T.C
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI

ÇOK DEĞİŞKENLİ GARCH MODELLERİ VE BİR UYGULAMA:TÜRKİYE'DE BELİRSİZLİĞİN ENFLASYON VE ÇIKTIDAKİ BÜYÜME ÜZERİNE ETKİSİ

Fela ÖZBEY

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Adana/ 2005

T.C
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI

ÇOK DEĞİŞKENLİ GARCH MODELLERİ VE BİR UYGULAMA:TÜRKİYE'DE BELİRSİZLİĞİN ENFLASYON VE ÇIKTIDAKİ BÜYÜME ÜZERİNE ETKİSİ

Fela ÖZBEY

DANIŞMAN : Prof. Dr. H.Altan ÇABUK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Adana/ 2005

Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Bu çalışma, jürimiz tarafından Ekonometri Anabilim Dalında **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Prof Dr.H.Altan ÇABUK
(Danışman)

Üye: Prof.Dr.Nejat ERK

Üye: Yrd.Doç.Dr.Mehmet ÖZMEN

ONAY

Yukarıda imzaların, adı geçerli öğretim elemanlarına ait olduklarını onaylarım.

…./…./2005

Prof.Dr. Nihat KÜÇÜKSAVAŞ

Enstitü Müdürü

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge ve şekillerin kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

ÖZET

ÇOK DEĞİŞKENLİ GARCH MODELLERİ VE BİR UYGULAMA:TÜRKİYE'DE BELİRSİZLİĞİN ENFLASYON VE ÇIKTIDAKİ BÜYÜME ÜZERİNE ETKİSİ

Fela ÖZBEY

Yüksek Lisans Tezi, Ekonometri Anabilim Dalı
Danışman: Prof Dr. H.Altan ÇABUK
Eylül 2005, 110 sayfa

Bu çalışmanın amacı çok değişkenli GARCH modellerini, istatistiksel özelliklerini ve tahmin yöntemlerini ayrıntılarıyla incelemek; bu modelleri kullanarak enflasyondaki ve çıktıdaki belirsizliklerin enflasyon ve çıktı (büyümesi) üzerindeki etkilerini tartışan farklı görüşleri Türkiye için test etmektir. Elde edilen bulgular, Türkiye'de enflasyondaki belirsizliğin enflasyonda artışa, çıktıdaki belirsizliğin de enflasyonda düşüşe neden olduğu; çıktının ise belirsizliklerden etkilenmediği yönündedir.

Anahtar Kelimeler: Oynaklık, Çok Değişkenli GARCH, Belirsizlik, Enflasyon, Çıktı Büyümesi

ABSTRACT

MULTIVARIATE GARCH MODELS AND AN APPLICATION: THE EFFECT OF UNCERTAINTY ON INFLATION AND OUTPUT GROWTH IN TURKEY

Fela ÖZBEY

M.Sc. Thesis, Department of Econometrics
Supervisor : Prof. Dr. H.Altan ÇABUK
September 2005, 110 pages

The aim of this study is to investigate multivariate GARCH models, their statistical properties and methods of estimation; to test different arguments on the effects of inflation and output uncertainties on both inflation rate and output (growth) for Turkey by using these models. The obtained results indicate that inflation uncertainty leads to a rise in inflation and the output uncertainty causes a decline in it while the output is not affected by the uncertainties.

Keywords: Volatility, Multivariate GARCH, Uncertainty, Inflation, Output Growth

KISALTMALAR LİSTESİ

ADF: Augmented Dickey-Fuller

ARCH: Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (Otoregresif Koşullu Değişen Varyans)

ARMA: Autoregressive Moving Average (Otoregresif Hareketli Ortalama)

a.s.: almost sure (nerdeyse kesin)

BEKK (Parametrization): Baba, Engle, Kraft, Kroner (Parametrization)

BFGS: Broyden, Fletcher,Goldfarb, Shanno

BHHH: Berndt, Hall, Hall, Hausman

CCC: Constant Conditional Correlations (Sabit Koşullu Korelasyonlar)

CP: Consumer Price (Tüketici Fiyatları)

DCC: Dynamic Conditional Correlations (Dinamik Koşullu Korelasyonlar)

EGARCH: Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (Üssel Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans)

EKK: En Küçük Kareler

GARCH: Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans)

(G)ARCH-M: (Generalized) Autoregressive Conditional Heteroskedasticity in Mean (Ortalama eşitliğinde (Genelleştirilmiş) Otoregresif Koşullu Değişen Varyans)

IFS: International Financial Statistics

IGARCH:Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (Bütünleşik Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans)

IID: Independent Identically Distributed (Bağımsız Benzer Şekilde Dağılan)

INF: Inflation (Enflasyon)

IP: Industrial Production (Endüstriyel Üretim)

LM: Lagrange Multiplier (Lagrange Çarpanı)

MA: Moving Average (Hareketli Ortalama)

OG: Output Growth (Çıktıdaki Büyüme)

RSS: Residual Sum of Square (Rezidüler Kareleri Toplamı)

TGARCH: Threshold Generalized Autoregressive Conditional

Heteroskedasticity (Eşik Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans)

VAR: Vector Autoregressive (Vektör Otoregresif)

Vec (Parametrization): Vector (Parametrization) (Vektör Parametrizasyonu)

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1: Tüketici fiyatları endeksi (CP) için uygulanan ADF test sonuçları ….. 55
Tablo 2: Endüstriyel Üretim (IP) için uygulanan ADF test sonuçlar ……..…… 56
Tablo 3: Enflasyon (INF) için uygulanan ADF test sonuçları ……..… 58
Tablo 4: Çıktıdaki Büyüme (OG) için uygulanan ADF test sonuçları ……. 59
Tablo 5: (118) modelinin CCC parametrizasyonu ile elde edilen hata terimleri tahminleri için hesaplanan 1,4 ve 8 serbestlik dereceli Q istatistikleri ve %1 önem düzeyindeki kritik χ^2 değirleri ……. 63
Tablo 6: (120) modelinin CCC parametrizasyonu ile elde edilen hata terimleri tahminleri için hesaplanan 1,4 ve 8 serbestlik dereceli Q istatistikleri ve %1 önem düzeyindeki kritik χ^2 değirleri ……..……..…….. 66
Tablo 7: (122) modelinin CCC parametrizasyonu ile elde edilen hata terimleri tahminleri için hesaplanan 1,4 ve 8 serbestlik dereceli Q istatistikleri ve %1 önem düzeyindeki kritik χ^2 değirleri ……..……..……... 68

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1:1985:1-2005:2 dönemi için endüstriyel üretim(IP) serisinin grafiği ….. 54
Şekil 2:1985:1-2005:2 dönemi için tüketici fiyatları(CP) serisinin grafiği …….. 54
Şekil 3:1985:2-2005:2 dönemi için Enflasyon (INF) serisinin grafiği ……..…. 57
Şekil 4:1985:2-2005:2 dönemi için Çıktıdaki Büyüme (OG) serisinin grafiğ …. 58

İÇİNDEKİLER

ÖZET iii
ABSTRACT iv
KISALTMALAR LİSTESİ v
TABLOLAR LİSTESİ vii
ŞEKİLLER LİSTESİ viii

I.BOLÜM

GİRİŞ 1

II.BÖLÜM

TEK DEĞİŞKENLİ GARCH MODELLERİ 5
2.1. ARCH Modeli 6
2.1.1. ARCH Süreci İzleyen Bir Değişkenin Olabilirlik Fonksiyonu 7
2.1.2. ARCH Sürecinin Durağanlık Koşulları 10
2.1.3. ARCH Sürecinin Simetrik ve Düzenli Olma Koşulları 11
2.1.4. ARCH Regresyon Modelleri 12
2.2. GARCH Modeli 16
2.3. ARCH-M ve GARCH-M Modelleri 19
2.4. IGARCH Modeli 20
2.5. EGARCH Modeli 21
2.6.TGARCH Modeli 22
2.7. ARCH Testleri 22
2.7.1. ARCH LM Testi 23
2.7.2. Q Testi 24

III.BÖLÜM

ÇOK DEĞİŞKENLİ GARCH MODELLERİ 25
3.1. Koşullu Kovaryansları Modelleyen Parametrizasyonlar 26
3.1.1. Vec Parametrizasyonu 26
3.1.1.1. Vec Parametrizasyonu İçin Pozitif Tanımlı Olma Koşulu 27
3.1.1.2. Vec Parametrizasyonu İçin (Zayıf) Durağan Olma Koşulu 29
3.1.1.3. Regresyon Modeli 30

3.1.2. BEKK Parametrizasyonu 31
3.1.2.1. BEKK Parametrizasyonunun Durağan Olma Koşulu 33
3.1.2.2. Regresyon Modeli 34
3.1.2.3. Sistem Tahmini 35
3.2. Koşullu Korelasyonları Modelleyen Parametrizasyonlar 35
3.2.1. Sabit Koşullu Korelasyonlar (CCC) Parametrizasyonu 36
3.2.1.1. Sistemin Tahmini 38
3.2.2. Dinamik Koşullu Korelasyonlar (DCC) Parametrizasyonları 39
3.2.2.1. Tse ve Tsui'nin DCC Parametrizasyonu 39
3.2.2.1.1. Sistemin Tahmini 41
3.2.2.2. Engle'ın DCC Parametrizasyonu 42
3.2.2.2.1. Parametrizasyonunun Pozitif Tanımlılık Koşulları 44
3.2.2.2.2. Sistemin Tahmini 45
3.3. Sabit Korelasyon Testleri 46
3.3.1. Tse'nin Sabit Korelasyon Testi 46
3.3.2. Engle ve Sheppard'ın Sabit Korelasyon Testi 48

IV.BÖLÜM

BELİRSİZLİĞİN ENFLASYON VE ÇIKTI BÜYÜMESİ ÜZERİNDEKİ ETKİLERİNİ TARTIŞAN GÖRÜŞLER 50
4.1. Enflasyondaki Belirsizliğin Enflasyon ve Çıktı Üzerindeki Etkilerini Tartışan Görüşler 50
4.2. Çıktıdaki Belirsizliğin Enflasyon ve Çıktı Üzerindeki Etkilerini Tartışan Görüşler 52

V.BÖLÜM

UYGULAMA 54

VI.BÖLÜM

SONUÇ 71

KAYNAKLAR 75
EKLER 79
ÖZGEÇMİŞ 110

I.BÖLÜM

GİRİŞ

Engle, koşullu değişen varyansın modellenmesi ve belirsizlik ölçüsü olarak kullanılması fikrini, ekonomik ajanların belirsizliğe verdiği tepkiyi ölçmeyi ve bu sayede rasyonel beklentiler makro ekonomisinin bu boyutuna yeni bir soluk kazandırmayı amaçlayan çalışmaları esnasında geliştirmiştir. Ancak varyansın sabit olması durumunda bu tepkinin ölçülemeyeceğinin farkında olan yazar, zamana göre sabit olmayan varyansı ölçmenin bir yolunu aramıştır. Her olabilirlik kendi koşullu dağılımlarına ayrıştırılabildiğinden, belirsizliğin ölçüsü olarak koşulsuz varyans yerine koşullu varyans kullanıldığı takdirde kolayca bir olabilirlik fonksiyonunun formüle edilebileceğini fark etmiştir (Engle, 1995).

1982'de yayımladığı makalesinde Engle'ın ortaya attığı ARCH (autoregressive conditional heteroscedastisity) modelinde koşullu varyans, regresyon modelinin hatalarının geçmiş değerlerinin kareleri ile modellenmektedir. ARCH süreçleri sıfır ortalamalı, serisel olarak ilişkisiz, koşulsuz varyansı (varsa) sabit, ancak koşullu varyansı zamana bağlı olarak değişen süreçlerdir.

1986'da Bollerslev, ARCH modelinin, koşullu varyansın otoregresif süreci yerine, hata karelerinin hareketli ortalaması olarak düşünmüş ve bu modele koşullu varyansın gecikmelerini de ekleyerek GARCH (Generalized ARCH) olarak adlandırılan modelinde, koşullu varyansı ARMA sürecine benzer şekilde modellemiştir.

Engle, Lilien ve Robins (1987) koşullu varyansın koşullu ortalama eşitliğine açıklayıcı bir değişken olarak dahil edildiği ARCH-M (ki bu GARCH-M olarak da modellenebilir) modelini geliştirmişlerdir. Bu, belirsizliğin etkilerinin varlığının test edilmesinde en yaygın kullanılan ve belirsizliğin bir değişken üzerindeki etkilerinin doğrudan görülebildiği bir modeldir.

Bollerslev, Engle ve Wooldridge (1988) tek değişkenli ARCH/GARCH modellerini çok değişkenli modellere genişleterek, Vec parametrizasyonunu türetmişlerdir. Bu parametrizasyonda, simetrik olan değişkenler matrislerinin sütünlarının alt üçgensel bölgelerinde kalan kısımları, alt alta dizilerek, değişkenler, vektörler cinsinden ifade edilmektedir.

Baba, Engle, Kraft ve Kroner'ın ortak çalışması ile, koşullu varyans matrisinin pozitif tanımlı olmasının garantilendiği ve onların baş harfleriyle anılan, BEKK parametrizasyonu geliştirilmiştir (Engle ve Kroner, 1993). Bu parametrizasyon, daha sonra Engle ve Kroner tarafından yeniden ele alınarak son hali verilmiştir.

Bollerslev (1990), koşullu korelasyonların sabit olduğu durumlarda, tahmin edilecek parametre sayısının oldukça azaldığı ve tahmin sürecinin oldukça sadeleştiği sabit koşullu korelasyonlar (CCC) parametrizasyonunu önermiştir.

Koşullu korelasyonların sabit olup olmaması tamamen ampirik bir sorun olduğundan her zaman sağlanabilen bir koşul değildir. Koşullu korelasyonların sabit olmadığı durumlar için Tse ve Tsui (2000) ve Engle (2001) iki ayrı dinamik koşullu korelasyonlar (DCC) parametrizasyonu oluşturmuşlardır. Ayrıca, koşullu korelasyonların sabit olup olmadığını test etmek için Tse (2000) ve Engle ve Sheppard (2001) iki ayrı sabit koşullu korelasyonlar testi geliştirmişlerdir.

Literatürde, belirsizlikle ilgili yapılan önceki çalışmalarda, değişkenlik (varyability), belirsizlik anlamında kullanılmıştır. Ancak, Engle (1982) ARCH modelini geliştirdikten sonra dikkatler koşullu varyansa çekilmiştir. Zamanla değişkenlik ve belirsizlik arasındaki ayrımın farkına varılmış ve belirsizlik ölçüsü olarak koşulsuz varyansla ifade edilen değişkenlik yerine, koşullu varyansla ifade edilen oynaklık (volatility) kullanılmaya başlanılmıştır.

Enflasyon belirsizliği ve çıktı belirsizliği, iktisat literatüründe, üzerine birçok çalışma yapılan, çeşitli görüşler ileri sürülen ve ampirik olarak da çeşitli sonuçlar elde edilen konulardır.

Cukierman ve Meltzer (1986) enflasyondaki belirsizliğin enflasyonu arttırdığı görüşünü ileri sürerken Holland (1995) ampirik olarak enflasyonda düşüşe neden olduğu sonucuna ulaşmıştır. Enflasyondaki belirsizliğin çıktı üzerine etkileri konusunda ise Friedman (1977) çıktıyı azalttığı, Cukierman ve Meltzer (1986) ile Dotsey ve Sarte (2000) de çıktıyı arttırdığı görüşündedirler.

Devereux (1989) çıktıdaki belirsizliğin enflasyonu arttıracağını öngörmektedir. Bunun tersi yönünde bir görüş yoktur ancak, Bredin ve Fountas (2004) teorik olarak bunun mümkün olabileceğini belirtmektedir. Bernanke (1983) ve Pindyck (1991) gibi iktisatçılar reel belirsizliğin çıktıyı azalttığını; Mirman (1971) ve Black ise reel belirsizliğin çıktıyı arttırdığı görüşündedir.

ARCH/GARCH modelleri kullanılarak enflasyondaki ve çıktıdaki belirsizliğin enflasyon ve çıktı üzerine etkilerini araştıran bazı ampirik çalışmalar yapılmıştır. Grier ve Perry (2000), ARMA-GARCH-M modeli kullanarak A.B.D. için enflasyon ve çıktıdaki belirsizliklerin enflasyon ve çıktı büyümesi üzerindeki etkilerini incelemişler ve enflasyondaki belirsizliğin çıktıdaki büyümeyi azalttığı yönünde bulgulara ulaşmışlardır.

Bredin ve Fountas (2004), benzer çalışmayı, VAR-GARCH-M modeli kullanarak G7 ülkeleri için yapmışlardır. Japonya, Birleşik Krallık ve A.B.D.'de enflasyondaki belirsizliğin enflasyon üzerinde bir etkisinin olmadığı, Kanada, Fransa, Almanya ve İtalya'da ise enflasyondaki belirsizliğin enflasyonu arttırdığı yönünde sonuçlar elde etmişlerdir. A.B.D. ve Birleşik Krallık'ta enflasyondaki belirsizliğin çıktıyı azalttığını, Kanada, Fransa ve İtalya'da çıktıyı arttırdığını, Japonya ve Almanya'da ise çıktıyı etkilemediğini tespit etmişlerdir.

Nas ve Perry (2000), ARMA-GARCH-M modeli ve 1963-1999 dönemi için aylık veri kullanarak Türkiye için yaptıkları çalışmada, enflasyonun, enflasyon belirsizliği üzerine etkisini ve enflasyondaki belirsizliğin, çıktıdaki büyüme

üzerine etkisini test etmişlerdir. Çalışmalarında, enflasyonun, enflasyondaki belirsizliği arttırdığı, enflasyondaki belirsizliğin ise çıktıdaki büyümeyi azalttığı sonucuna ulaşmışlardır.

Bu çalısmanın genel amacı çok değişkenli GARCH modelleri ile ilgili geniş teorik bilgiler vermek ve bu bilgileri kullanarak enflasyon ve çıktıdaki belirsizliklerin enflasyon ve çıktı üzerine etkilerini araştıran bir uygulama gerçekleştirmektir.

Yukarıda belirtilen amaç doğrultusunda önce, ikinci bölümde iktisatta uygulama alanı daha geniş olan bazı tek değişkenli ARCH/GARCH modelleri, bu modellerin özellikleri, tahmin yöntemleri ve ARCH etkisinin varlığını test etmek üzere kullanılan testlere değinilecektir.

Üçüncü bölümde tek değişkenli modellerin çok değişkenli modellere genişletilişi, bu çok değişkenli modellerin tahmin edilebilmesi için geliştirilen farklı parametrizasyonlar ile bu parametrizasyonların üstün ve zayıf yönleri irdelenecek; koşullu korelasyonları modelleyen parametrizasyonların seçimi için koşullu korelasyonların sabit olup olmadığını tespit etmekte kullanılan testler incelenecektir.

Dördüncü bölümde, enflasyon ve çıktıdaki belirsizliklerin enflasyon ve çıktı üzerine etkilerini tartışan bazı görüşlere yer verilecektir. Bu görüşlere değinildikten sonra beşinci bölüme geçilecektir.

Uygulamaya ayrılan beşinci bölümde 1985:1-2005:2 dönemi için aylık veriler kullanılarak ARMA-GARCH-M modeli yardımıyla reel ve nominal belirsizliklerin enflasyon ve çıktıdaki büyüme üzerine etkileri araştırılacaktır. Sonuç bölümde ise elde edilen sonuçlar tartışılacak ve yapılan diğer bazı çalışmalarla karşılaştırılacaktır.

II.BÖLÜM

TEK DEĞİŞKENLİ GARCH MODELLERİ

Engle'ın 1982'de ortaya attığı ARCH (autoregressive conditional heteroscedastisity) modelinde koşullu varyans, regresyon modelinin hatalarının geçmiş değerlerinin kareleri ile modellenmektedir. ARCH süreçleri sıfır ortalamalı, serisel olarak ilişkisiz, koşulsuz varyansı (varsa) sabit, ancak koşullu varyansı zamana bağlı olarak değişen süreçlerdir.

Bollerslev, ARCH modelini, koşullu varyansın otoregresif süreci yerine hata karelerinin hareketli ortalaması olarak değerlendirmiş ve bu modele koşullu varyansın gecikmeleri de eklenerek koşullu varyansın ARMA süreci olarak modellenerek genişletilebileceği fikrini geliştirmiştir. Modelin isimlendirilmesi aşamasında önce ARCH modelinin ismini MACH olarak değiştirilip yeni modelin de ARMACH olarak isimlendirilmesi düşünülmüş, ancak ARCH modelinin gerçekte otoregresif olması ve GARCH modelinde kullanılan koşullu varyansın gecikmelerinin de MA sürecini ifade etmemesi ama genel sürecin ARMA olması daha sonraları bazı karışıklıklara neden olacağı endişesiyle bundan vazgeçilmiş ve Bollerslev'in modeli GARCH (Generalized ARCH) olarak adlandırılmıştır (Engle, 1995).

1987'de yayınlanan makalelerinde Engle, Lilien ve Robins, belirsizliğin davranışları etkilediği piyasalar için çok uygun olan, koşullu varyansın koşullu ortalama eşitliğine bir değişken olarak dahil edildiği ARCH-M (ki bu GARCH-M olarak da modellenebilir) modelini geliştirmişlerdir.

Nelson (1991), daha çok finans piyasaları için kullanılan ve EGARCH (Exponential GARCH) olarak adlandırılan bir volatilite modeli ortaya koymuştur. Bu model diğerlerinden birkaç yönü ile farklıdır, ancak en önemli farkı negatif getirilerin aynı büyüklükteki pozitif getirilere göre daha yüksek oynaklıkları öngördüğü gözlemlenmiş olunmasıdır. Bu asimetri, kaldıraç etkisi (leverage effect)dir. Ayrıca EGARCH modeli koşullu varyansın logaritması cinsinden

formüle edildiğinden varyansların pozitif çıkmasını garantilemek için tahmin esnasında bazı nümerik yollara başvurulması gerekmemektedir (Engle, 1995).

Bu modellerin dışında IGARCH, TGARCH, vs. gibi birçok otoregresif koşullu değişen varyans modeli türetilmiştir.

2.1. ARCH Modeli

Zaman serisi ekonometrisinde genelde bir değişkenin veya değişkenler vektörünün koşullu ortalaması modellenmektedir. *t* döneminde $(y_t, x_t')'$ stokastik vektörü gözlemlenmiş olsun. Burada y_t bir skalar ve x_t, y_t-nin gecikmelerini de içerebilen değişkenler vektörüdür. y_t

$$y_t = E\{y_t \mid x_t\} + \varepsilon_t \tag{1}$$

modeli ile tahmin edilir. Buradaki koşullu ortalama $E\{y_t \mid x_t\}$ bilinen parametrik formdadır. $E\{\varepsilon_t \mid x_t\} = E(\varepsilon_t) = 0$ ve $t \neq s$ için $E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0$ dır. $E\{y_t \mid x_t\}$-deki parametreler tahmin edilirken ε_t-nin koşulsuz varyansının sabit veya bilinmeyen bir biçimde zamana bağımlı olduğu varsayılır ("Time-series econometrics", 2003). Engle (1982), koşulsuz varyans sabit iken koşullu varyansın zamana bağımlı olduğu durumlarda, bu koşullu varyansı hata terimlerinin karelerinin bir fonksiyonu olarak modellemiştir. Modelde ε_t

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t} \tag{2}$$

şeklinde ayrıştırılabileceği varsayılmıştır. $\{v_t\} \sim iid(0,1)$ ardışık rassal değişkenlerden oluşan süreç ve h_t

$$h_t = Var(\varepsilon_t \mid \psi_{t-1}) = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{q} \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 \tag{3}$$

dir. Burada $\varepsilon_t = y_t - E\{y_t \mid x_t\}$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_j \geq 0$, $j = 1,...,q$ ve ψ_t, t döneminde mevcut bilgi setidir. (3), Engle tarafından ortaya konulan ARCH(q) sürecini tanımlamaktadır.

2.1.1. ARCH Süreci İzleyen Bir Değişkenin Olabilirlik Fonksiyonu

Normallik varsayımı altında ve bilgi seti cinsinden ARCH süreci aşağıdaki gibi de ifade edilebilir. Koşullu yoğunluklar kullanılarak

$$\varepsilon_t \mid \psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \tag{4}$$

ve

$$h_t = h(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, ..., \varepsilon_{t-q}, \alpha) \tag{5}$$

burada α bilinmeyen parametreler vektörü ve q, ARCH sürecinin derecesidir.

Yukarıdaki (4) ve (5) eşitlikleriyle tanımlanan ARCH sürecinde ε_t-nin ortalaması ve tüm otokovaryansları sıfırdır. Koşulsuz varyansı $\sigma_t^2 = E\varepsilon_t^2 = Eh_t$ şeklindedir ve çoğu h fonksiyonuyla α değeri için varyans t-den bağımsızdır. Bu koşullar altında ε_t zayıf durağandır (Engle, 1982).

(4) ve (5) ile tanımlanan sürecin her gözlemi koşullu olarak normal dağılmaktadır ama ε vektörü ortak olarak normal dağılmamaktadır. Ancak ortak yoğunluk, tüm koşullu dağılımların çarpımı olduğundan log olabilirlik (4) ve (5)'in koşullu normal log olabilirliklerinin toplamıdır. T örneklem büyüklüğü, l_t t-inci gözlemin olabilirliği, $\ln l_t$ t-inci gözlemin log olabilirliği ve $\ln l$ ortalama log olabilirliği olsun. O zaman

$$l_t = \frac{1}{\sqrt{2\pi h_t}} \exp\left[-\frac{\varepsilon_t^2}{2h_t} \right]$$

$$\ln l_t = -\frac{1}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\ln h_t - \frac{1}{2}\varepsilon_t^2 h_t^{-1} \tag{6}$$

İlk terim herhangi bir parametre içermediğinden

$$\ln l_t = -\frac{1}{2}\ln h_t - \frac{1}{2}\varepsilon_t^2 h_t^{-1}$$

$$\ln l = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} \ln l_t \tag{7}$$

Bu olabilirlik fonksiyonu maksimize edilerek bilinmeyen α parametreleri tahmin edilir. 1.sıra koşulu:

$$\frac{\partial \ln l_t}{\partial \alpha} = -\frac{1}{2}\frac{1}{h_t}\frac{\partial h_t}{\partial \alpha} - \frac{1}{2}\varepsilon_t^2\left(-\frac{1}{h_t^2}\right)\frac{\partial h_t}{\partial \alpha} = -\frac{1}{2}\frac{\partial h_t}{\partial \alpha} + \frac{\varepsilon_t^2}{2h_t^2}\frac{\partial h_t}{\partial \alpha}$$

$$= \frac{1}{2h_t}\frac{\partial h_t}{\partial \alpha}\left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1\right) \tag{8}$$

ve Hessianı

$$\frac{\partial^2 \ln l_t}{\partial \alpha \partial \alpha'} = \varepsilon_t^2\left(-\frac{1}{h_t^2}\right)\frac{\partial h_t}{\partial \alpha}\left(\frac{1}{2h_t}\frac{\partial h_t}{\partial \alpha'}\right) + \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1\right)\frac{\partial}{\partial \alpha'}\left(\frac{1}{2h_t}\frac{\partial h_t}{\partial \alpha}\right)$$

$$= -\frac{1}{2h_t^2}\frac{\partial h_t}{\partial \alpha}\frac{\partial h_t}{\partial \alpha'}\left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t}\right) + \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1\right)\frac{\partial}{\partial \alpha'}\left(\frac{1}{2h_t}\frac{\partial h_t}{\partial \alpha}\right) \tag{9}$$

dir (Engle, 1982).

ψ_{t-m-1} $(1 < m < q)$ veri iken birinci terimin son çarpanının koşullu bekleneni 1 ve ikinci terimin koşullu bekleneni sıfırdır. Böylece, Hessianın ortalamasının

beklenen değerinin negatifi olan bilgi matrisi

$$I_{\alpha\alpha} = \sum_t \frac{1}{2T} E\left[\frac{1}{h_t^2}\frac{\partial h_t}{\partial \alpha'}\frac{\partial h_t}{\partial \alpha'}\right] \tag{10}$$

olur ve

$$\hat{I}_{\alpha\alpha} = \frac{1}{T}\sum_t \left[\frac{1}{2h_t^2}\frac{\partial h_t}{\partial \alpha}\frac{\partial h_t}{\partial \alpha'}\right] \tag{11}$$

onun tutarlı tahmincisidir (Engle, 1982).

h karesel ifadelerin q .dereceden lineer fonksiyonu olduğuna göre

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + ... + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 \tag{12}$$

şeklinde ifade edilebilir. $s_t = (1, \varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2, ..., \varepsilon_{t-q}^2)$ ve $\alpha' = (\alpha_0, \alpha_1, ..., \alpha_q)$ olarak tanımlanırsa (12) eşitliği

$$h_t = s_t \alpha \tag{13}$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir. Bu durumda gradyan

$$\frac{\partial \ln l}{\partial \alpha} = \frac{1}{2h_t} s_t \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1\right) \tag{14}$$

ve bilgi matrisinin tahmini

$$\hat{I}_{\alpha\alpha} = \frac{1}{2T}\sum_t (s_t' s_t / h_t^2) \tag{15}$$

olur. (Engle, 1982)

2.1.2. ARCH Sürecinin Durağanlık Koşulları

$\alpha_0 > 0$ ve $\alpha_1,...,\alpha_q \geq 0$ için q. dereceden bir lineer ARCH süreci ancak ve ancak birleşik karakteristik denkleminin tüm kökleri birim çemberin dışında ise zayıf durağandır. Bu şartlar altında koşulsuz varyans

$$E(\varepsilon_t^2) = \alpha_0 / (1 - \sum_{j=1}^{q} \alpha_j) \tag{16}$$

dir. Şöyle ki $w_t' = (\varepsilon_t^2, \varepsilon_{t-1}^2,..., \varepsilon_{t-q}^2)$, $b' = (\alpha_0, 0,...,0)$ ve

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_q & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

ise

$$E(w_t \mid \psi_{t-1}) = b + \mathrm{A}w_{t-1} \tag{17}$$

şeklinde ifade edilebilir. Ardıl beklenen değerleri alındığında

$$\begin{aligned} E(w_t \mid \psi_{t-2}) &= b + \mathrm{A}(b + \mathrm{A}w_{t-2}) = \mathrm{A}b + \mathrm{A}^2 w_{t-2} \\ &= (\mathrm{I} + \mathrm{A})b + \mathrm{A}^2 w_{t-2} \\ &\vdots \\ E(w_t \mid \psi_{t-k}) &= (\mathrm{I} + \mathrm{A} + \mathrm{A}^2 + \mathrm{A}^3 + ... + \mathrm{A}^{k-1})b + \mathrm{A}^k w_{t-k} \end{aligned} \tag{18}$$

olur. Seri, sonlu varyansla ve geçmişte tanımsız bir uzaklıkta başladığı için, limit, ancak ve ancak tüm öz değerleri birim çemberin içinde ise vardır ve

$$\lim_{k\to\infty} E(w_t \mid \psi_{t-k}) = (\mathrm{I} - \mathrm{A})^{-1} b \qquad (19)$$

dir. Bu limit t-ye veya başlangıç koşullarına bağlı olmadığından bu vektör tüm t-ler için ortak varyanstır. Bu da α-lardan oluşturulan karakteristik denklemin tüm köklerinin birim çemberin dışında kalması koşuluna eşdeğerdir. İlk elemanın limiti de

$$E(\varepsilon_t^2) = \alpha_0 /(1 - \sum_{j=1}^{q} \alpha_j) \qquad (20)$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir (Engle, 1982).

