	,408	,346	-,567	,386	,492	,403	,330	,290	,562	,307
	PBERSANI	8,461E-02	,195	,299	,841[b]	,837	,390	,642	,120	,372	8,983E-02	-,256	,385	,443	,545	,172
	PRCBALDO	9,091E-02	,278	,391	,837	,918[b]	,236	,596	-7,60E-02	,208	-6,146E-03	-,273	,545	,513	,673	,155
	MAKARNA	8,440E-02	,436	,408	,390	,236	,866[b]	,455	2,230E-02	,863	,676	,315	-,211	-9,482E-03	,216	,198
	BULGUR	,278	4,361E-02	,346	,642	,596	,455	,707[b]	,163	,463	,366	7,796E-02	,450	,598	,408	,530
	YUFKA	-4,523E-03	-,672	-,567	,120	-7,602E-02	2,230E-02	,163	,844[b]	5,884E-02	-,159	-,324	-,162	5,514E-02	-,407	7,425E-02
	SEHRIYE	,103	,390	,386	,372	,208	,863	,463	5,884E-02	,864[b]	,689	,331	-,207	9,883E-03	,186	,235
	BIS1SADE	,248	,344	,492	8,983E-02	-6,146E-03	,676	,366	-,159	,689	,779[b]	,610	-2,322E-02	,148	,153	,468
	BIS2BEBE	,242	,242	,403	-,256	-,273	,315	7,796E-02	-,324	,331	,610	,868[b]	2,066E-02	9,280E-02	2,291E-02	,425
	YASPASTA	,333	-9,452E-02	,330	,385	,545	-,211	,450	-,162	-,207	-2,322E-02	2,066E-02	,879[b]	,810	,483	,561
	KURUPAST	,397	-,203	,290	,443	,513	-9,48E-03	,598	5,514E-02	9,883E-03	,148	9,280E-02	,810	,857[b]	,395	,708
	BAKLAVA	,117	,478	,562	,545	,673	,216	,408	-,407	,186	,153	2,291E-02	,483	,395	,654[b]	,174
	TULUMBA	,455	-,197	,307	,172	,155	,198	,530	7,425E-02	,235	,468	,425	,561	,708	,174	,832[b]
Rezidü[a]	NRMEKMEK		-8,716E-03	9,544E-02	3,290E-02	-6,037E-03	3,471E-02	-9,20E-02	-1,57E-02	8,956E-03	-4,577E-02	-,175	-8,718E-02	-7,247E-02	-2,95E-02	-,161
	BUGDAYUN	-8,716E-03		-7,643E-02	-3,478E-02	-9,238E-04	-2,22E-04	4,689E-02	2,357E-02	1,676E-03	-3,409E-02	1,260E-02	2,742E-02	4,389E-02	-5,75E-02	8,643E-03
	PIRINUNU	9,544E-02	-7,643E-02		3,940E-02	-5,627E-02	1,283E-02	-1,51E-02	3,807E-02	1,669E-02	-,103	-6,773E-02	2,752E-03	-6,677E-02	-8,75E-02	-7,97E-03
	PBERSANI	3,290E-02	-3,478E-02	3,940E-02		4,064E-02	-,116	3,147E-02	4,469E-02	-,103	5,702E-02	,155	-7,733E-02	-,103	-7,03E-03	-1,83E-02
	PRCBALDO	-6,037E-03	-9,238E-04	-5,627E-02	4,064E-02		-6,84E-02	5,598E-02	-5,57E-03	-6,72E-02	9,123E-02	9,171E-02	-2,703E-02	-3,679E-02	-3,60E-02	-4,08E-02
	MAKARNA	3,471E-02	-2,216E-04	1,283E-02	-,116	-6,842E-02		-9,49E-02	-4,02E-02	,122	-,101	-,168	6,621E-02	8,291E-02	2,774E-02	3,261E-02
	BULGUR	-9,203E-02	4,689E-02	-1,514E-02	3,147E-02	5,598E-02	-9,49E-02		-8,55E-02	-9,75E-02	3,214E-02	7,804E-02	-2,748E-02	-6,437E-02	-,211	-1,95E-02
	YUFKA	-1,568E-02	2,357E-02	3,807E-02	4,469E-02	-5,565E-03	-4,02E-02	-8,55E-02		-4,03E-02	1,528E-02	,110	-2,120E-03	-1,479E-02	,104	-1,94E-02
	SEHRIYE	8,956E-03	1,676E-03	1,669E-02	-,103	-6,720E-02	,122	-9,75E-02	-4,03E-02		-,110	-,148	7,497E-02	9,006E-02	8,259E-03	3,018E-02
	BIS1SADE	-4,577E-02	-3,409E-02	-,103	5,702E-02	9,123E-02	-,101	3,214E-02	1,528E-02	-,110		,107	-2,935E-02	-3,925E-02	4,406E-02	-7,58E-02
	BIS2BEBE	-,175	1,260E-02	-6,773E-02	,155	9,171E-02	-,168	7,804E-02	,110	-,148	,107		-6,027E-02	-7,070E-02	3,514E-02	-3,98E-02
	YASPASTA	-8,718E-02	2,742E-02	2,752E-03	-7,733E-02	-2,703E-02	6,621E-02	-2,75E-02	-2,12E-03	7,497E-02	-2,935E-02	-6,027E-02		5,429E-02	-5,09E-02	-1,48E-02
	KURUPAST	-7,247E-02	4,389E-02	-6,677E-02	-,103	-3,679E-02	8,291E-02	-6,44E-02	-1,48E-02	9,006E-02	-3,925E-02	-7,070E-02	5,429E-02		2,715E-02	-5,41E-03
	BAKLAVA	-2,950E-02	-5,754E-02	-8,749E-02	-7,027E-03	-3,601E-02	2,774E-02	-,211	,104	8,259E-03	4,406E-02	3,514E-02	-5,094E-02	2,715E-02		5,597E-02
	TULUMBA	-,161	8,643E-03	-7,971E-03	-1,828E-02	-4,081E-02	3,261E-02	-1,95E-02	-1,94E-02	3,018E-02	-7,576E-02	-3,979E-02	-1,477E-02	-5,406E-03	5,597E-02	

Faktör Çıkarma Yöntemi: Temel Bileşenler Analizi.

a. Gözlenen ve yeniden üretilmiş korelasyonlar arasındaki rezidüler. Mutlak değerce 0,05'ten büyük olan 48 (45,0%) tane rezidü değeri vardır.

b. Yeniden üretilmiş ortak varyanslar

Ek-Tablo 5.9. TBA Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Yeniden Üretilmiş Korelasyon Matrisi

