ADIYAMAN UNIVERSITY Journal of Educational Sciences

dergipark.org.tr/tr/pub/adyuebd Volume 16, Issue 1, June 2026, Page 322-354 ISSN: 2149-2727

An Examination of the Types of Mathematical Reasoning Among Fifth-Grade Students

Hilal Özcan[1] Perihan Dinç Artut[2]

Article Info

Keywords
The new education model,
Fifth-grade students,
Mathematical reasoning.

Received: 05.11.2025

Accepted: 07.04.2026

Published: 30.06.2026

Research Article

DOI: 10.17984/adyuebd.1818315

Abstract

Here is the shortened English version of the text, keeping the core meaning intact and well under the word limit: In line with the "Century of Türkiye Education Model," which emphasizes mathematical reasoning, this qualitative study examines the reasoning levels of fifth-grade students. Data were collected from 185 fifth-grade students at a public middle school using convenience sampling. Students solved three open-ended questions, followed by semi-structured interviews with selected participants. The data were analyzed using descriptive analysis. The findings revealed significant challenges: 107 students failed to answer any question correctly, while only one student answered all of them correctly. Those who succeeded utilized creative, algorithmic, and memorization-based reasoning.

The results showed that most students encountered such questions for the first time, struggled with comprehension, and experienced anxiety about failure. Despite these difficulties, students expressed positive views, noting that regularly solving reasoning-based questions would enhance their cognitive capacity, thinking skills, and mathematics achievement.

Consequently, to foster mathematical reasoning, it is recommended that instructional practices and teaching materials place a greater emphasis on questions that require reasoning.

Introduction

Within the scope of the Century of Türkiye Education Model, the renewed mathematics curriculum highlights reasoning skills, addressed under domain-specific competencies, as a crucial skill. In the updated curriculum, mathematical problem solving, mathematical reasoning, working with data and data-driven decision-making, mathematical representation, and the use of mathematical tools and technology are included among mathematical domain competencies, and students are expected to use these skills effectively (Ministry of National Education [MEB], 2024).

As Umay (2003) points out, the foundation of mathematics is mathematical reasoning. The Australian Mathematics Curriculum (ACARA, 2025) identifies one of the primary goals of the mathematics discipline as enabling individuals to internalize the aesthetic elegance and analytical power inherent in mathematical reasoning. In line with this perspective, the curriculum emphasizes the necessity of simultaneously developing procedural fluency, reasoning proficiency, and problem-solving skills, alongside fostering a more complex and refined mathematical understanding from a developmental standpoint. It further underlines that mathematics education is not merely a domain of rule application; rather, it requires a higher-order cognitive aesthetic and a practice of deep, reflective thinking (ACARA, 2025). However, the internalization of this elegance and analytical power by students is only possible through a thorough identification of their existing reasoning levels and the obstacles encountered in this process. In this context, examining the reasoning processes of students at the initial stage of lower secondary education is of critical importance in achieving these global objectives.

Corresponding author[1] : Hilal Özcan, PhD Student, Cukurova University, Turkiye, hilal-usta@hotmail.com
Author[2] : Perihan Dinç Artut, Prof., Cukurova University, Turkiye, partut@cu.edu.tr

Mathematical reasoning, recognized as a universal standard in mathematics education, is reported to be rarely implemented in classrooms (Smit et al., 2023). This situation may be attributed to the tendency of mathematics teachers to adhere to routine instructional practices and their difficulty in evaluating students' mathematical reasoning processes, which in turn prevents them from designing learning environments that foster the development of such skills (Özaydın et al., 2024).

In fact, reasoning is a fundamental element in learning the operations and rules inherent in mathematics and is a necessity for every individual (Erdem, 2015). Mathematical reasoning, defined as the process of deriving logical conclusions from given information and assumptions, encompasses sub-skills such as inference, analysis, interpretation, mathematical verification, and proof (MEB, 2024).

Students' mathematical reasoning abilities can be identified by observing their behaviors while engaging in tasks that require reasoning processes, as well as by examining how they articulate their responses verbally (Rohati et al., 2023).