2.1.3. ARCH Sürecinin Simetrik ve Düzenli Olma Koşulları

δ_t, Δ örneklem uzayından alınan $q \times 1$ boyutunda rassal bir vektör olsun, öyle ki $\delta_t' = (\delta_{t-1},...,\delta_{t-q})$. Her δ_t için m-inci elemanının -1 ile çarpıldığı bir δ_t^* vektörü tanımlansın. Burada $1 < m < q$. (4) ve (5) ile tanımlanan ARCH süreci eğer

(i) her m ve $\delta_t \in \Delta$ için $h(\delta_t) = h(\delta_t^*)$

(ii) her m, i ve $\delta_t \in \Delta$ için $\partial h(\delta_t)/\partial \alpha_i = \partial h(\delta_t^*)/\partial \alpha_i$

(iii) her m ve $\delta_t \in \Delta$ için $\partial h(\delta_t)/\partial \delta_{t-m} = -\partial h(\delta_t^*)/\partial \delta_{t-m}$

ise simetriktir ve eğer

(i) $\delta_t \in \Delta$ ve bazı $\eta > 0$ için $\min h(\delta_t) \geq \eta$

(ii) tüm i, m, t değerleri için $E(|\partial h(\delta_t)/\partial \alpha_i \| \partial h(\delta_t)/\partial \delta_{t-m} \| \psi_{t-m-1})$ varsa

model düzenlidir. q. dereceden doğrusal bir ARCH modeli $\alpha_0 > 0$ ve $\alpha_1,...,\alpha_q \geq 0$ ise düzenlidir (Engle,1982).

2.1.4. ARCH Regresyon Modelleri

Eğer y_t, (1) eşitliği ile tanımlanmakta ise, ARCH regresyon modeli,

$$\begin{aligned} y_t \mid \psi_{t-1} &\sim N(x_t\beta, h_t) \\ h_t &= h(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, ..., \varepsilon_{t-q}, \alpha) \\ \varepsilon_t &= y_t - x_t\beta \end{aligned} \tag{21}$$

ile ifade edilir ve log olabilirlik fonksiyonu (7) ile tanımlanır. Bu olabilirlik fonksiyonu α ve β bilinmeyen parametrelerine göre maksimize edilir. (7) ve (21)-deki varsayımlar altında, koşullu beklenen değer olarak tanımlanan regresyonda x ve ε ilişkisiz olduğundan, β-nın sıradan en küçük kareler tahmincisi tutarlı olur. Eğer x_t bağımlı değişkenin gecikmeli değerlerini de içeriyorsa, hataların kareleri x-lerin kareleriyle ilişkili olacağından, geleneksel yoldan hesaplanan standart hatalar tutarlı olmayacaktır, ancak eğer x-ler değişmeyen sabit değerler olarak işlem görebiliyorsa en küçük kareler ile elde edilen standart hataları tutarlı olacaktır (Engle, 1982).

Eğer süreç durağansa ve açıklayıcı değişkenler arasında bağımlı değişkenin gecikmeli değerleri yoksa y, $T \times 1$ boyutlu bağımlı değişken vektörü ve x, $T \times K$ boyutlu bağımsız değişken matrisi olmak üzere

$$\begin{aligned} E(y \mid x) &= x\beta \\ Var(y \mid x) &= \sigma^2 \mathrm{I} \end{aligned} \tag{22}$$

Sıradan en küçük kareler (21) ve (7) ile tanımlanan model için en iyi doğrusal, yansız tahmin edicisidir. Ancak doğrusal olmayan maksimum olabilirlik tahmin edicisi sıradan en küçük kareler tahmin edicisine göre daha etkin ve asimptotik olarak daha üstün niteliklidir (Engle, 1982).

$\varepsilon_t = (y_t - x_t\beta)$-yi log olabilirlik fonksiyonunda yerine koyarak yeniden düzenlersek

$$\ln l_t = -\frac{1}{2}\ln h_t - \frac{1}{2}\left[\frac{(y_t - x_t\beta)^2}{h_t}\right] \tag{23}$$

olur. Bu durumda maksimum olabilirlik tahmincisi için 1.sıra koşul:

$$\frac{\partial \ln l_t}{\partial \beta} = -\frac{1}{2}\frac{1}{h_t}\frac{\partial h_t}{\partial \beta} - \frac{1}{2}(y_t - x_t\beta)^2\left(-\frac{1}{h_t^2}\right)\frac{\partial h_t}{\partial \beta} - \frac{1}{2}2\frac{y_t - x_t\beta}{h_t}(-x_t')$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{\partial h_t}{\partial \beta} + \frac{\varepsilon_t^2}{2h_t^2}\frac{\partial h_t}{\partial \beta} + \frac{\varepsilon_t x_t'}{h_t} \tag{24}$$

$$= \frac{1}{2h_t}\frac{\partial h_t}{\partial \beta}\left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1\right) + \frac{\varepsilon_t x_t'}{h_t}$$

Doğrusal varyans fonksiyonunu yerine koyarak

$$\frac{\partial \ln l}{\partial \beta} = \frac{1}{T}\sum\left[\frac{\varepsilon_t x_t'}{h_t} - \frac{1}{h_t}\left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1\right)\sum_j \alpha_j \varepsilon_{t-j} x_{t-j}'\right] \tag{25}$$

elde edilir. Bu da $x\varepsilon$ çarpanı altında yaklaşık olarak

$$\frac{\partial \ln l}{\partial \beta} = \frac{1}{T}\sum_t x_t'\varepsilon_t\left[h_t^{-1} - \sum_{j=1}^{q}\alpha_j h_{t+j}^{-2}(\varepsilon_{t+j}^2 - h_{t+j})\right]$$

$$\equiv \frac{1}{T}\sum_t x_t'\varepsilon_t c_t \tag{26}$$

ve Hessianı

$$\frac{\partial^2 \ln l_t}{\partial\beta\partial\beta'} = \left(-\frac{(y_t - x_t\beta)^2}{h_t^2}\right)\frac{\partial h_t}{\partial\beta}\left(\frac{1}{2h_t}\frac{\partial h_t}{\partial\beta'}\right) + 2\frac{(y_t - x_t\beta)}{h_t^2}(-x_t')\frac{\partial h_t}{\partial\beta}$$

$$+\left(\frac{(y_t - x_t\beta)^2}{h_t} - 1\right)\frac{\partial}{\partial\beta'}\left(\frac{1}{2h_t}\frac{\partial h_t}{\partial\beta}\right) - \frac{x_t'x_t}{h_t} \qquad (27)$$

$$= \left(-\frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2}\right)\frac{\partial h_t}{\partial\beta}\left(\frac{1}{2h_t}\frac{\partial h_t}{\partial\beta'}\right) + \frac{2\varepsilon_t x_t'}{h_t^2}\frac{\partial h_t}{\partial\beta} + \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1\right)\frac{\partial}{\partial\beta'}\left(\frac{1}{2h_t}\frac{\partial h_t}{\partial\beta}\right) - \frac{x_t'x_t}{h_t}$$

$$= -\frac{1}{2h_t^2}\frac{\partial h_t}{\partial\beta}\frac{\partial h_t}{\partial\beta'}\left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t}\right) - \frac{2\varepsilon_t x_t'}{h_t^2}\frac{\partial h_t}{\partial\beta} + \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1\right)\frac{\partial}{\partial\beta'}\left(\frac{1}{2h_t}\frac{\partial h_t}{\partial\beta}\right) - \frac{x_t'x_t}{h_t}$$

dir (Engle, 1982).

Hessianın koşullu beklenen değerleri alındığında, h_t bütünüyle geçmişin bir fonksiyonu olduğundan 2. ve 3. terim ortadan kalkmaktadır. Yine ε_t^2 / h_t 1'e eşit olacaktır. Bu, x_t bağımlı değişkenlerin gecikmelerini içerdiği durumlar için de geçerlidir. Bilgi matrisi koşullu beklenen değerlerin ortalaması olduğundan

$$I_{\beta\beta} = \frac{1}{T}\sum_t E\left[E\left(\frac{\partial^2 l_t}{\partial\beta\partial\beta'} \mid \psi_{t-1}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{T}\sum_t E\left[\frac{1}{2h_t^2}\frac{\partial h_t}{\partial\beta}\frac{\partial h_t}{\partial\beta'} + \frac{x_t x_t'}{h_t}\right] \qquad (28)$$

hataları q. dereceden doğrusal ARCH süreci izleyen regresyon modelleri için

$$\hat{I}_{\beta\beta} = \frac{1}{T}\sum\left[\frac{x_t'x_t}{h_t} + 2\sum_j \alpha_j^2 \frac{\varepsilon_{t-j}'}{h_t^2} x_{t-j}' x_{t-j}\right] \qquad (29)$$

$x_t'x_t$ parantezine alınırsa bilgi matrisinin tahmini

$$\hat{I}_{\beta\beta} = \frac{1}{T}\sum_{j} x_t' x_t' \left[h_t^{-1} + 2\varepsilon_t^2 \sum_{j=1}^{q} \alpha_j^2 h_{t+j}^{-2} \right]$$
$$\equiv \frac{1}{T}\sum_{t} x_t' x_t' r_t^2 \qquad (30)$$

Benzer şekilde bilgi matrisinin köşegen üzerinde olmayan elemanları

$$\hat{I}_{\alpha\beta} = \frac{1}{T}\sum_{t} E\left(\frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t}{\partial \alpha} \frac{\partial h_t}{\partial \beta'} \right) \qquad (31)$$

dir ve eğer bir ARCH regresyon modeli simetrik ve düzenli ise $I_{\alpha\beta} = 0$ dır (Engle, 1982).

Bilgi matrisi blok diagonal olduğundan α ve β asimptotik etkin olarak ayrı ayrı tahmin edilebilir. Modelin tahmininde, önce β sıradan en küçük kareler ile tahmin edilir ve kalıntılar hesaplanır. Bu kalıntılar kullanılarak, α-nın etkin tahmini, α-nın etkin tahmini ile de β-nın yeni etkin tahmini elde edilir. İterasyonlar skorlama algoritmasıyla hesaplanabilir ve parametreler vektörü θ için tekrar tekrar her adımda $\theta^{(i)}$-ye dayalı $\theta^{(i+1)}$-in tahmini:

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} + \left[\hat{I}_{\theta\theta}^{(i)} \right]^{-1} \frac{1}{T} \sum_{t} \frac{\partial \ln l_t^{(i)}}{\partial \theta} \qquad (32)$$

şeklinde yapılır. Bu skorlama adımı, (13), (14) ve (15) nolu eşitlikler (32) nolu eşitlikte yerine konularak, q. dereceden bir lineer modeldeki α-lar için uyarlandığında

$$\alpha^{(i+1)} = \alpha^{(i)} + (\tilde{s}'\tilde{s})^{-1}\tilde{s}' f^{(i)} \qquad (33)$$

elde edilir. Burada $\tilde{s}_t = (1, \hat{\varepsilon}_{t-1}^2, ..., \hat{\varepsilon}_{t-q}^2)/h_t^{(i)}$, $\tilde{s}' = (\tilde{s}_1', ..., \tilde{s}_T')$, $f_t^{(i)} = (\hat{\varepsilon}_t^2 - h_t^{(i)})/h_t^{(i)}$ ve $f^{(i)\prime} = (f_1^{(i)}, ..., f_T^{(i)})$ dir. Dolayısıyla iterasyondaki her adım, dönüştürülmüş

değişkenlerle kurulmuş bir EKK regresyonu şeklindedir. Parametrelerin varyans-kovaryans matrisi

$$\text{var cov}(\alpha) = \left[\hat{I}_{\alpha\alpha}\right]^{-1} \frac{1}{T} \tag{34}$$

ile tutarlı olarak tahmin edilir, ki o da $2(\tilde{z}'\tilde{z})^{-1}$-e eşittir (Engle, 1982).

α-nın tahmini elde edildikten sonra, bu tahmin, β-nın tahmini için kullanılır. (32) nolu eşitlik β-ya göre düzenlenir ve (26) ile (29), β-ya göre düzenlenen bu yeni eşitlikte yerine konulursa

$$\beta^{(i+1)} = \beta^{(i)} + (\tilde{x}'\tilde{x})^{-1}\tilde{x}'\tilde{e} \tag{35}$$

elde edilir. Burada $\tilde{x}_t = x_t r_t$, $\tilde{x}' = (\tilde{x}_1', ..., \tilde{x}_T')$, $\tilde{e}_t = \hat{\varepsilon}_t c_t / r_t$ ve $\tilde{e}' = (\tilde{e}_1, ..., \tilde{e}_T)$dir. Yeni iterasyon adımı, yine EKK ile tahmin edilir ve bu işlem yakınsama elde edilinceye kadar sürdürülür. (Engle,1982)

Skorlama dışında uygulamada BHHH ve BFGS (Quasi-Newton) gibi farklı algoritmalar da tahmin için kullanılmaktadır.

2.2. GARCH Modeli

GARCH(p,q) sürecinin doğrusal fonksiyonunda koşullu varyansın gecikmeli değerleri de yer alırken, ARCH(q) sürecinde, koşullu varyans sadece örneklem varyansının geçmiş değerlerinin bir fonksiyonu olarak modellenmektedir. Bollerslev (1986)'in tanımladığı GARCH(p,q) süreci

$$\varepsilon_t \mid \psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \tag{36}$$

$$\begin{aligned} h_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \gamma_i h_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 \\ &= \alpha_0 + \Gamma(L) h_t + A(L)\varepsilon_t^2 \end{aligned} \tag{37}$$

şeklindedir. Burada $p \geq 0$, $q > 0$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_j \geq 0$, $j = 1,...,q$, $\gamma_i \geq 0$, $i = 1,...,p$ dir. Açıkça görüldüğü gibi $p = 0$ iken h_t, ARCH(q) sürecidir.

Eğer $1 - \Gamma(z) = 0$-ın tüm kökleri birim çemberin dışında ise (37) nolu eşitlik

$$h_t = \alpha_0[1 - \Gamma(1)]^{-1} + A(L)[1 - \Gamma(L)]^{-1}\varepsilon_t^2$$
$$= \alpha_0\left(1 - \sum_{i=1}^{p}\gamma_i\right)^{-1} + \sum_{i=1}^{\infty}\tau_i\varepsilon_{t-i}^2 \qquad (38)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu da ARCH(∞) sürecidir. τ_i-ler $\mathrm{T}(L) = \mathrm{A}(L)[1 - \Gamma(L)]^{-1}$ -in çözümünden elde edilir (Bollerslev, 1986).

(36) ve (37) ile tanımlanan GARCH(p,q) sürecinde $E(\varepsilon_t) = 0$, $\mathrm{var}(\varepsilon_t) = \alpha_0[1 - \mathrm{A}(1) - \Gamma(1)]^{-1}$ ve $t \neq s$ için $\mathrm{cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$ dır. Bu süreç, ancak ve ancak $\mathrm{A}(1) + \Gamma(1) < 1$ ise durağandır (Bollerslev,1986).

2.2.1. GARCH Regresyon Modeli

Eğer y_t, (1) eşitliği ile tanımlanmakta ise GARCH regresyon modeli

$$y_t \mid \psi_{t-1} \sim N(x_t\beta, h_t)$$
$$h_t = h(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2},..., \varepsilon_{t-q}, h_{t-1}, h_{t-2},..., h_{t-p}, \alpha, \gamma) \qquad (39)$$
$$\varepsilon_t = y_t - x_t\beta$$

ile ifade edilir ve log olabilirlik fonksiyonu (7) eşitliğinde tanımlandığı gibidir. $s_t = (1, \varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2,..., \varepsilon_{t-q}^2, h_{t-1}, h_{t-2},..., h_{t-p})$ ve $w' = (\alpha_0, \alpha_1,..., \alpha_q, \gamma_1,..., \gamma_p)$ olarak tanımlanırsa (37) eşitliği

$$h_t = s_t w \qquad (40)$$

şeklinde yeniden düzenlenir. Bu durumda log olabilirlik fonksiyonunun koşullu varyans parametrelerine göre 1.türevi

$$\frac{\partial \ln l_t}{\partial w} = \frac{1}{2h_t}\frac{\partial h_t}{\partial w}\left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1\right) \tag{41}$$

ve 2.türevi

$$\frac{\partial^2 \ln l_t}{\partial w \partial w'} = -\frac{1}{2h_t^2}\frac{\partial h_t}{\partial w}\frac{\partial h_t}{\partial w'}\left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t}\right) + \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1\right)\frac{\partial}{\partial w'}\left(\frac{1}{2h_t}\frac{\partial h_t}{\partial w}\right) \tag{42}$$

şeklindedir. ARCH sürecinden farklı olarak burada

$$\frac{\partial h_t}{\partial w} = s_t' + \sum_{i=1}^{p} \gamma_i \frac{\partial h_{t-i}}{\partial w} \tag{43}$$

dir. $\Gamma(1) < 1$ olması (43)-ün durağanlığını sağlamaktadır. (42)-nin ikinci teriminin beklenen değeri sıfır olduğundan, bilgi matrisi sadece ilk terim ile tahmin edilir (Bollerslev, 1986).

Log olabilirlik fonksiyonunun koşullu ortalamanın parametrelerine göre 1.türevi

$$\frac{\partial \ln l_t}{\partial \beta} = \frac{1}{2h_t}\frac{\partial h_t}{\partial \beta}\left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1\right) + \frac{\varepsilon_t x_t'}{h_t} \tag{44}$$

ve 2.türevi

$$\frac{\partial^2 \ln l_t}{\partial \beta \partial \beta'} = -\frac{1}{2h_t^2}\frac{\partial h_t}{\partial \beta}\frac{\partial h_t}{\partial \beta'}\left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t}\right) - \frac{2\varepsilon_t x_t'}{h_t^2}\frac{\partial h_t}{\partial \beta} + \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1\right)\frac{\partial}{\partial \beta'}\left(\frac{1}{2h_t}\frac{\partial h_t}{\partial \beta}\right) - \frac{x_t' x_t}{h_t} \tag{45}$$

yine burada ARCH modelinden farklı olarak

$$\frac{\partial h_t}{\partial \beta} = -2\sum_{j=1}^{q} \alpha_j x_{t-j} \varepsilon_{t-j} + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \frac{\partial h_{t-j}}{\partial \beta} \tag{46}$$

dir (Bollerslev, 1986).

ARCH regresyon modelinde olduğu gibi burada da bilgi matrisi blok diagonaldir ve bundan dolayı koşullu ortalamanın ve koşullu varyansın parametreleri yine ayrı ayrı tahmin edilebilir. Ancak (43) ve (46)-daki ikinci terimler nedeniyle ARCH için kolaylıkla kullanılabilen skorlama yönteminin hesaplama süreci oldukça karmaşıklaşır. Bu nedenle Bollerslev (1986), BHHH algoritmasını önermektedir.

θ yine parametreler vektörü olsun. $(i+1)$-inci iterasyon adımında parametre tahminleri

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} + \lambda_i \left(\sum_{t=1}^{T} \frac{\partial \ln l_t^{(i)}}{\partial \theta} \frac{\partial \ln l_t^{(i)}}{\partial \theta'} \right)^{-1} \sum_{t=1}^{T} \frac{\partial \ln l_t^{(i)}}{\partial \theta} \tag{47}$$

ile elde edilir. Burada λ_i, olabilirlik fonksiyonunu verilen yönde maksimize etmek için seçilen değişken bir adım uzunluğudur (Bollerslev, 1986).

2.3. ARCH-M ve GARCH-M Modelleri

ARCH-M ve GARCH-M modelleri, oynaklığın koşullu ortalama üzerine etkilerini daha iyi tanımlamaktadır (Gouriéroux, 1997). Bu modellerde koşullu varyans, veya koşullu standart sapma gibi koşullu varyansın bir fonksiyonu, koşullu ortalamada açıklayıcı değişken olarak yer almaktadır (Engle, Lilien ve Robins,1987). İktisadi uygulamalarda en yaygın kullanılan şekliyle bir GARCH-M modeli

$$y_t \mid \psi_{t-1} \sim N(\beta' x_t + \phi h_t, h_t)$$
$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \gamma_i h_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 \quad (48)$$

şeklindedir ve özellikle belirsizliklerin etkilerini araştıran ve test eden çalışmalarda en sık başvurulan modeldir.

Engle, Lilien ve Robins (1987)'in çalışmasında t döneminde mevcut olan bilgi setindeki diğer değişkenlerin de koşullu varyans eşitliğinde yer alabileceği belirtilmektedir.

2.4. IGARCH Modeli

ARMA modellerinde durağanlık, koşullu otoregresif polinomun kökleri ile karakterize edilmektedir. Karakteristik denklemin tüm kökleri birim çemberin dışında kalmalıdır. Birim çember üzerine düşen köklerin varlığı durumunda süreç durağan olmayan ARIMA süreci olmaktadır. Aynı muhakeme GARCH süreçleri için de geçerlidir; ancak oldukça farklı sonuçları vardır (Gouriéroux,1997). Bir GARCH(1,1) modeli aşağıdaki gibi tanımlansın:

$$h_t = \alpha_0 + \gamma_1 h_{t-1} + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$$
$$\varepsilon_t = \sqrt{h_t}.v_t \quad (49)$$

dolayısıyla

$$h_t = \alpha_0 + (\gamma_1 + \alpha_1 v_{t-1}^2) h_{t-1} \quad (50)$$

Burada $\{v_t\}_{t=-\infty,\infty} \sim i.i.d$, $P(-\infty < v_t < \infty) = 1$, $\alpha_0 \geq 0$, $\gamma_1 \geq 0$ ve $\alpha_1 > 0$ dır. Eğer

$$E[\ln(\gamma_1 + \alpha_1 v_t^2)] \quad (51)$$

varsa, h_{t-i} -yi (50)-de tekrar tekrar yerine koyarak $t \geq 2$ için

$$h_t = h_0 \prod_{i=1}^{t} (\gamma_1 + \alpha_1 v_{t-i}^2) + \alpha_0 \left[1 + \sum_{k=1}^{t-1} \prod_{i=1}^{k} (\gamma_1 + \alpha_1 v_{t-i}^2) \right] \tag{52}$$

elde edilir. Eğer $\alpha_0 = 0$ ise

$\lim_{t\to\infty} h_t \to \infty$ a.s. ancak ve ancak $E[\ln(\gamma_1 + \alpha_1 v_t^2)] > 0$ ise

$\lim_{t\to\infty} h_t \to 0$ a.s. ancak ve ancak $E[\ln(\gamma_1 + \alpha_1 v_t^2)] < 0$ ise

$E[\ln(\gamma_1 + \alpha_1 v_t^2)] = 0$ ise $\ln(h_t)$ rassal yürüyüştür.

Eğer $\alpha_0 > 0$ ise

$E[\ln(\gamma_1 + \alpha_1 v_t^2)] > 0$ ise $\lim_{t\to\infty} h_t \to \infty$ a.s.

$E[\ln(\gamma_1 + \alpha_1 v_t^2)] < 0$ ise h_t tam durağandır (Nelson,1990).

2.5. EGARCH Modeli

Koşullu varyansın negatif olmaması garantilenmelidir. GARCH modellerinde bu, koşullu varyansın, pozitif rassal değişkenlerin (pozitif ağırlıklar kullanarak) doğrusal kombinasyonları cinsinden ifade edilmesiyle garantilenmektedir. EGARCH modellerinde ise bu, ln(h_t)-nin zamanın ve v_t -nin gecikmelerinin doğrusal fonksiyonları şeklinde modellenmesiyle garantilenmektedir. EGARCH modeli

$$\ln(h_t) = \alpha_t + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k f(v_{t-k}), \qquad \beta_1 \equiv 1 \tag{53}$$

şeklindedir. Burada $\{\alpha_t\}_{t=-\infty,\infty}$ ve $\{\beta_k\}_{k=1,\infty}$ reel, stokastik olmayan katsayı serileridir (Nelson, 1991).

$$f(v_t) \equiv \gamma v_t + \theta[|v_t| - E|v_t|] \quad (54)$$

$\{f(v_t)\}_{t=-\infty,\infty}$ sıfır ortalamalı, bağımsız, benzer şekilde dağılan rassal seridir. $f(v_t)$-nin bileşenleri de sıfır ortalamalıdır. v_t simetrik dağılıyorsa iki bileşeni ortogonaldir, ancak bağımsız değildir. $f(v_t)$, $0 < v_t < \infty$ aralığında $\gamma + \theta$ eğim katsayısıyla doğrusaldır; $-\infty < v_t \leq 0$ aralığında ise $\gamma - \theta$ eğim katsayısıyla doğrusaldır. Böylece $f(v_t)$, $\{h_t\}$ sürecinin menkul kıymetlerin fiyatlarındaki artış ve düşüşlere asimetrik tepki vermesine müsaade etmektedir (Nelson, 1991).

2.6.TGARCH Modeli

Kaldıraç etkisini hesaba katan diğer bir GARCH modeli türü TGARCH (Threshold GARCH)tır. Pozitif şokların etkisi, negatif şokların etkisine göre daha büyüktür. $\varepsilon_{t-1} = 0$ eşik değer olarak kabul edilirse bu değerin altındaki şokların etkisi, bu değerin üsündeki şokların etkisinden farklıdır. TGARCH modelinde bu etki, modele kukla değişken eklenerek modellenmektedir. Bir TGARCH(1,1) modeli:

$$h_t = \alpha_0 + \gamma_1 h_{t-1} + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 D_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 \quad (55)$$

şeklindedir. Burada $D_{t-1} = \begin{cases} 1 & \varepsilon_{t-1} < 0 \quad \text{ise} \\ 0 & \varepsilon_{t-1} \geq 0 \quad \text{ise} \end{cases}$ olarak tanımlanmaktadır. α_2 parametresi istatistiksel olarak anlamlı ise veri seti, eşik etkisine (threshold effect) sahiptir (Enders, 2004).

2.7. ARCH Testleri

ARCH etkisininin varlığını test etmek üzere literatürde önerilen en önemli iki test Engle (1982)'ın ARCH LM testi ile McLeod ve Li (1983)'nin Q testidir. Ancak uygulamada ARCH LM testi yoğunlukla tercih edilmektedir.

2.7.1. ARCH LM Testi

ARCH etkisinin varlığını test etmek için Engle (1982) tarafından önerilen ARCH LM testi, tahmin edilen regresyonun hatalarının karelerinin

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \beta_0 + \beta_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \beta_2 \hat{\varepsilon}_{t-2}^2 + ... + \beta_q \hat{\varepsilon}_{t-q}^2 + v_t \quad (56)$$

şeklinde modellenmesinden elde edilen R^2 kullanılarak gerçekleştirilir.

Test istatistiği

$$LM_{ARCH} = TR^2 \quad (57)$$

ile hesaplanır. Boş hipotez doğru iken istatistik, q serbestlik dereceli χ^2 dağılımlıdır.

$H_0 : \beta_1 = ... = \beta_q = 0$ boş hipotezinin reddedilmesi ARCH etkisinin varlığını göstermektedir (Engle, 1982).

Bu test, (56) için $H_0 : \beta_1 = ... = \beta_q = 0$ boş hipotezinin F testi ile sınanmasına eşdeğerdir (Tsay, 2002).

$RSS_0 = \sum_{t=q+1}^{T} (\hat{\varepsilon}_t^2 - \overline{\hat{\varepsilon}}_t^2)$, $RSS_1 = \sum_{t=q+1}^{T} \hat{v}_t^2$ ve $\overline{\hat{\varepsilon}}_t^2$, $\hat{\varepsilon}_t^2$-nin örneklem ortalaması olmak üzere

$$F = \frac{(RSS_0 - RSS_1)/q}{RSS_1/(T-2q-1)} \quad (58)$$

test istatistiği, boş hipotez altında, asimptotik olarak q serbestlik dereceli χ^2 dağılımlıdır (Tsay, 2002). Boş hipotezinin reddedilmesi ARCH etkisinin varlığını göstermektedir.