		BUGDAYUN	PIRINUNU	PBERSANI	PRCBALDO	MAKARNA	BULGUR	YUFKA	SEHRIYE	BIS1SADE	BIS2BEBE	YASPASTA	KURUPAST	BAKLAVA	TULUMBA
Yeniden Üretilmiş Korelasyon	BUGDAYUN	,858[b]	,634	,193	,273	,439	3,985E-02	-,673	,392	,345	,235	-9,114E-02	-,197	,474	-,194
	PIRINUNU	,634	,709[b]	,305	,399	,409	,341	-,567	,387	,480	,391	,316	,271	,565	,285
	PBERSANI	,193	,305	,839[b]	,834	,393	,636	,118	,374	8,691E-02	-,265	,384	,442	,542	,169
	PRCBALDO	,273	,399	,834	,914[b]	,238	,593	-7,73E-02	,210	-5,527E-03	-,277	,549	,518	,671	,159
	MAKARNA	,439	,409	,393	,238	,869[b]	,451	2,186E-02	,865	,671	,305	-,217	-1,600E-02	,217	,187
	BULGUR	3,985E-02	,341	,636	,593	,451	,716[b]	,165	,462	,375	9,778E-02	,462	,610	,409	,552
	YUFKA	-,673	-,567	,118	-7,730E-02	2,186E-02	,165	,844[b]	5,877E-02	-,157	-,321	-,160	5,818E-02	-,407	7,879E-02
	SEHRIYE	,392	,387	,374	,210	,865	,462	5,877E-02	,866[b]	,686	,325	-,209	6,477E-03	,186	,229
	BIS1SADE	,345	,480	8,691E-02	-5,527E-03	,671	,375	-,157	,686	,784[b]	,629	-1,695E-02	,153	,156	,481
	BIS2BEBE	,235	,391	-,265	-,277	,305	9,778E-02	-,321	,325	,629	,710[b]	4,275E-02	,116	2,534E-02	,467
	YASPASTA	-9,114E-02	,316	,384	,549	-,217	,462	-,160	-,209	-1,695E-02	4,275E-02	,887[b]	,816	,488	,577
	KURUPAST	-,197	,271	,442	,518	-1,60E-02	,610	5,818E-02	6,477E-03	,153	,116	,816	,860[b]	,400	,722
	BAKLAVA	,474	,565	,542	,671	,217	,409	-,407	,186	,156	2,534E-02	,488	,400	,654[b]	,180
	TULUMBA	-,194	,285	,169	,159	,187	,552	7,879E-02	,229	,481	,467	,577	,722	,180	,883[b]
Rezidü[a]	BUGDAYUN		-8,901E-02	-3,218E-02	4,446E-03	-3,58E-03	5,064E-02	2,507E-02	-6,13E-04	-3,548E-02	1,966E-02	2,404E-02	3,786E-02	-5,39E-02	5,761E-03
	PIRINUNU	-8,901E-02		3,269E-02	-6,394E-02	1,172E-02	-9,96E-03	3,793E-02	1,638E-02	-9,177E-02	-5,582E-02	1,706E-02	-4,846E-02	-9,06E-02	1,477E-02
	PBERSANI	-3,218E-02	3,269E-02		4,417E-02	-,119	3,668E-02	4,634E-02	-,106	5,994E-02	,164	-7,654E-02	-,103	-4,61E-03	-1,51E-02
	PRCBALDO	4,446E-03	-6,394E-02	4,417E-02		-7,07E-02	5,834E-02	-4,28E-03	-6,91E-02	9,061E-02	9,510E-02	-3,072E-02	-4,187E-02	-3,35E-02	-4,51E-02
	MAKARNA	-3,583E-03	1,172E-02	-,119	-7,066E-02		-9,09E-02	-3,98E-02	,120	-9,571E-02	-,157	7,182E-02	8,942E-02	2,727E-02	4,313E-02
	BULGUR	5,064E-02	-9,957E-03	3,668E-02	5,834E-02	-9,09E-02		-8,68E-02	-9,58E-02	2,371E-02	5,823E-02	-3,952E-02	-7,684E-02	-,213	-4,09E-02
	YUFKA	2,507E-02	3,793E-02	4,634E-02	-4,282E-03	-3,98E-02	-8,68E-02		-4,02E-02	1,366E-02	,107	-4,835E-03	-1,783E-02	,105	-2,40E-02
	SEHRIYE	-6,133E-04	1,638E-02	-,106	-6,910E-02	,120	-9,58E-02	-4,02E-02		-,106	-,143	7,776E-02	9,347E-02	7,482E-03	3,573E-02
	BIS1SADE	-3,548E-02	-9,177E-02	5,994E-02	9,061E-02	-9,57E-02	2,371E-02	1,366E-02	-,106		8,818E-02	-3,561E-02	-4,432E-02	4,169E-02	-8,93E-02
	BIS2BEBE	1,966E-02	-5,582E-02	,164	9,510E-02	-,157	5,823E-02	,107	-,143	8,818E-02		-8,236E-02	-9,404E-02	3,271E-02	-8,08E-02
	YASPASTA	2,404E-02	1,706E-02	-7,654E-02	-3,072E-02	7,182E-02	-3,95E-02	-4,83E-03	7,776E-02	-3,561E-02	-8,236E-02		4,844E-02	-5,56E-02	-3,04E-02
	KURUPAST	3,786E-02	-4,846E-02	-,103	-4,187E-02	8,942E-02	-7,68E-02	-1,78E-02	9,347E-02	-4,432E-02	-9,404E-02	4,844E-02		2,159E-02	-1,91E-02
	BAKLAVA	-5,386E-02	-9,061E-02	-4,605E-03	-3,347E-02	2,727E-02	-,213	,105	7,482E-03	4,169E-02	3,271E-02	-5,558E-02	2,159E-02		4,906E-02
	TULUMBA	5,761E-03	1,477E-02	-1,514E-02	-4,505E-02	4,313E-02	-4,09E-02	-2,40E-02	3,573E-02	-8,929E-02	-8,084E-02	-3,035E-02	-1,913E-02	4,906E-02	

Faktör Çıkarma Yöntemi: Temel Bileşenler Analizi.

a. Gözlenen ve yeniden üretilmiş korelasyonlar arasındaki rezidüler. Mutlak değerce 0.05'ten büyük olan 41 (45,0%) tane rezidü değeri vardır.

b. Yeniden üretilmiş ortak varyanslar

Ek-Tablo 5.10. TBA, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorlarına Göre Sıralanmış İller

İLLER	1.FAKTÖR
Gaziantep	1,98216
İstanbul	1,81863
Eskişehir	0,86747
Denizli	0,73547
Antalya	0,70675
Konya	0,63836
İzmir	0,17034
Türkiye	0,08937
Trabzon	-0,02962
Samsun	-0,16889
İçel	-0,17883
Kocaeli	-0,18783
Zonguldak	-0,21926
Ankara	-0,22543
Bursa	-0,36156
Erzurum	-0,50456
Adana	-0,62620
Kayseri	-0,68814
Diyarbakır	-1,28055
Malatya	-2,53769

İLLER	2.FAKTÖR
Diyarbakır	2,26387
Zonguldak	2,09503
Denizli	1,09004
İçel	0,71744
İzmir	0,54934
Adana	0,36924
Erzurum	0,34070
Gaziantep	0,11524
Antalya	0,09772
Ankara	-0,16760
Türkiye	-0,17252
Konya	-0,18048
Samsun	-0,31222
Eskişehir	-0,63417
Trabzon	-0,77084
İstanbul	-0,86851
Bursa	-0,95466
Kayseri	-0,99614
Kocaeli	-1,16503
Malatya	-1,41642

İLLER	3.FAKTÖR
İstanbul	1,91637
Ankara	1,39429
Bursa	1,29571
Diyarbakır	1,05778
Kocaeli	0,54927
Türkiye	0,53570
İzmir	0,51666
Erzurum	0,34620
Trabzon	0,31342
Antalya	0,06758
Zonguldak	0,00003
Eskişehir	-0,28965
İçel	-0,35860
Malatya	-0,38516
Denizli	-0,62736
Samsun	-0,65252
Konya	-1,09054
Adana	-1,29068
Gaziantep	-1,52242
Kayseri	-1,77606

İLLER	4.FAKTÖR
Gaziantep	1,77699
Samsun	1,49445
İçel	1,19876
Ankara	0,87545
Eskişehir	0,74189
Diyarbakır	0,52701
Bursa	0,46777
Adana	0,45001
Malatya	0,29503
Antalya	0,15706
Türkiye	-0,11375
İzmir	-0,32868
Erzurum	-0,43375
İstanbul	-0,47459
Denizli	-0,68902
Kocaeli	-0,71211
Trabzon	-0,77463
Kayseri	-0,84822
Zonguldak	-1,21589
Konya	-2,39379

Ek-Tablo 5.11. TBA, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Skorlarına Göre Sıralanmış İller

İLLER	1.FAKTÖR
Diyarbakır	2,34899
Zonguldak	2,05957
Denizli	1,06402
İçel	0,68286
İzmir	0,56886
Erzurum	0,35934
Adana	0,27196
Antalya	0,11868
Gaziantep	-0,00661
Ankara	-0,04937
Türkiye	-0,13833
Konya	-0,24318
Samsun	-0,32746
Eskişehir	-0,68441
Trabzon	-0,74932
İstanbul	-0,75419
Bursa	-0,81342
Kayseri	-1,08733
Malatya	-1,44568
Kocaeli	-1,17500

İLLER	2.FAKTÖR
İstanbul	2,03043
Bursa	1,64734
Ankara	1,49942
Diyarbakır	0,85356
Türkiye	0,52524
İzmir	0,40934
Trabzon	0,31207
Antalya	0,27464
Erzurum	0,23804
Kocaeli	0,23586
Eskişehir	-0,37290
Zonguldak	-0,39895
Samsun	-0,44527
Denizli	-0,44855
İçel	-0,50059
Malatya	-0,64405
Konya	-0,84076
Gaziantep	-1,39943
Adana	-1,44735
Kayseri	-0,52810

İLLER	3.FAKTÖR
Gaziantep	2,07951
İstanbul	1,69346
Eskişehir	0,95308
Denizli	0,72882
Konya	0,69072
Antalya	0,62370
İzmir	0,16818
Türkiye	0,05851
Trabzon	-0,00763
Zonguldak	-0,05371
Kocaeli	-0,06196
İçel	-0,13170
Samsun	-0,24056
Ankara	-0,41445
Adana	-0,47878
Erzurum	-0,50351
Bursa	-0,63124
Kayseri	-0,63709
Diyarbakır	-1,38163
Malatya	-2,45372

İLLER	4.FAKTÖR
Gaziantep	1,84228
Samsun	1,48334
İçel	1,20132
Ankara	0,84966
Eskişehir	0,78110
Diyarbakır	0,47696
Adana	0,45056
Bursa	0,42730
Malatya	0,24873
Antalya	0,16388
Türkiye	-0,11416
İzmir	-0,32338
İstanbul	-0,43875
Erzurum	-0,44637
Denizli	-0,68081
Kocaeli	-0,69368
Trabzon	-0,77462
Kayseri	-0,86319
Zonguldak	-1,20992
Konya	-2,38025