Theoretical Framework

The theoretical framework of the study is presented under subheadings.

Mathematical Reasoning

Mathematics plays a fundamental role in developing human thought and in fostering the ability to draw logical conclusions from events and to restructure these conclusions through self-regulatory processes (Umay, 2003). Among higher-order thinking skills, reasoning stands out as one of the most critical competencies. Mathematics is the domain in which reasoning is most frequently utilized, particularly in establishing relationships between numbers, discovering patterns, making predictions, analyzing, interpreting, and drawing conclusions through inference. Mathematical reasoning can be defined as a chain of thought processes carried out to propose a claim and reach a conclusion in order to accomplish mathematical tasks (Lithner, 2008).

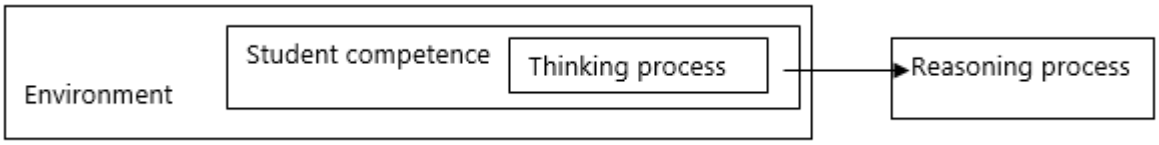


Figure 1. *Factors Affecting the Reasoning Process (Lithner, 2008)*

As illustrated in Figure 1, the reasoning process is influenced by factors such as the learning environment, student competence, and the student's thinking process. The literature presents various approaches to reasoning along with diverse classifications. The principles and standards of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) indicate that reasoning encompasses different types, including algebraic, geometric, probabilistic, and statistical reasoning (NCTM, 2000; Lithner, 2005). Akkuş and Duatepe (2002) offer a comprehensive perspective by classifying reasoning types into three main dimensions: subject matter, perspective, and mode of thinking. According to this classification, reasoning is categorized as proportional, geometric, statistical, and algebraic based on subject matter; holistic and analytical based on perspective; and abstract and practical based on mode of thinking.

Providing another perspective on mathematical reasoning, Lithner (2006, 2008) focuses on two fundamental types of reasoning: creative reasoning and imitative reasoning. He further categorizes imitative reasoning into memorized reasoning and algorithmic reasoning.

Memorized Mathematical Reasoning: Defined by Lithner (2006), memorized mathematical reasoning is characterized by two main criteria based on the recall of stored information rather than genuine cognitive processing. In this process, strategy selection is entirely recall-oriented, while the implementation phase involves merely reproducing remembered steps on paper without engaging in mental operations; consequently, the student fails to grasp the logical foundations of the solution. This tendency of students to solve problems through prior experiences or templates from instructional materials, without adding original interpretation, is directly influenced by factors such as academic beliefs, concept images, concerns about realism, and experiences derived from the learning environment (Lithner, 2006).

Algorithmic Mathematical Reasoning: Algorithmic mathematical reasoning is defined as the application of structured, well-defined sequential procedures and sets of rules to solve a specific type of problem. Lithner (2006) characterizes this type of reasoning as relying on the selection of a strategy based on a memorized solution template; however, unlike memorized reasoning, it is based on recalling a set of rules rather than the full details of a solution. In this process, once the rule is identified or recalled, the individual follows the steps mechanically without requiring further cognitive interpretation. Consequently, no original solution path is generated in algorithmic reasoning, and there is no room for new decisions, interpretations, or constructive cognitive interventions during the process. The determining factor of success is the accurate and error-free execution of the recalled procedure (Lithner, 2006).

Creative Mathematical Reasoning: Creative mathematical reasoning is defined as the ability to develop an original solution strategy for a problem situation and involves an innovative cognitive approach. Lithner (2006) characterizes this type of reasoning based on the construction of a new strategy rather than the recall of existing solution patterns, and the justification of both the selection and implementation of this strategy through logical arguments. In this process, the student does not rely on prior learning experiences or superficial similarities in the problem but instead reaches a solution using conceptual understanding and cognitive effort. In creative reasoning, the correctness of the final answer is less critical than the mathematical validity and explainability of the method used. Therefore, the student must be able to articulate the deep properties of the concepts used and provide theoretical justifications for the steps applied (Lithner, 2006).