2.7.2. Q Testi

McLeod ve Li (1983), ARMA(p,q) modellerinin uygunluğunu kontrol etmek amacıyla hata karelerinin Q istatistiğini kullanmayı önermişlerdir. Bu istatistik, ARCH (GARCH) etkisinin varlığının kontrol edilmesi için de kullanılabilir (Tsay, 2002). Test istatistiği

$$Q(q) = T(T+2)\sum_{j=1}^{q} \frac{\hat{\rho}^2_{j(\hat{\varepsilon}_t^2)}}{T-j} \tag{59}$$

şeklindedir. Burada T, örneklem büyüklüğü; q, test için uygun otokorelasyonlar sayısı; $\hat{\varepsilon}_t$, hata serisi ve $\hat{\rho}_{i(\hat{\varepsilon}_t^2)}$,

$$\hat{\rho}_{(\hat{\varepsilon}_t^2)}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^{T} (\hat{\varepsilon}_t^2 - \hat{\sigma}^2)(\hat{\varepsilon}_{t-k}^2 - \hat{\sigma}^2)}{\sum_{t=1}^{T} (\hat{\varepsilon}_t^2 - \hat{\sigma}^2)^2}, \qquad \hat{\sigma}^2 = \sum \hat{\varepsilon}_t^2 / T \tag{60}$$

şeklinde hesaplanan $\hat{\varepsilon}_t^2$-nin i-inci gecikmedeki otokorelasyon fonksiyonudur. $\hat{\varepsilon}_t$-lerin ilişkisiz olması durumunda, $Q(q)$, asimptotik olarak q serbestlik dereceli χ^2 dağılımından gelen bir rassal değişkendir (McLeod ve Li).

ARCH etkisini sınayan testin H_0 hipotezi,

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \beta_0 + \beta_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \beta_2 \hat{\varepsilon}_{t-2}^2 + ... + \beta_q \hat{\varepsilon}_{t-q}^2 + \nu_t \tag{61}$$

regresyonunun eğim parametrelerinin istatistiksel olarak anlamsız olduğunu ifade eden

$$H_0 : \beta_1 = ... = \beta_q = 0 \tag{62}$$

dir (Tsay, 2002). H_0 hipotezinin reddedilmesi ARCH etkisinin varlığına işarettir.

III.BÖLÜM

ÇOK DEĞİŞKENLİ GARCH MODELLERİ

Bollerslev, Engle ve Wooldridge (1988) tek değişkenli ARCH/GARCH modellerini çok değişkenli modellere genişleterek Vec parametrizasyonu ile çözüm türetmişlerdir. Daha sonra Baba, Engle, Kraft ve Kroner'ın ortak çalışması ile şekillenen ve Engle ve Kroner'ın (1993) son halini verdiği -koşullu varyans matrisinin pozitif tanımlı olmasının garantilendiği- BEKK parametrizasyonu geliştirilmiştir. Bollerslev (1990), koşullu korelasyonların sabit olduğu durumlarda, tahmin edilecek parametre sayısının oldukça azaldığı ve tahmin sürecinin oldukça sadeleştiği CCC (constant conditional correlations) parametrizasyonunu; Tse ve Tsui (2000) ve Engle (2001) koşullu korelasyonların dinamik olduğu durumlar için ise DCC (dynamic conditional correlations) parametrizasyonlarını belirlemişlerdir. İlk iki yöntemde koşullu varyansların yanı sıra koşullu kovaryanslar, diğer iki yöntemde ise koşullu varyanslarla birlikte koşullu korelasyonlar da tanımlanmaktadır.

N değişkenli bir GARCH modeli en genel şekliyle

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y}_t &= \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ \boldsymbol{\varepsilon}_t \,|\, \boldsymbol{\psi}_{t-1} &\sim \mathbf{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{H}_t) \end{aligned} \tag{63}$$

GARCH-M modeli ise en genel şekliyle

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y}_t &= \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\beta}\boldsymbol{H}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ \boldsymbol{\varepsilon}_t \,|\, \boldsymbol{\psi}_{t-1} &\sim \mathbf{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{H}_t) \end{aligned} \tag{64}$$

olarak ifade edilir. Burada $\boldsymbol{y}_t$, $N \times 1$ boyutlu açıklanan değişkenler vektörü, $\boldsymbol{\mu}$, $N \times 1$ boyutlu ortalama eşitliklerin (mean equations) vektörü, $\boldsymbol{\varepsilon}_t$, $N \times 1$ boyutlu şoklar vektörüdür. $\boldsymbol{\mu}$, sadece sabitlerden oluşabileceği gibi ARMA, VARMA

veya zayıf dışsal değişkenler de içeren daha geniş formlarda modellenmiş regresyonlardan oluşabilir.

Kullanılan parametrizasyonların hepsinde ortalama eşitliklerinin ve koşullu varyansın tanımı aynıdır. Farklılık sadece koşullu varyansın tahmini sürecinde konulan kısıtlardadır.

3.1. Koşullu Kovaryansları Modelleyen Parametrizasyonlar

3.1.1. Vec Parametrizasyonu

Bollerslev, Engle ve Wooldridge (1988) tarafından ortaya atılan Vec parametrizasyonunda, dışsal etkiler olmadığı varsayımı altında, koşullu varyans

$$\text{vech}(\boldsymbol{H}_t) = \boldsymbol{A} + \sum_{i=1}^{p} \boldsymbol{B}_i \,\text{vech}(\boldsymbol{H}_{t-i}) + \sum_{j=1}^{q} \boldsymbol{C}_j \,\text{vech}(\boldsymbol{\varepsilon}_{t-j}\boldsymbol{\varepsilon}'_{t-j}) \tag{65}$$

olarak tanımlanır. Burada N, değişken sayısı olmak üzere $\boldsymbol{A}$, $½\,\boldsymbol{N}(\boldsymbol{N}+1)\times 1$ boyutlu sabitler vektörü, $\boldsymbol{B}_i$, $i = 1,2,...,p$ ve $\boldsymbol{C}_j$, $j = 1,2,...,q$ $½\,N(N+1)\times ½\,N(N+1)$ boyutlu katsayılar matrisleridir. $\text{vech}(.)$, simetrik bir $N \times N$ boyutlu matrisin sütunlarının alt üçgensel bölgede kalan kısımlarını, $½\,N(N+1)\times 1$ boyutlu bir vektör oluşturacak şekilde, alt alta dizen operatördür.

Matrislerle ifade edilirse, üzerinde dışsal etkiler olmayan iki değişkenli bir GARCH(1,1) Vec modeli

$$h_t = \begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{12,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{12,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^2_{1,t-1} \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon^2_{2,t-1} \end{bmatrix} \tag{66}$$

olur (Engle ve Kroner, 1995).

Modelin t dönemi için log olabilirlik fonksiyonu

$$\ln \boldsymbol{l}_t(\boldsymbol{\theta}) = -\frac{\boldsymbol{N}}{2}\ln 2\pi - \frac{1}{2}\ln|\boldsymbol{H}_t(\boldsymbol{\theta})| - \frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon}_t(\boldsymbol{\theta})'\boldsymbol{H}_t^{-1}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\varepsilon}_t(\boldsymbol{\theta}) \quad (67)$$

şeklindedir. Burada $\boldsymbol{\theta}$, regresyon modeldeki tüm parametre vektörlerini kapsamaktadır. Bu parametrizasyonda, sadece varyans-kovaryans için $½N(N+1)+[½N(N+1)]^2(p\times q)$ tane parametre tahmin edilmektedir. Ancak her kovaryansın ($h_{jk,t}$) sadece kendi geçmiş değerleri ve $\varepsilon_{j,t}\varepsilon_{k,t}$-nin geçmiş değerleri tarafından tanımlandığı varsayılırsa tahmin edilecek parametre sayısı oldukça azalmaktadır. Bu, Vec modelinde $\boldsymbol{B}_i$ ve $\boldsymbol{C}_j$ matrislerinin diagonal olarak tanımlanmasıyla elde edilmektedir ve diagonal gösterim diye adlandırılmaktadır (Bollerslev ve diğerleri, 1988). Bu durumda h_t,

$$h_t = \begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{12,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{12,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \quad (68)$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Engle ve Kroner,1995). Böylece (66) eşitliğinde 21 tane parametre tahmin edilirken (68) eşitliğinde tahmin edilecek parametre sayısı sadece 9'dur. Genel olarak N değişkenli Vec modelinin genel halinde her bir $\boldsymbol{B}_i$ ve $\boldsymbol{C}_j$ matrisinde tahmin edilecek $[½N(N+1)]^2$ adet parametre varken diagonal gösterimde aynı matrislerde tahmin edilecek parametre sayısı $½N(N+1)$ dir.

3.1.1.1. Vec Parametrizasyonu İçin Pozitif Tanımlı Olma Koşulu

Vec parametrizasyonunda, pozitif tanımlı olma kısıtı, test edilmesi ve yerine getirilmesi zor bir kısıttır (Engle ve Kroner, 1995). Ancak (66) nolu eşitlik için bu kısıtı şöyle belirleyebiliriz:

$$
\begin{aligned}
h_{11t} &= a_1 + E_{t-2}\left[\begin{pmatrix}\varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12}/2 \\ b_{12}/2 & b_{13}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\varepsilon_{1,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}\end{pmatrix}\right] \\
&\quad + \begin{pmatrix}\varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12}/2 \\ c_{12}/2 & c_{13}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\varepsilon_{1,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}\end{pmatrix} \\
h_{12t} &= a_2 + E_{t-2}\left[\begin{pmatrix}\varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_{21} & b_{22}/2 \\ b_{22}/2 & b_{23}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\varepsilon_{1,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}\end{pmatrix}\right] \\
&\quad + \begin{pmatrix}\varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_{21} & c_{22}/2 \\ c_{22}/2 & c_{23}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\varepsilon_{1,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}\end{pmatrix} \\
h_{22t} &= a_3 + E_{t-2}\left[\begin{pmatrix}\varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_{31} & b_{32}/2 \\ b_{32}/2 & b_{33}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\varepsilon_{1,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}\end{pmatrix}\right] \\
&\quad + \begin{pmatrix}\varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_{31} & c_{32}/2 \\ c_{32}/2 & c_{33}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\varepsilon_{1,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}\end{pmatrix}
\end{aligned}
\tag{69}
$$

buradan

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{H}_t &= \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_2 & a_3\end{bmatrix} \\
&\quad + E_{t-2}\left(\begin{bmatrix}\varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12}/2 & b_{21} & b_{22}/2 \\ b_{12}/2 & b_{13} & b_{22}/2 & b_{21} \\ b_{21} & b_{22}/2 & b_{31} & b_{32}/2 \\ b_{22}/2 & b_{23} & b_{32}/2 & b_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_{1,t-1} & 0 \\ \varepsilon_{2,t-1} & 0 \\ 0 & \varepsilon_{1,t-1} \\ 0 & \varepsilon_{2,t-1}\end{bmatrix}\right) \\
&\quad + \begin{bmatrix}\varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12}/2 & c_{21} & c_{22}/2 \\ c_{12}/2 & c_{13} & c_{22}/2 & c_{21} \\ c_{21} & c_{22}/2 & c_{31} & c_{32}/2 \\ c_{22}/2 & c_{23} & c_{32}/2 & c_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_{1,t-1} & 0 \\ \varepsilon_{2,t-1} & 0 \\ 0 & \varepsilon_{1,t-1} \\ 0 & \varepsilon_{2,t-1}\end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{70}
$$

elde edilir. Yukarıdaki eşitlikte a, b ve c elemanlarından oluşan matrisleri sırasıyla $\boldsymbol{A}$, $\tilde{\boldsymbol{B}}$ ve $\tilde{\boldsymbol{C}}$ ile gösterirsek $\boldsymbol{H}_t$,

$$\boldsymbol{H}_t = \boldsymbol{A} + E_{t-2}[(\boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{\varepsilon}'_{t-1})\tilde{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{\varepsilon}_{t-1})] + (\boldsymbol{I} \otimes \varepsilon'_{t-1})\tilde{\boldsymbol{C}}(\boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}) \tag{71}$$

şeklinde ifade edilir. Bu durumda $\boldsymbol{H}_t$-nin pozitif tanımlı olması için yeterli koşul $\boldsymbol{A} \geq 0$, $\tilde{\boldsymbol{B}} \geq 0$ ve $\tilde{\boldsymbol{C}} \geq 0$, en az bir tane eşitsizlik olması şartıyla, sağlanmasıdır (Bauwens, 2003).

3.1.1.2. Vec Parametrizasyonu İçin (Zayıf) Durağan Olma Koşulu

Vec parametrizasyonu (pozitif tanımlı olması koşuluyla) ancak ve ancak

$$\sum_{i=1}^{p} \boldsymbol{B}_i + \sum_{j=1}^{q} \boldsymbol{C}_j \tag{72}$$

toplamının öz değerleri modülde 1'den küçükse zayıf durağan olduğu Engle ve Kroner (1995) tarafından gösterilmiştir. Bunu (66) için gösterecek olursak:

$$\operatorname{vech}(\boldsymbol{H}_t) = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}\operatorname{vech}(\boldsymbol{H}_{t-1}) + \boldsymbol{C}\operatorname{vech}(\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}\boldsymbol{\varepsilon}'_{t-1}) \tag{73}$$

$\operatorname{vech}(\boldsymbol{\varepsilon}_t\boldsymbol{\varepsilon}'_t)$ için bir VARMA(1,1) modeli olarak ifade edilebilir:

$$\operatorname{vech}(\boldsymbol{\varepsilon}_t\boldsymbol{\varepsilon}'_t) = \boldsymbol{A} + (\boldsymbol{B} + \boldsymbol{C})\operatorname{vech}(\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}\boldsymbol{\varepsilon}'_{t-1}) + \operatorname{vech}(\boldsymbol{W}_t) - \boldsymbol{B}\operatorname{vech}(\boldsymbol{W}_{t-1}) \tag{74}$$

burada $\operatorname{vech}(\boldsymbol{W}_t) = \operatorname{vech}(\boldsymbol{\varepsilon}_t\boldsymbol{\varepsilon}'_t) - \operatorname{vech}(\boldsymbol{H}_t)$. Bu nedenle Vec(1,1) modeli ancak $(\boldsymbol{B} + \boldsymbol{C})$-nin özdeğerleri modülde 1'den küçükse zayıf durağandır (Bauwens, 2003). Bu durumda ise modelin koşulsuz varyans-kovaryansı (varsa)

$$\operatorname{vech}(\sum_t) = E[\operatorname{vech}(\boldsymbol{H}_t)] = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B} - \boldsymbol{C}]^{-1}\boldsymbol{A} \tag{75}$$

dir (Engle ve Kroner, 1995).

Diagonal Vec modelinde durağanlık sadece köşegen elemanları tarafından belirlendiğinden, model ancak ve ancak tüm i'ler ve j'ler için $b_{ii} + c_{jj}$ toplamlarının 1'den küçük olması durumunda durağandır (Engle ve Kroner, 1995).

3.1.1.3. Regresyon Modeli

Çok değişkenli bir GARCH-M modeli göz önüne alınarak yapısal model, $\mathbf{\Gamma}$, $\mathbf{\Lambda}$ ve $\mathbf{M}$ sırasıyla $N \times N$, $N \times J$ ve $N \times s$ boyutlu parametre matrisleri, $\boldsymbol{y}_t$ $N \times 1$ boyutlu içsel değişkenler vektörü, $\boldsymbol{x}_t$ $J \times 1$ boyutlu zayıf dışsal ve gecikmeli değişkenler vektörü ve ortalama eşitliğinde yer alan koşullu varyanslar $\tilde{\boldsymbol{h}}_t = \text{vech}(\boldsymbol{H}_t)$, henüz tanımlanmamış ancak zayıf dışsal olmayan değişkenler vektörü olmak üzere

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_t &= \mathbf{\Gamma}\boldsymbol{y}_t + \mathbf{\Lambda}\boldsymbol{x}_t + \mathbf{M}\tilde{\boldsymbol{h}}_t \\ \boldsymbol{\varepsilon}_t \,|\, \boldsymbol{\psi}_{t-1} &\sim N(\mathbf{0}, \boldsymbol{H}_t) \end{aligned} \tag{76}$$

şeklinde tanımlansın (Engle ve Kroner, 1995).

"Eğer $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ çok değişkenli bir GARCH süreci ve $\mathbf{P}$ tekil olmayan bir matris ise, $\mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}_t$ de aynı dereceden çok değişkenli bir GARCH sürecidir." (Engle ve Kroner, 1995, 134) Ayrıca yapısal modelde pozitif tanımlılık sağlanıyorsa indirgenmiş formda da sağlanmaktadır. $\mathbf{P} = \mathbf{\Gamma}^{-1}$ olarak tanımlarsak (76)-nın indirgenmiş formu

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y}_t &= -\mathbf{\Gamma}^{-1}\mathbf{\Lambda}\boldsymbol{x}_t - \mathbf{\Gamma}^{-1}\mathbf{M}\tilde{\boldsymbol{h}}_t + \mathbf{\Gamma}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_t \\ &= \mathbf{\Omega}_1\boldsymbol{x}_t + \mathbf{\Omega}_2\tilde{\boldsymbol{h}}_t + \boldsymbol{v}_t \\ \boldsymbol{v}_t \,|\, \boldsymbol{\psi}_{t-1} &\sim N(\mathbf{0}, \mathbf{\Gamma}^{-1}\boldsymbol{H}_t\mathbf{\Gamma}^{-1\prime}) \end{aligned} \tag{77}$$

olarak ifade edilebilir. Yapısal model ve indirgenmiş formun GARCH parametreleri arasında şöyle bir ilişki vardır:

$$
\begin{aligned}
(\Gamma \otimes \Gamma)\boldsymbol{A}_{if} &= \boldsymbol{A}_{ym} \\
(\Gamma \otimes \Gamma)\boldsymbol{B}_{if,i} &= \boldsymbol{B}_{ym,i}(\Gamma \otimes \Gamma) \\
(\Gamma \otimes \Gamma)\boldsymbol{C}_{if,i} &= \boldsymbol{C}_{ym,i}(\Gamma \otimes \Gamma)
\end{aligned}
\tag{78}
$$

burada if altsimgesi indirgenmiş formu, ym altsimgesi de yapısal modeli ifade etmektedir (Engle ve Kroner, 1995).

Yapısal denklemlerdeki doğrusal kombinasyonlar $\tilde{\boldsymbol{h}}_t$-nin tanımını değiştireceğinden ve de $\tilde{\boldsymbol{h}}_t$-nin hem gözlemlenemez olduğundan hem de $\tilde{\boldsymbol{h}}_t$-nin tutarlı tahminleri ancak model belirlenmiş ise elde edilebileceğinden, $\tilde{\boldsymbol{h}}_t$-yi kullanarak (76)-daki yapısal katsayıları eşanlı denklemlerdeki standart prosedürle belirlenemez, oysa ki $\mathbf{M}\tilde{\boldsymbol{h}}_t$-yi indirgenmiş form cinsinden ifade edince kovaryans matrisi, katsayıların belirlenmesinde standart sürecin kullanılmasına elvermektedir (Engle ve Kroner, 1995).

3.1.2. BEKK Parametrizasyonu

$\boldsymbol{H}_t$-nin parametrizasyonunun uygun olabilmesi için örnek uzaydaki tüm $\boldsymbol{\varepsilon}_t$-ler (ve varsa zayıf dışsal etkiler $\boldsymbol{x}_t$ vektörleri) için pozitif tanımlı olmalıdır. Ancak Vec parametrizasyonunda bu her zaman sağlanamamaktadır. Bu nedenle Baba, Engle, Kraft ve Kroner, onların baş harfleriyle anılan ve pozitif tanımlılığı garantileyen BEKK gösterimini önermişlerdir (Engle ve Kroner, 1995).

Yine dışsal etkilerin olmadığı varsayımıyla $\boldsymbol{H}_t$-nin BEKK gösterimi aşağıdaki gibidir:

$$
\boldsymbol{H}_t = \boldsymbol{A}^{*\prime}\boldsymbol{A}^{*} + \sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{p}\boldsymbol{B}_{ik}^{*\prime}\boldsymbol{H}_{t-i}\boldsymbol{B}_{ik}^{*} + \sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{q}\boldsymbol{C}_{jk}^{*\prime}(\boldsymbol{\varepsilon}_{t-j}\boldsymbol{\varepsilon}_{t-j}^{\prime})\boldsymbol{C}_{jk}^{*} \tag{79}
$$

$\boldsymbol{A}^{*}$, $\boldsymbol{B}_{ik}^{*}$, $\boldsymbol{C}_{jk}^{*}$ $N \times N$ boyutlu parametre matrisleri ve $\boldsymbol{A}^{*}$ üçgenseldir. (79) nolu eşitlik çok zayıf koşullar altında pozitif tanımlıdır. “Dahası, bu gösterim, pozitif

tanımlı diagonal gösterimlerin tamamını ve pozitif tanımlı Vec gösterimlerinin neredeyse tamamını kapsayacak kadar geneldir" (Engle ve Kroner, 1995:127).

GARCH(1,1) $N = 2$ ve $K = 1$ için BEKK gösterimi

$$\begin{bmatrix} h_{11t} & h_{21t} \\ h_{21t} & h_{22t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^* & 0 \\ a_{21}^* & a_{22}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11}^* & a_{21}^* \\ 0 & a_{22}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11}^* & b_{21}^* \\ b_{12}^* & b_{22}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{21,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11}^* & b_{12}^* \\ b_{21}^* & b_{22}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11}^* & c_{21}^* \\ c_{12}^* & c_{22}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}\varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11}^* & c_{12}^* \\ c_{21}^* & c_{22}^* \end{bmatrix} \tag{80}$$

buradan

$$\begin{aligned} h_{11t} &= a_{11}^{*2} + b_{11}^{*2} h_{11,t-1} + 2b_{11}^* b_{21}^* h_{21,t-1} + b_{21}^{*2} h_{22,t-1} \\ &\quad + c_{11}^{*2} \varepsilon_{1,t-1}^2 + 2c_{11}^* c_{21}^* \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} + c_{21}^{*2} \varepsilon_{2,t-1}^2 \\ h_{21t} &= a_{11}^* a_{21}^* + b_{11}^* b_{12}^* h_{11,t-1} + (b_{21}^* b_{12}^* + b_{11}^* b_{22}^*) h_{21,t-1} + b_{21}^* b_{22}^* h_{22,t-1} \\ &\quad + c_{11}^* c_{12}^* \varepsilon_{1,t-1}^2 + (c_{21}^* c_{12}^* + c_{11}^* c_{22}^*) \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} + c_{21}^* c_{22}^* \varepsilon_{2,t-1}^2 \\ h_{22t} &= (a_{21}^{*2} + a_{22}^{*2}) + b_{12}^{*2} h_{11,t-1} + 2b_{12}^* b_{22}^* h_{21,t-1} + b_{22}^{*2} h_{22,t-1} \\ &\quad + c_{12}^{*2} \varepsilon_{1,t-1}^2 + 2c_{12}^* c_{22}^* \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} + c_{22}^{*2} \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{aligned} \tag{81}$$

Görüldüğü gibi iki değişkenli bir GARCH(1,1) modelinde, BEKK parametrizasyonu kullanılarak, 11 parametre tahmin edilmektedir. Bu yönüyle de BEKK, Vec parametrizasyonuna göre üstündür. Vec parametrizasyonunda olduğu gibi BEKK parametrizasyonunda da $\boldsymbol{B}_{ik}^*$ ve $\boldsymbol{C}_{jk}^*$ matrislerini diagonal seçilerek tahmin edilecek parametre sayısı azaltılabilir (Bauwens, 2003). O zaman GARCH(1,1) $N = 2$ ve $K = 1$ için diagonal BEKK parametrizasyonunun gösterimi

$$\begin{bmatrix} h_{11t} & h_{21t} \\ h_{21t} & h_{22t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^{*} & 0 \\ a_{21}^{*} & a_{22}^{*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11}^{*} & a_{21}^{*} \\ 0 & a_{22}^{*} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} b_{11}^{*} & 0 \\ 0 & b_{22}^{*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{21,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11}^{*} & 0 \\ 0 & b_{22}^{*} \end{bmatrix} \tag{82}$$

$$+ \begin{bmatrix} c_{11}^{*} & 0 \\ 0 & c_{22}^{*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^{2} & \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}\varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11}^{*} & 0 \\ 0 & c_{22}^{*} \end{bmatrix}$$

şeklindedir. Buradan

$$\begin{aligned} h_{11t} &= a_{11}^{*2} + b_{11}^{*2} h_{11,t-1} + c_{11}^{*2} \varepsilon_{1,t-1}^{2} \\ h_{21t} &= a_{11}^{*} a_{21}^{*} + b_{11}^{*} b_{22}^{*} h_{21,t-1} + c_{11}^{*} c_{22}^{*} \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ h_{22t} &= (a_{21}^{*2} + a_{22}^{*2}) + b_{22}^{*2} h_{22,t-1} + c_{22}^{*2} \varepsilon_{2,t-1}^{2} \end{aligned} \tag{83}$$

böylece tahmin edilecek parametre sayısı 11'den 7'ye düşmektedir.

3.1.2.1. BEKK Parametrizasyonunun (Zayıf) Durağan Olma Koşulu

BEKK parametrizasyonu ancak ve ancak

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{p} (\boldsymbol{B}_{ik}^{*} \otimes \boldsymbol{B}_{ik}^{*}) + \sum_{k=1}^{K} \sum_{j=1}^{q} (\boldsymbol{C}_{jk}^{*} \otimes \boldsymbol{C}_{jk}^{*}) \tag{84}$$

toplamının özdeğerleri modülde 1'den küçükse zayıf durağan olduğu Engle ve Kroner (1995) tarafından gösterilmiştir. Bunu (80) için ifade edecek olursak

$$\boldsymbol{H}_{t} = \boldsymbol{A}^{*\prime} \boldsymbol{A}^{*} + \boldsymbol{B}^{*\prime} \boldsymbol{H}_{t-i} \boldsymbol{B}^{*} + \boldsymbol{C}^{*\prime} (\boldsymbol{\varepsilon}_{t-j} \boldsymbol{\varepsilon}_{t-j}^{\prime}) \boldsymbol{C}^{*} \tag{85}$$

dir. Bu eşitlik de, $\mathrm{vec}(\boldsymbol{ABC}) = (\boldsymbol{C}' \otimes \boldsymbol{A}) \mathrm{vec}\, \boldsymbol{B}$ özeliğinden yararlanılarak,

$$\operatorname{vec} \boldsymbol{H}_t = \operatorname{vec}(\boldsymbol{A}^{*\prime}\boldsymbol{A}^{*}) + (\boldsymbol{B}^{*} \otimes \boldsymbol{B}^{*})' \operatorname{vec} \boldsymbol{H}_{t-i} + (\boldsymbol{C}^{*} \otimes \boldsymbol{C}^{*})' \operatorname{vec}(\boldsymbol{\varepsilon}_{t-j}\boldsymbol{\varepsilon}'_{t-j}) \tag{86}$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\operatorname{vec}(.)$, bir $N \times N$ boyutlu matrisin sütunlarını $(N \times N) \times 1$ boyutlu bir vektör oluşturacak şekilde, alt alta dizen operatördür. Dolayısıyla bu model $(\boldsymbol{B}^{*} \otimes \boldsymbol{B}^{*}) + (\boldsymbol{C}^{*} \otimes \boldsymbol{C}^{*})$ toplamının özdeğerleri modülde 1'den küçükse durağandır(Bauwens, 2003).

Modelin koşulsuz varyans-kovaryansı (varsa)

$$\operatorname{vec}(\boldsymbol{\Sigma}_t) = E[\operatorname{vec}(\boldsymbol{H}_t)] = [\boldsymbol{I} - (\boldsymbol{B}^{*} \otimes \boldsymbol{B}^{*})' - (\boldsymbol{C}^{*} \otimes \boldsymbol{C}^{*})']^{-1} \operatorname{vec}(\boldsymbol{A}^{*\prime}\boldsymbol{A}^{*}) \tag{87}$$

şeklinde tanımlanır (Engle ve Kroner, 1995).

Yine diagonal Vec parametrizasyonundaki gibi diagonal BEKK parametrizasyonunda da durağanlığı sadece köşegen elemanları belirlediğinden, model ancak ve ancak tüm i'ler ve j'ler için $\sum_{k=1}^{N} (b_{ii,k}^{*2} + c_{jj,k}^{*2}) < 1$ olması durumunda durağandır (Engle ve Kroner, 1995).

3.1.2.2. Regresyon Modeli

Regresyon modeli yine (76) ve indirgenmiş form (77) gibi tanımlansın. Bu durumda yapısal model ve indirgenmiş formun GARCH parametreleri arasında şöyle bir ilişki vardır:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{if}}^{*}\boldsymbol{\Gamma}' &= \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{ym}}^{*} \\ \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{B}_{\boldsymbol{if},\boldsymbol{ik}}^{*} &= \boldsymbol{B}_{\boldsymbol{ym},\boldsymbol{ik}}^{*}\boldsymbol{\Gamma} \\ \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{if},\boldsymbol{ik}}^{*} &= \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{ym},\boldsymbol{ik}}^{*}\boldsymbol{\Gamma} \end{aligned} \tag{88}$$

Yine if altsimgesi indirgenmiş formu, ym altsimgesi de yapısal modeli ifade etmektedir (Engle ve Kroner,1995).

3.1.2.3. Sistem Tahmini

(77)deki indirgenmiş formun t dönemi için log olabilirliği

$$\ln l_t = \frac{N}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\ln|\boldsymbol{H}_{if,t}| - \frac{1}{2}\boldsymbol{v}_t'\boldsymbol{H}_{if,t}^{-1}\boldsymbol{v}_t \tag{89}$$

dir. İndirgenmiş form GARCH sürecini izliyorsa yapısal model de GARCH sürecini izleyeceğinden $\boldsymbol{\varepsilon}_t = \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{v}_t$ dönüşümünü kullanarak

$$\ln l_t = \frac{N}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\ln|\boldsymbol{\Gamma}| - \frac{1}{2}\ln|\boldsymbol{H}_t| - \frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon}_t'\boldsymbol{H}_t^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_t \tag{90}$$

elde edilir. Ancak bu fonksiyonlar, başlangıç koşulları ile ilgili belirli varsayımlarda bulunulmadan, tam olarak tanımlanmış olmazlar. Uygun varsayımlardan biri, gözlem seti öncesi verilerin kendi koşulsuz beklentilerine eşit olduğu varsayımıdır (Engle ve Kroner, 1995).