Ek-Tablo 5.12. ML ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Özdeğerler ve Toplam Açıklanan Varyans Oranları

	Başlangıç Değerler			Faktörleştirme Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı			Faktör Döndürmesi Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı		
Faktörler	Toplam	Varyans %	Birikimli %	Toplam	Varyans %	Birikimli %	Toplam	Varyans %	Birikimli %
1	4,919	32,792	32,792	3,484	23,223	23,223	2,807	18,713	18,713
2	2,836	18,907	51,699	2,746	18,308	41,532	2,735	18,232	36,945
3	2,020	13,466	65,166	2,198	14,653	56,185	2,636	17,572	54,517
4	1,772	11,811	76,976	1,910	12,733	68,918	2,160	14,401	68,918
5	,974	6,496	83,472						
6	,805	5,363	88,836						
7	,601	4,010	92,846						
8	,382	2,546	95,392						
9	,229	1,525	96,916						
10	,204	1,363	98,279						
11	8,952E-02	,597	98,876						
12	7,691E-02	,513	99,389						
13	5,079E-02	,339	99,727						
14	3,313E-02	,221	99,948						
15	7,761E-03	5,174E-02	100,000						

Ek-Tablo 5.13. ML ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Özdeğerler ve Toplam Açıklanan Varyans Oranları

	Başlangıç Değerler			Faktörleştirme Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı			Faktör Döndürmesi Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı		
Faktörler	Toplam	Varyans %	Birikimli %	Toplam	Varyans %	Birikimli %	Toplam	Varyans %	Birikimli %
1	4,832	34,513	34,513	3,479	24,851	24,851	2,751	19,653	19,653
2	2,824	20,171	54,684	2,730	19,501	44,352	2,749	19,638	39,291
3	1,973	14,093	68,777	2,088	14,917	59,269	2,546	18,188	57,479
4	1,745	12,464	81,240	1,909	13,639	72,908	2,160	15,429	72,908
5	,896	6,400	87,640						
6	,606	4,328	91,968						
7	,406	2,900	94,868						
8	,231	1,649	96,516						
9	,223	1,595	98,112						
10	8,970E-02	,641	98,752						
11	7,724E-02	,552	99,304						
12	5,605E-02	,400	99,705						
13	3,328E-02	,238	99,942						
14	8,073E-03	5,766E-02	100,000						

Ek-Tablo 5.14. ML Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Yeniden Üretilmiş Korelasyon Matrisi

		NRMEKMEK	BUGDAYUN	PIRINUNU	PBERSANI	PRCBALDO	MAKARNA	BULGUR	YUFKA	SEHRIYE	BIS1SADE	BIS2BEBE	YASPASTA	KURUPAST	BAKLAVA	TULUMBA
Yeniden Üretilmiş Korelasyon	NRMEKMEK	,127[b]	-3,419E-02	,122	5,686E-02	8,520E-02	,106	,169	-6,12E-03	,119	,101	6,403E-02	,268	,321	,114	,288
	BUGDAYUN	-3,419E-02	,788[b]	,557	,169	,277	,435	9,563E-02	-,655	,391	,320	,177	-6,412E-02	-,166	,391	-,154
	PIRINUNU	,122	,557	,565[b]	,210	,336	,423	,276	-,514	,403	,344	,200	,289	,262	,445	,215
	PBERSANI	5,686E-02	,169	,210	,852[b]	,878	,283	,622	,137	,266	,111	-,211	,321	,357	,494	7,699E-02
	PRCBALDO	8,520E-02	,277	,336	,878	,999[b]	,167	,651	-8,14E-02	,141	8,504E-02	-,181	,518	,476	,637	,115
	MAKARNA	,106	,435	,423	,283	,167	,982[b]	,364	-1,99E-02	,985	,580	,178	-,143	7,285E-02	,224	,233
	BULGUR	,169	9,563E-02	,276	,622	,651	,364	,591[b]	9,726E-02	,367	,214	-6,126E-02	,450	,546	,436	,350
	YUFKA	-6,119E-03	-,655	-,514	,137	-8,139E-02	-1,99E-02	9,726E-02	,845[b]	1,950E-02	-,143	-,244	-,167	3,748E-02	-,329	6,239E-02
	SEHRIYE	,119	,391	,403	,266	,141	,985	,367	1,950E-02	,993[b]	,582	,180	-,133	9,963E-02	,202	,268
	BIS1SADE	,101	,320	,344	,111	8,504E-02	,580	,214	-,143	,582	,378[b]	,170	1,537E-02	,124	,185	,217
	BIS2BEBE	6,403E-02	,177	,200	-,211	-,181	,178	-6,13E-02	-,244	,180	,170	,189[b]	2,738E-02	3,992E-02	2,146E-02	,142
	YASPASTA	,268	-6,412E-02	,289	,321	,518	-,143	,450	-,167	-,133	1,537E-02	2,738E-02	,890[b]	,859	,452	,567
	KURUPAST	,321	-,166	,262	,357	,476	7,285E-02	,546	3,748E-02	9,963E-02	,124	3,992E-02	,859	,942[b]	,401	,709
	BAKLAVA	,114	,391	,445	,494	,637	,224	,436	-,329	,202	,185	2,146E-02	,452	,401	,534[b]	,189
	TULUMBA	,288	-,154	,215	7,699E-02	,115	,233	,350	6,239E-02	,268	,217	,142	,567	,709	,189	,662[b]
Rezidü[a]	NRMEKMEK		-6,003E-02	,165	6,065E-02	-3,294E-04	1,303E-02	1,692E-02	-1,41E-02	-7,05E-03	,101	3,096E-03	-2,295E-02	3,400E-03	-2,64E-02	6,711E-03
	BUGDAYUN	-6,003E-02		-1,212E-02	-7,976E-03	1,835E-05	5,726E-05	-5,14E-03	6,270E-03	1,761E-04	-1,066E-02	7,779E-02	-2,982E-03	6,858E-03	2,949E-02	-3,46E-02
	PIRINUNU	,165	-1,212E-02		,128	-7,544E-04	-2,85E-03	5,427E-02	-1,54E-02	-3,58E-04	4,485E-02	,135	4,369E-02	-3,900E-02	2,952E-02	8,470E-02
	PBERSANI	6,065E-02	-7,976E-03	,128		3,898E-05	-9,91E-03	5,126E-02	2,773E-02	1,846E-03	3,559E-02	,110	-1,352E-02	-1,785E-02	4,380E-02	7,695E-02
	PRCBALDO	-3,294E-04	1,835E-05	-7,544E-04	3,898E-05		3,546E-05	2,443E-04	-1,92E-04	-5,90E-06	4,897E-05	-6,981E-04	7,517E-05	8,668E-05	-2,98E-05	-5,49E-04
	MAKARNA	1,303E-02	5,726E-05	-2,848E-03	-9,907E-03	3,546E-05		-4,60E-03	1,995E-03	1,471E-04	-5,457E-03	-3,054E-02	-1,458E-03	5,769E-04	1,958E-02	-2,13E-03
	BULGUR	1,692E-02	-5,140E-03	5,427E-02	5,126E-02	2,443E-04	-4,60E-03		-1,93E-02	-1,28E-03	,184	,217	-2,752E-02	-1,267E-02	-,239	,161
	YUFKA	-1,409E-02	6,270E-03	-1,535E-02	2,773E-02	-1,923E-04	1,995E-03	-1,93E-02		-9,13E-04	-8,445E-04	3,052E-02	2,409E-03	2,870E-03	2,673E-02	-7,58E-03
	SEHRIYE	-7,053E-03	1,761E-04	-3,580E-04	1,846E-03	-5,901E-06	1,471E-04	-1,28E-03	-9,13E-04		-2,195E-03	2,406E-03	1,340E-03	3,139E-04	-8,30E-03	-2,63E-03
	BIS1SADE	,101	-1,066E-02	4,485E-02	3,559E-02	4,897E-05	-5,46E-03	,184	-8,45E-04	-2,20E-03		,547	-6,794E-02	-1,529E-02	1,236E-02	,175
	BIS2BEBE	3,096E-03	7,779E-02	,135	,110	-6,981E-04	-3,05E-02	,217	3,052E-02	2,406E-03	,547		-6,699E-02	-1,782E-02	3,659E-02	,244
	YASPASTA	-2,295E-02	-2,982E-03	4,369E-02	-1,352E-02	7,517E-05	-1,46E-03	-2,75E-02	2,409E-03	1,340E-03	-6,794E-02	-6,699E-02		4,794E-03	-2,00E-02	-2,06E-02
	KURUPAST	3,400E-03	6,858E-03	-3,900E-02	-1,785E-02	8,668E-05	5,769E-04	-1,27E-02	2,870E-03	3,139E-04	-1,529E-02	-1,782E-02	4,794E-03		2,068E-02	-5,82E-03
	BAKLAVA	-2,638E-02	2,949E-02	2,952E-02	4,380E-02	-2,984E-05	1,958E-02	-,239	2,673E-02	-8,30E-03	1,236E-02	3,659E-02	-2,004E-02	2,068E-02		4,100E-02
	TULUMBA	6,711E-03	-3,457E-02	8,470E-02	7,695E-02	-5,494E-04	-2,13E-03	,161	-7,58E-03	-2,63E-03	,175	,244	-2,060E-02	-5,818E-03	4,100E-02	