In conclusion, although various classifications of mathematical reasoning exist in the literature, they all fundamentally involve higher-order thinking processes that seek to make sense of the questions “Why?” and “How?”. Despite differences in approaches, it is also possible for an individual to employ more than one type of reasoning.

Related Research

The focus and findings of studies examining students’ reasoning approaches in the literature point to a fundamental issue. While some studies analyze students’ reasoning processes through specific learning domains (Akdemir, 2022; Gürbüz, 2022; Kurudirek Turan, 2023), others investigate overall achievement levels and process-related behaviors associated with this skill (Özaydın et al., 2024; Rohati et al., 2023). A common finding across these studies is that the reasoning performance of middle school students is generally below the expected level, and that students experience significant difficulties particularly in non-routine problem solving and generalization processes (Ersoy et al., 2017; Özaydın et al., 2024). For instance, although studies on geometric and quantitative reasoning emphasize the potential of appropriate learning trajectories and interdisciplinary approaches such as STEM to enhance these skills (Gürbüz, 2022; Kurudirek Turan, 2023), it is observed that students currently face conceptual misconceptions and difficulties in developing reasoning in visual-geometric tasks (Akdemir, 2022).

In contrast, Rohati et al. (2023) argue that most studies in the literature fall short in systematically tracking reasoning behaviors and contend that teaching processes should focus on the highest level of creative reasoning. The examined studies generally present a perspective confined to specific content areas such as geometry or numbers. The main element that distinguishes and renders the present study original within the literature is that it treats mathematical reasoning not as a subject-specific construct, but as a general domain competency. In particular, within the framework of the Century of Türkiye Education Model, the positioning of reasoning skills as a central component under “domain competencies,” and the fact that this model was implemented for the first time at the fifth-grade level in the 2024–2025 academic year, has made it an academic necessity to examine the reasoning capacities of students at this level from a holistic perspective.

Purpose of the Study

This study seeks to answer the following research questions:

1. What are the achievement levels of fifth-grade students in tasks requiring mathematical reasoning?
2. Which types of reasoning (creative, algorithmic, memorized) do students use when solving problems requiring mathematical reasoning?

3. What are students' views on mathematical reasoning tasks?

Method

The research design, participants, data collection process, and data analysis are presented under subheadings in this section.

Research Design

A qualitative research design was employed in this study to examine how students use their mathematical reasoning skills. Qualitative research is considered highly appropriate for addressing unknown and exploratory research problems (Creswell, 2020); thus, students' reasoning skills were explored within this framework. Since the participants' reasoning performances were analyzed through a specific theoretical framework, a descriptive case study approach was adopted. As also emphasized by Yıldırım and Şimşek (2021), this approach enables an in-depth description of the phenomenon under investigation and facilitates understanding of how processes are structured. Considering the limitations of the data collection process, priority was given to the extent to which the obtained data reflect the participants' current status and their coherence with the theoretical framework.

Participants

This study was conducted with a total of 185 fifth-grade students enrolled in a public middle school where the researcher was employed, using a convenience sampling method. By including all eight classes within the school, the study aimed to collect data efficiently through direct and timely access. Convenience sampling can be defined as the selection of participants from those who are easily accessible to the researcher, taking into account their suitability for and willingness to participate in the study (Büyüköztürk et al., 2020; Creswell, 2020).

Application Process

Within the scope of the study, the "Reasoning Test" developed by the researcher was administered simultaneously to eight different fifth-grade classes under the supervision of their respective mathematics teachers, within a single class period (40 minutes). By conducting the administration simultaneously, the study aimed to prevent information exchange between classes and to ensure a standardized testing environment. The test results were evaluated by the researcher, and students were categorized as high, medium, and low achievers in terms of mathematical performance. Subsequently, one-on-one interviews were conducted with the selected students. During the data collection process, semi-structured interviews of approximately 10 minutes each were conducted with a total of 30 students selected from eight different fifth-grade classes. The selection of these students was based on their performance in the reasoning tasks: those who answered two or three of the questions correctly were classified as "high," those who answered one question correctly as "medium," and those who were unable to answer any of the questions correctly as "low". With the consent of the participants, all interviews were audio-recorded using a voice recorder in order to prevent data loss.