Log olabilirlik tahminlerinin elde edilmesi için $\ln l_t$-nin tüm parametreleri kapsayan θ vektörüne göre türevi alınmaktadır. Ancak bu esnada $\mathbf{M} \neq 0$ veya herhangi bir j için $\boldsymbol{C}_j \neq 0$ (veya $C_{ij}^* \neq 0$) olması durumunda $(\partial h_t/\partial\theta)$-nin hesaplanması, $(\partial h_t/\partial\theta)$-nın $(\partial h_{t-1}/\partial\theta)$-ya bağlı olması nedeniyle oldukça karmaşıklaşır. Dolayısıyla, $(\partial h_0/\partial\theta)$-nin θ-dan bağımsız olduğu varsayımıyla, $(\partial h_t/\partial\theta)$-nin tekrarlamalı olarak hesaplanması gerekir. (Engle ve Kroner, 1995)

3.2. Koşullu Korelasyonları Modelleyen Parametrizasyonlar

Çok değişkenli GARCH modellerinin koşullu korelasyonlarını modelleyen parametrizasyonlar, koşullu korelasyonların sabit veya dinamik olmalarına göre tanımlanmaktadırlar. Dinamik koşullu korelasyonlar için de iki farklı parametrizasyon önerilmektedir.

3.2.1. Sabit Koşullu Korelasyonlar (CCC) Parametrizasyonu

Modelimiz (63) gibi tanımlansın. Burada $\boldsymbol{H}_t$ pozitif tanımlı bir matris, $h_{ij,t}$, $\boldsymbol{H}_t$ matrisinin ij-inci elemanı, $y_{i,t}$ ve $\varepsilon_{i,t}$ sırasıyla $\boldsymbol{y}_t$ ve $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ vektörlerinin i-inci elemanları olsun. $t-1$ döneminde $y_{i,t}$ ve $y_{j,t}$ arasındaki birleşmenin, ölçekten bağımsız, doğal bir ölçüsü $\rho_{ij,t} = h_{ij,t}/(h_{ii,t}h_{jj,t})^{1/2}$ ile ifade edilen koşullu korelasyondur. Burada tüm t değerleri için $|\rho_{ij,t}| \leq 1$ a.s.dir (Bollerslev, 1990).

Bazı uygulamalarda, koşullu korelasyonlar zaman içerisinde sabit kabul edilerek, koşullu kovaryanslar, iki koşullu varyansın çarpımının karekökünün bir oranı olarak alınabilir:

$$h_{ij,t} = \rho_{ij}(h_{ii,t}h_{jj.t})^{1/2} \qquad j = 1,...,N, \quad i = j+1,...,N \tag{91}$$

Bu, tamamen verilerle ilgili bir durumdur (Bollerslev, 1990).

Koşullu korelasyonların sabit olması durumunda tahmin ve çıkarım süreçleri oldukça basitleşecektir. Koşullu varyanslar

$$h_{ii,t} \equiv w_i\sigma_{i,t}^2 \quad , \quad i = 1,..,N \tag{92}$$

şeklinde yeniden yazılsın. Burada w_i zamandan bağımsız pozitif bir katsayı ve tüm t değerleri için $\sigma_{i,t}^2 > 0$. (91) ve (92)-den $\boldsymbol{H}_t$,

$$\boldsymbol{H}_t = \boldsymbol{D}_t\boldsymbol{G}\boldsymbol{D}_t \tag{93}$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $\boldsymbol{D}_t$, $N \times N$ boyutlu, köşegen elemanları $\sigma_{1,t},...,\sigma_{N,t}$ olan köşegen matris ve $\boldsymbol{G}$, $N \times N$ boyutlu, $\rho_{ij}(w_iw_j)^{1/2}$ elemanlarından oluşan zamandan bağımsız matristir (Bollerslev, 1990). Yani

$$\boldsymbol{H}_t = \begin{bmatrix} \sigma_{1,t} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_{2,t} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_{N,t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 & \rho_{12}\sqrt{w_1 w_2} & \cdots & \rho_{1N}\sqrt{w_1 w_N} \\ \rho_{21}\sqrt{w_2 w_1} & w_2 & \cdots & \rho_{2N}\sqrt{w_2 w_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{N1}\sqrt{w_N w_1} & \rho_{N2}\sqrt{w_N w_2} & \cdots & w_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{1,t} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_{2,t} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_{N,t} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} w_1\sigma_{1,t}^2 & \rho_{12}\sqrt{w_1 w_2}\sigma_{1,t}\sigma_{2,t} & \cdots & \rho_{1N}\sqrt{w_1 w_N}\sigma_{1,t}\sigma_{N,t} \\ \rho_{21}\sqrt{w_2 w_1}\sigma_{2,t}\sigma_{1,t} & w_2\sigma_{2,t}^2 & \cdots & \rho_{2N}\sqrt{w_2 w_N}\sigma_{2,t}\sigma_{N,t} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{N1}\sqrt{w_N w_1}\sigma_{N,t}\sigma_{1,t} & \rho_{N2}\sqrt{w_N w_2}\sigma_{N,t}\sigma_{2,t} & \cdots & w_N\sigma_{N,t}^2 \end{bmatrix} \quad (94)$$

veya

$$\boldsymbol{H}_t = \boldsymbol{F}_t \boldsymbol{R} \boldsymbol{F}_t \quad (95)$$

Burada $\boldsymbol{F}_t$, $N \times N$ boyutlu, köşegen elemanları $\sqrt{h_{11,t}},...,\sqrt{h_{NN,t}}$ olan köşegen matris ve $\boldsymbol{R}$, $N \times N$ boyutlu, ρ_{ij} elemanlarından oluşan ($\rho_{ii} = 1$) zamandan bağımsız matristir.

$$\boldsymbol{H}_t = \begin{bmatrix} \sqrt{h_{11,t}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{22,t}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{h_{NN,t}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{N1} & \rho_{N2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{h_{11,t}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{22,t}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{h_{NN,t}} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} h_{11,t} & \rho_{12}\sqrt{h_{11,t}h_{22,t}} & \cdots & \rho_{1N}\sqrt{h_{11,t}h_{NN,t}} \\ \rho_{21}\sqrt{h_{22,t}h_{11,t}} & h_{22,t} & \cdots & \rho_{2N}\sqrt{h_{22,t}h_{NN,t}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{N1}\sqrt{h_{NN,t}h_{11,t}} & \rho_{N2}\sqrt{h_{NN,t}h_{22,t}} & \cdots & h_{NN,t} \end{bmatrix} \quad (96)$$

Böylece koşullu korelasyonlar sabit olduğunda bir koşullu kovaryansın dinamikleri sadece iki koşullu varyansın dinamikleri tarafından belirlenmektedir (Bauwens, 2003).

3.2.1.1. Sistemin Tahmini

Normallik varsayımı altında ve başlangıç koşullarından bağımsız (63)-teki genel modelin log olabilirlik fonksiyonu

$$\ln l = -\frac{TN}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(\ln|\boldsymbol{H}_t| + \varepsilon_t'\boldsymbol{H}_t^{-1}\varepsilon_t) \tag{97}$$

şeklidedir. Ancak, bu olabilirlik fonksiyonunu hesaplamak, her t dönemi için $N \times N$ boyutlu bir matrisin tersinin alınmasını gerektirir. Dolayısıyla $\ln l$-nin iteratif yöntemlerle maksimizasyonu oldukça meşakkatlidir.

(91)-deki varsayım, hesaplamaları büyük ölçüde kısaltmaktadır:

$$\begin{aligned}\ln l &= -\frac{TN}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\ln|\boldsymbol{D}_t\boldsymbol{G}\boldsymbol{D}_t| - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\boldsymbol{\varepsilon}_t'(\boldsymbol{D}_t\boldsymbol{G}\boldsymbol{D}_t)^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_t \\ &= -\frac{TN}{2}\ln(2\pi) - \frac{T}{2}\ln|\boldsymbol{G}| - \sum_{t=1}^{T}\ln|\boldsymbol{D}_t| - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t'\boldsymbol{G}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t\end{aligned} \tag{98}$$

burada $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t = \boldsymbol{D}_t^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_t$, $N \times 1$ boyutlu standartlaştırılmış hata terimleri vektörüdür. Böylece (97)-de T defa matris tersi alınırken (98)-de sadece 1 defa alınmaktadır. Ayrıca $\ln|\boldsymbol{D}_t| = \ln\sigma_{1,t} + \ln\sigma_{2,t} + ... + \ln\sigma_{N,t}$ olması da işlemleri kısaltmaktadır.

$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t$ veri iken $\boldsymbol{G}$-nin maksimum olabilirlik tahmini

$$\hat{\boldsymbol{G}} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t' \tag{99}$$

örneklemden elde edilir. Koşullu korelasyonların maksimum olabilirlik tahminleri

$$\hat{\rho}_{ij} = \sum_{t=1}^{T} \tilde{\varepsilon}_{i,t}\tilde{\varepsilon}_{j,t}\left(\sum_{t=1}^{T}\tilde{\varepsilon}_{i,t}^{2}\right)^{-1/2}\left(\sum_{t=1}^{T}\tilde{\varepsilon}_{j,t}^{2}\right)^{-1/2} \quad (100)$$

şeklinde hesaplanır (Bollerslev, 1990).

$\boldsymbol{G}$ simetrik bir matris olduğundan $\boldsymbol{G}$-de hesaplanacak parametre sayısı $N(N-1)/2$ dir. $\hat{\boldsymbol{G}}$ olabilirlik fonksiyonunda yerine konulduğunda

$$\ln l = -\frac{TN}{2}[1+\ln(2\pi)-\ln T]-\sum_{t=1}^{T}\ln|\boldsymbol{D}_t| - \frac{T}{2}\ln\left|\sum_{t=1}^{T}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t'\right| \quad (101)$$

elde edilir. Ancak bilgi matrisi $\boldsymbol{D}_t$ ve $\boldsymbol{G}$-nin parametreleri arasında blok diagonal olmadığından standart olabilirlik teknikleriyle asimptotik kovaryans matrisinin bir tahminini elde etmek için (101)-in değil, (98)-in türevleri kullanılmalıdır (Bollerslev, 1990).

3.2.2. Dinamik Koşullu Korelasyonlar (DCC) Parametrizasyonları

DCC tahmin edicileri, CCC tahmin edicilerinin genelleştirilmiş şeklidir. DCC parametrizasyonlarının, CCC parametrizasyonundan tek farkı, korelasyonlar matrisi $\boldsymbol{R}$-nin zamana bağımlı kabul edilmesidir (Engle, 2002).

3.2.2.1. Tse ve Tsui'nin DCC Parametrizasyonu

Tse ve Tsui (2000), korelasyonların zamana bağımlı olduğu çok değişkenli GARCH modellerinde, Vec parametrizasyonunu, koşullu varyanslar ve koşullu korelasyonları modelleyecek şekilde adapte etmişlerdir. Bu modelde, koşullu varyanslar, tek değişkenli GARCH modeli şeklinde modellenirken, koşullu korelasyon matrisi ARMA benzeri olduğu varsayılmıştır. Koşullu korelasyonlar matrisi eşitliğine bazı kısıtlar getirilerek, optimizasyon esnasında pozitif tanımlı olması sağlanmıştır.

Zamana bağımlı koşullu korelasyonlar parametrizasyonunda, çok değişkenli GARCH modelinin koşullu varyansı

$$\boldsymbol{H}_t = \boldsymbol{F}_t \boldsymbol{R}_t \boldsymbol{F}_t \tag{102}$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada $\boldsymbol{F}_t$, $N \times N$ boyutlu, köşegen elemanları $\sqrt{h_{11,t}},...,\sqrt{h_{NN,t}}$ olan köşegen matris ve $\boldsymbol{R}_t$, $N \times N$ boyutlu, $\rho_{ij,t}$ elemanlarından oluşan hataların korelasyon matrisi ve aynı zamanda da - $\boldsymbol{F}_t^{-1}\varepsilon_t = \tilde{\varepsilon}_t$ olduğundan- standartlaştırılmış hataların varyans matrisidir (Tse ve Tsui, 2000).

Tse ve Tsui ε_t-nin koşullu varyansını, Diagonal-Vec parametrizasyonunu kullanarak

$$h_{i,t} = \alpha_{i0} + \sum_{q=1}^{Q_i} \alpha_{iq}\varepsilon_{i,t-q} + \sum_{p=1}^{P_i} \gamma_{ip} h_{i,t-p} \qquad i = 1,2,...,N \tag{103}$$

şeklinde ifade etmişlerdir. Burada tüm i'ler için α_{i0}, α_{iq} ve γ_{ip} negatif olmayan değerler ve $\sum_{q=1}^{Q_i}\alpha_{iq} + \sum_{p=1}^{P_i}\gamma_{ip} < 1$'dir. Ayrıca her seride gecikme uzunluklarının aynı olması gerekmemektedir.

Koşullu korelasyonlar matrisi ise

$$\boldsymbol{R}_t = (1-\theta_1-\theta_2)\boldsymbol{R} + \theta_1 \boldsymbol{R}_{t-1} + \theta_2 \boldsymbol{K}_{t-1} \tag{104}$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada $\boldsymbol{R} = \{\rho_{ij}\}$, köşegen elemanları 1 olan, $N \times N$ boyutlu, zamandan bağımsız, pozitif tanımlı parametre matrisi ve $\boldsymbol{K}_{t-1}$, elemanları, aşağıda tanımlandığı şekilde, ε_t-nin gecikmeli değerlerinin fonksiyonları olan $N \times N$ boyutlu matristir. θ_1 ve θ_2, $\theta_1 + \theta_2 \leq 1$ olacak şekilde negatif olmayan değerlerdir.

$\boldsymbol{R}_t$ $\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{R}_{t-1}$ ve $\boldsymbol{K}_{t-1}$-in ağırlıklı ortalaması olduğundan, $\boldsymbol{K}_{t-1}$, köşegen elemanları 1 olan pozitif tanımlı (iyi tanımlanmış) bir korelasyon matrisi ise $\boldsymbol{R}_t$ de köşegen elemanları 1 olan pozitif tanımlı bir korelasyon matrisi olur.

$\boldsymbol{R}_t$ standartlaştırılmış bir ölçü olduğundan $\boldsymbol{K}_{t-1}$ de standartlaştırılmış hatalara bağlı olmalıdır. $\boldsymbol{K}_t = \{\kappa_{ij,t}\}$ ise Tse ve Tsui (2000) $\boldsymbol{K}_{t-1}$-i şöyle tanımlamışlardır:

$$\kappa_{ij,t-1} = \frac{\sum_{m=1}^{M} \tilde{\varepsilon}_{i,t-m}\tilde{\varepsilon}_{j,t-m}}{\sqrt{\left(\sum_{m=1}^{M} \tilde{\varepsilon}_{i,t-m}^2\right)\left(\sum_{m=1}^{M} \tilde{\varepsilon}_{j,t-m}^2\right)}}, \qquad 1 \le i < j \le N \tag{105}$$

Dolayısıyla $\boldsymbol{K}_{t-1}$, $\{\tilde{\varepsilon}_{t-1},...,\tilde{\varepsilon}_{t-M}\}$-nin örneklem korelasyon matrisidir. $\tilde{\boldsymbol{E}}_{t-1} = (\tilde{\varepsilon}_{t-1},...,\tilde{\varepsilon}_{t-M})$ şeklinde tanımlanan $N \times M$ boyutlu matris ve $\boldsymbol{Z}_{t-1}$, köşegen elemanları, $i = 1,...,N$ için $\left(\sum_{m=1}^{M} \tilde{\varepsilon}_{i,t-m}^2\right)^{1/2}$ olan $N \times N$ boyutlu köşegen matristir. Böylece

$$\boldsymbol{K}_{t-1} = \boldsymbol{Z}_{t-1}^{-1}\tilde{\boldsymbol{E}}_{t-1}\tilde{\boldsymbol{E}}'_{t-1}\boldsymbol{Z}_{t-1}^{-1} \tag{106}$$

olur. $\boldsymbol{K}_{t-1}$ pozitif tanımlı olduğunda iyi tanımlanmış korelasyon matrisidir ve $\boldsymbol{K}_{t-1}$-in pozitif tanımlı olması için $M \ge N$ gerek koşuldur (Tse ve Tsui, 2000). (103), (104) ve (106) bir arada Tse ve Tsui'nin DCC modelini tanımlar.

3.2.2.1.1. Sistemin Tahmini

Normallik varsayımı altında ε_t-nin koşullu log-olabilirliği

$$\begin{aligned}
\ln l &= -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(N\ln(2\pi) + \ln|\boldsymbol{H}_t| + \boldsymbol{\varepsilon}_t'\boldsymbol{H}_t^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_t\right) \\
&= -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(N\ln(2\pi) + \ln|\boldsymbol{F}_t\boldsymbol{R}_t\boldsymbol{F}_t| + \boldsymbol{\varepsilon}_t'\boldsymbol{F}_t^{-1}\boldsymbol{R}_t^{-1}\boldsymbol{F}_t^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_t\right) \\
&= -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(N\ln(2\pi) + \ln|\boldsymbol{R}_t| + \sum_{i=1}^{N}\ln h_{i,t} + \boldsymbol{\varepsilon}_t'\boldsymbol{F}_t^{-1}\boldsymbol{R}_t^{-1}\boldsymbol{F}_t^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_t\right)
\end{aligned} \tag{107}$$

şeklindedir. Bu olabilirlik fonksiyonu, sabit $\boldsymbol{R}_0$, $\boldsymbol{K}_0$ ve ε_0-a koşulludur. $\boldsymbol{\theta}$ tüm parametreler vektörü ise maksimum olabilirlik tahminleri, log-olabilirlik fonksiyonunun $\boldsymbol{\theta}$-ya göre maksimize edilmesiyle elde edilir.

$0 \le \theta_1$, $\theta_2 \le 1$ ve $\theta_1 + \theta_2 \le 1$ koşulları, optimizasyon esnasında bazı sorunlar ortaya çıkaracaktır, bunları bertaraf etmek için Tse ve Tsui $\theta_i = \lambda_i^2 / (1 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2)$, $i = 1,2$ dönüşümünü önermektedir. Burada λ_1 ve λ_2 kısıtlanmamış parametrelerdir. Olabilirlik fonksiyonunun optimizasyonu önce λ_1, λ_2 ve diğer parametrelere göre yapılır. Yakınsamadan sonra da parametreler orijinal $\boldsymbol{\theta}$ vektörüne dönüştürülür.

$\theta_1 = \theta_2 = 0$ olması durumunda Tse ve Tsui'nin DCC modeli CCC modeline dönüşür (Tse ve Tsui, 2000).

3.2.2.2. Engle'ın DCC Parametrizasyonu

Engle'ın parametrizasyonunda koşullu varyans Tse ve Tsui'nin modelindeki gibi tanımlanır. Yani

$$\boldsymbol{H}_t = \boldsymbol{F}_t \boldsymbol{R}_t \boldsymbol{F}_t \tag{108}$$

Burada $\boldsymbol{F}_t$, yine $N \times N$ boyutlu, köşegen elemanları $\sqrt{h_{11,t}}, ..., \sqrt{h_{NN,t}}$ olan köşegen matris ve $\boldsymbol{R}_t$, $N \times N$ boyutlu, $\rho_{ij,t}$ elemanlarından oluşan matristir (Engle, 2002).

$\boldsymbol{F}_t$-nin elemanlarının her biri yine tek değişkenli GARCH modeli ile tanımlanabilir:

$$h_{i,t} = \alpha_{i0} + \sum_{q=1}^{Q_i} \alpha_{iq} \varepsilon_{i,t-q} + \sum_{p=1}^{P_i} \gamma_{ip} h_{i,t-p} \qquad i = 1,2,...,N \tag{109}$$

Elbette ki $\sum_{q=1}^{Q_i}\alpha_{iq}+\sum_{p=1}^{P_i}\gamma_{ip}<1$ ve varyansların negatif olmaması koşuluyla (Engle ve Shepphard, 2001).

Korelasyonlar matrisi

$$\boldsymbol{R}_t=(\boldsymbol{Q}_t^*)^{-1}\boldsymbol{Q}_t(\boldsymbol{Q}_t^*)^{-1} \tag{110}$$

olarak tanımlanmıştır. Burada

$$\boldsymbol{Q}_t=(1-\sum_{k=1}^{K}\boldsymbol{\alpha}_k-\sum_{m=1}^{M}\boldsymbol{\gamma}_m)\boldsymbol{Q}+\sum_{k=1}^{K}\boldsymbol{\alpha}_k(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{t-k}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}'_{t-k})+\sum_{m=1}^{M}\boldsymbol{\gamma}_m\boldsymbol{Q}_{t-m} \tag{111}$$

ve

$$\boldsymbol{Q}_t^*=\begin{bmatrix}\sqrt{q_{11}} & 0 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \sqrt{q_{22}} & 0 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \sqrt{q_{NN}}\end{bmatrix} \tag{112}$$

dir. $\boldsymbol{Q}$, ilk aşamadaki tahminden elde edilen standartlaştırılmış hata terimlerinin koşulsuz kovaryans matrisi ve $\boldsymbol{Q}_t^*$, $\boldsymbol{Q}_t$ matrisinin köşegen elemanlarının kareköklerinden oluşan köşegen matristir. Böylece $\boldsymbol{R}_t$-nin elemanları

$$\rho_{ij,t}=\frac{q_{ij,t}}{\sqrt{q_{ii,t}q_{jj,t}}} \tag{113}$$

dir. $\boldsymbol{R}_t$'nin pozitif tanımlı olabilmesi için $\boldsymbol{Q}_t$-nin pozitif tanımlı olması yeterlidir (Engle ve Sheppard, 2001).

3.2.2.2.1. Parametrizasyonunun Pozitif Tanımlılık Koşulları

Engle ve Sheppard (2001) DCC'nin pozitif tanımlılık koşullarını şu şekilde vermişlerdir:

(109)-da modellenen tüm $i = 1,...,N$ hata serileri aşağıdaki kısıtları sağlıyorsa

i. $\alpha_{i0} > 0$

ii. α_{iq} ve γ_{ip}, $h_{i,t}$'nin (1 olasılıkla) pozitif olmasını sağlayacak şekildedir.

iii. $h_{i,0} > 0$

iv. $1 - \sum_{q=1}^{Q_i} \alpha_{iq} L^q + \sum_{p=1}^{P_i} \gamma_{ip} L^q$'nun kökleri birim çemberin dışındadır ve DCC parametreleri (111)-i sağlamaktadır.

v. $\boldsymbol{\alpha}_k \geq 0$

vi. $\boldsymbol{\gamma}_m \geq 0$

vii. $\sum_{k=1}^{K} \boldsymbol{\alpha}_k + \sum_{m=1}^{M} \boldsymbol{\gamma}_m < 1$

viii. $\bar{\boldsymbol{R}} > \delta > 0$

$\boldsymbol{H}_t$, tüm t değerleri için pozitif tanımlı olacaktır.

DCC parametrizasyonunda, çok değişkenli GARCH sürecinin koşullu kovaryansının pozitif tanımlılık koşulları, tek değişkenli GARCH sürecininkiyle aynıdır; yukarıda belirtilen parametre kısıtları, gerek değil sadece yeter koşullardır (Engle ve Sheppard, 2001).

3.2.2.2.2. Sistemin Tahmini

DCC tahmin edicisinin log olabilirliği

$$\ln l = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(N\ln(2\pi)+\ln|\boldsymbol{H}_t|+\boldsymbol{\varepsilon}_t'\boldsymbol{H}_t^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_t\right)$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(N\ln(2\pi)+\ln|\boldsymbol{F}_t\boldsymbol{R}_t\boldsymbol{F}_t|+\boldsymbol{\varepsilon}_t'\boldsymbol{F}_t^{-1}\boldsymbol{R}_t^{-1}\boldsymbol{F}_t^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_t\right) \quad (114)$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(N\ln(2\pi)+2\ln|\boldsymbol{F}_t|+\ln|\boldsymbol{R}_t|+\varepsilon_t'\boldsymbol{R}_t^{-1}\varepsilon_t\right)$$

şeklindedir. Engle'ın DCC modeli iki aşamada tahmin edilir. İlk aşamada her hata serisi için ayrı ayrı tek değişkenli GARCH modeli tahmin edilir. İkinci aşamada, ilk aşamada tahmin edilen standart sapaları kullanılarak hatalar standartlaştırılır ve bu dönüştürülmüş hatalar, dinamik korelasyonların tahmini için kullanılır. İlk aşamada kullanılacak olabilirlik, $\boldsymbol{R}_t$ matrisinin $N\times N$ boyutlu $\boldsymbol{I}_N$ birim matrisiyle değiştirilmesini gerektirmektedir (Engle ve Sheppard, 2001).

Modelin tüm parametreleri $\boldsymbol{\theta}$ olsun ve bu parametreler $\boldsymbol{\theta}=(\boldsymbol{\upsilon},\boldsymbol{\eta})$ olarak iki gruba ayrılsın. Burada $\boldsymbol{\upsilon}=(\upsilon_1,...,\upsilon_N)$ ve $\upsilon_i=(\alpha_{i0},\alpha_{i1},...,\alpha_{iQ_i},\gamma_{i1},...,\gamma_{iP_i})$, i-inci hata serisine ait tek değişkenli GARCH modelinin parametreleri olsun. O zaman birinci aşamadaki quasi-likelihood fonksiyonu:

$$\begin{aligned}
\mathrm{q}\ln l(\boldsymbol{\upsilon}\,|\,\varepsilon_t) &= -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(N\ln(2\pi)+\ln(|\boldsymbol{I}_N|)+2\ln(|\boldsymbol{F}_t|)+\boldsymbol{\varepsilon}_t'\boldsymbol{F}_t^{-1}\boldsymbol{I}_N\boldsymbol{F}_t^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_t\right)\\
&= -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(N\ln(2\pi)+2\ln(|\boldsymbol{F}_t|)+\boldsymbol{\varepsilon}_t'\boldsymbol{F}_t^{-2}\boldsymbol{\varepsilon}_t\right)\\
&= -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(N\ln(2\pi)+\sum_{n=1}^{N}\left(\ln(h_{i,t})+\frac{\varepsilon_{i,t}^2}{h_{i,t}}\right)\right)\\
&= -\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{N}\left(T\ln(2\pi)+\sum_{t=1}^{T}\left(\ln(h_{i,t})+\frac{\varepsilon_{i,t}^2}{h_{i,t}}\right)\right)
\end{aligned} \quad (115)$$

bu da tek değişkenli GARCH modellerinin log-olabilirliklerinin toplamıdır. Buradan elde edilen parametre tahminlerine koşullu olarak ikinci aşamadaki log-olabilirlik tahmin edilir:

$$\begin{aligned} \mathrm{q}\ln l(\boldsymbol{\eta} \mid \hat{\boldsymbol{\upsilon}}, \boldsymbol{\varepsilon}_t) &= -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(N\ln(2\pi) + \ln(|\boldsymbol{R}_t|) + 2\ln(|\boldsymbol{F}_t|) + \boldsymbol{\varepsilon}_t'\boldsymbol{F}_t^{-1}\boldsymbol{R}_t^{-1}\boldsymbol{F}_t^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_t\right) \\ &= -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(N\ln(2\pi) + \ln(|\boldsymbol{R}_t|) + 2\ln(|\boldsymbol{F}_t|) + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t'\boldsymbol{R}_t^{-1}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t\right) \end{aligned} \tag{116}$$

log olabilirlik $\hat{\boldsymbol{\upsilon}}$'e koşullu olduğundan fonksiyonun sadece $\ln(|\boldsymbol{R}_t|) + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t'\boldsymbol{R}_t^{-1}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t$ kısmı parametre seçimini etkileyecektir. Dolayısıyla DCC parametrelerinin tahmini için sadece

$$\mathrm{q}\ln l(\boldsymbol{\eta} \mid \hat{\boldsymbol{\upsilon}}, \boldsymbol{\varepsilon}_t) = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(\ln(|\boldsymbol{R}_t|) + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t'\boldsymbol{R}_t^{-1}\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t\right) \tag{117}$$

nin maksimizasyonu gerekmektedir (Engle ve Sheppard, 2001).

3.3. Sabit Korelasyon Testleri

Korelasyonların sabit olup olmadığını tespit etmek amacıyla Tse (2000) ve Engle ve Sheppard (2001) iki farklı test önermişlerdir.

3.3.1. Tse'nin Sabit Korelasyon Testi

Tse (2000)'nin korelasyonların sabit olup olmadığını test etmek için önerdiği test aşağıdaki gibi gerçekleştirilir.

$\{\boldsymbol{\varepsilon}_t\}$, sıfır ortalamalı, $\boldsymbol{\varepsilon}_t = (\varepsilon_{1,t}, ..., \varepsilon_{N,t})'$ şeklinde tanımlanan çok değişkenli bir zaman serisi olsun ve koşullu varyansı $\boldsymbol{H}_t = \boldsymbol{F}_t\boldsymbol{R}_t\boldsymbol{F}_t$ şeklinde tanımlansın. İşlemleri kısaltmak için sürecin GARCH(1,1) olduğu varsayılsın. Bu durumda, zaman içinde değişen korelasyonlar

$$\rho_{ij,t} = \rho_{ij} + \delta_{ij}\varepsilon_{i,t-1}\varepsilon_{j,t-1}, \qquad 1 \le i < j \le N \tag{118}$$

şeklinde tanımlansın. Korelasyonların sabit olup olmadığı, $N(N-1)/2$ adet bağımsız kısıt içeren, $H_0 : \delta_{ij} = 0$ hipotezi ile test edilir.