Faktör Çıkarma Yöntemi: Maximum Likelihood.

a. Gözlenen ve yeniden üretilmiş korelasyonlar arasındaki rezidüler. Mutlak değerce 0,05'ten büyük olan 21 (20,0%) tane rezidü değeri vardır.

b. Yeniden üretilmiş ortak varyanslar

Ek-Tablo 5.15. ML Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Yeniden Üretilmiş Korelasyon Matrisi

		BUGDAYUN	PIRINUNU	PBERSANI	PRCBALDO	MAKARNA	BULGUR	YUFKA	SEHRIYE	BIS1SADE	BIS2BEBE	YASPASTA	KURUPAST	BAKLAVA	TULUMBA
Yeniden Üretilmiş Korelasyon	BUGDAYUN	,788[b]	,557	,169	,277	,435	9,578E-02	-,655	,391	,321	,177	-6,346E-02	-,165	,391	-,153
	PIRINUNU	,557	,564[b]	,210	,336	,423	,275	-,513	,403	,343	,199	,288	,260	,444	,212
	PBERSANI	,169	,210	,653[b]	,878	,283	,622	,137	,266	,111	-,211	,320	,356	,493	7,623E-02
	PRCBALDO	,277	,336	,878	,999[b]	,167	,651	-8,14E-02	,141	8,505E-02	-,181	,518	,476	,637	,115
	MAKARNA	,435	,423	,283	,167	,981[b]	,364	-2,01E-02	,985	,580	,178	-,143	7,262E-02	,223	,232
	BULGUR	9,578E-02	,275	,622	,651	,364	,591[b]	9,748E-02	,367	,214	-6,141E-02	,450	,546	,435	,350
	YUFKA	-,655	-,513	,137	-8,139E-02	-2,01E-02	9,748E-02	,844[b]	1,943E-02	-,143	-,244	-,167	3,768E-02	-,329	6,275E-02
	SEHRIYE	,391	,403	,266	,141	,985	,367	1,943E-02	,993[b]	,582	,181	-,133	9,976E-02	,202	,268
	BIS1SADE	,321	,343	,111	8,505E-02	,580	,214	-,143	,582	,377[b]	,170	1,385E-02	,122	,184	,214
	BIS2BEBE	,177	,199	-,211	-,181	,178	-6,14E-02	-,244	,181	,170	,189[b]	2,714E-02	3,941E-02	2,124E-02	,141
	YASPASTA	-6,346E-02	,288	,320	,518	-,143	,450	-,167	-,133	1,385E-02	2,714E-02	,892[b]	,860	,453	,568
	KURUPAST	-,165	,260	,356	,476	7,262E-02	,546	3,768E-02	9,976E-02	,122	3,941E-02	,860	,941[b]	,401	,708
	BAKLAVA	,391	,444	,493	,637	,223	,435	-,329	,202	,184	2,124E-02	,453	,401	,533[b]	,188
	TULUMBA	-,153	,212	7,623E-02	,115	,232	,350	6,275E-02	,268	,214	,141	,568	,708	,188	,681[b]
Rezidü[a]	BUGDAYUN		-1,274E-02	-8,021E-03	2,722E-05	9,719E-05	-5,28E-03	6,355E-03	1,009E-04	-1,111E-02	7,745E-02	-3,641E-03	5,846E-03	2,945E-02	-3,52E-02
	PIRINUNU	-1,274E-02		,128	-7,803E-04	-2,60E-03	5,515E-02	-1,60E-02	-3,06E-04	4,599E-02	,136	4,531E-02	-3,676E-02	3,024E-02	8,696E-02
	PBERSANI	-8,021E-03	,128		2,922E-05	-1,01E-02	5,137E-02	2,759E-02	1,656E-03	3,536E-02	,110	-1,245E-02	-1,697E-02	4,418E-02	7,771E-02
	PRCBALDO	2,722E-05	-7,803E-04	2,922E-05		3,402E-05	2,384E-04	-1,91E-04	-4,39E-06	3,337E-05	-7,040E-04	7,230E-05	8,243E-05	-3,01E-05	-5,59E-04
	MAKARNA	9,719E-05	-2,602E-03	-1,006E-02	3,402E-05		-4,33E-03	2,135E-03	1,344E-04	-5,038E-03	-3,086E-02	-1,443E-03	8,031E-04	2,041E-02	-1,61E-03
	BULGUR	-5,284E-03	5,515E-02	5,137E-02	2,384E-04	-4,33E-03		-1,98E-02	-1,31E-03	,185	,217	-2,745E-02	-1,213E-02	-,239	,161
	YUFKA	6,355E-03	-1,603E-02	2,759E-02	-1,905E-04	2,135E-03	-1,96E-02		-8,50E-04	-1,229E-03	3,010E-02	2,332E-03	2,679E-03	2,679E-02	-7,94E-03
	SEHRIYE	1,009E-04	-3,061E-04	1,656E-03	-4,388E-06	1,344E-04	-1,31E-03	-8,50E-04		-2,125E-03	1,896E-03	1,154E-03	1,819E-04	-7,58E-03	-2,62E-03
	BIS1SADE	-1,111E-02	4,599E-02	3,536E-02	3,337E-05	-5,04E-03	,185	-1,23E-03	-2,12E-03		,547	-6,642E-02	-1,328E-02	1,328E-02	,177
	BIS2BEBE	7,745E-02	,136	,110	-7,040E-04	-3,09E-02	,217	3,010E-02	1,896E-03	,547		-6,675E-02	-1,731E-02	3,681E-02	,244
	YASPASTA	-3,641E-03	4,531E-02	-1,245E-02	7,230E-05	-1,44E-03	-2,74E-02	2,332E-03	1,154E-03	-6,642E-02	-6,675E-02		4,299E-03	-2,05E-02	-2,13E-02
	KURUPAST	5,846E-03	-3,676E-02	-1,697E-02	8,243E-05	8,031E-04	-1,21E-02	2,679E-03	1,819E-04	-1,328E-02	-1,731E-02	4,299E-03		2,075E-02	-5,10E-03
	BAKLAVA	2,945E-02	3,024E-02	4,418E-02	-3,007E-05	2,041E-02	-,239	2,679E-02	-7,58E-03	1,326E-02	3,681E-02	-2,052E-02	2,075E-02		4,130E-02
	TULUMBA	-3,519E-02	8,696E-02	7,771E-02	-5,589E-04	-1,61E-03	,161	-7,94E-03	-2,62E-03	,177	,244	-2,126E-02	-5,104E-03	4,130E-02	

Faktör Çıkarma Yöntemi: Maksimum Likelihood.

a. Gözlenen ve yeniden üretilmiş korelasyonlar arasındaki rezidüler. Mutlak değerce 0.05'ten büyük olan 17 (18,0%) tane rezidü değeri vardır.

b. Yeniden üretilmiş ortak varyanslar.

Ek-Tablo 5.16. ML, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorlarına Göre Sıralanmış İller

İLLER	1.FAKTÖR
Gaziantep	1,67117
İstanbul	1,63183
İzmir	1,08051
Antalya	1,01324
Eskişehir	0,93510
Konya	0,81346
Denizli	0,37333
Samsun	0,18984
Erzurum	-0,00602
Türkiye	-0,02135
İçel	-0,19040
Kocaeli	-0,25421
Bursa	-0,51508
Trabzon	-0,61876
Adana	-0,61882
Zonguldak	-0,62298
Ankara	-0,63588
Kayseri	-0,78299
Diyarbakır	-0,99328
Malatya	-2,44872

İLLER	2.FAKTÖR
Zonguldak	2,33667
Diyarbakır	2,08814
Denizli	1,12852
İçel	0,63131
Adana	0,56504
Gaziantep	0,43054
Trabzon	0,19437
Ankara	-0,05931
Türkiye	-0,08573
Konya	-0,12136
Samsun	-0,14675
İzmir	-0,31310
Erzurum	-0,36279
Antalya	-0,38844
Eskişehir	-0,59460
İstanbul	-0,73041
Kocaeli	-0,94817
Kayseri	-0,99488
Bursa	-1,00148
Malatya	-0,62768