Data Collection Tools

In this study, "Reasoning Test" and "Semi-Structured Interview Questions" were used as data collection instruments. The reasoning test consists of three mathematical reasoning problems identified through a review of the relevant literature. The test items were developed by drawing on Peter Liljedahl's book Building Thinking Classrooms in Mathematics: 14 Teaching Practices for Enhancing Learning (Liljedahl, 2020/2022) and the resource nrich.maths.org. The problems included in these sources were selected because they are designed to promote students' thinking processes and engage their reasoning skills, and thus were deemed appropriate for the scope of this study. The developed reasoning test was reviewed by a mathematics content expert and subsequently subjected to a pilot study. The pilot study was conducted with the participation of 20 fifth-grade students, and the results indicated that the questions were clear, explicit, and understandable for students. It was determined that students completed the test in an average of 27 minutes; therefore, in the actual implementation, allocating one class period (40 minutes) was considered appropriate. The interview questions administered after the implementation consisted of seven open-ended questions developed in collaboration with a mathematics content expert. These questions were as follows: "Have you encountered questions similar

to the ones you solved before?", "Are there such questions in your mathematics textbook?", "Do you solve such questions in your mathematics lessons?", "Is sufficient time allocated for solving these questions?", "How do you feel while solving such questions?", "What do you think you gain from solving such questions?", and "Do you experience any difficulties while solving these questions?".

Data Analysis

During the data analysis process, all students' responses to the reasoning test were first examined in detail. The correctness of the solutions obtained by the students was rigorously evaluated based on a standardized answer key developed in line with expert opinions. At this evaluation stage, each response was checked for its compliance with scientific criteria, and the data were systematically categorized. In determining the types of reasoning demonstrated by students, the studies of Lithner (2006) and the Turkish adaptation of Lithner's framework by Çiftçi and Akgün (2021) were taken into consideration. Based on Lithner's classification of mathematical reasoning, three categories were identified: Creative Reasoning (CR), Algorithmic Reasoning (AR), and Memorized Reasoning (MR). The three questions used in the study were classified according to these reasoning types in line with this theoretical framework. Drawing on the reasoning codes proposed by Lithner (2006), coding schemes were developed to more clearly identify students' mathematical reasoning processes. These codes consist of mathematical reasoning type and three distinct components. These components are explained below.

- *Correctness:* This category is defined as indicating whether the reasoning performed by students while solving the problems is correct. If the reasoning and the obtained solution are correct, it is coded as 'c'; if incorrect, as 'i'; if it is neither clearly correct nor incorrect, as 'n'; and if the student does not provide any solution, as 'x (undefined)' (Çiftçi & Akgün, 2021).
- *Range:* This category is used to describe cases where different types of reasoning appear within student solutions. For instance, part of a solution may reflect characteristics of MR, while another part may reflect AR. In such cases, the reasoning type is coded as AR. If a single type of reasoning predominates in the student's solution, it is coded as g (global); if multiple reasoning types are present, it is coded as l (local); and if neither condition is applicable, it is coded as x (undefined) (Çiftçi & Akgün, 2021).
- *Mathematical foundation:* This category refers to whether student solutions are superficial or deep in terms of mathematical justification. It indicates whether the reasoning is based on surface-level (surface) or intrinsic mathematical properties. If the solution is surface-level, it is coded as s; if it is intrinsic, as i; and if neither applies, as x (undefined) (Çiftçi & Akgün, 2021; Lithner, 2006).