Korelasyonlar standartlaştırılmış ölçüler olduklarından standartlaştırılmış hataların gecikmelerinin çarpımının bir fonksiyonu olarak ifade edilebilirler:

$$\rho_{ij,t} = \rho_{ij} + \delta_{ij}\tilde{\varepsilon}_{i,t-1}\tilde{\varepsilon}_{j,t-1}, \qquad 1 \le i < j \le N \tag{119}$$

$\boldsymbol{s}$, N boyutlu, (107)-nin birinci türevleri vektörü ve $\boldsymbol{V} = E(-\partial^2 \ln l / \partial\boldsymbol{\theta}\partial\boldsymbol{\theta}')$ ise H_0 için LM istatistiği $\hat{\boldsymbol{s}}'\hat{\boldsymbol{V}}^{-1}\hat{\boldsymbol{s}}$'dir. Uygulamada $\boldsymbol{V}$, $\ln l_t$'nin birinci türevlerinin karşılıklı çarpımlarının toplamıyla değiştirilebilir. $\boldsymbol{S}$, satırları $(\partial \ln l_t / \partial\boldsymbol{\theta}')$ kısmi türevlerinden oluşan $T \times (N^2 + 2N)$ boyutlu matris olsun. Bu durumda H_0 için LM istatistiği

$$LM_C = \hat{\boldsymbol{s}}'(\hat{\boldsymbol{S}}'\hat{\boldsymbol{S}})^{-1}\hat{\boldsymbol{s}} \tag{120}$$

$$= \boldsymbol{l}\hat{\boldsymbol{S}}(\hat{\boldsymbol{S}}'\hat{\boldsymbol{S}})^{-1}\hat{\boldsymbol{S}}'\boldsymbol{l} \tag{121}$$

ile hesaplanır. Burada $\boldsymbol{l}$, $T \times 1$ boyutlu birler vektörüdür. LM_C asimptotik olarak $N(N-1)/2$ serbestlik dereceli χ^2 şeklinde dağılır. (121)-den LM_C'nin TR^2'ye eşit olduğu görülür. R^2, $\boldsymbol{l}$-nin $\hat{\boldsymbol{S}}$ üzerine regresyonundan elde edilen determinasyon katsayısıdır.

Her ne kadar burada sürecin GARCH(1,1) olduğu varsayılsa da aynı test kolayca GARCH(p,q) sürecine uydurulabilir (Tse, 2000).

3.3.2. Engle ve Sheppard'ın Sabit Korelasyon Testi

Engle ve Sheppard (2001)'ın önerdiği sabit korelasyonlar testi şu şekilde gerçekleştirilir:

Boş ve karşıt hipotezler

$$\begin{aligned} &H_0 : \boldsymbol{R}_t = \bar{\boldsymbol{R}} \qquad \forall t \in T \\ &H_1 : \text{vech}(\boldsymbol{R}_t) = \text{vech}(\bar{\boldsymbol{R}}) + \gamma_1 \,\text{vech}(\boldsymbol{R}_{t-1}) + \gamma_2 \,\text{vech}(\boldsymbol{R}_{t-1}) + ... + \gamma_p \,\text{vech}(\boldsymbol{R}_{t-1}) \end{aligned} \tag{122}$$

şeklindedir. Hipotez testinin gerçekleştirilmesi için ilk olarak tek değişkenli GARCH süreçleri tahmin edilir ve her serinin hataları standartlaştırılır. Daha sonra bu standartlaştırılmış hatalarının vektörü, standartlaştırılmış hataların korelasyonlar matrisi $\bar{\boldsymbol{R}}$-nin simetrik karekök ayrışımı ile standartlaştırılır.[1] "Korelasyon sabittir" boş hipotezi altında, bu hatalar, varyans-kovaryans matrisi $\boldsymbol{I}_N$ olan IID(independent and identically distributed) olacaktır.

$$\boldsymbol{Y}_t = \text{vech}_u[(\bar{\boldsymbol{R}}^{-1/2}\boldsymbol{D}_t^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_t)(\bar{\boldsymbol{R}}^{-1/2}\boldsymbol{D}_t^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_t)' - \boldsymbol{I}_N] \tag{123}$$

burada $(\bar{\boldsymbol{R}}^{-1/2}\boldsymbol{D}_t^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}_t)$, $N \times 1$ boyutlu, boş hipotez altında standartlaştırılmış hataların vektörüdür ve vech_u köşegenin üst tarafında kalan elemanları alt alta dizen operatördür. Vektör otoregresyonu

$$\boldsymbol{Y}_t = \boldsymbol{\beta}_0 + \boldsymbol{\beta}_1 \boldsymbol{Y}_{t-1} + ... + \boldsymbol{\beta}_s \boldsymbol{Y}_{t-s} + \boldsymbol{\eta}_t \tag{124}$$

şeklindedir. Boş hipotez altında tüm parametreler sıfır olmalıdır.

Test istatistiğini tahmin etmek için her bağımlı değişken ($Y_{i,t}$) için $T \times 1$ boyutlu vektör ve her açıklayıcı değişkenler kümesi için sabit ile açıklayıcı değişkenleri içeren $T \times (s+1)$ boyutlu matris oluşturulmalıdır. Parametre

[1] $E(\varepsilon_t \varepsilon_t')$ korelasyon matrisi olmasına rağmen uygulamada $\bar{\boldsymbol{R}}$'nin kullanılması daha etkin olacaktır (Engle ve Sheppard, 2001).

tahminleri, açıklayıcı ve açıklanan değişkenler için $N(N-1)/2$ adet vektör oluşturarak SUR (Seemingly Unrelated Regressions) modeli tahmin edilerek hesaplanır. Test istatistiği, asimptotik olarak $\chi^2(s+1)$ olan

$$\frac{\hat{\delta} X'X \hat{\delta}'}{\hat{\sigma}^2} \tag{125}$$

ile hesaplanır. Burada $\hat{\delta}$ regresyon parametrelerinin tahminidir. Korelasyon yerine standartlaştırılmış hataların kovaryansı kullanılırsa, sabit sıfır olur ve test istatistiği $\chi^2(s)$ dağılımlı

$$N(N-1)TR^2 \tag{126}$$

şeklinde tanımlanır (Engle ve Sheppard, 2001).

IV.BÖLÜM

BELİRSİZLİĞİN ENFLASYON VE ÇIKTI BÜYÜMESİ ÜZERİNDEKİ ETKİLERİNİ TARTIŞAN GÖRÜŞLER

4.1. Enflasyondaki Belirsizliğin Enflasyon ve Çıktı Üzerindeki Etkilerini Tartışan Görüşler

Cukierman ve Meltzer (1986), amaç fonksiyonları her dönem duruma bağlı olarak değişebilen politika yapıcısının parasal büyüme seçimini analiz etmek için Barro-Gordon modelinden yola çıkarak bir model oluşturmaktadırlar. Paranın eksik kontrolü, bireylerin politika sapmalarından tam olarak haberdar olamamaları nedeniyle, belirsizlik yaratma olanağını arttırmaktadır. Her ne kadar hükümet yüksek enflasyon yanlısı olmasa da, öncelikli amaç ekonomiyi canlandırmak olduğunda, bunu gerçekleştirmek için beklenmedik enflasyon yaratarak enflasyon belirsizliğini arttırmaktadır. Ancak artan belirsizlik enflasyonu da arttırmaktadır.

Logue ve Willett (1976) de enflasyon ve enflasyondaki belirsizlik arasında pozitif bir ilişki olduğuna işaret etmektedirler. Logue ve Willett, bu ilişkinin özellikle enflasyon oranının çok yüksek ve çok düşük olduğu durumlarda daha güçlü olduğu yönünde bir saptamada bulunmaktadırlar.

Holland (1995), yaptığı ekonometrik çalışmada, enflasyondaki artışın nominal belirsizliğin artmasına, yüksek nominal belirsizliğinin ise enflasyonun düşmesine neden olduğu sonucuna ulaşmıştır. Yazar, artan nominal belirsizlikten sonra enflasyonda düşüşün gözlenmesinin, enflasyonda artan belirsizliğin politika yapıcılar tarafından maliyetli bulunarak gelecek dönemlerde enflasyonu düşürmelerinden kaynaklanabileceğini ifade etmektedir.

Friedman (1977), yüksek enflasyonun gelecekteki enflasyon için daha büyük bir belirsizlik yaratacağını belirtmektedir. Bu belirsizlik, fiyat mekanizmasının, kaynakların etkin dağıtımındaki etkisini bozar ve böylece

ekonomik etkinsizliğe ve çıktıda daha düşük bir büyüme oranının elde edilmesine neden olur. Dahası, enflasyondaki belirsizlik faiz oranını etkileyerek de dönemler arası kaynak dağılımını etkiler.

Friedman'ın görüşüne göre enflasyonun reel etkileri iki aşamada oluşmaktadır. İlk adımda, enflasyondaki bir artış, parasal otoritenin kararsız bir politika ile karşılık vermesine, bu nedenle de gelecek enflasyon oranı ile ilgili daha büyük bir belirsizliğe neden olmaktadır. Bir sonraki adımda ise artan enflasyon belirsizliği, kaynakların etkin dağılımındaki fiyat mekanizmasının etkisini azaltır ve böylece çıktı üzerine negatif etkiye sahip olur. Şöyle ki, enflasyondaki artan belirsizlik, öngörülemeyen enflasyon oranlarında bir artışa neden olur; bu nedenle de öngörülemeyen enflasyonun diğer maliyetleriyle birleşerek bu maliyetleri arttırır. Bu tür maliyetler, enflasyondaki belirsizliğin, hem dönemler arası hem de dönemler içi kaynak dağılımları üzerindeki etkilerinden ortaya çıkmaktadır. Enflasyondaki belirsizlik faiz oranlarını etkileyerek dönemler arası kaynak dağılımı ile ilgili tüm kararları etkilerken nominal rijiditelerden dolayı üretim faktörlerinin reel maliyetlerini ve nihai malların göreceli fiyatlarını, bu nedenle de, dönem içi kaynak dağılımını da etkilemektedir. Sonuç olarak ekonomik etkinsizliğe ve çıktıda daha düşük bir büyüme oranının elde edilmesine neden olur (Bredin ve Fountas, 2004).

Dotsey ve Sarte (2000), para büyümesinin, dolayısıyla da enflasyonun değişkenliğinde (variability) bir artışın, para balansına dönüşü daha belirsiz yaptığını böylece para balansı talebini ve tüketimi azatlığını belirtmektedirler. Bu durumda ekonomi ajanları, ihtiyat amaçlı tasarrufları arttırmakta ve yatırımları finanse etmekte kullanılabilecek fonların havuzu genişlemektedir. Bu çalışma, ihtiyat amaçlı tasarrufların yüksek olduğu ve kişilerin riskten kaçındığı ekonomilerde enflasyondaki belirsizliğin çıktı büyümesi üzerine pozitif bir etkiye sahip olabileceğini göstermektedir.

Cukierman ve Meltzer (1986), enflasyondaki belirsizliğin çıktıyı ve istihdamı arttırdığını, dolayısıyla politika yapıcıların beklenmedik enflasyon

yaratarak istihdam ve çıktıyı uyardıklarını belirtmektedir. Yaratılan belirsizliğin büyüklüğü ise politika yapıcısının göze aldığı enflasyon artışına bağlıdır.

4.2. Çıktıdaki Belirsizliğin Enflasyon ve Çıktı Üzerindeki Etkilerini Tartışan Görüşler

Devereux (1989), Barro-Gordon modelinden yola çıkmakta ve modelinde parasal büyüme denklemine stokastik bir eleman eklemektedir. Ayrıca modele, içsel olarak ücret endekslemesini ilave ederek, çalışanların ekonomide varolacak ücret endeksleme seviyesini içsel olarak seçtiklerini varsaymıştır.

Devereux (1989), çıktı belirsizliğindeki dışsal bir artışın, ücret endekslemesinin derecesi ve politika yapıcıları tarafından bildirilen optimal enflasyon oranı üzerine etkisini incelemekte ve çıktıdaki belirsizliğin artmasının, ücret endekslemesinin optimal miktarını düşürdüğünü belirtmektedir. Daha düşük endeksleme enflasyondaki sürprizleri daha etkili kıldığından politika yapıcıların, olumlu reel etkiler elde etmek için, enflasyonda sürpriz yaratma eğilimlerinin arttığını ifade etmektedir. Dengede fiyatları suni olarak yükseltme güdüsünün artması, ortalama enflasyon oranının daha da artmasına neden olur. Ortalama enflasyon ve enflasyondaki belirsizlik arasında bariz bir korelasyon olmasına rağmen, Devereux, bu ilişkinin nedensel olmadığını, bunun sadece kamunun artan reel belirsizliğe düşük endeksleme yapma şeklinde tepki vermesi, politika yapıcıların da endekslemedeki düşüşe daha fazla enflasyon sürprizleri yaparak tepki vermelerinden kaynaklandığını ifade etmektedir. Dolayısıyla yazarın öngördüğü şey, çıktı büyümesindeki belirsizliğin ortalama enflasyonu arttıracağıdır.

Literatürde, çıktıdaki belirsizliğin enflasyonu azalttığı yönünde bir görüşe doğrudan rastlanmamaktadır. Ancak, Bredin ve Fountas (2004) ampirik olarak Kanada ve İtalya'da çıktıdaki belirsizliğin enflasyonu azalttığı sonucuna ulaşmışlar ve teorik açıdan bunun mümkün olabileceğini ifade etmişlerdir. Şöyle ki, kısa dönemde çıktı belirsizliği ve enflasyon belirsizliği arasındaki negatif ilişki iktisat literatüründe Taylor etkisi olarak bilinmektedir. Bu etkinin varlığı ve Cukierman-Meltzer'in enflasyondaki belirsizlik ve enflasyon arasında pozitif bir

ilişkinin var olduğu yönündeki hipotezlerinin geçerliliği durumunda, çıktıdaki belirsizlik enflasyondaki belirsizliği azaltır, bu da enflasyonun düşmesine neden olur.

Bernanke (1983), belirsizliğin yatırımlar üzerinde caydırıcı etkisinin olduğunu ve yatırımlar üzerindeki belirsizlik arttıkça yatırımların azaldığını ifade etmektedir. Benzer şekilde Pindyck (1991), kurduğu modelde artan belirsizliğin yatırımları azatlığını göstermiştir. Pindyck'in modelinde belirsizlik firmaların yatırım olanaklarının değerini arttırmakta, ancak gerçekleşen yatırımların miktarını azaltmaktadır. Sonuç olarak, bir piyasa veya ekonomik çevre daha belirsiz hale geldiğinde şirketlerin menkul kıymetler borsasındaki fiyatları artsa da daha az yatırım yapmakta ve daha az üretmektedirler.

Mirman (1971), yatırımı, şimdiki ve gelecekteki tüketimin fayda fonksiyonlarının toplamının bir fonksiyonu olarak ifade etmiştir. Modelde tüketimin (aynı zamanda da yatırımın) miktarı teknolojik gelişmelerdeki belirsizlik tarafından belirlenmektedir. Öyle ki, belirsizlik ne kadar yüksekse servetin o anki tüketim için ayrılan kısmı (ihtiyat nedeniyle) o kadar küçük, gelecekteki tüketime ayrılan kısmı da o kadar büyük olur. Mirman'ın modelinde servet, sadece tüketim ve yatırım şeklide değerlendirildiğinden tüketimin düşük olması yatırımın yüksek olduğu anlamına gelmektedir. Yatırımın artması çıktıyı artırdığı için çıktıdaki belirsizlik çıktıyı pozitif olarak etkilemektedir.

Black, ekonomik ajanların, riski büyük teknolojilere, ancak bu yatırımların beklenen getiri oranı (büyüme oranı) riski karşılayacak kadar yüksekse yatırım yaptıklarını, dolayısıyla da ekonomilerde teknoloji seçiminde riski ve getirisi arasında pozitif bir değiş-tokuşun var olduğunu ileri sürmektedir (Caporale ve McKiernan, 1998).

V.BÖLÜM

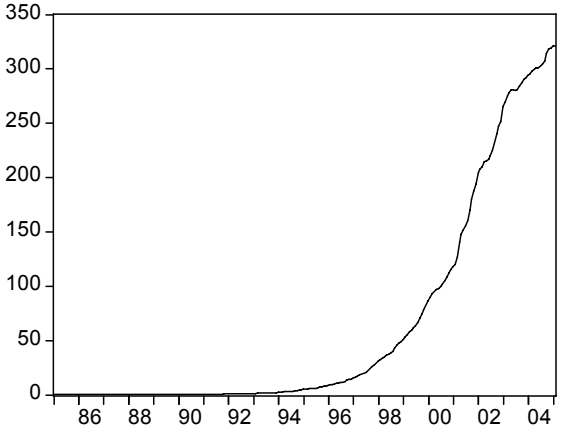
UYGULAMA

Bu uygulamanın amacı, çok değişkenli bir GARCH-M modeli kullanarak ekonomideki reel ve nominal belirsizliklerin enflasyon ve çıktı üzerine etkilerinin varlığını ve varsa etkilerinin yönünü eşanlı olarak belirlemektir.

Uygulamada Türkiye için 1985:1-2005:2 dönemini kapsayan endüstriyel üretim (IP) ve tüketici fiyatları (CP) endeksleri kullanılmıştır. Veriler International Financial Statistics (IFS)'den alınmıştır.



Şekil 1: 1985:1-2005:2 dönemi için endüstriyel üretim (IP) serisinin grafiği



Şekil 2: 1985:1-2005:2 dönemi için tüketici fiyatları (CP) serisinin grafiği

Tablo 1: Tüketici fiyatları endeksi (CP) için uygulanan ADF test sonuçları

Boş hipotez: CP birim kök içermektedir			
Dışsal değişkenler: Sabit, Doğrusal trend			
Bağımlı Değişken D(CP)			
Gecikme uzunluğu: 2			
		t-istatistiği	P*
ADF test istatistiği		0.0979	0.9971
Test kritik değerleri:	1% düzeyinde	-3.9969	
	5% düzeyinde	-3.4287	
	10% düzeyinde	-3.1378	
*MacKinnon (1996) tek yönlü p değeri.			

Boş hipotez: CP birim kök içermektedir			
Dışsal değişkenler: Sabit			
Bağımlı Değişken D(CP)			
Gecikme uzunluğu:13			
		t-istatistiği	P*
ADF test istatistiği		-0.4681	0.8936
Test kritik değerleri:	1% düzeyinde	-3.4589	
	5% düzeyinde	-2.8740	
	10% düzeyinde	-2.5735	
*MacKinnon (1996) tek yönlü p değeri.			

Boş hipotez: CP birim kök içermektedir			
Dışsal değişkenler: Yok			
Bağımlı Değişken D(CP)			
Gecikme uzunluğu:13			
		t-istatistiği	P*
ADF test istatistiği		-0.3560	0.5557
Test kritik değerleri:	1% düzeyinde	-2.5751	
	5% düzeyinde	-1.9422	
	10% düzeyinde	-1.6157	
*MacKinnon (1996) tek yönlü p değeri.			

Tüketici Fiyatları Endeksi (CP) serisine uygulanan birim kök testi sonucunda sabit ve doğrusal trend içeren model için ADF(Augmented Dickey-Fuller) test istatistiği 0.0979 olarak hesaplanmıştır. Bu değer %10 güven düzeyindeki kritik değerden (-3.1378) dahi büyüktür ve kabul bölgesine düşmektedir. Dolayısıyla serinin birim kök içerdiğini ifade eden sıfır hipotezi kabul edilir. Sadece sabit içeren model için ADF test istatistiği -0.4681 olarak hesaplanmıştır ve %10 güven düzeyindeki kritik değer olan -2.5735'ten büyüktür ve kabul bölgesine düşmektedir. Dolayısıyla yine serinin birim kök içerdiğini ifade eden sıfır hipotezi kabul edilir. Dışsal değişkenler içermeyen model için hesaplanan ADF test istatistiği (-0.3560) aynı şekilde %10 anlam düzeyinde dahi kritik değerden (-1.6157) büyüktür ve serinin birim kök içerdiğini

ifade eden sıfır hipotezi kabul edilir. Tüketici Fiyatları Endeksi (CP) serisi durağan değildir. Bu sonuçlar MacKinnon'un tek yönlü p değerleri tarafından da desteklenmektedir.

Tablo 2:Endüstriyel Üretim Endeksi(IP) için uygulanan ADF test sonuçları

Boş hipotez: IP birim kök içermektedir			
Dışsal değişkenler: Sabit, Doğrusal trend			
Bağımlı Değişken: D(IP)			
Gecikme uzunluğu: 5			
		t-istatistiği	P*
ADF test istatistiği		-2.0501	0.5704
Test kritik değerleri:	1% düzeyinde	-3.9974	
	5% düzeyinde	-3.4289	
	10% düzeyinde	-3.1379	
*MacKinnon (1996) tek yönlü p değeri.			

Boş hipotez: IP birim kök içermektedir			
Dışsal değişkenler: Sabit			
Bağımlı Değişken: D(IP)			
Gecikme uzunluğu: 2			
		t-istatistiği	P*
ADF test istatistiği		-0.0472	0.9523
Test kritik değerleri:	1% düzeyinde	-3.4576	
	5% düzeyinde	-2.8734	
	10% düzeyinde	-2.5731	
*MacKinnon (1996) tek yönlü p değeri.			

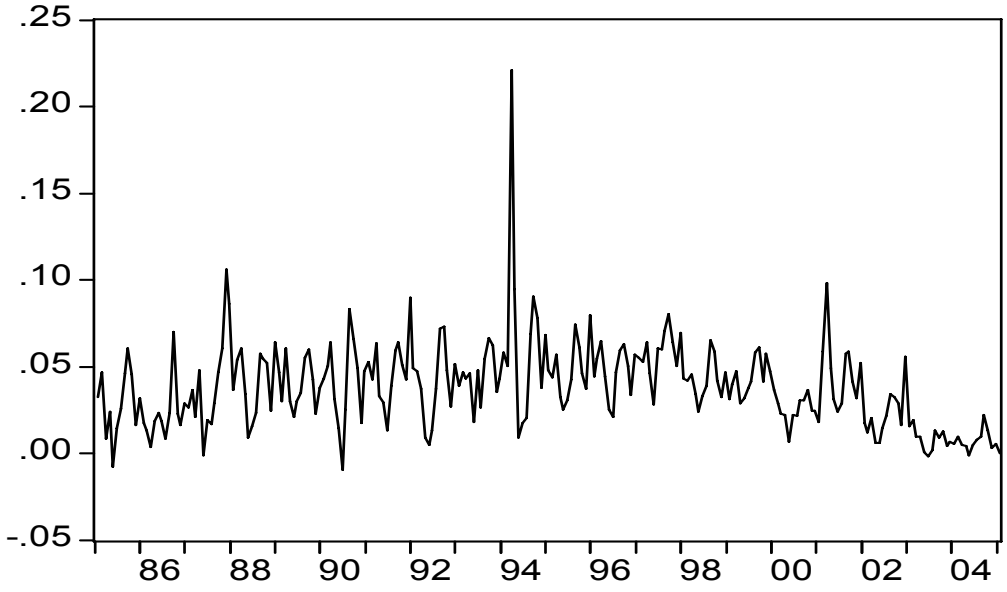
Boş hipotez: IP birim kök içermektedir			
Dışsal değişkenler: Sabit			
Bağımlı Değişken: D(IP)			
Gecikme uzunluğu: 1			
		t-istatistiği	P*
ADF test istatistiği		1.9312	0.9874
Test kritik değerleri:	1% düzeyinde	-2.5746	
	5% düzeyinde	-1.9421	
	10% düzeyinde	-1.6158	
*MacKinnon (1996) tek yönlü p değeri.			

Endüstriyel Üretim Endeksi (IP) serisine uygulanan birim kök testi sonucunda sabit ve doğrusal trend içeren model için ADF test istatistiği -2.0501 olarak hesaplanmıştır. Bu değer %1, %5 ve %10 güven düzeyindeki kritik değerlerden büyüktür. Dolayısıyla serinin birim kök içerdiğini ifade eden sıfır hipotezi kabul edilir. Sadece sabit içeren model için ADF test istatistiği -0.0472 olarak hesaplanmıştır. Bu değer de %1, %5 ve %10 güven düzeyindeki kritik değerlerden büyüktür ve kabul bölgesine düşmektedir. Dışsal değişkenler

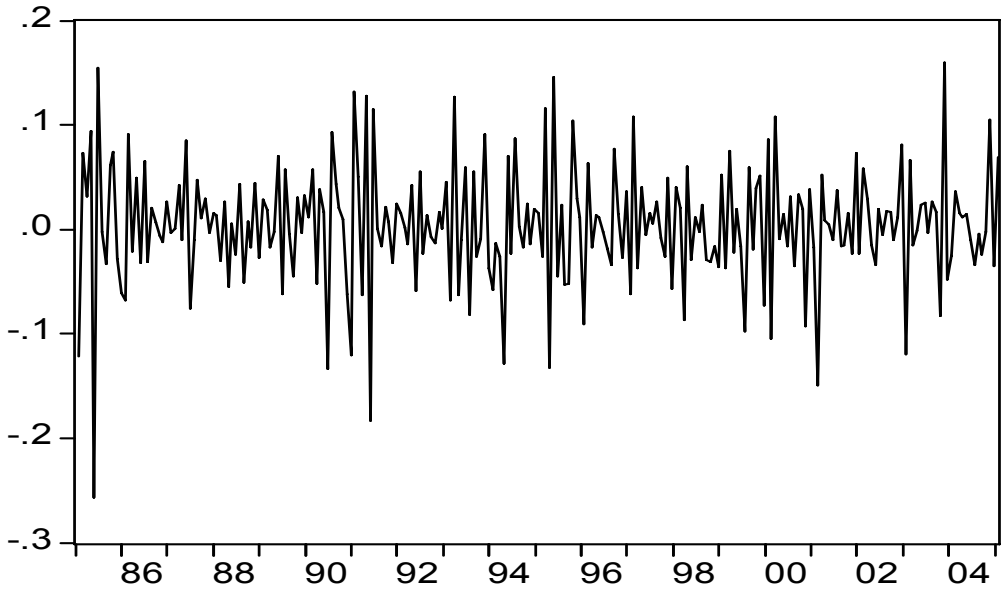
içermeyen model için hesaplanan ADF test istatistiği olan 1.9312, %1, %5 ve %10 anlam düzeyinde kabul bölgesine düştüğünden serinin birim kök içerdiğini ifade eden sıfır hipotezi kabul edilir. Dolayısıyla Endüstriyel Üretim Endeksi (IP) serisi durağan değildir. Bu sonuçlar MacKinnon'un tek yönlü p değerleri tarafından da desteklenmektedir.

Yapılan birim kök testleri sonucunda bu serilerin durağan olmadığı saptanmış ve serilerin durağanlaştırılması için dönüşümlere başvurulması gereği ortaya çıkmıştır.

Varyansı sabitleştirmek için uygulamada en yaygın kullanılan log dönüşümü ve ortalamayı sabitleştirmek, yani trendden arındırmak, için fark dönüşümü kullanılmıştır. Yeni seriler $INF = \ln(CPI_t / CPI_{t-1})$ ve $OG = \ln(IP_t / IP_{t-1})$ şeklindeki büyüme ölçülerine dönüşmüştür.



Şekil 3: 1985:2-2005:2 dönemi için Enflasyon (INF) serisinin grafiği



Şekil 4:1985:2-2005:2 dönemi için OG serisinin grafiği

Elde edilen yeni serilerde durağanlığın sağlanıp sağlanmadığını belirlemek amacıyla bu serilere de ADF testi yapılmıştır.

Tablo 3: Enflasyon (INF) için uygulanan ADF test sonuçları

Boş hipotez: INF birim kök içermektedir			
Dışsal değişkenler: Sabit, Doğrusal trend			
Bağımlı Değişken: D(INF)			
Gecikme uzunluğu: 0			
		t-istatistiği	P*
ADF test istatistiği		-8.7641	0.0000
Test kritik değerleri:	1% düzeyinde	-3.9967	
	5% düzeyinde	-3.4286	
	10% düzeyinde	-3.1377	
*MacKinnon (1996) tek yönlü p değeri.			

Enflasyon (INF) serisine uygulanan birim kök testi sonucunda sabit ve doğrusal trend içeren model için ADF test istatistiği -8.7641 olarak hesaplanmıştır. Bu değer %1 güven düzeyindeki kritik değerden (-3.9967) dahi küçüktür ve red bölgesine düşmektedir. Serinin birim kök içerdiğini ifade eden sıfır hipotezi reddedilir. Ayrıca MacKinnon'un tek yönlü p değeri de (0.0000) bu bulguları desteklemektedir. Dolayısıyla, sadece sabit içeren model ve dışsal

değişkenler içermeyen model için ADF testi yapılmasına gerek kalmadan Enflasyon (INF) serisinin durağan olduğu sonucuna varılır.

Tablo 4: Çıktıdaki Büyüme (OG) için uygulanan ADF test sonuçları

Boş hipotez: OG birim kök içermektedir			
Dışsal değişkenler: Sabit, Doğrusal trend			
Bağımlı Değişken: D(IOG)			
Gecikme uzunluğu: 1			
		t-istatistiği	P*
ADF test istatistiği		-16.7265	0.0000
Test kritik değerleri:	1% düzeyinde	-3.9969	
	5% düzeyinde	-3.4287	
	10% düzeyinde	-3.1378	
*MacKinnon (1996) tek yönlü p değeri.			

Çıktıdaki Büyüme (OG) serisine uygulanan birim kök testi sonucunda ADF test istatistiği -16.7265 olarak hesaplanmıştır. Bu değer %1 güven düzeyindeki kritik değerden (-3.9969) dahi küçüktür ve red bölgesine düşmektedir. Ayrıca MacKinnon p değeri de sıfırdır. Serinin birim kök içerdiğini ifade eden sıfır hipotezi reddedilir. Yine, sadece sabit içeren model ve dışsal değişkenler içermeyen model için ADF testi yapılmasına gerek kalmadan Çıktıdaki Büyüme (OG) serisinin durağan olduğu sonucuna varılır.

Enflasyon ve çıktıdaki büyüme serilerine uygulanan birim kök testleri sonucunda, beklenildiği gibi, serilerin durağan olduğu görülmüştür. Durağanlık sağlandıktan sonra en uygun model arayışına geçilmiştir.

Belirsizliklerin etkilerinin varlığının araştırılması ve bu etkilerin var olması durumunda etkilerin yönlerinin belirlenebilmesi için tahmin edilecek modellerde hem enflasyon hem de çıktıdaki büyüme denklemlerine, nominal belirsizliğin ölçüsü olarak kullanılacak enflasyonun koşullu varyansı $h_{\pi,t}$, (veya onun bir fonksiyonu olan koşullu standart sapması $\sqrt{h_{\pi,t}}$) ve reel belirsizliğin ölçüsü olarak kullanılacak çıktıdaki büyümenin koşullu varyansı , $h_{y,t}$ (veya onun bir fonksiyonu olan koşullu standart sapması $\sqrt{h_{y,t}}$) açıklayıcı değişken olarak eklenerek en uygun model araştırılmıştır.