İLLER	3.FAKTÖR
İstanbul	2,21838
Ankara	1,66718
Bursa	1,38974
Trabzon	0,85520
Diyarbakır	0,69148
Türkiye	0,61878
Kocaeli	0,22126
Zonguldak	0,18969
Eskişehir	-0,18251
Antalya	-0,33856
Samsun	-0,40714
İçel	-0,43545
İzmir	-0,49399
Erzurum	-0,52853
Denizli	-0,54929
Konya	-0,57150
Malatya	-0,63709
Adana	-0,98745
Gaziantep	-1,16307
Kayseri	-1,55712

İLLER	4.FAKTÖR
Samsun	1,48519
İçel	1,30147
Gaziantep	1,29621
Eskişehir	0,92853
Ankara	0,81281
Adana	0,79973
Diyarbakır	0,50269
Bursa	0,35928
Antalya	0,20568
Malatya	0,01223
Türkiye	-0,14054
Kocaeli	-0,41815
İstanbul	-0,43281
Denizli l	-0,45198
İzmir	-0,53460
Trabzon	-0,67480
Erzurum	-0,68653
Kayseri	-0,84502
Zonguldak	-1,32810
Konya	-2,19130

Ek-Tablo 5.17. ML, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Skorlarına Göre Sıralanmış İller

İLLER	1.FAKTÖR
Zonguldak	2,34127
Diyarbakır	2,13015
Denizli	1,10117
İçel	0,59769
Adana	0,52519
Gaziantep	0,37314
Trabzon	0,23607
Ankara	0,02365
Türkiye	-0,05646
Konya	-0,15663
Samsun	-0,15765
İzmir	-0,34247
Erzurum	-0,39334
Antalya	-0,40554
Eskişehir	-0,60284
İstanbul	-0,63497
Bursa	-0,93057
Kocaeli	-0,93883
Kayseri	-1,06581
Malatya	-1,64323

İLLER	2.FAKTÖR
Gaziantep	1,69162
İstanbul	1,57917
İzmir	1,09808
Antalya	1,01517
Eskişehir	0,93191
Konya	0,83915
Denizli	0,39264
Samsun	0,18328
Erzurum	0,01402
Türkiye	-0,03548
İçel	-0,18394
Kocaeli	-0,25341
Bursa	-0,56533
Adana	-0,59675
Zonguldak	-0,60005
Trabzon	-0,63552
Ankara	-0,68509
Kayseri	-0,75032
Diyarbakır	-1,00207
Malatya	-2,43705

İLLER	3.FAKTÖR
İstanbul	2,27327
Ankara	1,66590
Bursa	1,45745
Trabzon	0,83434
Türkiye	0,61833
Diyarbakır	0,57221
Kocaeli	0,22236
Zonguldak	0,03829
Eskişehir	-0,13839
Antalya	-0,28243
Samsun	-0,36633
İçel	-0,46995
İzmir	-0,47013
Erzurum	-0,53072
Konya	-0,54406
Denizli	-0,57805
Malatya	-0,63939
Adana	-1,02438
Gaziantep	-1,13134
Kayseri	-1,50699

İLLER	4.FAKTÖR
Samsun	1,49062
Gaziantep	1,31705
İçel	1,30309
Eskişehir	0,93775
Adana	0,80056
Ankara	0,79579
Diyarbakır	0,48482
Bursa	0,35007
Antalya	0,21594
Malatya	0,00009
Türkiye	-0,14520
Kocaeli	-0,42359
İstanbul	-0,43659
Denizli	-0,44718
İzmir	-0,52303
Erzurum	-0,68417
Trabzon	-0,68554
Kayseri	-0,83285
Zonguldak	-1,34019
Konya	-2,17744

Ek-Tablo 5.18. AEKK ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Özdeğerler ve Toplam Açıklanan Varyans Oranları

	Başlangıç Değerler			Faktörleştirme Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı			Faktör Döndürmesi Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı		
Faktörler	Toplam	Varyans %	Birikimli %	Toplam	Varyans %	Birikimli %	Toplam	Varyans %	Birikimli %
1	4,919	32,792	32,792	4,663	31,090	31,090	2,847	18,979	18,979
2	2,836	18,907	51,699	2,624	17,496	48,586	2,788	18,583	37,562
3	2,020	13,466	65,166	1,770	11,798	60,384	2,782	18,547	56,109
4	1,772	11,811	76,976	1,526	10,172	70,557	2,167	14,447	70,557
5	,974	6,496	83,472						
6	,805	5,363	88,836						
7	,601	4,010	92,846						
8	,382	2,546	95,392						
9	,229	1,525	96,916						
10	,204	1,363	98,279						
11	8,952E-02	,597	98,876						
12	7,691E-02	,513	99,389						
13	5,079E-02	,339	99,727						
14	3,313E-02	,221	99,948						
15	7,761E-03	5,174E-02	100,000						

Ek-Tablo 5.19. AEKK ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Özdeğerler ve Toplam Açıklanan Varyans Oranları

	Başlangıç Değerler			Faktörleştirme Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı			Faktör Döndürmesi Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı		
Faktörler	Toplam	Varyans %	Birikimli %	Toplam	Varyans %	Birikimli %	Toplam	Varyans %	Birikimli %
1	4,832	34,513	34,513	4,587	32,767	32,767	2,896	20,686	20,686
2	2,824	20,171	54,684	2,613	18,663	51,429	2,746	19,612	40,297
3	1,973	14,093	68,777	1,740	12,426	63,855	2,647	18,905	59,202
4	1,745	12,464	81,240	1,511	10,793	74,649	2,163	15,446	74,649
5	,896	6,400	87,640						
6	,606	4,328	91,968						
7	,406	2,900	94,868						
8	,231	1,649	96,516						
9	,223	1,595	98,112						
10	8,970E-02	,641	98,752						
11	7,724E-02	,552	99,304						
12	5,605E-02	,400	99,705						
13	3,328E-02	,238	99,942						
14	8,073E-03	5,766E-02	100,000						

Ek-Tablo 5.20. AEKK Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Yeniden Üretilmiş Korelasyon Matrisi