For example, the applied coding may be expressed in the form "AR***". Here, AR represents the type of mathematical reasoning identified for the given situation; the first "*" *indicates whether the reasoning leads to a correct outcome; the second* "*" represents the diversity of the reasoning type; and the third "*" represents the mathematical foundations of the reasoning (Çiftçi & Akgün, 2021). In order to concretize the data analysis process used in the study, the coding system proposed by Lithner (2006) can be illustrated through an example. For instance, the code "CRdgx" assigned to a student's response represents a multidimensional analysis of the corresponding data. When the components of this code are examined, the first part indicates that the cognitive process demonstrated by the student falls under the category of creative mathematical reasoning (CR). The "d" in the second position indicates that a valid solution was reached in terms of correctness, while the "g" indicates in the diversity category that the student's solution reflects only the characteristics of creative reasoning. The "x" code representing the mathematical foundations category indicates the presence of an indeterminate condition in the analysis; this suggests that a definitive distinction cannot be made regarding whether the student's cognitive performance is superficial or intrinsic in nature (Lithner, 2006). The audio recordings of the interviews conducted with the students were transcribed into text using Canva artificial intelligence tools, and the interviews were analyzed under four separate categories. For each of these four categories, statements in the interview transcripts were coded and analyzed using different colors.

Validity and Reliability

In order to ensure validity and reliability, the study was conducted by paying attention to the criteria of credibility, transferability, dependability, and confirmability (Guba & Lincoln, 1982). In this context, while determining students' types of reasoning, a data analysis process consistent with the existing literature was followed; after the students' responses to the reasoning test were analyzed by the researcher, they were also evaluated by a subject-matter expert. All student responses were independently analyzed by the mathematics expert at a different time, and consensus was reached between the two coders. Inter-coder agreement was calculated using Miles and Huberman's (1994) formula [Agreement / (Agreement + Disagreement) × 100], and the level of agreement between the researchers was found to be 97%. A reliability coefficient above 70% is considered acceptable (Miles & Huberman, 1994).

In addition, in order to enhance data diversity and depth, all of the approximately 300 minutes of interviews were audio-recorded, and the obtained raw data were presented verbatim, without altering participants' expressions. These procedures reflect the methodological rigor adopted to strengthen the scientific quality of the study and to ensure transparency of the findings. At the same time, in order to ensure data triangulation (Yıldırım & Şimşek, 2021), students from each class representing high, medium, and low achievement levels were included in the interviews, and detailed descriptive methods were employed. The preparation and implementation of a semi-structured interview form consisting of open-ended questions—designed to elicit students' experiences such as encountering similar reasoning problems, emotions during test completion, perceived benefits of reasoning tasks, and difficulties encountered—further supports dependability and confirmability. The development of these interview questions and the reasoning test, the pilot study conducted beforehand, and the consultation with field experts throughout these processes all contribute to ensuring the reliability of the study.

Ethical Disclosure

Ethics Committee Approval: This study was conducted with the approval granted by the Scientific Research and Publication Ethics Committee for Social and Humanities Sciences, under decision number E-75137396-604.01-1313331 dated 21/05/2025.

Results

In this study, the achievement levels of fifth-grade students in the mathematical reasoning test were examined, the types of reasoning employed by successful students were classified for each item, and the relevant findings are presented below.

Results of the Reasoning Test

The success rates regarding the number of students who answered the three-item reasoning test correctly and incorrectly are presented in Table 1.

Tablo 1. *Achievement Rates of the Reasoning Test*

Reasoning Questions	Number of Students Answering Correctly	Number of Students Answering Incorrectly	Success Rate
Question1(Different diagonals)	24	161	% 13
Question 2 (Video game)	63	122	% 34
Question 3 (Colored cube)	2	183	% 1
Question 1–2–3 (All correct)	1	107	% 0,5

Among the 185 students, only one student correctly answered all three reasoning questions, corresponding to a success rate of 0.5%. In addition, 107 students failed to answer all three questions correctly, indicating a considerably high proportion of complete failure. A detailed examination of Table 1 shows that the success rate was 13% for the first question, 34% for the second question, and 1% for the third question. While the highest level of success was observed in the second question related to a video game context, the lowest performance was observed in the third question, which required three-dimensional thinking.

The mathematical reasoning types of students who answered each question correctly are presented in the following section.

Types of Reasoning Among Students

The types of reasoning demonstrated by students during the problem-solving process are presented in Table 2.