Asıl amaç, belirsizliklerin etkisini test etmek olduğundan, teorik modeller yerine, Grier ve Perry (2000) ve Nas ve Perry (2000)'nin çalışmalarına benzer şekilde enflasyon ve çıktıdaki büyüme için ARMA modelleri uydurulmaya çalışılmıştır.

GARCH-M modellerinde hata terimlerinin değerleri koşullu varyansların değerlerine, koşullu varyansların değerleri de hata terinlerinin değerlerine bağlıdır. Dolayısıyla hem ortalama eşitlikleri hem de koşullu varyans eşitlikleri için en uygun modelin belirlenmesinde kullanılabilecek bir test yoktur. En uygun model tamamen el yordamıyla belirlenir. Bu nedenle, 8 gecikmeli ARMA modellerinden başlanarak, her defasında gecikmeler eksiltilerek tahmin edilebilir modeller elde edilmeye çalışılmıştır. Bu tahmin edilebilir modeller arasında da modeldeki tüm parametreler (ortalama eşitliklerindeki koşullu varyansların parametreleri hariç) istatistiksel olarak anlamlı olacak şekilde modeller araştırılmıştır.

İlk olarak uygun bir ARMA modelinin belirlenmesinden sonra belirsizliğin etkisini ifade etmek üzere ortalama eşitliklere koşullu varyansların eklendiği

$$\begin{aligned}
\pi_t &= \beta_{11} + \beta_{12}\pi_{t-1} + \beta_{13}h_{\pi,t} + \beta_{14}h_{y,t} + \varepsilon_{\pi,t} \\
h_{\pi,t} &= \alpha_{11} + \alpha_{12}\varepsilon^2_{\pi,t-1} + \gamma_{11}h_{\pi,t-1} \\
y_t &= \beta_{21}y_{t-1} + \beta_{22}h_{\pi,t} + \beta_{23}h_{y,t} + \varepsilon_{y,t} \\
h_{y,t} &= \alpha_{21} + \alpha_{22}\varepsilon^2_{y,t-1} + \gamma_{21}h_{y,t-1}
\end{aligned} \qquad (127)$$

şeklindeki GARCH(1,1)-M modeli sırasıyla Vec, Diagonal Vec, BEKK, CCC ve Engle'ın DCC parametrizasyonları ile tahmin edilmiştir.

Koşullu kovaryansları modelleyen Vec, Diagonal Vec ve BEKK parametrizasyonları kullanarak yapılan tahminde yakınsama elde edilememiştir. Koşullu korelasyonları modelleyen parametrizasyonlarla yakınsama elde edilmiştir. CCC parametrizasyonu ile tahmin edilen model

$$\pi_t = \underset{(0.0017)}{0.0160} + \underset{(0.0303)}{0.5823}\,\pi_{t-1} - \underset{(0.1290)}{0.4994}\,h_{\pi,t} - \underset{(0.1402)}{0.0407}\,h_{y,t} + \varepsilon_{\pi,t}$$

$$h_{\pi,t} = \underset{(0.000012)}{0.0004} + \underset{(0.0011)}{0.0462}\,\varepsilon^2_{\pi,t-1} + \underset{(0.0229)}{0.0652}\,h_{\pi,t-1}$$

$$y_t = -\underset{(0.0493)}{0.5067}\,y_{t-1} + \underset{(0.1405)}{0.9477}\,h_{\pi,t} + \underset{(0.2256)}{2.6129}\,h_{y,t} + \varepsilon_{y,t}$$

$$h_{y,t} = \underset{(0.00018)}{0.0018} + \underset{(0.0202)}{0.1706}\,\varepsilon^2_{y,t-1} + \underset{(0.0559)}{0.0448}\,h_{y,t-1}$$

$$h_{\pi y,t} = \underset{(0.0019)}{0.0065}\sqrt{h_{\pi,t}h_{y,t}}$$

olarak elde edilmiştir. Parantez içindeki değerler standart hatalardır. Modelde tahmin edilen γ_{21} parametresi istatistiksel olarak anlamsızdır, dolayısıyla tahmin edilen bu model, uygun model değildir.

Engle'ın DCC parametrizasyonu ile model

$$\pi_t = \underset{(0.0014)}{0.0155} + \underset{(0.0309)}{0.5963}\,\pi_{t-1} - \underset{(0.9142)}{0.7179}\,h_{\pi,t} - \underset{(0.4564)}{0.0281}\,h_{y,t} + \varepsilon_{\pi,t}$$

$$h_{\pi,t} = \underset{(0.000012)}{0.0004} + \underset{(0.0024)}{0.0401}\,\varepsilon^2_{\pi,t-1} + \underset{(0.0282)}{0.0470}\,h_{\pi,t-1}$$

$$y_t = -\underset{(0.0618)}{0.4707}\,y_{t-1} + \underset{(0.9200)}{0.7604}\,h_{\pi,t} + \underset{(1.1256)}{2.0484}\,h_{y,t} + \varepsilon_{y,t}$$

$$h_{y,t} = \underset{(0.00011)}{0.0015} + \underset{(0.0976)}{0.3819}\,\varepsilon^2_{y,t-1} + \underset{(0.0705)}{0.0631}\,h_{y,t-1}$$

$$h_{\pi y,t} = \frac{q_{12,t}}{\sqrt{q_{11,t}q_{22,t}}}\sqrt{h_{\pi,t}h_{y,t}}$$

olarak tahmin edilmiştir, ancak γ_{11}, γ_{21} parametre tahminleri ve $q_{ij,t}$ elemanlarının hesaplanmasında kullanılan α ($\cong 0.0192$) ve γ ($\cong 0.2466$) sabitlerin tahminleri istatistiksel olarak anlamsızdır.

Hiçbir parametrizasyonla uygun bir GARCH(1,1)-M modeli tahmin edilemediğinden aynı ARMA modelleriyle

$$\begin{aligned}
\pi_t &= \beta_{11} + \beta_{12}\pi_{t-1} + \beta_{13}h_{\pi,t} + \beta_{14}h_{y,t} + \varepsilon_{\pi,t} \\
h_{\pi,t} &= \alpha_{11} + \alpha_{12}\varepsilon^2_{\pi,t-1} \\
y_t &= \beta_{21}y_{t-1} + \beta_{22}h_{\pi,t} + \beta_{23}h_{y,t} + \varepsilon_{y,t} \\
h_{y,t} &= \alpha_{21} + \alpha_{22}\varepsilon^2_{y,t-1}
\end{aligned} \tag{128}$$

şeklinde çok deişkenli ARCH(1)-M modelinin tahmin edilmesi denenmiştir. Modelin Vec, Diagonal Vec, BEKK ve DCC parametrizasyonları ile yapılan tahminlerde yakınsama elde edilememiştir

CCC parametrizasyonu ile aşağıdaki model tahmin edilmiştir.

$$\pi_t = \underset{(0.0013)}{0.0135} + \underset{(0.0240)}{0.6147}\,\pi_{t-1} + \underset{(0.0719)}{0.6640}\,h_{\pi,t} - \underset{(0.0749)}{0.0008}\,h_{y,t} + \varepsilon_{\pi,t}$$

$$h_{\pi,t} = \underset{(0.000012)}{0.0004} + \underset{(0.0010)}{0.0640}\,\varepsilon^2_{\pi,t-1}$$

$$y_t = -\underset{(0.0412)}{0.4939}\,y_{t-1} - \underset{(0.5316)}{7.5342}\,h_{\pi,t} + \underset{(0.2256)}{2.6308}\,h_{y,t} + \varepsilon_{y,t}$$

$$h_{y,t} = \underset{(0.00016)}{0.0019} + \underset{(0.0105)}{0.2072}\,\varepsilon^2_{y,t-1}$$

$$h_{\pi y,t} = \underset{(0.0004)}{0.0041}\sqrt{h_{\pi,t}h_{y,t}}$$

Bu modelde, ortalama eşitliklerinde açıklayıcı değişken olarak yer alan koşullu varyansların parametreleri dışındaki tüm parametreler anlamlıdır. Bir sonraki aşama olarak otokorelasyon ve ARCH etkisi içerip içermediklerinin tespit edilebilmesi için modelin hata terimleri ve karelerinin serisel olarak ilişkili olup olmadıkları sınanmıştır.

Tablo 5: (128) modelinin CCC parametrizasyonu ile elde edilen hata terimleri tahminleri için hesaplanan 1, 4 ve 8 serbestlik dereceli Q istatistikleri ve %1 önem düzeyindeki kritik χ^2 değirleri

	Q(1)	Q(4)	Q(8)
%1 önem düzeyi için kritik χ^2 değirleri	6.635	13.277	20.090
$\hat{\varepsilon}_{\pi,t}$	0.3700	1.4344	19.403
$\hat{\varepsilon}_{y,t}$	8.9542	21.022	23.160
$\hat{\varepsilon}^2_{\pi,t}$	0.4718	0.9790	1.7243
$\hat{\varepsilon}^2_{y,t}$	2.9686	5.1537	9.4721
$\hat{\varepsilon}_{\pi,t}\hat{\varepsilon}_{y,t}$	3.6266	8.8953	13.865

Çıktıdaki büyüme için uydurulan modelin, tahmin edilen hata terimlerinin tüm serbestlik dereceleri için hesaplanan Q değrleri kritik değerlerdan büyüktür. Bu nedenle aralarında serisel bir ilişki olmadığını ifade eden sıfır hipotezi reddedilir. Böylece sınama sonucunda çıktıdaki büyüme için uydurulan modelinin tahmin edilen hata terimlerinin, serisel olarak ilişkili olduğu görülmüştür. Dolayısıyla uygun model değildir.

Belirsizliğin etkisini ifade etmek üzere ortalama eşitliklere koşullu varyansların eklendiği modeller arasından uygun bir model belirlenemediğinden, belirsizliğin etkisini ifade etmek üzere ortalama eşitliklere koşullu varyansların birer fonksiyonu olan koşullu standart sapmalar eklenerek uygun modeller belirlenmeye çalışılmıştır. Bu aşamada ilk olarak

$$\pi_t = \beta_{10} + \beta_{11}\pi_{t-1} + \beta_{12}\pi_{t-2} + \beta_{13}\varepsilon_{\pi,t-1} + \beta_{13}\sqrt{h_{\pi,t}} + \beta_{14}\sqrt{h_{y,t}} + \varepsilon_{\pi,t}$$

$$h_{\pi,t} = \alpha_{11} + \alpha_{12}\varepsilon^2_{\pi,t-1} + \gamma_{11}h_{\pi,t-1}$$

$$y_t = \beta_{20} + \beta_{21}y_{t-1} + \beta_{22}\sqrt{h_{\pi,t}} + \beta_{23}\sqrt{h_{y,t}} + \varepsilon_{y,t} \qquad (129)$$

$$h_{y,t} = \alpha_{21} + \alpha_{22}\varepsilon^2_{y,t-1} + \gamma_{21}h_{y,t-1}$$

şeklindeki GARCH(1,1)-M modeli sırasıyla Vec, Diagonal Vec, BEKK, CCC ve Engle'ın DCC parametrizasyonları ile tahmin edilmiştir. BEKK ve Engle'ın DCC parametrizasyonu ile tahmin elde edilememiştir. Vec ve Diagonal Vec parametrizasyonları ile yakınsama elde edilememiştir. CCC parametrizasyonu ile tahmin edilen model ise

$$\pi_t = \underset{(0.0024)}{0.0317} - \underset{(0.0030)}{0.2625}\pi_{t-1} + \underset{(0.0393)}{0.4568}\pi_{t-2} + \underset{(0.0235)}{0.8779}\varepsilon_{\pi,t-1} - \underset{(0.1056)}{0.0098}\sqrt{h_{\pi,t}} - \underset{(0.0456)}{0.0112}\sqrt{h_{y,t}} + \varepsilon_{\pi,t}$$

$$h_{\pi,t} = \underset{(0.0393)}{0.0004} + \underset{(0.0020)}{0.0286}\varepsilon^2_{\pi,t-1} + \underset{(0.0231)}{0.0620}h_{\pi,t-1}$$

$$y_t = \underset{(0.0026)}{0.0055} - \underset{(0.0402)}{0.4610}y_{t-1} - \underset{(0.0994)}{0.1834}\sqrt{h_{\pi,t}} + \underset{(0.0522)}{0.1089}\sqrt{h_{y,t}} + \varepsilon_{y,t}$$

$$h_{y,t} = \underset{(0.0001)}{0.0015} + \underset{(0.0245)}{0.3646}\varepsilon^2_{y,t-1} + \underset{(0.0508)}{0.0567}h_{y,t-1}$$

$$h_{\pi y,t} = \underset{(0.0005)}{0.0045}\sqrt{h_{\pi,t}h_{y,t}}$$

şeklindedir. Bu modelde parametre tahminlerinin büyük bir kısmı istatistiksel olarak anlamsızdır. Bu sonuçlar üzerine ortalama eşitliklerinde herhangi bir değişiklik yapılmadan

$$\pi_t = \beta_{10} + \beta_{11}\pi_{t-1} + \beta_{12}\pi_{t-2} + \beta_{13}\varepsilon_{\pi,t-1} + \beta_{13}\sqrt{h_{\pi,t}} + \beta_{14}\sqrt{h_{y,t}} + \varepsilon_{\pi,t}$$

$$h_{\pi,t} = \alpha_{11} + \alpha_{12}\varepsilon^2_{\pi,t-1}$$

$$y_t = \beta_{20} + \beta_{21}y_{t-1} + \beta_{22}\sqrt{h_{\pi,t}} + \beta_{23}\sqrt{h_{y,t}} + \varepsilon_{y,t} \qquad (130)$$

$$h_{y,t} = \alpha_{21} + \alpha_{22}\varepsilon^2_{y,t-1}$$

şeklinde ARCH(1)-M modeli tahmin edilmeye çalışılmıştır. Bu modelin tahmininde CCC parametrizasyonu dışındaki parametrizasyonlarda yakınsama elde edilememiştir. CCC parametrizasyonu ile yapılan tahmide ise istenilen tüm parametreler anlamlıdır. Model tahmini

$$\pi_t = \underset{(0.00004)}{0.0364} - \underset{(0.0002)}{0.4563}\pi_{t-1} + \underset{(0.0001)}{0.4791}\pi_{t-2} + \underset{(0.0002)}{1.0238}\varepsilon_{\pi,t-1} + \underset{(0.0011)}{0.0014}\sqrt{h_{\pi,t}} - \underset{(0.0005)}{0.0060}\sqrt{h_{y,t}} + \varepsilon_{\pi,t}$$

$$h_{\pi,t} = \underset{(0.00001)}{0.0004} + \underset{(0.0009)}{0.0502}\varepsilon^2_{\pi,t-1}$$

$$y_t = \underset{(0.0007)}{0.0060} + \underset{(0.0137)}{0.4566}y_{t-1} + \underset{(0.0582)}{0.2090}\sqrt{h_{\pi,t}} + \underset{(0.0577)}{0.0602}\sqrt{h_{y,t}} + \varepsilon_{y,t}$$

$$h_{y,t} = \underset{(0.0001)}{0.0022} + \underset{(0.0083)}{0.0580}\varepsilon^2_{y,t-1}$$

$$h_{\pi y,t} = \underset{(0.0009)}{0.0080}\sqrt{h_{\pi,t}h_{y,t}}$$

olarak elde edilmiştir. Modelin hata terimleri ve karelerinin serisel olarak ilişkili olup olmadıklarının sınanması için Q istatistiklerine bakılmıştır.

Tablo 6: (130) modelinin CCC parametrizasyonu ile elde edilen hata terimleri tahminleri için hesaplanan 1, 4 ve 8 serbestlik dereceli Q istatistikleri ve %1 önem düzeyindeki kritik χ^2 değirleri

	Q(1)	Q(4)	Q(8)
%1 önem düzeyi için kritik χ^2 değirleri	6.635	13.277	20.090
$\hat{\varepsilon}_{\pi,t}$	0.3700	1.4344	19.403
$\hat{\varepsilon}_{y,t}$	8.9542	21.022	23.160
$\hat{\varepsilon}^2_{\pi,t}$	0.4718	0.9790	1.7243
$\hat{\varepsilon}^2_{y,t}$	2.9686	5.1537	9.4721
$\hat{\varepsilon}_{\pi,t}\hat{\varepsilon}_{y,t}$	3.6266	8.8953	13.865

Bu modelde de çıktıdaki büyümenin tahmin edilen hata terimlerinin tüm serbestlik dereceleri için hesaplanan Q değrleri kritik değerlerdan büyüktür. Bu nedenle aralarında serisel bir ilişki olmadığını ifade eden sıfır hipotezi reddedilir. Çıktıdaki büyüme için uydurulan modelde tahmin edilen hata terimleri, serisel olarak ilişkilidir, dolayısıyla bu model de uygun değildir.

Denenecek bir sonraki model

$$\pi_t = \beta_{10} + \beta_{11}\pi_{t-1} + \beta_{12}\pi_{t-2} + \beta_{13}\varepsilon_{\pi,t-1} + \beta_{13}\sqrt{h_{\pi,t}} + \beta_{14}\sqrt{h_{y,t}} + \varepsilon_{\pi,t}$$

$$h_{\pi,t} = \alpha_{11} + \alpha_{12}\varepsilon^2_{\pi,t-1} + \gamma_{11}h_{\pi,t-1}$$

$$y_t = \beta_{20} + \beta_{21}\varepsilon_{y,t-1} + \beta_{22}\sqrt{h_{\pi,t}} + \beta_{23}\sqrt{h_{y,t}} + \varepsilon_{y,t} \qquad (131)$$

$$h_{y,t} = \alpha_{21} + \alpha_{22}\varepsilon^2_{y,t-1} + \gamma_{21}h_{y,t-1}$$

olarak seçilmiştir. Bu modelin de CCC dışındaki parametrizasyonlarla yakınsama sağlanamamıştır. CCC ile model

$$\pi_t = \underset{(0.00002)}{0.0372} - \underset{(0.0001)}{0.4484}\pi_{t-1} + \underset{(0.00007)}{0.4773}\pi_{t-2} + \underset{(0.0001)}{1.0280}\varepsilon_{\pi,t-1} + \underset{(0.0003)}{0.0001}\sqrt{h_{\pi,t}} - \underset{(0.00004)}{0.0002}\sqrt{h_{y,t}} + \varepsilon_{\pi,t}$$

$$h_{\pi,t} = \underset{(0.00002)}{0.0004} + \underset{(0.0024)}{0.0502}\varepsilon^2_{\pi,t-1} + \underset{(0.0194)}{0.0400}h_{\pi,t-1}$$

$$y_t = \underset{(0.00001)}{0.0039} - \underset{(0.0205)}{0.6446}\varepsilon_{y,t-1} - \underset{(0.0233)}{0.0273}\sqrt{h_{\pi,t}} + \underset{(0.0005)}{0.0160}\sqrt{h_{y,t}} + \varepsilon_{y,t}$$

$$h_{y,t} = \underset{(0.0001)}{0.0019} + \underset{(0.0002)}{0.0900}\varepsilon^2_{y,t-1} + \underset{(0.0322)}{0.0240}h_{y,t-1}$$

$$h_{\pi y,t} = \underset{(0.0003)}{-0.0191}\sqrt{h_{\pi,t}h_{y,t}}$$

olarak tahmin edilmiştir. Koşullu standart sapmaların katsayıları dışındaki parametrelerden γ_{11} ve γ_{21}'in tahminleri istatistiksel olarak anlamsızdır. Bu nedenle koşullu varyans modellerinden, koşullu varyanslarının gecikme değerleri çıkarılarak, aynı ARMA modelleri için ARCH(1)-M modelinin tahmin edilmesinin uygun olabileceğine kanaat getirilmiştir.

$$\begin{aligned}
\pi_t &= \beta_{10} + \beta_{11}\pi_{t-1} + \beta_{12}\pi_{t-2} + \beta_{13}\varepsilon_{\pi,t-1} + \beta_{13}\sqrt{h_{\pi,t}} + \beta_{14}\sqrt{h_{y,t}} + \varepsilon_{\pi,t} \\
h_{\pi,t} &= \alpha_{11} + \alpha_{12}\varepsilon^2_{\pi,t-1} \\
y_t &= \beta_{20} + \beta_{21}\varepsilon_{y,t-1} + \beta_{22}\sqrt{h_{\pi,t}} + \beta_{23}\sqrt{h_{y,t}} + \varepsilon_{y,t} \\
h_{y,t} &= \alpha_{21} + \alpha_{22}\varepsilon^2_{y,t-1}
\end{aligned} \qquad (132)$$

modeli öncekiler gibi 5 farklı parametrizasyon yöntemiyle tahmin edilmiştir. Bu model için de sadece CCC parametrizasyonu ile yakınsama elde edilmiştir. Tahmin edilen model

$$\pi_t = \underset{(0.00001)}{0.0359} - \underset{(0.00009)}{0.4514}\pi_{t-1} + \underset{(0.00006)}{0.4814}\pi_{t-2} + \underset{(0.0001)}{1.0289}\varepsilon_{\pi,t-1} + \underset{(0.0003)}{0.0024}\sqrt{h_{\pi,t}} - \underset{(0.0002)}{0.0063}\sqrt{h_{y,t}} + \varepsilon_{\pi,t}$$

$$h_{\pi,t} = \underset{(0.00001)}{0.00004} + \underset{(0.0002)}{0.0437}\varepsilon^2_{\pi,t-1}$$

$$y_t = \underset{(0.0005)}{0.0039} - \underset{(0.0018)}{0.6508}\varepsilon_{y,t-1} - \underset{(0.0455)}{0.0196}\sqrt{h_{\pi,t}} + \underset{(0.0210)}{0.0120}\sqrt{h_{y,t}} + \varepsilon_{y,t}$$

$$h_{y,t} = \underset{(0.0001)}{0.0020} + \underset{(0.0182)}{0.0694}\varepsilon^2_{y,t-1}$$

$$h_{\pi y,t} = \underset{(0.0004)}{-0.0168}\sqrt{h_{\pi,t}h_{y,t}}$$

şeklindedir. Koşullu ortalamalarda açıklayıcı değişken olarak yer alan koşullu standart sapmaların katsayıları dışındaki tüm parametreler istatistiksel olarak anlamlıdır. Bu model için elde edilen hata terimleri tahminlerinin hesaplanan Q istatistikleri ve kritik değerleri aşağıdaki gibidir.

Tablo 7: (132) modelinin CCC parametrizasyonu ile elde edilen hata terimleri tahminleri için hesaplanan 1, 4 ve 8 serbestlik dereceli Q istatistikleri ve %1 önem düzeyindeki kritik χ^2 değirleri

	Q(1)	Q(4)	Q(8)
%1 önem düzeyi için kritik χ^2 değirleri	6.635	13.277	20.090
$\hat{\varepsilon}_{\pi,t}$	0.3696	1.6328	19.791
$\hat{\varepsilon}_{y,t}$	0.6116	9.4794	11.510
$\hat{\varepsilon}^2_{\pi,t}$	0.5220	1.0088	1.7264
$\hat{\varepsilon}^2_{y,t}$	9.0138	3.0649	4.9037
$\hat{\varepsilon}_{\pi,t}\hat{\varepsilon}_{y,t}$	4.7003	5.8325	7.6603

Her iki denklemin hata terimleri, onların kareleri ve çapraz çarpımları için hesaplanan Q istatistikleri %1 önem düzeyindeki χ^2 tablo değerlerinden küçüktür. Bu nedenle aralarında serisel bir ilişki olmadığını ifade eden sıfır

hipotezi kabul edilir. Uydurulan modelde tahmin edilen hata terimleri, karaleri ve çapraz çarpımları serisel olarak ilişkilisizdir. Tahmin edilen bu modelde, otokorelasyon sorunu ve modellenememiş ARCH etkisi yoktur. Dolayısıyla bu model, belirsizliklerin etkileri incelenmek üzere seçilmiştir.

Ortalama eşitliklerinde açıklayıcı değişken olarak yer alan koşullu standart sapmaların parametreleri istatistiksel olarak anlamlı olmaları durumunda, β_{13}'ün pozitif değeri Cukierman ve Meltzer (1986)'in, negatif değeri Holland'ın; β_{14}'ün pozitif değeri Devereux (1989)'nun; β_{22}'nin pozitif değeri Dotse ve Sarte (2000) ile Cukierman ve Meltzer'in, negatif değeri Friedman (1977)'ın; β_{23}'ün pozitif değeri Mirman (1971) ile Black'in, negatif değeri Bernanke (1983) ve Pyndick (1991)'in görüşlerini destekler bir sonuç olur.

Enflasyon için uydurulan ilk denklemde yer alan ve enflasyondaki belirsizliğin (nominal belirsizlik) enflasyon üzerine etkisini ifade eden, enflasyonun koşullu standart sapması, $\sqrt{h_{\pi,t}}$'nin katsayısı olan β_{13} parametresinin tahmini istatistiksel olarak anlamlıdır. Bu parametrenin pozitif değerli olması, Türkiye'de enflasyondaki belirsizliğin enflasyonda artışa yol açtığını göstermektedir. Bu, Cukierman ve Meltzer (1986)'in, görüşlerini destekler bir sonuçtur.

İlk denklemde yer alan ve çıktıdaki belirsizliğin (reel belirsizlik) enflasyon üzerine etkisini ifade eden, çıktıdaki büyümenin koşullu standart sapması, $\sqrt{h_{y,t}}$'nin katsayısı olan β_{14} parametresinin tahmini istatistiksel olarak anlamlı ve neganif değerlidir. Bu, Türkiye'de reel belirsizliğin enflasyonda düşüşe neden olduğunu ifade etmektedir ve Bredin ve Fountas (2004)'ın ampirik olarak Kanada ve İtalya için elde ettikleri bulgulara paraleldir.

Çıktıdaki büyüme için uydurulan ikinci denklemde yer alan ve enflasyondaki belirsizliğin çıktı (büyümesi) üzerine etkisini ifade eden, enflasyonun koşullu standart sapması, $\sqrt{h_{\pi,t}}$'nin katsayısı olan β_{22} parametresinin tahmini istatistiksel olarak anlamsızdır. Bu, Türkiye'de

enflasyondaki belirsizliğin çıktıyı etkilemediği sonucunu vermektedir. Dolayısıyla enflasyondaki belirsizliğin çıktıyı arttırdığı veya çıktıyı azalttığı yönündeki görüşleri destekler sonuçlar elde edilememiştir.

İkinci denklemde, çıktıdaki belirsizliğin (reel belirsizlik) enflasyon üzerine etkisini ifade etmek üzere yer alan, çıktıdaki büyümenin koşullu standart sapması, $\sqrt{h_{y,t}}$'nin katsayısı β_{23} parametresinin tahmini istatistiksel olarak anlamsızdır. Bu, Türkiye'de reel belirsizliğin çıktıyı etkilemediğini ifade etmektedir.

VI.BÖLÜM

SONUÇ

Engle'ın (1982) ARCH modelini ortaya atmasından önce belirsizlik, koşulsuz varyans ile ölçülen, değişkenlik (variability) ile ifade edilmekteydi. Ancak ekonomik ajanların belirsizliğe verdiği tepkileri ölçmek amacında olan Engle, varyansın sabit olması durumunda bu tepkinin ölçülememesi ve de ekonometrik modellerde koşulsuz varyansın sabit olması gerekliliği, Engle'ı zamana göre sabit olmayan varyansı ölçmenin yolunu araştırmaya sevk etmiştir (Engle, 1995).

Arayışları sonucunda Engle, belirsizlik ölçüsü olarak koşulsuz varyans yerine koşullu varyansın kullanılmasının daha uygun olacağı fark ederek koşullu varyansı hata terimlerinin karelerinin otoregresif süreci olarak modellemiştir (Engle, 1995). ARCH (autoregressive conditional heteroskedastisity) olarak adlandırdığı bu süreçler, sıfır ortalamalı, serisel olarak ilişkisiz, koşulsuz varyansı (varsa) sabit, ancak koşullu varyansı zamana bağlı olarak değişen süreçlerdir (Engle, 1982).

1986'da Bollerslev, ARCH modeline koşullu varyansın gecikmelerini de ekleyerek geliştirmiş ve GARCH (Generalized ARCH) olarak adlandırılan modelinde koşullu varyansı ARMA süreci şeklinde modellemiştir.

Engle, Lilien ve Robins (1987), koşullu ortalama eşitliğine, koşullu varyansı açıklayıcı bir değişken olarak dahil ederek ARCH-M modelini geliştirmişlerdir. Bu modelde, bir değişkendeki belirsizliğin etkileri doğrudan ölçülebilmektedir.

Bollerslev, Engle ve Wooldridge (1988) tek değişkenli ARCH/GARCH modellerini çok değişkenli modellere genişleterek, simetrik olan değişkenler matrislerinin sütünlarının alt üçgensel bölgelerinde kalan kısımları alt alta

dizilerek değişkenler, vektörler cinsinden ifade edilerek tahminde kullanıldığı, Vec parametrizasyonunu türetmişlerdir.

Engle ve Kroner (1993) tarafından yeniden ele alınarak son hali verilen BEKK parametrizasyonu baş harfleriyle anıldığı Baba, Engle, Kraft ve Kroner'ın ortak çalışması ile şekillenmiştir. Bu parametrizasyonda, koşullu varyans matrisinin pozitif tanımlı olması garantilenmektedir.

Geliştirilen ilk iki parametrizasyon koşullu varyansların yanı sıra koşullu kovaryanların da modellendiği parametrizasyonlardır. Daha ileriki aşamalarda koşullu kovaryansalar yerine koşullu korelasyonları modelleyen parametrizasyonlar geliştirilmiştir.

Bollerslev (1990), koşullu korelasyonların sabit olduğu durumlarda, tahmin edilecek parametre sayısının oldukça azaldığı ve tahmin sürecinin oldukça sadeleştiği sabit koşullu korelasyonlar (CCC) parametrizasyonunu önermiştir.