		NRMEKMEK	BUGDAYUN	PIRINUNU	PBERSANI	PRCBALDO	MAKARNA	BULGUR	YUFKA	SEHRIYE	BIS1SADE	BIS2BEBE	YASPASTA	KURUPAST	BAKLAVA	TULUMBA
Yeniden Üretilmiş Korelasyon	NRMEKMEK	,135[b]	-2,630E-02	,159	,105	,109	,102	,219	-1,23E-02	,113	,181	,139	,252	,299	,121	,328
	BUGDAYUN	-2,630E-02	,837[b]	,570	,185	,282	,419	6,482E-02	-,640	,375	,336	,229	-8,158E-02	-,184	,409	-,174
	PIRINUNU	,159	,570	,625[b]	,285	,376	,401	,336	-,496	,383	,451	,329	,310	,281	,474	,301
	PBERSANI	,105	,185	,285	,804[b]	,855	,355	,581	,108	,339	,101	-,172	,369	,419	,482	,160
	PRCBALDO	,109	,282	,376	,855	1,000[b]	,218	,575	-7,18E-02	,190	5,643E-03	-,213	,544	,502	,618	,132
	MAKARNA	,102	,419	,401	,355	,218	,831[b]	,410	-2,24E-03	,829	,636	,304	-,186	1,237E-02	,214	,221
	BULGUR	,219	6,482E-02	,336	,581	,575	,410	,607[b]	,108	,417	,331	9,058E-02	,431	,554	,379	,488
	YUFKA	-1,232E-02	-,640	-,496	,108	-7,176E-02	-2,24E-03	,108	,770[b]	3,135E-02	-,163	-,265	-,157	4,377E-02	-,330	5,558E-02
	SEHRIYE	,113	,375	,383	,339	,190	,829	,417	3,135E-02	,830[b]	,646	,315	-,181	3,210E-02	,191	,257
	BIS1SADE	,181	,336	,451	,101	5,643E-03	,636	,331	-,163	,646	,670[b]	,472	4,542E-03	,160	,177	,437
	BIS2BEBE	,139	,229	,329	-,172	-,213	,304	9,058E-02	-,265	,315	,472	,444[b]	3,086E-02	9,371E-02	5,831E-02	,353
	YASPASTA	,252	-8,158E-02	,310	,369	,544	-,186	,431	-,157	-,181	4,542E-03	3,086E-02	,862[b]	,790	,431	,557
	KURUPAST	,299	-,184	,281	,419	,502	1,237E-02	,554	4,377E-02	3,210E-02	,160	9,371E-02	,790	,832[b]	,366	,698
	BAKLAVA	,121	,409	,474	,482	,618	,214	,379	-,330	,191	,177	5,831E-02	,431	,366	,514[b]	,189
	TULUMBA	,328	-,174	,301	,160	,132	,221	,488	5,558E-02	,257	,437	,353	,557	,698	,189	,821[b]
Rezidü[a]	NRMEKMEK		-6,791E-02	,128	1,213E-02	-2,370E-02	1,686E-02	-3,34E-02	-7,89E-03	-1,58E-03	2,138E-02	-7,175E-02	-6,946E-03	2,562E-02	-3,31E-02	-3,36E-02
	BUGDAYUN	-6,791E-02		-2,539E-02	-2,404E-02	-4,961E-03	1,700E-02	2,567E-02	-7,86E-03	1,672E-02	-2,635E-02	2,610E-02	1,448E-02	2,535E-02	1,163E-02	-1,39E-02
	PIRINUNU	,128	-2,539E-02		5,273E-02	-4,113E-02	1,945E-02	-5,22E-03	-3,35E-02	2,050E-02	-6,256E-02	5,401E-03	2,262E-02	-5,810E-02	5,194E-04	-1,62E-03
	PBERSANI	1,213E-02	-2,404E-02	5,273E-02		2,281E-02	-8,22E-02	9,182E-02	5,666E-02	-7,05E-02	4,613E-02	7,140E-02	-6,078E-02	-7,973E-02	5,522E-02	-6,07E-03
	PRCBALDO	-2,370E-02	-4,961E-03	-4,113E-02	2,281E-02		-5,08E-02	7,644E-02	-9,82E-03	-4,90E-02	7,944E-02	3,131E-02	-2,520E-02	-2,546E-02	1,879E-02	-1,79E-02
	MAKARNA	1,686E-02	1,700E-02	1,945E-02	-8,223E-02	-5,080E-02		-5,07E-02	-1,57E-02	,157	-6,144E-02	-,157	4,139E-02	6,106E-02	2,936E-02	9,401E-03
	BULGUR	-3,344E-02	2,567E-02	-5,224E-03	9,182E-02	7,644E-02	-5,07E-02		-2,98E-02	-5,13E-02	6,762E-02	6,543E-02	-8,116E-03	-2,024E-02	-,183	2,294E-02
	YUFKA	-7,886E-03	-7,855E-03	-3,350E-02	5,666E-02	-9,823E-03	-1,57E-02	-2,98E-02		-1,28E-02	1,974E-02	5,183E-02	-7,606E-03	-3,418E-03	2,734E-02	-7,64E-04
	SEHRIYE	-1,583E-03	1,672E-02	2,050E-02	-7,046E-02	-4,898E-02	,157	-5,13E-02	-1,28E-02		-6,661E-02	-,132	4,897E-02	6,784E-02	3,128E-03	8,100E-03
	BIS1SADE	2,138E-02	-2,635E-02	-6,256E-02	4,613E-02	7,944E-02	-6,14E-02	6,762E-02	1,974E-02	-6,66E-02		,245	-5,711E-02	-5,058E-02	2,070E-02	-4,51E-02
	BIS2BEBE	-7,175E-02	2,610E-02	5,401E-03	7,140E-02	3,131E-02	-,157	6,543E-02	5,183E-02	-,132	,245		-7,047E-02	-7,161E-02	-2,64E-04	3,304E-02
	YASPASTA	-6,946E-03	1,448E-02	2,262E-02	-6,078E-02	-2,520E-02	4,139E-02	-8,12E-03	-7,61E-03	4,897E-02	-5,711E-02	-7,047E-02		7,449E-02	7,618E-04	-1,05E-02
	KURUPAST	2,562E-02	2,535E-02	-5,810E-02	-7,973E-02	-2,546E-02	6,106E-02	-2,02E-02	-3,42E-03	6,784E-02	-5,058E-02	-7,161E-02	7,449E-02		5,609E-02	4,867E-03
	BAKLAVA	-3,314E-02	1,163E-02	5,194E-04	5,522E-02	1,879E-02	2,936E-02	-,183	2,734E-02	3,128E-03	2,070E-02	-2,640E-04	7,618E-04	5,609E-02		4,035E-02
	TULUMBA	-3,358E-02	-1,386E-02	-1,616E-03	-6,073E-03	-1,786E-02	9,401E-03	2,294E-02	-7,64E-04	8,100E-03	-4,514E-02	3,304E-02	-1,051E-02	4,867E-03	4,035E-02	

Faktör Çıkarma Yöntemi: Ağırlıklandırılmamış En Küçük Kareler.

a. Gözlenen ve yeniden üretilmiş korelasyonlar arasındaki rezidüler . Mutlak değerce 0.05'ten büyük olan 37 (35,0%) tane rezidü değeri vardır.

b. Yeniden üretilmiş ortak varyanslar

Ek-Tablo 5.21. AEKK Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Yeniden Üretilmiş Korelasyon Matrisi

		BUGDAYUN	PIRINUNU	PBERSANI	PRCBALDO	MAKARNA	BULGUR	YUFKA	SEHRIYE	BIS1SADE	BIS2BEBE	YASPASTA	KURUPAST	BAKLAVA
Yeniden Üretilmiş Korelasyon	BUGDAYUN	,822[b]	,574	,183	,278	,420	6,746E-02	-,639	,376	,340	,231	-7,445E-02	-,172	,407
	PIRINUNU	,574	,612[b]	,288	,380	,399	,330	-,495	,380	,441	,323	,298	,265	,473
	PBERSANI	,183	,288	,802[b]	,852	,357	,580	,107	,339	,100	-,176	,370	,419	,482
	PRCBALDO	,278	,380	,852	,995[b]	,220	,576	-7,32E-02	,191	7,879E-03	-,214	,547	,505	,618
	MAKARNA	,420	,399	,357	,220	,832[b]	,410	-2,15E-03	,829	,633	,303	-,189	9,665E-03	,215
	BULGUR	6,746E-02	,330	,580	,576	,410	,612[b]	,109	,418	,332	9,655E-02	,434	,555	,382
	YUFKA	-,639	-,495	,107	-7,324E-02	-2,15E-03	,109	,774[b]	3,172E-02	-,164	-,267	-,156	4,509E-02	-,331
	SEHRIYE	,376	,380	,339	,191	,829	,418	3,172E-02	,831[b]	,644	,316	-,182	3,078E-02	,192
	BIS1SADE	,340	,441	,100	7,879E-03	,633	,332	-,164	,644	,667[b]	,480	3,160E-03	,156	,178
	BIS2BEBE	,231	,323	-,176	-,214	,303	9,655E-02	-,267	,316	,480	,462[b]	3,680E-02	9,880E-02	6,065E-02
	YASPASTA	-7,445E-02	,298	,370	,547	-,189	,434	-,156	-,182	3,160E-03	3,680E-02	,861[b]	,783	,435
	KURUPAST	-,172	,265	,419	,505	9,665E-03	,555	4,509E-02	3,078E-02	,156	9,880E-02	,783	,819[b]	,368
	BAKLAVA	,407	,473	,482	,618	,215	,382	-,331	,192	,178	6,065E-02	,435	,368	,516[b]
	TULUMBA	-,168	,284	,158	,135	,217	,498	5,913E-02	,256	,440	,371	,563	,699	,193
Rezidü[a]	BUGDAYUN		-2,922E-02	-2,265E-02	-7,401E-04	1,551E-02	2,303E-02	-9,55E-03	1,520E-02	-3,085E-02	2,413E-02	7,348E-03	1,322E-02	1,355E-02
	PIRINUNU	-2,922E-02		5,030E-02	-4,481E-02	2,172E-02	5,605E-04	-3,46E-02	2,314E-02	-5,269E-02	1,138E-02	3,500E-02	-4,215E-02	1,205E-03
	PBERSANI	-2,265E-02	5,030E-02		2,616E-02	-8,33E-02	9,271E-02	5,779E-02	-7,13E-02	4,682E-02	7,521E-02	-6,165E-02	-7,979E-02	5,561E-02
	PRCBALDO	-7,401E-04	-4,481E-02	2,616E-02		-5,25E-02	7,566E-02	-8,34E-03	-5,07E-02	7,721E-02	3,272E-02	-2,897E-02	-2,909E-02	1,907E-02
	MAKARNA	1,551E-02	2,172E-02	-8,333E-02	-5,254E-02		-5,02E-02	-1,58E-02	,156	-5,854E-02	-,155	4,384E-02	6,376E-02	2,864E-02
	BULGUR	2,303E-02	5,605E-04	9,271E-02	7,566E-02	-5,02E-02		-3,10E-02	-5,19E-02	6,650E-02	5,946E-02	-1,195E-02	-2,148E-02	-,185
	YUFKA	-9,547E-03	-3,463E-02	5,779E-02	-8,343E-03	-1,58E-02	-3,10E-02		-1,31E-02	2,002E-02	5,363E-02	-8,706E-03	-4,737E-03	2,881E-02
	SEHRIYE	1,520E-02	2,314E-02	-7,129E-02	-5,069E-02	,156	-5,19E-02	-1,31E-02		-6,465E-02	-,133	5,001E-02	6,917E-02	2,101E-03
	BIS1SADE	-3,085E-02	-5,269E-02	4,682E-02	7,721E-02	-5,85E-02	6,650E-02	2,002E-02	-6,47E-02		,237	-5,573E-02	-4,643E-02	1,896E-02
	BIS2BEBE	2,413E-02	1,138E-02	7,521E-02	3,272E-02	-,155	5,946E-02	5,363E-02	-,133	,237		-7,641E-02	-7,670E-02	-2,60E-03
	YASPASTA	7,348E-03	3,500E-02	-6,165E-02	-2,897E-02	4,384E-02	-1,20E-02	-8,71E-03	5,001E-02	-5,573E-02	-7,641E-02		8,090E-02	-2,50E-03
	KURUPAST	1,322E-02	-4,215E-02	-7,979E-02	-2,909E-02	6,376E-02	-2,15E-02	-4,74E-03	6,917E-02	-4,643E-02	-7,670E-02	8,090E-02		5,365E-02
	BAKLAVA	1,355E-02	1,205E-03	5,561E-02	1,907E-02	2,864E-02	-,185	2,881E-02	2,101E-03	1,896E-02	-2,603E-03	-2,504E-03	5,365E-02	
	TULUMBA	-2,075E-02	1,518E-02	-4,361E-03	-2,074E-02	1,356E-02	1,292E-02	-4,31E-03	9,228E-03	-4,857E-02	1,424E-02	-1,660E-02	3,794E-03	3,633E-02