Table 2. *Students' types of reasoning*

Types of Reasoning	Question 1		Question 2		Question 3		Types of Reasoning Total
	Correct reasoning, correct result	Correct reasoning, incorrect result	Correct reasoning, correct result	Correct reasoning, incorrect result	Correct reasoning, correct result	Correct reasoning, incorrect result	
CR (Creative)	24	23	-	-	2	7	56
MR (Memorized)	-	-	45	-	-	-	45
AR (Algorithmic)	-	-	18	14	-	8	40

When students' responses to the three different reasoning tasks were analyzed, it was found that the highest frequency of use was concentrated in the creative reasoning (CR) category (Table 2). A more detailed examination of the data indicates that a total of 45 instances of memorized reasoning and 40 instances of algorithmic reasoning were observed. An item-based analysis reveals that students predominantly employed creative reasoning in solving the first problem, while memorized and algorithmic reasoning were preferred in the second problem, and creative and algorithmic reasoning were utilized in the third problem. These findings suggest that the types of reasoning employed in solving a given problem may vary depending on individuals' different cognitive backgrounds. Moreover, another notable finding in Table 2 is that although 52 students' reasoning processes were theoretically well-structured, these students ultimately failed to reach the correct solution. This situation may be interpreted as indicating that students experience certain deficiencies not in constructing reasoning itself, but in the application of cognitive strategies and the completion of procedural steps.

In the reasoning test, the solution processes of the 24 students who correctly answered the first question related to different diagonals were examined, and the student solutions that reached the answer "10 diagonals" are presented in Figure 2.