Koşullu korelasyonların sabit olup olmaması tamamen ampirik bir sorun olduğundan her zaman sağlanabilen bir koşul değildir. Koşullu korelasyonların sabit olmadığı durumlar için Tse ve Tsui (2000) ve Engle (2001) ayrı ayrı iki farklı dinamik koşullu korelasyonlar (DCC) parametrizasyonu oluşturmuşlardır. Ayrıca, koşullu korelasyonların sabit olup olmadığını test etmek için Tse (2000) ve Engle ve Sheppard (2001) kendi DCC parametrizasyonlarına yönelik sabit koşullu korelasyonlar testleri geliştirmişlerdir.

Literatürde, belirsizlikle ilgili yapılan önceki çalışmalarda, değişkenlik (varyability), belirsizlik anlamında kullanılmıştır. Ancak, Engle (1982) ARCH modelini geliştirdikten sonra dikkatler koşullu varyansa çekilmiştir. Zamanla değişebilirlik ve belirsizlik arasındaki ayrımın farkına varılmış ve belirsizlik ölçüsü olarak koşulsuz varyansla ifade edilen değişebilirlik yerine, koşullu varyansla ifade edilen oynaklık kullanılmaya başlanılmıştır.

Belirsizlik, iktisat literatüründe geniş yer bulan, çok çeşitli görüşler ileri sürülen ve ampirik olarak da çeşitli sonuçlar elde edilen bir konudur.

Cukierman ve Meltzer (1986) enflasyondaki belirsizliğin enflasyonu ve çıktıyı arttırdığı görüşünü ileri sürmektedir. Holland (1995), ampirik olarak enflasyondaki belirsizliğin enflasyonda düşüşe neden olduğu sonucuna ulaşmıştır. Friedman (1977), enflasyondaki belirsizliğin çıktıyı azalttığı görüşünde iken, Dotsey ve Sarte (2000), Cukierman ve Meltzer'in enflasyondaki belirsizliğin çıktıyı arttırdığı yönündeki görüşlerini paylaşmaktadırlar.

Devereux (1989) çıktıdaki belirsizliğin enflasyonu arttıracağını öngörmektedir. Bunun tersi yönünde bir görüş yoktur ancak, Bredin ve Fountas (2004) ampirik olarak bu tür sonuçlara ulaşmışlar ve teorik olarak bunun mümkün olabileceğini belirtmişlerdir. Bernanke (1983) ve Pindyck (1991) gibi iktisatçılar çıktıdaki belirsizliğin çıktıyı azalttığı; Mirman (1971) ve Black ise çıktıyı arttırdığı görüşündedir.

Yukarıda belirtilen görüşleri, çok değişkenli GARCH-M modelleri kullanarak, test etmek amacıyla yapılan ampirik çalışmalardan bazıları Grier ve Perry (2000), Nas ve Perry (2000) ve Bredin ve Fountas (2004) tarafından gerçekleştirilmiş ve farklı sonuçlar elde edilmiştir.

Bu çalışmanın amacı çok değişkenli GARCH modellerini, istatistiksel özelliklerini ve tahmin yöntemlerini ayrıntılarıyla incelemek; bu modelleri kullanarak enflasyondaki ve çıktıdaki belirsizliklerin enflasyon ve çıktı (büyümesi) üzerindeki etkilerinin var olup olmadığını test etmek ve etkilerinin varlığı durumunda yönlerini belirlemektir.

Yukarıda belirtilen amaç çerçevesinde, önce tek değişkenli GARCH modellerinden iktisatta kullanım alanı geniş olanlar tanıtılmış, daha sonra bu tek değişkenli modellerin çok değişkenli modellere nasıl genişletildiği ve onların tahminleri için günümüze kadar geliştirilen parametrizasyonlar ayrıntılarıyla anlatılmıştır. Daha sonra da bazı iktisatçıların, nominal ve reel belirsizliklerin enflasyon ve çıktı üzerine etkileri konusundaki görüşlerine yer verilmiştir.

Uygulamada reel ve nominal belirsizliklerin enflasyon ve çıktı üzerindeki etkilerini tartışan farklı görüşleri tek bir model kullanarak Türkiye için test etmek amaçlanmıştır. Bu amaçla 1985:1-2005:2 dönemi için tüketici fiyatları endeksi ve endüstriyel üretim endeksi aylık verileri ve ARMA-GARCH-M modeli kullanılarak reel ve nominal belirsizliklerin enflasyon ve çıktıdaki büyüme üzerinde etkileri araştırılmıştır.

Amaç doğrultusunda, çok değişkenli bazı ARCH-M ve GARCH-M modellerinde, belirsizlik ölçüsü olarak, koşullu varyanslar, veya onların bir fonksiyonu olan koşullu standart sapmalar, açıklayıcı değişkenler olarak ilave edilmişlerdir. Koşullu varyansların (veya koşullu standart sapmaların) parametrelerinin istatistiksel olarak anlamlı olması belirsizliklerin etkisinin varlığını ifade etmiştir.

Model tahminleri sonucunda CCC parametrizasyonu dışındaki parametrizasyonlarla genel olarak yakınsama sağlanamamıştır. Tüm parametreleri (koşullu varyansların veya koşullu standart sapmaların katsayıları hariç) istatistiksel olarak anlamlı üç farklı model belirlenmiştir. Bunlar arasında yapılan diagnostik denetimler (diagnostic check) sonucunda aralarından uygun olanı belirlenmiştir.

Yapılan ekonometrik çalışmayla Türkiye'de enflasyondaki belirsizliğin enflasyonda artışa yol açtığı belirlenmiştir. Bu, Cukierman ve Meltzer (1986)'in, görüşlerini destekler bir sonuçtur. Çalışma sonucunda ayrıca, Bredin ve Fountas (2004)'ın mümkün olabileceğini belirttiği ve ampirik olarak da Kanada ve İtalya için elde ettiği sonuçlara benzer şekilde, Türkiye'de çıktıdaki belirsizliğin enflasyonda düşüşe neden olduğu da saptanmıştır. Reel ve nominal belirsizliklerin çıktı üzerine ise etkileri tespit edilememiştir.

KAYNAKLAR

Bauwens, L. (2003), "Multivariate GARCH models", Université catholique de Louvain, yayınlanmamış ders notu http://zonecours.hec.ca/documents/A2004-1-190733.mgarch-slides-LB-print.pdf (21.04.2004)

Bernanke, B. (1983), "Irreversibility, uncertainty, and cyclical investment", *Quarterly Journal of Economics*, s.98, ss.85-106.

Bollerslev,T. (1986), "Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity", *Journal of Econometrics*, s.31, ss.307-327.

Bollerslev, T. (1990), "Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: a multivariate generalized ARCH model", *Review of Economics and Statistics*, s.72, ss.498-505.

Bollerslev, T., R.F. Engle ve J.M. Wooldridge (1988), "A capital-asset pricing model with time-varying covariances", *Journal of Political Economy* , s.96, c.1, ss.116-131.

Bredin, D. ve F. Fountas (2004), "Macroeconomic uncertainty and macroeconomic performance: are they related?", *Money, Macro and Finance Research Group Conference*, 51.

Caporale, T. ve B. McKiernan (1998), "The Fisher Black hypothesis: some time-series evidence", *Southern Economic Journal*, s.64, c.3, ss.765-771.

Cukierman, A. ve A.H. Meltzer (1986), "A theory of ambiguity, credibility, and inflation under discretion and asymmetric information", *Econometrica*, s.54, c.5, ss.1099-1128.

Devereux, M. (1989), "A positive theory of inflation and inflation variance", *Economic Inquiry*, s.27, ss.105-116.

Dotsey, M. ve P.D. Sarte (2000), “Inflation uncertainty and growth in a cash-in-advance economy”, *Journal of Monetary Economics*, s.45, ss.632-655.

Enders, Walter (2004), *Applied Econometric Time Series* (2.Basım), USA:John Wiley & Sons.

Engle, R.F. (1982) “Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation”, *Econometrica*, s.50, c.4, ss.987-1006.

Engle, Robert F. (Derl.), (1995), *ARCH Selected Readings*, New York: Oxford University Pres.

Engle, R.F. (2002), “Dynamic conditional correlation: a simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models”, *Journal of Business and Economic Statistics*, s.3, c.20, ss.339-350.

Engle, R.F. ve K.F. Kroner (1995), “Multivariate simultaneous generalized ARCH”, *Econometric Theory*, s.11, ss.122-150.

Engle, R.F., D.M. Lilien ve R.P. Robins (1987), “Estimating time-varying risk premia in the term structure: the ARCH-M model”, *Econometrica*, s.55, c.2, ss.391-407.

Engle, R.F. ve K. Sheppard (2001), “Theoretical and empirical properties of dynamic conditional correlation multivariate GARCH”, *University of California, San Diego, Discussion Paper* (Seri No: 2001-15).

Friedman, M. (1977), “Nobel lecture: inflation and unemployment”, *Journal of Political Economy*, s.85, ss.451-472.

Gouriéroux, Christian (1997), *ARCH Models and Financial Applications*, New York: Springer-Verlag New York

Grier,K.B. ve M.J.Perry (2000), “The effects of real and nominal uncertainty on inflation and output growth: some GARCH-M evidence”, *Journal of Applied Econometrics*, s.15, ss.45-58.

Holland, A.S. (1995), “Inflation and uncertainty: tests for temporal ordering”, *Journal of Money, Credit, and Banking*, s.27, c.3, ss.827-837.

International Financial Statistics, (2005).

Logue, D.E. ve T.D. Willett (1976), “ A note on the relation between the rate and variability of inflation”, *Econometrica*, s.43, ss.151-158.

Mirman, L. (1971), “Uncertainty and optimal consumption decisions”, *Econometrica*, s.39, ss.179-185.

McLeod, A.I. ve W.K.Li (1983), “Diagnostic checking ARMA time series models using squared-residual autocorrelations”, *Journal of Time Series Analysis*, s.4, c.4, ss.269-273.

Nas,T.F. ve M.J. Perry (2000), “Inflation, inflation uncertainty, and monetary policy in Turkey: 1960-1998”, *Contemporary Economic Policy*, c.18, s.2, ss.170-180.

Nelson, D. (1990), “Stationarity and persistence in the GARCH(1,1) model”, *Econometric Theory*, s.6, c.3, ss. 318-334.

Nelson, D. (1991), “Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach”, *Econometrica*, c.59, s.2, ss.347-370.

Pindyc, R. (1991), “Irreversibility, uncertainty, and investment”, *Journal of Economic Literature*, s.29, ss.1110-1148.

“Time-series econometrics: cointegration and autoregressive conditional heterosscedastiscity ” (2003), Kungl. Vetenskapsakademien, Information

Department, Advenced information on the Bank of Sweden Prize in Economoc Sciences in Memory of Alfred Nobel, http://nobelprize.org/economics/laureates/2003/ecoadv.pdf (24.02.2004)

Tsay, Ruey S. (2002), *Analysis of Financial Time Series*, New York: John Wiley & Sons.

Tse,Y.K. (2000), " A test for constant correlations in a multivariate GARCH model", *Journal of Econometrics*, s.98, ss.107-127.

Tse,Y.K. ve A.K.C. Tsui (2000), "A multivariate GARCH model with time-varying correlations", *World Congress of the Econometric Society*, Seattle

EKLER

Ek 1: TÜFE (CP) ve Endüstriyel Üretim(IP) verileri. Kaynak IFS, Mayıs 2005

GÖZLEM	CP	IP	GÖZLEM	CP	IP
1985:01	0.0353208	52.7005	1995:02	5.14539	79.1634
1985:02	0.0364864	46.6716	1995:03	5.37634	77.1577
1985:03	0.0382313	50.2049	1995:04	5.68942	86.6555
1985:04	0.0385492	51.8061	1995:05	5.87795	75.9124
1985:05	0.0394746	56.8931	1995:06	6.02944	87.8292
1985:06	0.0391743	44.0268	1995:07	6.2146	83.95
1985:07	0.0397324	51.3724	1995:08	6.48392	85.9245
1985:08	0.0407602	51.2446	1995:09	6.98217	81.457
1985:09	0.0426958	49.5697	1995:10	7.42318	77.3677
1985:10	0.0453696	52.7215	1995:11	7.7733	85.8919
1985:11	0.0474747	56.7918	1995:12	8.06619	88.5058
1985:12	0.0482412	55.2176	1996:01	8.73612	89.523
1986:01	0.0497847	51.9574	1996:02	9.13001	81.7936
1986:02	0.0506501	48.5494	1996:03	9.64172	87.1793
1986:03	0.0513106	53.1826	1996:04	10.2881	85.7044
1986:04	0.0515048	52.0632	1996:05	10.7527	86.8406
1986:05	0.0524832	54.6901	1996:06	11.0254	87.8755
1986:06	0.0537371	52.9663	1996:07	11.261	87.6556
1986:07	0.0547438	56.5532	1996:08	11.7963	86.0379
1986:08	0.0552206	54.7953	1996:09	12.5201	83.1474
1986:09	0.0565381	55.917	1996:10	13.3314	89.7855
1986:10	0.0606388	56.3022	1996:11	14.0216	91.0743
1986:11	0.0620198	55.9304	1996:12	14.4996	88.6743
1986:12	0.0630371	55.2635	1997:01	15.3513	91.9663
1987:01	0.0648914	56.7657	1997:02	16.2199	86.4604
1987:02	0.0666433	56.5748	1997:03	17.0952	96.3351
1987:03	0.0691335	56.638	1997:04	18.2263	92.8579
1987:04	0.0705816	59.1118	1997:05	19.0814	96.7126
1987:05	0.0740642	58.5352	1997:06	19.6302	96.1695
1987:06	0.0739865	63.7221	1997:07	20.859	97.7115
1987:07	0.0754029	59.0725	1997:08	22.1517	98.2666
1987:08	0.0766957	58.457	1997:09	23.771	100.886
1987:09	0.0789385	61.2737	1997:10	25.7505	100.024
1987:10	0.0827284	61.9149	1997:11	27.4574	97.4054
1987:11	0.0878959	63.7512	1997:12	28.8679	102.345
1987:12	0.0977398	63.5403	1998:01	30.9518	96.6347
1988:01	0.106569	64.5306	1998:02	32.3186	100.621
1988:02	0.11055	65.4242	1998:03	33.709	102.756
1988:03	0.116675	63.5132	1998:04	35.2811	94.2442
1988:04	0.123948	65.2103	1998:05	36.5167	100.119
1988:05	0.128235	61.7312	1998:06	37.4054	97.2926
1988:06	0.129384	62.0656	1998:07	38.6611	98.4582
1988:07	0.131451	60.5736	1998:08	40.1895	98.2462
1988:08	0.13459	63.2644	1998:09	42.8895	100.552
1988:09	0.142552	60.1011	1998:10	45.4851	97.6447
1988:10	0.150514	60.5886	1998:11	47.4377	94.6524
1988:11	0.158553	59.5841	1998:12	48.9964	93.1365
1988:12	0.162457	62.2915	1999:01	51.3496	89.8206
1989:01	0.173175	60.6242	1999:02	52.979	94.6884
1989:02	0.181444	62.41	1999:03	55.1268	91.2441

1989:03	0.186956	63.5819	1999:04	57.8099	98.3963
1989:04	0.198593	62.5284	1999:05	59.51	96.2274
1989:05	0.204641	62.3896	1999:06	61.4458	98.1322
1989:06	0.208928	66.9554	1999:07	63.7922	96.5565
1989:07	0.215282	62.9537	1999:08	66.4753	87.5604
1989:08	0.222862	66.6396	1999:09	70.4546	92.9179
1989:09	0.235417	66.3528	1999:10	74.9118	91.1278
1989:10	0.249963	63.4196	1999:11	78.0595	94.8326
1989:11	0.260835	65.3798	1999:12	82.702	99.8661
1989:12	0.266883	65.151	2000:01	86.7182	92.8103
1990:01	0.277142	67.2988	2000:02	89.9299	101.207
1990:02	0.289391	68.075	2000:03	92.5558	91.1484
1990:03	0.304397	72.1125	2000:04	94.707	101.546
1990:04	0.324608	68.4366	2000:05	96.8077	100.607
1990:05	0.33479	71.1467	2000:06	97.4642	102.113
1990:06	0.339613	72.3301	2000:07	99.6524	100.426
1990:07	0.336475	63.3082	2000:08	101.817	103.627
1990:08	0.345049	69.5092	2000:09	104.948	100.086
1990:09	0.37506	72.5599	2000:10	108.2	103.518
1990:10	0.400707	74.1013	2000:11	112.216	105.574
1990:11	0.420765	74.7965	2000:12	114.984	96.2449
1990:12	0.428115	70.338	2001:01	117.865	100.064
1991:01	0.448939	62.3213	2001:02	119.986	98.3152
1991:02	0.473285	71.0818	2001:03	127.271	84.6396
1991:03	0.493955	74.7672	2001:04	140.424	89.2282
1991:04	0.52634	70.2007	2001:05	147.521	89.9875
1991:05	0.543872	79.7926	2001:06	152.143	90.3822
1991:06	0.559949	66.4188	2001:07	155.786	89.4905
1991:07	0.567298	74.478	2001:08	160.364	92.9196
1991:08	0.589883	74.5356	2001:09	169.807	91.4095
1991:09	0.625789	73.3389	2001:10	180.119	90.0508
1991:10	0.667054	74.9465	2001:11	187.731	91.4672
1991:11	0.702041	75.5334	2001:12	193.784	89.3706
1991:12	0.732665	73.1585	2002:01	204.092	96.1991
1992:01	0.801338	75.0018	2002:02	207.671	93.9899
1992:02	0.841684	76.1922	2002:03	210.142	99.6215
1992:03	0.882643	76.3085	2002:04	214.461	102.631
1992:04	0.915793	75.2056	2002:05	215.703	101.043
1992:05	0.923831	78.4572	2002:06	216.962	97.6935
1992:06	0.928348	73.9691	2002:07	220.09	99.6686
1992:07	0.940598	78.1719	2002:08	224.897	99.1493
1992:08	0.976274	76.3493	2002:09	232.718	100.877
1992:09	1.04923	77.3935	2002:10	240.366	102.585
1992:10	1.12855	76.8447	2002:11	247.365	101.579
1992:11	1.18359	75.8016	2002:12	251.432	102.812
1992:12	1.21598	77.0871	2003:01	265.775	111.529
1993:01	1.28029	77.1602	2003:02	269.869	98.9729
1993:02	1.3312	80.7389	2003:03	275.17	105.751
1993:03	1.39467	75.4397	2003:04	277.89	104.188
1993:04	1.45584	85.6863	2003:05	280.554	104.022
1993:05	1.52459	80.4831	2003:06	280.779	106.472
1993:06	1.55253	79.6402	2003:07	280.246	109.279
1993:07	1.62832	84.5012	2003:08	280.694	108.923
1993:08	1.67181	77.8654	2003:09	284.48	111.843
1993:09	1.76529	82.3384	2003:10	287.117	113.714
1993:10	1.88694	80.2485	2003:11	290.762	104.716
1993:11	2.00759	79.5203	2003:12	291.996	122.867
1993:12	2.08025	87.1377	2004:01	293.931	117.069

1994:01	2.17196	83.951	2004:02	295.446	114.191
1994:02	2.3025	79.2332	2004:03	298.278	118.416
1994:03	2.42177	78.2095	2004:04	299.765	120.263
1994:04	3.02008	76.1979	2004:05	301.055	121.635
1994:05	3.32064	67.0306	2004:06	300.662	123.445
1994:06	3.35096	71.9413	2004:07	302.092	122.217
1994:07	3.40884	70.321	2004:08	304.392	118.076
1994:08	3.47811	76.6925	2004:09	307.28	117.571
1994:09	3.7271	76.8696	2004:10	314.179	114.805
1994:10	4.08087	75.5946	2004:11	318.302	114.599
1994:11	4.41122	77.4585	2004:12	319.311	127.322
1994:12	4.58184	76.4009	2005:01	321.078	122.897
1995:01	4.90502	77.9466	2005:02	321.134	131.713

Ek 2:127 nolu modelin vec parametrizasyonu ile tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 7 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1417.89294595

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.015982171	0.000568709	28.10252	0.00000000
B12	0.567381678	0.016858032	33.65646	0.00000000
B21	-0.613365680	0.014376766	-42.66368	0.00000000
VCV(1)	0.000196260	0.000023249	8.44149	0.00000000
VCV(2)	0.000024216	0.000041059	0.58979	0.55533329
VCV(3)	0.001646892	0.000115156	14.30144	0.00000000
VAR(1,1)	0.073513809	0.000363717	202.11823	0.00000000
VAR(2,1)	-0.003543956	0.001731053	-2.04728	0.04063024
VAR(3,1)	-0.023239273	0.017086748	-1.36008	0.17380592
VAR(1,2)	-0.005848023	0.016388543	-0.35684	0.72121452
VAR(2,2)	0.098321127	0.016450466	5.9768	0.00000000
VAR(3,2)	0.349386439	0.016758638	20.84814	0.00000000
VAR(1,3)	0.024290032	0.008224286	2.95345	0.00314242
VAR(2,3)	-0.021659270	0.013069629	-1.65722	0.09747470
VAR(3,3)	0.085931242	0.014773399	5.81662	0.00000001
VBR(1,1)	-0.005899851	0.013826013	-0.42672	0.66958249
VBR(2,1)	0.060008177	0.008968809	6.69076	0.00000000
VBR(3,1)	0.155632056	0.016687589	9.32622	0.00000000
VBR(1,2)	-0.006647078	0.016174941	-0.41095	0.68110982
VBR(2,2)	0.034968355	0.016357011	2.13782	0.03253131
VBR(3,2)	-0.041480221	0.016284175	-2.54727	0.01085688
VBR(1,3)	0.098393062	0.006908383	14.24256	0.00000000
VBR(2,3)	0.008149843	0.012813262	0.63605	0.52474546
VBR(3,3)	0.124818328	0.013350529	9.34932	0.00000000
A11	-0.385236720	0.015545355	-24.78147	0.00000000
A12	-0.040275921	0.016662017	-2.41723	0.01563915
A21	1.762630851	0.031332688	56.25533	0.00000000
A22	4.437504893	0.078127205	56.79846	0.00000000

Ek 3: 127 nolu modelin diagonal vec parametrizasyonu ile tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 9 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1405.90248344

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.015475425	0.001303623	11.87109	0.00000000
B12	0.592364115	0.028675033	20.65784	0.00000000
B21	-0.518725495	0.046794809	-11.08511	0.00000000
VC(1,1)	0.000401585	0.000010988	36.54911	0.00000000
VC(2,1)	-0.000015791	0.000060144	-0.26256	0.79289004
VC(2,2)	0.001973526	0.000150488	13.11419	0.00000000
VA(1,1)	0.071419128	0.021509938	3.32029	0.00089926
VA(2,1)	-0.672070521	0.055005882	-12.21816	0.00000000
VA(2,2)	0.039094559	0.062540721	0.62511	0.53190170
VB(1,1)	0.027186476	0.039148816	0.69444	0.48740675
VB(2,1)	-0.047162411	0.000194901	-241.98139	0.00000000
VB(2,2)	0.076439310	0.029378105	2.60191	0.00927050
A11	-0.727306616	0.911412135	-0.79800	0.42487066
A12	-0.067088430	0.558827844	-0.12005	0.90444191
A21	3.795858518	5.013938812	0.75706	0.44901320
A22	1.886346659	1.136426406	1.65989	0.09693590

Ek 4: 127 nolu modelin BEKK parametrizasyonu ile tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 5 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1408.52030879

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.018915450	0.001196413	15.81013	0.00000000
B12	0.520383582	0.023371785	22.26546	0.00000000
B21	-0.585658964	0.037650383	-15.55519	0.00000000
VAR(1,1)	0.072890801	0.193331989	0.37702	0.70615577
VAR(2,1)	-0.020082490	0.205646815	-0.09766	0.92220605
VAR(1,2)	-0.139376738	1.662821870	-0.08382	0.93320002
VAR(2,2)	-0.094737802	0.002259590	-41.92699	0.00000000
VBR(1,1)	0.093158302	0.000848515	109.78978	0.00000000
VBR(2,1)	0.207690386	0.012217679	16.99917	0.00000000
VBR(1,2)	0.280746846	0.110271767	2.54595	0.01089796
VBR(2,2)	0.082269122	0.068098887	1.20808	0.22701526
VCR(1,1)	0.018725411	0.000366185	51.13648	0.00000000
VCR(2,1)	-0.000232539	0.001155455	-0.20125	0.84050036
VCR(1,2)	0.000000000	5.772777059	0.00000	1.00000000
VCR(2,2)	0.049005651	0.001777384	27.57178	0.00000000
A11	-0.497872400	0.010148126	-49.06052	0.00000000
A12	0.014170444	0.366143534	0.03870	0.96912807
A21	1.533814344	3.910597486	0.39222	0.69489571
A22	2.398432884	0.927219981	2.58669	0.00969021

Ek 5: 127 nolu modelin CCC parametrizasyonu ile tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
Convergence in 4 Iterations. Final criterion was 0.0000000 < 0.0000100
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1406.76859400

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.016033502	0.001737290	9.22903	0.00000000
B12	0.582329922	0.030280353	19.23128	0.00000000
B21	-0.506710703	0.049297461	-10.27864	0.00000000
VC(1,1)	0.000413155	0.000011956	34.55695	0.00000000
VC(2,1)	0.006529268	0.001895101	3.44534	0.00057034
VC(2,2)	0.001850300	0.000183790	10.06749	0.00000000
VBV(1)	0.046183273	0.001095808	42.14540	0.00000000
VBV(2)	0.170601610	0.020176571	8.45543	0.00000000
VAV(1)	0.065227615	0.022910768	2.84703	0.00441294
VAV(2)	0.044805497	0.055879019	0.80183	0.42265106
A11	-0.499354685	0.129033931	-3.86995	0.00010886
A12	-0.040690400	0.140167808	-0.29030	0.77158846
A21	0.947681684	0.140546196	6.74285	0.00000000
A22	2.612880109	0.336077670	7.77463	0.00000000

Ek 6: 127 nolu modelin Engle'ın DCC parametrizasyonu ile tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
Convergence in 3 Iterations. Final criterion was 0.0000000 < 0.0000100
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1407.77919811

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.015522218	0.001395725	11.12126	0.00000000
B12	0.596271542	0.030912741	19.28886	0.00000000
B21	-0.470749517	0.061799462	-7.61737	0.00000000
VCV(1)	0.000423190	0.000012467	33.94575	0.00000000
VCV(2)	0.001504113	0.000118311	12.71326	0.00000000
VBV(1)	0.040102429	0.002392844	16.75932	0.00000000
VBV(2)	0.381871382	0.097558514	3.91428	0.00009067
VAV(1)	0.047011478	0.028249295	1.66416	0.09607953
VAV(2)	0.063108606	0.070535106	0.89471	0.37094107
A	0.019185974	0.111581898	0.17195	0.86348060
B	0.246616948	1.033676234	0.23858	0.81142942
A11	-0.717865611	0.914216572	-0.78522	0.43232172
A12	-0.028068835	0.456452434	-0.06149	0.95096623
A21	0.760377913	0.919986853	0.82651	0.40851511
A22	2.048431052	1.125618186	1.81983	0.06878526

Ek 7: 128 nolu modelin vec parametrizasyonu ile tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 11 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1416.12451087

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.014468991	0.000370889	39.01164	0.00000000
B12	0.627230373	0.003394653	184.77009	0.00000000
B21	-0.625941932	0.021283481	-29.40975	0.00000000
VCV(1)	0.000312606	0.000003589	87.09668	0.00000000
VCV(2)	0.000006871	0.000000213	32.25514	0.00000000
VCV(3)	0.002052437	0.000020239	101.41213	0.00000000
VBR(1,1)	0.021153151	0.000159950	132.24887	0.00000000
VBR(2,1)	0.048572213	0.000120521	403.01788	0.00000000
VBR(3,1)	0.046795043	0.000637080	73.45242	0.00000000
VBR(1,2)	0.085369999	0.000419660	203.42670	0.00000000
VBR(2,2)	0.031935382	0.000559233	57.10570	0.00000000
VBR(3,2)	0.026410671	0.002357981	11.20055	0.00000000
VBR(1,3)	0.071524928	0.001843821	38.79168	0.00000000
VBR(2,3)	0.011523156	0.001568945	7.34453	0.00000000
VBR(3,3)	0.048685770	0.004518212	10.77545	0.00000000
A11	0.444025108	0.011153246	39.81129	0.00000000
A12	-0.007558660	0.004298735	-1.75835	0.07868879
A21	-5.541015102	0.224767243	-24.65224	0.00000000
A22	3.062000164	0.166307690	18.41166	0.00000000

Ek 8: 128 nolu modelin diagonal vec parametrizasyonu ile yapılan tahmini

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 5 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1405.169614444

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.01630971	0.00128087	12.73334	0.00000000
B12	0.57959939	0.02736844	21.17766	0.00000000
B21	-0.47059860	0.05678542	-8.28731	0.00000000
VC(1,1)	0.00045251	0.00001301	34.78050	0.00000000
VC(2,1)	-0.00000585	0.00005778	-0.10118	0.91940957
VC(2,2)	0.00192214	0.00015468	12.42630	0.00000000
VB(1,1)	0.02109879	0.03526746	0.59825	0.54967247
VB(2,1)	-0.05171443	0.03784538	-1.36647	0.17179269
VB(2,2)	0.18424920	0.04272817	4.31212	0.00001617
A11	0.88212833	3.07848799	0.28655	0.77445999
A12	0.09450840	0.49776232	0.18987	0.84941372
A21	11.35262655	4.90951965	2.31237	0.02075730
A22	2.23680477	1.01041224	2.21375	0.02684566

Ek 9: 128 nolu modelin BEKK parametrizasyonu ile yapılan tahmini

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 5 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1405.94275008

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.017069401	0.001404961	12.14938	0.00000000
B12	0.542154122	0.026674175	20.32506	0.00000000
B21	-0.568190190	0.046826778	-12.13387	0.00000000
VBR(1,1)	0.140332128	0.119250557	1.17678	0.23928180
VBR(2,1)	0.128343519	0.019867991	6.45981	0.00000000
VBR(1,2)	0.133448628	0.168609945	0.79146	0.42867353
VBR(2,2)	0.065385621	0.001227463	53.26890	0.00000000
VCR(1,1)	0.020709568	0.000361122	57.34786	0.00000000
VCR(2,1)	-0.000122273	0.001505682	-0.08121	0.93527659
VCR(1,2)	0.000000000	1.291587077	0.00000	1.00000000
VCR(2,2)	0.047253918	0.001541017	30.66410	0.00000000
A11	0.534686798	0.009572212	55.85823	0.00000000
A12	-0.438823590	1.020410364	-0.43005	0.66716204
A21	-2.890978375	5.191203949	-0.55690	0.57759616
A22	3.744893408	1.195447479	3.13263	0.00173248