Faktör Çıkarma Yöntemi: Ağırlıklandırılmamış En Küçük Kareler Yöntemi.

a. Gözlenen ve yeniden üretilmiş korelasyonlar arasındaki rezidüler. Mutlak değerce 0.05'ten büyük olan 34 (37,0%) tane rezidü değeri vardır.

b. Yeniden üretilmiş ortak varyanslar

Ek-Tablo 5.22. AEKK, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorlarına Göre Sıralanmış İller

İLLER	1.FAKTÖR
Diyarbakır	2,24802
Zonguldak	1,99493
Denizli	1,12598
İçel	0,71619
Adana	0,35567
Erzurum	0,30464
İzmir	0,24477
Gaziantep	0,22103
Antalya	0,06802
Ankara	-0,02395
Türkiye	-0,15797
Konya	-0,25951
Samsun	-0,41673
Trabzon	-0,59818
Eskişehir	-0,7201
İstanbul	-0,82378
Bursa	-0,89528
Kayseri	-1,05229
Kocaeli	-1,06415
Malatya	-1,2673

İLLER	2.FAKTÖR
İstanbul	1,81721
Bursa	1,63658
Ankara	1,56487
Diyarbakır	0,85118
Trabzon	0,53974
Türkiye	0,48631
Antalya	0,36198
Erzurum	0,21125
Kocaeli	0,18570
İzmir	0,01835
Zonguldak	-0,16427
Eskişehir	-0,31130
İçel	-0,38631
Denizli	-0,46261
Malatya	-0,58902
Konya	-0,80909
Samsun	-0,89255
Adana	-1,05740
Gaziantep	-1,25884
Kayseri	-1,74178

İLLER	3.FAKTÖR
Gaziantep	1,65457
İstanbul	1,61147
Eskişehir	1,15790
Diyarbakır	1,03642
Konya	0,91337
Samsun	0,83222
Trabzon	0,30198
Denizli	0,22336
Erzurum	0,19883
Antalya	0,02803
Türkiye	-0,03447
İçel	-0,19646
Kocaeli	-0,39654
Adana	-0,53030
Ankara	-0,61341
Zonguldak	-0,61874
Bursa	-0,79304
Kayseri	-0,94765
Diyarbakır	-1,01728
Malatya	-2,81023

İLLER	4.FAKTÖR
Gaziantep	1,53036
İçel	1,19774
Samsun	1,08728
Eskişehir	1,06464
Ankara	0,86487
Adana	0,72075
Diyarbakır	0,61437
Bursa	0,46540
Malatya	0,18646
Antalya	0,15937
Türkiye	-0,14100
İzmir	-0,39714
İstanbul	-0,51483
Erzurum	-0,51954
Denizli	-0,59567
Kocaeli	-0,64816
Trabzon	-0,79860
Kayseri	-0,81317
Zonguldak	-1,34226
Konya	-2,12089

Ek-Tablo 5.23. AEKK, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizden Çıkarıldıktan Sonra Faktör Skorlarına Göre Sıralanmış İller

İLLER	1.FAKTÖR
Diyarbakır	2,36005
Zonguldak	1,94276
Denizli	1,1007
İçel	0,69023
Erzurum	0,30401
Adana	0,26202
İzmir	0,24019
Gaziantep	0,10922
Ankara	0,10063
Antalya	0,07447
Türkiye	-0,12376
Konya	-0,33275
Samsun	-0,46269
Trabzon	-0,57146
İstanbul	-0,72524
Eskişehir	-0,75751
Bursa	-0,75815
Kocaeli	-1,03894
Kayseri	-1,13613
Malatya	-1,27764

İLLER	2.FAKTÖR
Gaziantep	1,66378
İstanbul	1,56870
Eskişehir	1,12002
İzmir	0,99865
Konya	0,92892
Samsun	0,81429
Trabzon	0,29797
Denizli	0,25020
Erzurum	0,19817
Antalya	0,06320
Türkiye	-0,04183
İçel	-0,17893
Kocaeli	-0,43894
Adana	-0,47296
Zonguldak	-0,49522
Ankara	-0,63123
Bursa	-0,82039
Kayseri	-0,94392
Diyarbakır	-1,07055
Malatya	-2,80992

İLLER	3.FAKTÖR
İstanbul	1,87577
Bursa	1,68107
Ankara	1,49393
Diyarbakır	0,85833
Trabzon	0,56347
Türkiye	0,49264
Kocaeli	0,31795
Antalya	0,30945
Erzurum	0,12210
İzmir	0,09653
Eskişehir	-0,20351
İçel	-0,45649
Denizli	-0,47607
Zonguldak	-0,49392
Malatya	-0,59744
Konya	-0,75775
Samsun	-0,84680
Adana	-1,18992
Gaziantep	-1,21449
Kayseri	-1,57484

İLLER	4.FAKTÖR
Gaziantep	1,54385
İçel	1,18664
Samsun	1,15280
Eskişehir	1,05257
Ankara	0,86972
Adana	0,71154
Diyarbakır	0,56549
Bursa	0,45519
Antalya	0,17389
Malatya	0,14713
Türkiye	-0,14572
İzmir	-0,39739
Erzurum	-0,50645
İstanbul	-0,52079
Denizli	-0,61381
Kocaeli	-0,61996
Trabzon	-0,80148
Kayseri	-0,82075
Zonguldak	-1,33879
Konya	-2,09369

Ek-Tablo 5.24. GEKK ve Varimax Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Özdeğerler ve Toplam Açıklanan Varyans Oranları

	Başlangıç Değerler			Faktörleştirme Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı			Faktör Döndürmesi Sonrası Yüklerin Kareleri Toplamı		
Faktörler	Toplam	Varyans %	Birikimli %	Toplam	Varyans %	Birikimli %	Toplam	Varyans %	Birikimli %
1	4,919	32,792	32,792	3,181	21,205	21,205	2,754	18,360	18,360
2	2,836	18,907	51,699	3,176	21,170	42,376	2,724	18,159	36,519
3	2,020	13,466	65,166	2,048	13,651	56,027	2,640	17,599	54,118
4	1,772	11,811	76,976	1,658	11,056	67,082	1,945	12,964	67,082
5	,974	6,496	83,472						
6	,805	5,363	88,836						
7	,601	4,010	92,846						
8	,382	2,546	95,392						
9	,229	1,525	96,916						
10	,204	1,363	98,279						
11	8,952E-02	,597	98,876						
12	7,691E-02	,513	99,389						
13	5,079E-02	,339	99,727						
14	3,313E-02	,221	99,948						
15	7,761E-03	5,174E-02	100,000						

Ek-Tablo 5.25. GEKK Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Yeniden Üretilmiş Korelasyon Matrisi