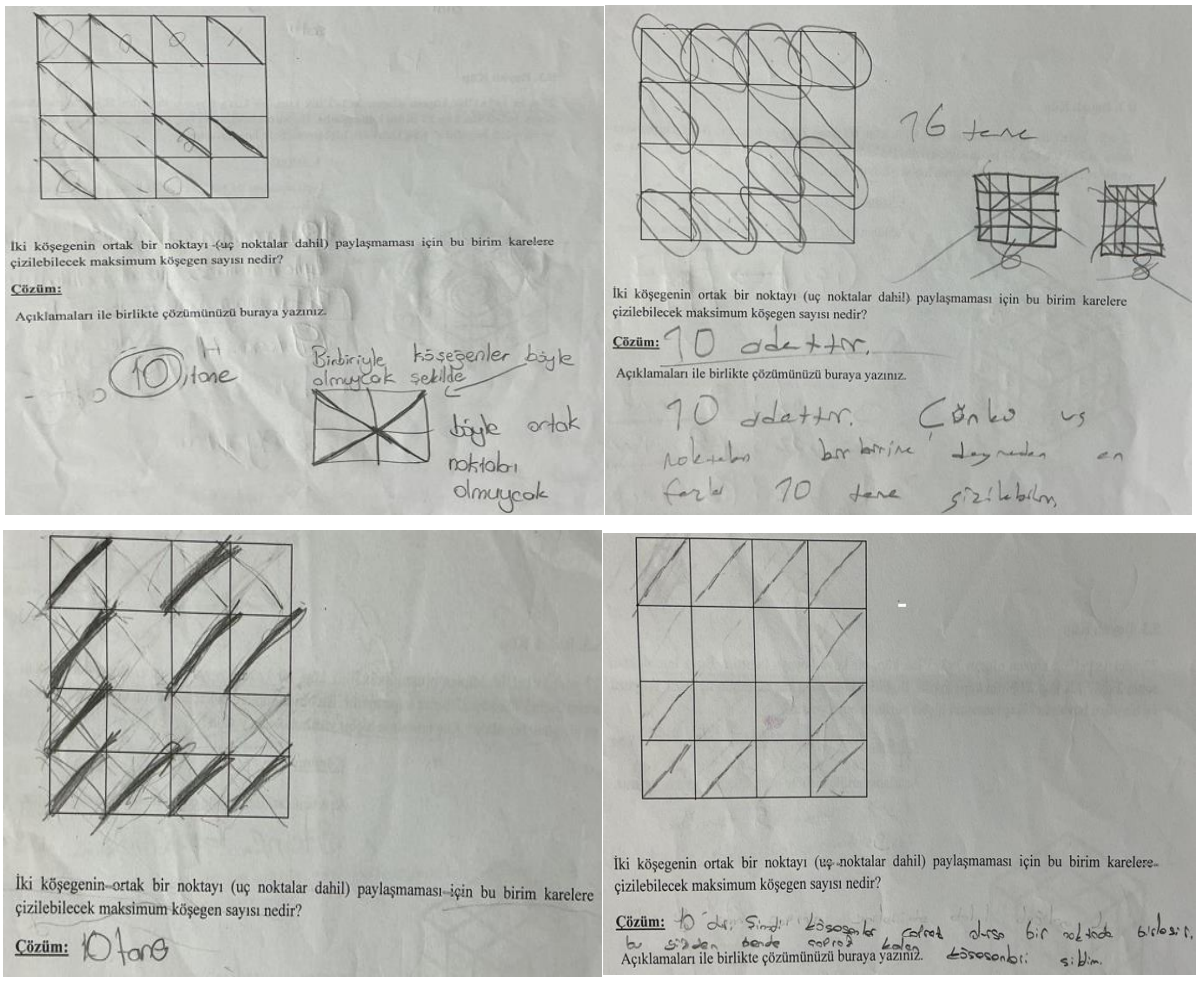
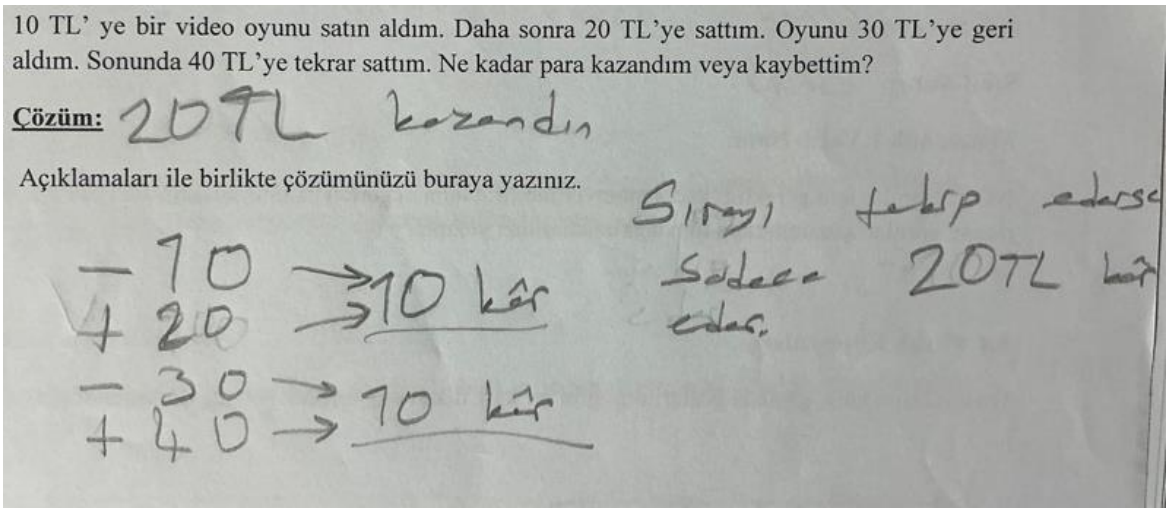


Figure 2. *Types of Reasoning Related to the "Different Diagonals" Problem (S2, S24, S48, S55)*

As shown in Figure 2, students were asked to determine the maximum number of diagonals that can be drawn in a 4×4 grid consisting of sixteen-unit squares, such that two diagonals do not share a common point (including endpoints), and to demonstrate their solutions through drawings. An examination of the students' solutions indicated that the type of reasoning employed was creative reasoning. Students who correctly interpreted the condition that diagonals should not share a common point were found to have solved the problem accurately. During the drawing process, they demonstrated a deep level of reasoning through trial-and-error strategies and inferred that starting from the edges provided an advantage. This was expressed by students as follows: "I tried step by step, erased the ones that touched each other, and tried again (S2), starting from the edge makes it easier (S24)." Based on the reasoning type and classification codes, the problem-solving process was coded as CR_{dgd}. In this coding scheme, CR represents creative reasoning; the "d" in the correctness category indicates a correct solution; the "g" in the diversity category indicates a single dominant reasoning type (global); and the "d" in the mathematical foundation category indicates a deep level of mathematical reasoning.