Ek 10: 128 nolu modelin CCC parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
Convergence in 3 Iterations. Final criterion was 0.0000000 < 0.0000100
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1406.27485416

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.013516963	0.001267014	10.66836	0.00000000
B12	0.614706853	0.024036142	25.57427	0.00000000
B21	-0.493914704	0.041221245	-11.98204	0.00000000
VC(1,1)	0.000423487	0.000011515	36.77584	0.00000000
VC(2,1)	0.004130307	0.000397942	10.37918	0.00000000
VC(2,2)	0.001880068	0.000160571	11.70861	0.00000000
VBV(1)	0.064029302	0.000985016	65.00334	0.00000000
VBV(2)	0.207239490	0.010534630	19.67221	0.00000000
A11	0.664008979	0.071869084	9.23915	0.00000000
A12	-0.000843024	0.074913312	-0.01125	0.99102133
A21	-7.534253342	0.531614860	-14.17239	0.00000000
A22	2.630764981	0.225656220	11.65829	0.00000000

Ek 11: 128 nolu modelin Engle'ın DCC parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 12 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1407.88632402

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.016870429	0.000061971	272.23195	0.00000000
B12	0.586654029	0.011505689	50.98817	0.00000000
B21	-0.445285695	0.038224516	-11.64922	0.00000000
VCV(1)	0.000426890	0.000011297	37.78945	0.00000000
VCV(2)	0.001723283	0.000056754	30.36429	0.00000000
VBV(1)	0.034952227	0.000782169	44.68628	0.00000000
VBV(2)	0.273059315	0.002046593	133.42140	0.00000000
A	-0.014336059	0.000067245	-213.19240	0.00000000
B	0.063731943	0.008339752	7.64195	0.00000000
A11	0.443389545	0.680769558	0.65131	0.51484874
A12	-0.359815141	0.307670665	-1.16948	0.24220970
A21	-3.391455090	1.177050471	-2.88132	0.00396018
A22	3.240523431	0.012281126	263.86209	0.00000000

Ek 12: 129 nolu modelin vec parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 9 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value NA

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.032600000	0.000252420	129.31831	0.00000000
B12	-0.265800000	0.001724400	-154.13000	0.00000000
B13	0.464800000	0.009294400	50.00847	0.00000000
B14	0.871100000	0.001819700	478.71957	0.00000000
B21	0.005667700	0.000222270	25.49927	0.00000000
B22	-0.566000000	0.008383700	-67.51005	0.00000000
VCV(1)	0.000350750	0.000005029	69.74093	0.00000000
VCV(2)	0.000002066	0.000005027	0.41102	0.68105456
VCV(3)	0.001862900	0.000014903	125.00054	0.00000000
VAR(1,1)	0.035800000	0.000223640	160.11193	0.00000000
VAR(2,1)	0.016400000	0.003177400	5.15696	0.00000025
VAR(3,1)	0.108300000	0.016700000	6.49535	0.00000000
VAR(1,2)	0.010000000	0.019500000	0.51352	0.60758905
VAR(2,2)	0.052900000	0.001310200	40.40712	0.00000000
VAR(3,2)	-0.017500000	0.189600000	-0.09228	0.92647840
VAR(1,3)	0.007828300	0.000767520	10.19947	0.00000000
VAR(2,3)	-0.033100000	0.000887180	-37.26339	0.00000000
VAR(3,3)	0.049700000	0.003581000	13.86526	0.00000000
VBR(1,1)	0.002319800	0.000074513	31.13331	0.00000000
VBR(2,1)	0.050400000	0.000069352	726.94181	0.00000000
VBR(3,1)	0.015700000	0.000360040	43.47411	0.00000000
VBR(1,2)	0.010300000	0.000279400	37.04229	0.00000000
VBR(2,2)	0.042400000	0.000345540	122.67375	0.00000000
VBR(3,2)	-0.112400000	0.001557200	-72.16521	0.00000000
VBR(1,3)	0.022300000	0.001127900	19.76451	0.00000000
VBR(2,3)	0.011300000	0.001104900	10.18787	0.00000000
VBR(3,3)	0.058600000	0.004471800	13.10535	0.00000000
A11	-0.009548100	0.012000000	-0.79736	0.42523956
A12	-0.012000000	0.005008800	-2.38981	0.01685721
A21	-0.230000000	0.010100000	-22.67848	0.00000000
A22	0.096600000	0.004700600	20.55360	0.00000000

Ek 13: 129 nolu modelin diogonal vec parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 5 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1407.71669865

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.032476693	0.002326384	13.96016	0.00000000
B12	-0.281574776	0.029855162	-9.43136	0.00000000
B13	0.446477005	0.032503423	13.73631	0.00000000
B14	0.883916098	0.025310104	34.92345	0.00000000
B21	0.004710087	0.002760204	1.70643	0.08792863
B22	-0.504399964	0.049562008	-10.17715	0.00000000
VC(1,1)	0.000416873	0.000012034	34.64173	0.00000000
VC(2,1)	-0.000000234	0.000054823	-0.00426	0.99659959
VC(2,2)	0.001968140	0.000142594	13.80242	0.00000000
VA(1,1)	0.055403296	0.002834231	19.54791	0.00000000
VA(2,1)	0.181480301	0.339488451	0.53457	0.59294732
VA(2,2)	0.051242604	0.063354391	0.80882	0.41861592
VB(1,1)	0.017274934	0.031423958	0.54974	0.58249931
VB(2,1)	-0.039046040	0.000519297	-75.19016	0.00000000
VB(2,2)	0.077186238	0.027567748	2.79987	0.00511225
A11	-0.013698340	0.051285237	-0.26710	0.78939137
A12	-0.011021700	0.048564323	-0.22695	0.82046219
A21	-0.150930887	0.130745639	-1.15439	0.24834210
A22	0.104967851	0.058433637	1.79636	0.07243727

Ek 14: 129 nolu modelin CCC parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
Convergence in 4 Iterations. Final criterion was 0.0000000 < 0.0000100
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1411.20326387

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.031700000	0.002459200	12.89693	0.00000000
B12	-0.265200000	0.029500000	-8.99840	0.00000000
B13	0.456800000	0.039300000	11.60803	0.00000000
B14	0.877900000	0.023500000	37.34154	0.00000000
B21	0.005546400	0.002604000	2.12997	0.03317392
B22	-0.461000000	0.040200000	-11.47792	0.00000000
VC(1,1)	0.000387200	0.000008272	46.81172	0.00000000
VC(2,1)	0.004525900	0.000549380	8.23818	0.00000000
VC(2,2)	0.001504700	0.000119540	12.58663	0.00000000
VBV(1)	0.028600000	0.001971600	14.51487	0.00000000
VBV(2)	0.364600000	0.024500000	14.85609	0.00000000
VAV(1)	0.062000000	0.023100000	2.68010	0.00735998
VAV(2)	0.056700000	0.050800000	1.11599	0.26442621
A11	-0.009849300	0.105600000	-0.09329	0.92567138
A12	-0.011200000	0.045600000	-0.24512	0.80636360
A21	-0.183400000	0.099400000	-1.84618	0.06486645
A22	0.108900000	0.052200000	2.08532	0.03704047

Ek 15: 130 nolu modelin vec parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 13 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1416.20792767

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.036192761	0.000024745	1462.61302	0.00000000
B12	-0.454191611	0.000151445	-2999.06052	0.00000000
B13	0.479137217	0.000099074	4836.16880	0.00000000
B14	1.027473149	0.000210514	4880.77920	0.00000000
B21	0.007155626	0.000734189	9.74629	0.00000000
B22	-0.563131491	0.009860157	-57.11182	0.00000000
VCV(1)	0.000396710	0.000011569	34.29186	0.00000000
VCV(2)	-0.000024538	0.000053860	-0.45558	0.64869238
VCV(3)	0.002122623	0.000117020	18.13901	0.00000000
VBR(1,1)	0.049599724	0.000433347	114.45720	0.00000000
VBR(2,1)	0.017718284	0.012283813	1.44241	0.14918698
VBR(3,1)	0.025138631	0.016152822	1.55630	0.11963686
VBR(1,2)	-0.003405279	0.029124346	-0.11692	0.90692179
VBR(2,2)	0.026127931	0.010515757	2.48465	0.01296804
VBR(3,2)	-0.097687055	0.090458775	-1.07991	0.28018364
VBR(1,3)	0.019347878	0.000025551	757.21399	0.00000000
VBR(2,3)	0.001539094	0.000122420	12.57222	0.00000000
VBR(3,3)	0.064662199	0.022263468	2.90441	0.00367948
A11	0.001431082	0.000010386	137.78877	0.00000000
A12	-0.005807536	0.000214030	-27.13421	0.00000000
A21	-0.254859162	0.069067896	-3.68998	0.00022427
A22	0.104653526	0.057336279	1.82526	0.06796204

Ek 16: 130 nolu modelin diagonal vec parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 12 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1409.58764458

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.038022356	0.000231803	164.02884	0.00000000
B12	-0.456228943	0.000913536	-499.40989	0.00000000
B13	0.481566739	0.000666312	722.73415	0.00000000
B14	1.016080181	0.000587328	1730.00465	0.00000000
B21	0.006926397	0.002252800	3.07457	0.00210804
B22	-0.447228407	0.023267487	-19.22117	0.00000000
VC(1,1)	0.000418890	0.000011148	37.57480	0.00000000
VC(2,1)	-0.000096924	0.000038114	-2.54298	0.01099117
VC(2,2)	0.001879347	0.000139396	13.48206	0.00000000
VB(1,1)	0.014190957	0.022852664	0.62098	0.53461537
VB(2,1)	-0.025152502	0.054501667	-0.46150	0.64444015
VB(2,2)	0.137313005	0.008199972	16.74555	0.00000000
A11	0.001316338	0.003903364	0.33723	0.73594227
A12	-0.005955228	0.002767647	-2.15173	0.03141870
A21	-0.138091595	0.082254497	-1.67883	0.09318452
A22	0.065323504	0.009708222	6.72868	0.00000000

Ek 17: 130 nolu modelin BEKK parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 5 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1409.42461394

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.036133189	0.000032975	1095.77686	0.00000000
B12	-0.454396820	0.000193576	-2347.38711	0.00000000
B13	0.480300454	0.000127596	3764.22401	0.00000000
B14	1.025199665	0.000221340	4631.77700	0.00000000
B21	0.006405713	0.003176788	2.01641	0.04375690
B22	-0.546272818	0.045654746	-11.96530	0.00000000
VBR(1,1)	0.174786565	0.117212125	1.49120	0.13590934
VBR(2,1)	-0.018601100	0.123272308	-0.15089	0.88005902
VBR(1,2)	0.125041832	0.109761953	1.13921	0.25461589
VBR(2,2)	0.126759351	0.085036196	1.49065	0.13605296
VCR(1,1)	0.020800765	0.000288423	72.11895	0.00000000
VCR(2,1)	0.000226671	0.001181661	0.19182	0.84788030
VCR(1,2)	0.000000000	0.380877034	0.00000	1.00000000
VCR(2,2)	0.047673181	0.001474073	32.34113	0.00000000
A11	0.001686368	0.001899583	0.88776	0.37467164
A12	-0.005831981	0.000619638	-9.41191	0.00000000
A21	-0.306802060	0.163629000	-1.87499	0.06079467
A22	0.093319187	0.066422286	1.40494	0.16003975

Ek 18: 130 nolu modelin CCC parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
Convergence in 7 Iterations. Final criterion was 0.0000000 < 0.0000100
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1410.45329779

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.036432817	0.000043014	847.00329	0.00000000
B12	-0.456299023	0.000242549	-1881.26748	0.00000000
B13	0.479112952	0.000162294	2952.13622	0.00000000
B14	1.023852988	0.000250373	4089.31880	0.00000000
B21	0.005950993	0.000671717	8.85937	0.00000000
B22	-0.456607633	0.013706960	-33.31210	0.00000000
VC(1,1)	0.000415550	0.000011047	37.61568	0.00000000
VC(2,1)	0.008021892	0.000863234	9.29284	0.00000000
VC(2,2)	0.002178333	0.000146855	14.83322	0.00000000
VBV(1)	0.050245106	0.000870884	57.69439	0.00000000
VBV(2)	0.057998570	0.008336311	6.95734	0.00000000
A11	0.001374026	0.001098691	1.25060	0.21107948
A12	-0.006051457	0.000539211	-11.22281	0.00000000
A21	-0.209003695	0.058214369	-3.59024	0.00033037
A22	0.060158583	0.057734239	1.04199	0.29741564

Ek 19: 130 nolu modelin DCC parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 5 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1412.54784919

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.035769482	0.000010591	3377.25905	0.00000000
B12	-0.453876215	0.000068087	-6666.10010	0.00000000
B13	0.479797670	0.000043819	10949.51714	0.00000000
B14	1.030187836	0.000122796	8389.43761	0.00000000
B21	0.006627922	0.000003979	1665.81427	0.00000000
B22	-0.521591871	0.001513053	-344.72807	0.00000000
VCV(1)	0.000402245	0.000010607	37.92313	0.00000000
VCV(2)	0.002130326	0.000112902	18.86878	0.00000000
VBV(1)	0.048374844	0.000479140	100.96183	0.00000000
VBV(2)	0.049011304	0.006071536	8.07231	0.00000000
A	0.048424055	0.005677823	8.52863	0.00000000
B	0.286820259	0.375649606	0.76353	0.44514656
A11	0.001868969	0.000327504	5.70671	0.00000001
A12	-0.004784249	0.000152727	-31.32544	0.00000000
A21	-0.321877704	0.025445148	-12.64987	0.00000000
A22	0.103213287	0.056149818	1.83818	0.06603637

Ek 20: 131 nolu modelin vec parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 7 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1428.27384509

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.037206671	0.000015454	2407.60598	0.00000000
B12	-0.448400009	0.000097824	-4583.75246	0.00000000
B13	0.477292694	0.000063112	7562.60253	0.00000000
B14	1.028037078	0.000110552	9299.08534	0.00000000
B21	0.004077910	0.000603668	6.75522	0.00000000
B22	-0.677683202	0.037910125	-17.87605	0.00000000
VCV(1)	0.000309300	0.000011358	27.23129	0.00000000
VCV(2)	-0.000025874	0.000044473	-0.58178	0.56071252
VCV(3)	0.001970118	0.000145784	13.51398	0.00000000
VAR(1,1)	0.046021395	0.002872640	16.02059	0.00000000
VAR(2,1)	-0.007304840	0.101162925	-0.07221	0.94243585
VAR(3,1)	-0.039419747	0.350751249	-0.11239	0.91051686
VAR(1,2)	-0.064706524	0.360582591	-0.17945	0.85758442
VAR(2,2)	0.440584271	1.053249452	0.41831	0.67572083
VAR(3,2)	-1.476716068	4.754284926	-0.31061	0.75609910
VAR(1,3)	-0.001473213	0.000098055	-15.02441	0.00000000
VAR(2,3)	0.002675709	0.019976002	0.13395	0.89344516
VAR(3,3)	0.045726903	0.061925817	0.73841	0.46026278
VBR(1,1)	0.020099042	0.085742510	0.23441	0.81466542
VBR(2,1)	0.023453455	0.019208427	1.22100	0.22208671
VBR(3,1)	0.010041912	0.018116257	0.55430	0.57937086
VBR(1,2)	-0.007248175	0.035473532	-0.20433	0.83809853
VBR(2,2)	0.047331051	0.042791127	1.10609	0.26868540
VBR(3,2)	-0.027323088	0.037450654	-0.72958	0.46564957
VBR(1,3)	0.032704985	0.003393357	9.63794	0.00000000
VBR(2,3)	0.005797892	0.013983986	0.41461	0.67842785
VBR(3,3)	0.057107283	0.031360767	1.82098	0.06861013
A11	0.000168938	0.000392928	0.42995	0.66723342
A12	-0.000162435	0.000256264	-0.63386	0.52617382
A21	-0.021734156	0.034729901	-0.62581	0.53144265
A22	0.017532427	0.015453194	1.13455	0.25656374

Ek 21: 131 nolu modelin diagonal vec parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 13 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1422.17062010

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.037815238	0.000050033	755.79911	0.00000000
B12	-0.449135625	0.000275849	-1628.19338	0.00000000
B13	0.478245105	0.000185639	2576.21259	0.00000000
B14	1.022872029	0.000212498	4813.56628	0.00000000
B21	0.003933487	0.000903324	4.35446	0.00001334
B22	-0.642868438	0.034974010	-18.38132	0.00000000
VC(1,1)	0.000404427	0.000011593	34.88614	0.00000000
VC(2,1)	-0.000101302	0.000060190	-1.68303	0.09236943
VC(2,2)	0.001754751	0.000144381	12.15360	0.00000000
VA(1,1)	0.057215462	0.005302645	10.78998	0.00000000
VA(2,1)	-0.774892960	0.050167849	-15.44601	0.00000000
VA(2,2)	-0.117951517	0.064516384	-1.82824	0.06751335
VB(1,1)	0.019323908	0.014091750	1.37129	0.17028384
VB(2,1)	-0.042882726	0.017388301	-2.46618	0.01365617
VB(2,2)	0.210755311	0.029039364	7.25757	0.00000000
A11	0.000012791	0.001542720	0.00829	0.99338478
A12	-0.000407632	0.000789620	-0.51624	0.60568808
A21	-0.012514435	0.050350889	-0.24854	0.80371317
A22	0.005514706	0.023143854	0.23828	0.81166431

Ek 22: 131 nolu modelin BEKK parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 5 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1417.26619564

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.037177775	0.000015334	2424.55329	0.00000000
B12	-0.448044341	0.000097608	-4590.23497	0.00000000
B13	0.477291200	0.000062608	7623.54668	0.00000000
B14	1.028592813	0.000114356	8994.62432	0.00000000
B21	0.003418181	0.000011967	285.62395	0.00000000
B22	-0.642059343	0.040339258	-15.91649	0.00000000
VAR(1,1)	0.044698437	0.273903152	0.16319	0.87036832
VAR(2,1)	0.093035914	0.391367982	0.23772	0.81209843
VAR(1,2)	0.565405426	1.449274185	0.39013	0.69644038
VAR(2,2)	0.113909669	0.563773505	0.20205	0.83987870
VBR(1,1)	0.171351952	0.111525342	1.53644	0.12443060
VBR(2,1)	-0.034172173	0.084180628	-0.40594	0.68478765
VBR(1,2)	0.106026386	0.125269487	0.84639	0.39733724
VBR(2,2)	0.119770696	0.153693039	0.77929	0.43581179
VCR(1,1)	0.020582733	0.000290622	70.82301	0.00000000
VCR(2,1)	-0.000587936	0.000981006	-0.59932	0.54895994
VCR(1,2)	0.000000000	1.134159506	0.00000	1.00000000
VCR(2,2)	0.046255909	0.001381849	33.47394	0.00000000
A11	0.000139448	0.000686856	0.20302	0.83911706
A12	-0.000174225	0.000303706	-0.57366	0.56619613
A21	-0.046409533	0.053460990	-0.86810	0.38533910
A22	0.006482569	0.023643983	0.27417	0.78395079

Ek 23: 131 nolu modelin CCC parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
Convergence in 19 Iterations. Final criterion was 0.0000000 < 0.0000100
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1420.06723584

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.03721210	0.00001636	2274.61756	0.00000000
B12	-0.44839991	0.00010031	-4470.34845	0.00000000
B13	0.47728454	0.00006690	7134.36477	0.00000000
B14	1.02799543	0.00012641	8132.36150	0.00000000
B21	0.00390372	0.00001492	261.56984	0.00000000
B22	-0.64458224	0.02053162	-31.39462	0.00000000
VC(1,1)	0.00039524	0.00001821	21.70768	0.00000000
VC(2,1)	-0.01908215	0.00033732	-56.57068	0.00000000
VC(2,2)	0.00186551	0.00012571	14.83946	0.00000000
VBV(1)	0.05024046	0.00240887	20.85644	0.00000000
VBV(2)	0.09000388	0.00019509	461.33850	0.00000000
VAV(1)	0.04000042	0.01941931	2.05983	0.03941506
VAV(2)	0.02400205	0.03218387	0.74578	0.45580107
A11	0.00013115	0.00026116	0.50220	0.61552956
A12	-0.00019335	0.00004411	-4.38361	0.00001167
A21	-0.02730640	0.02328047	-1.17293	0.24082335
A22	0.01600972	0.00050467	31.72296	0.00000000

Ek 24: 131 nolu modelin DCC parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 16 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1421.81895796

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.037173028	0.000013788	2696.09906	0.00000000
B12	-0.448025192	0.000089455	-5008.40022	0.00000000
B13	0.477278661	0.000057406	8314.12343	0.00000000
B14	1.028617487	0.000105450	9754.58361	0.00000000
B21	0.003673863	0.000188058	19.53583	0.00000000
B22	-0.643596553	0.037374144	-17.22037	0.00000000
VCV(1)	0.000390799	0.000010352	37.75244	0.00000000
VCV(2)	0.001754644	0.000112598	15.58329	0.00000000
VBV(1)	0.056381652	0.004464038	12.63019	0.00000000
VBV(2)	0.114384681	0.006934481	16.49506	0.00000000
VAV(1)	0.044234321	0.018526467	2.38763	0.01695747
VAV(2)	-0.009739929	0.030632808	-0.31796	0.75051724
A	-0.012372086	0.000832922	-14.85383	0.00000000
B	0.979283064	0.021433368	45.68965	0.00000000
A11	0.000317761	0.000399927	0.79455	0.42687651
A12	-0.000053772	0.000025434	-2.11415	0.03450251
A21	-0.042732631	0.030158434	-1.41694	0.15650106
A22	0.034646210	0.016605627	2.08641	0.03694115

Ek 25: 132 nolu modelin vec parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 5 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1423.10049031

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.035840238	0.000031027	1155.11663	0.00000000
B12	-0.454305595	0.000186251	-2439.20728	0.00000000
B13	0.481287742	0.000121653	3956.21859	0.00000000
B14	1.025931209	0.000240287	4269.60161	0.00000000
B21	0.003753039	0.000913062	4.11039	0.00003950
B22	-0.645515826	0.007283149	-88.63142	0.00000000
VCV(1)	0.000380530	0.000014560	26.13566	0.00000000
VCV(2)	-0.000024150	0.000059069	-0.40884	0.68265779
VCV(3)	0.002017027	0.000142806	14.12428	0.00000000
VBR(1,1)	0.048389426	0.000552916	87.51674	0.00000000
VBR(2,1)	0.008384453	0.011837540	0.70829	0.47876303
VBR(3,1)	0.011879168	0.012837912	0.92532	0.35479984
VBR(1,2)	-0.012930426	0.041838234	-0.30906	0.75727768
VBR(2,2)	0.051713151	0.004832733	10.70060	0.00000000
VBR(3,2)	-0.005886111	0.036842370	-0.15976	0.87306642
VBR(1,3)	0.028907766	0.003004771	9.62062	0.00000000
VBR(2,3)	0.004194802	0.016273801	0.25776	0.79658896
VBR(3,3)	0.065467287	0.030723004	2.13089	0.03309835
A11	0.002605523	0.000511786	5.09103	0.00000036
A12	-0.006258914	0.000480618	-13.02265	0.00000000
A21	-0.010390964	0.042049940	-0.24711	0.80482304
A22	0.016179724	0.019753958	0.81906	0.41275080

Ek 26: 132 nolu modelin diagonal vec parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 10 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1418.57229652

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.037692140	0.000245810	153.33823	0.00000000
B12	-0.454050815	0.001003066	-452.66306	0.00000000
B13	0.483781625	0.000736620	656.75875	0.00000000
B14	1.015242354	0.000545393	1861.48862	0.00000000
B21	0.004200916	0.001073338	3.91388	0.00009082
B22	-0.679479676	0.027858714	-24.39020	0.00000000
VC(1,1)	0.000415500	0.000010587	39.24576	0.00000000
VC(2,1)	-0.000101326	0.000050833	-1.99332	0.04622666
VC(2,2)	0.001764378	0.000134843	13.08464	0.00000000
VB(1,1)	0.011401985	0.000094454	120.71439	0.00000000
VB(2,1)	-0.042578668	0.009170411	-4.64305	0.00000343
VB(2,2)	0.195975801	0.004482496	43.72024	0.00000000
A11	0.002059806	0.006678970	0.30840	0.75777662
A12	-0.006284905	0.003665662	-1.71453	0.08643061
A21	-0.003231274	0.052050394	-0.06208	0.95049934
A22	0.017246741	0.018002215	0.95803	0.33804542

Ek 27: 132 nolu modelin BEKK parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 5 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1414.89999666

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.035888959	0.000050797	706.51625	0.00000000
B12	-0.454196662	0.000277683	-1635.66705	0.00000000
B13	0.482804001	0.000187280	2577.97659	0.00000000
B14	1.022599605	0.000272027	3759.18816	0.00000000
B21	0.003271412	0.001024209	3.19409	0.00140274
B22	-0.642004664	0.037850254	-16.96170	0.00000000
VBR(1,1)	0.170226409	0.098652259	1.72552	0.08443387
VBR(2,1)	-0.008879291	0.055017821	-0.16139	0.87178675
VBR(1,2)	0.103009510	0.094022371	1.09559	0.27326038
VBR(2,2)	0.122454210	0.034857005	3.51304	0.00044300
VCR(1,1)	0.020387986	0.000258251	78.94647	0.00000000
VCR(2,1)	-0.000627317	0.000907988	-0.69089	0.48963635
VCR(1,2)	0.000000000	0.561449126	0.00000	1.00000000
VCR(2,2)	0.046363165	0.001387881	33.40571	0.00000000
A11	0.002060372	0.002517961	0.81827	0.41320299
A12	-0.006382571	0.000983324	-6.49081	0.00000000
A21	-0.033860777	0.050157166	-0.67509	0.49961636
A22	0.005396578	0.022139855	0.24375	0.80742484

Ek 28: 132 nolu modelin CCC parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
Convergence in 4 Iterations. Final criterion was 0.0000000 < 0.0000100
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1419.54965276

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.035935778	0.000014223	2526.60155	0.00000000
B12	-0.451436533	0.000090347	-4996.70722	0.00000000
B13	0.481422717	0.000057822	8325.93632	0.00000000
B14	1.028899401	0.000140589	7318.48479	0.00000000
B21	0.003906546	0.000503084	7.76520	0.00000000
B22	-0.650821386	0.001834325	-354.80151	0.00000000
VC(1,1)	0.000415613	0.000011315	36.73000	0.00000000
VC(2,1)	-0.016817752	0.000364204	-46.17675	0.00000000
VC(2,2)	0.002007694	0.000140986	14.24036	0.00000000
VBV(1)	0.043701813	0.000245766	177.81914	0.00000000
VBV(2)	0.069372948	0.018230637	3.80529	0.00014164
A11	0.002380262	0.000331918	7.17123	0.00000000
A12	-0.006340142	0.000220943	-28.69589	0.00000000
A21	-0.019637678	0.045544051	-0.43118	0.66633758
A22	0.012011989	0.021021317	0.57142	0.56771535

Ek 29: 132 nolu modelin DCC parametrizasyonu ile yapılan tahmini.

MAXIMIZE - Estimation by BFGS
NO CONVERGENCE IN 5 ITERATIONS
LAST CRITERION WAS 0.0000000
SUBITERATIONS LIMIT EXCEEDED. ESTIMATION POSSIBLY HAS STALLED OR MACHINE ROUNDOFF IS MAKING FURTHER PROGRESS DIFFICULT.
TRY HIGHER SUBITERATIONS LIMIT, TIGHTER CVCRIT, DIFFERENT SETTING FOR EXACTLINE OR ALPHA ON NLPAR.
RESTARTING ESTIMATION FROM LAST ESTIMATES OR DIFFERENT INITIAL GUESSES MIGHT ALSO WORK
Monthly Data From 1985:05 To 2005:02
Usable Observations 238
Function Value 1411.36793552

Variable	Coeff	Std Error	T-Stat	Signif
B11	0.035097932	0.000013059	2687.60955	0.00000000
B12	-0.454531954	0.000084571	-5374.56645	0.00000000
B13	0.482397319	0.000053778	8970.22924	0.00000000
B14	1.029758607	0.000163838	6285.23433	0.00000000
B21	0.003969348	0.001115644	3.55790	0.00037383
B22	-0.617140231	0.002298184	-268.53390	0.00000000
VCV(1)	0.000410692	0.000011141	36.86305	0.00000000
VCV(2)	0.002087698	0.000147976	14.10835	0.00000000
VBV(1)	0.050357188	0.000263533	191.08502	0.00000000
VBV(2)	0.064525586	0.026785772	2.40895	0.01599849
A	0.051312426	0.008976438	5.71635	0.00000001
B	0.605582866	0.871619743	0.69478	0.48719397
A11	0.002069657	0.000096240	21.50515	0.00000000
A12	-0.005943547	0.000219113	-27.12548	0.00000000
A21	-0.030514803	0.027973803	-1.09083	0.27534549
A22	0.017163289	0.024919518	0.68875	0.49098135

ÖZGEÇMİŞ

AD SOYAD	Fela ÖZBEY
DOĞUM YERİ - YILI	Rusçuk/BULG.-1978
ADRES	Çukurova Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü, 01330 Yüreğir/ADANA
EĞİTİM DURUMU	2005 Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalı, Yüksek Lisans 2002 Çukurova Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü, Lisans
STAJ VE İŞ DENEYİMİ	2002 - ... Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalı, Araştırma Görevlisi 2001 İ.M.K.B. – Mali İşler Müdürlüğü (staj)
YABANCI DİL VE DERECESİ	İngilizce – çok iyi Rusça – çok iyi Bulgarca –çok iyi İtalyanca – orta