		NRMEKMEK	BUGDAYUN	PIRINUNU	PBERSANI	PRCBALDO	MAKARNA	BULGUR	YUFKA	SEHRIYE	BIS1SADE	BIS2BEBE	YASPASTA	KURUPAST	BAKLAVA	TULUMBA
Yeniden Üretilmiş Korelasyon	NRMEKMEK	,115[b]	1,437E-02	,145	9,457E-02	,137	,119	,195	-3,60E-02	,125	,123	7,409E-02	,267	,310	,155	,269
	BUGDAYUN	1,437E-02	,300[b]	,259	,239	,130	,433	,212	-3,63E-02	,430	,395	,272	-,176	-9,808E-02	,145	5,155E-02
	PIRINUNU	,145	,259	,394[b]	,361	,320	,419	,434	-8,04E-02	,426	,471	,357	,205	,299	,331	,365
	PBERSANI	9,457E-02	,239	,361	,974[b]	,909	,274	,664	7,684E-02	,258	,155	-,104	,320	,329	,580	,116
	PRCBALDO	,137	,130	,320	,909	,903[b]	,166	,657	7,507E-02	,155	5,760E-02	-,178	,492	,492	,582	,209
	MAKARNA	,119	,433	,419	,274	,166	,999[b]	,360	-1,57E-02	,986	,574	,147	-,145	7,404E-02	,240	,231
	BULGUR	,195	,212	,434	,664	,657	,360	,634[b]	-2,80E-02	,362	,348	,158	,461	,532	,524	,422
	YUFKA	-3,596E-02	-3,627E-02	-8,038E-02	7,684E-02	7,507E-02	-1,57E-02	-2,80E-02	7,029E-02[b]	-2,62E-02	-,167	-,246	-4,113E-02	-5,717E-02	-6,46E-03	-,141
	SEHRIYE	,125	,430	,426	,258	,155	,986	,362	-2,62E-02	,975[b]	,589	,180	-,129	8,975E-02	,240	,255
	BIS1SADE	,123	,395	,471	,155	5,760E-02	,574	,348	-,167	,589	,757[b]	,718	-2,614E-02	,110	,223	,398
	BIS2BEBE	7,409E-02	,272	,357	-,104	-,178	,147	,158	-,246	,180	,718	,986[b]	-3,573E-02	1,673E-02	6,656E-02	,384
	YASPASTA	,267	-,176	,205	,320	,492	-,145	,461	-4,11E-02	-,129	-2,614E-02	-3,573E-02	,882[b]	,886	,408	,598
	KURUPAST	,310	-9,808E-02	,299	,329	,492	7,404E-02	,532	-5,72E-02	8,975E-02	,110	1,673E-02	,886	,945[b]	,451	,697
	BAKLAVA	,155	,145	,331	,580	,582	,240	,524	-6,46E-03	,240	,223	6,656E-02	,408	,451	,441[b]	,322
	TULUMBA	,269	5,155E-02	,365	,116	,209	,231	,422	-,141	,255	,398	,384	,598	,697	,322	,687[b]
Rezidü[a]	NRMEKMEK		-,109	,143	2,295E-02	-5,212E-02	5,858E-04	-9,14E-03	1,576E-02	-1,29E-02	7,935E-02	-6,962E-03	-2,128E-02	1,414E-02	-6,74E-02	2,508E-02
	BUGDAYUN	-,109		,286	-7,832E-02	,147	2,445E-03	-,122	-,612	-3,84E-02	-8,545E-02	-1,752E-02	,109	-6,063E-02	,276	-,240
	PIRINUNU	,143	,286		-2,272E-02	1,526E-02	1,118E-03	-,104	-,449	-2,30E-02	-8,267E-02	-2,165E-02	,128	-7,628E-02	,144	-6,60E-02
	PBERSANI	2,295E-02	-7,832E-02	-2,272E-02		-3,067E-02	-6,58E-04	8,930E-03	8,787E-02	9,614E-03	-8,339E-03	2,901E-03	-1,223E-02	1,019E-02	-4,23E-02	3,826E-02
	PRCBALDO	-5,212E-02	,147	1,526E-02	-3,067E-02		9,977E-04	-5,23E-03	-,157	-1,40E-02	2,748E-02	-4,009E-03	2,642E-02	-1,587E-02	5,506E-02	-9,43E-02
	MAKARNA	5,858E-04	2,445E-03	1,118E-03	-6,584E-04	9,977E-04		-6,19E-04	-2,26E-03	-8,64E-04	7,318E-04	-1,492E-04	1,635E-04	-6,180E-04	3,416E-03	-8,58E-04
	BULGUR	-9,135E-03	-,122	-,104	8,930E-03	-5,228E-03	-6,19E-04		,106	4,182E-03	4,999E-02	-1,848E-03	-3,825E-02	1,708E-03	-,327	8,919E-02
	YUFKA	1,576E-02	-,612	-,449	8,787E-02	-,157	-2,26E-03	,106		4,474E-02	2,359E-02	3,304E-02	-,123	9,753E-02	-,296	,196
	SEHRIYE	-1,288E-02	-3,837E-02	-2,302E-02	9,614E-03	-1,400E-02	-8,64E-04	4,182E-03	4,474E-02		-9,859E-03	2,839E-03	-2,608E-03	1,020E-02	-4,62E-02	1,031E-02
	BIS1SADE	7,935E-02	-8,545E-02	-8,267E-02	-8,339E-03	2,748E-02	7,318E-04	4,999E-02	2,359E-02	-9,86E-03		-1,091E-03	-2,643E-02	-9,518E-04	-2,52E-02	-6,20E-03
	BIS2BEBE	-6,962E-03	-1,752E-02	-2,165E-02	2,901E-03	-4,009E-03	-1,49E-04	-1,85E-03	3,304E-02	2,839E-03	-1,091E-03		-3,881E-03	5,377E-03	-8,51E-03	1,483E-03
	YASPASTA	-2,128E-02	,109	,128	-1,223E-02	2,642E-02	1,635E-04	-3,83E-02	-,123	-2,61E-03	-2,643E-02	-3,881E-03		-2,176E-02	2,415E-02	-5,15E-02
	KURUPAST	1,414E-02	-6,063E-02	-7,628E-02	1,019E-02	-1,587E-02	-6,18E-04	1,708E-03	9,753E-02	1,020E-02	-9,518E-04	5,377E-03	-2,176E-02		-2,93E-02	6,245E-03
	BAKLAVA	-6,742E-02	,276	,144	-4,231E-02	5,506E-02	3,416E-03	-,327	-,296	-4,62E-02	-2,525E-02	-8,511E-03	2,415E-02	-2,929E-02		-9,21E-02
	TULUMBA	2,508E-02	-,240	-6,599E-02	3,826E-02	-9,431E-02	-8,58E-04	8,919E-02	,196	1,031E-02	-6,199E-03	1,483E-03	-5,150E-02	6,245E-03	-9,21E-02	

Faktör Çıkarma Yöntemi: Genelleştirilmiş En Küçük Kareler.

a. Gözlenen ve yeniden üretilmiş korelasyonlar arasındaki rezidüler. Mutlak değerce 0.05'ten büyük olan 35 (33,0%) tane rezidü değeri vardır.

b. Yeniden üretilmiş ortak varyanslar

Ek-Tablo 5.26. GEKK, Varimax ve Regresyon Yöntemi Uygulandığında NRMEKMEK Değişkeni Analizdeyken Faktör Skorlarına Göre Sıralanmış İller

İLLER	1.FAKTÖR
İstanbul	2,52146
Ankara	1,46248
Bursa	1,37493
Trabzon	0,88075
Türkiye	0,61468
Diyarbakır	0,47221
Kocaeli	0,22784
Eskişehir	0,00821
İçel	-0,08602
Samsun	-0,12941
Antalya	-0,23836
Zonguldak	-0,26681
İzmir	-0,52539
Konya	-0,54906
Denizli	-0,62821
Malatya	-0,81853
Erzurum	-0,87584
Adana	-0,89437
Gaziantep	-1,03104
Kayseri	-1,51950

İLLER	2.FAKTÖR
Gaziantep	2,11961
Antalya	1,18803
İzmir	1,14671
İstanbul	1,09694
Eskişehir	0,78679
Erzurum	0,69314
Denizli	0,64469
Konya	0,30233
Türkiye	-0,07797
Kocaeli	-0,20489
Ankara	-0,21290
Samsun	-0,25223
Zonguldak	-0,37671
Bursa	-0,42597
İçel	-0,58371
Kayseri	-0,80625
Adana	-0,92172
Diyarbakır	-0,97859
Trabzon	-1,02648
Malatya	-2,11080

İLLER	3.FAKTÖR
Zonguldak	2,17219
Diyarbakır	1,76793
İçel	1,19322
Denizli	1,01369
Adana	0,71896
Türkiye	0,61878
Gaziantep	0,47650
Trabzon	0,45790
Ankara	-0,07799
Samsun	-0,08743
Konya	-0,14345
Eskişehir	-0,45382
Antalya	-0,46264
İstanbul	-0,50406
İzmir	-0,59851
Erzurum	-0,65098
Kocaeli	-0,84913
Bursa	-0,99872
Kayseri	-1,05325
Malatya	-1,84411

İLLER	4.FAKTÖR
Diyarbakır	2,00558
İzmir	1,46995
Erzurum	1,27150
Ankara	1,03851
Samsun	0,71674
Bursa	0,66710
Malatya	0,48326
Antalya	0,16538
Zonguldak	-0,01694
İçel	-0,06211
Türkiye	-0,14054
Gaziantep	-0,32820
Denizli	-0,41635
Eskişehir	-0,53879
Kayseri	-0,55965
İstanbul	-0,78279
Adana	-0,90835
Kocaeli	-0,92244
Konya	-1,31387
Trabzon	-1,93967