In the reasoning test, the solution processes of the 63 students who correctly answered the second question related to the video game problem were examined, and the student solutions that reached the answer "earning 20 TL (profit)" are presented in Figure 3.



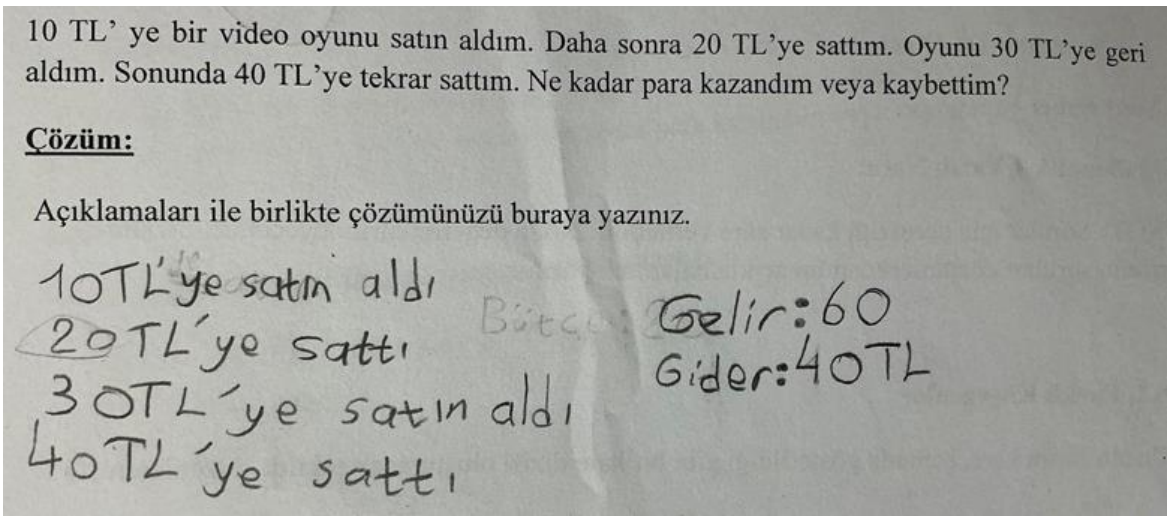
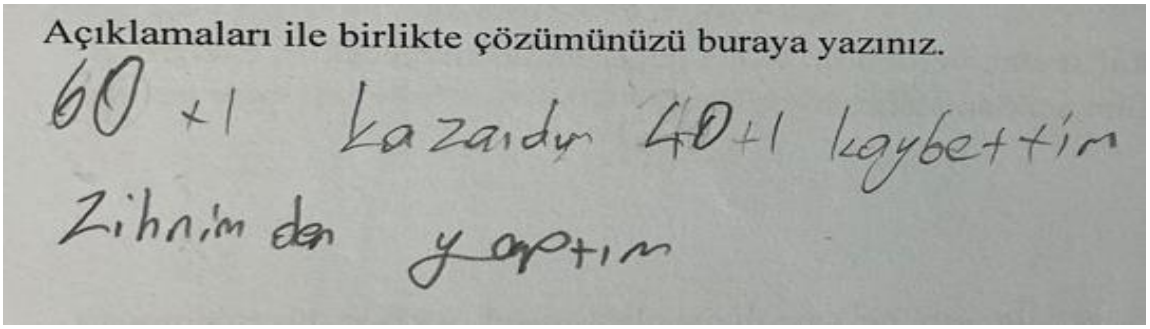


Figure 3. *Types of Reasoning Related to the Video Game Problem (S24, S152)*

As shown in Figure 3, students were asked to determine the amount of profit or loss resulting from purchasing and reselling a video game twice, and were required to explain their solutions. An examination of the students' solutions revealed that some of the students who answered correctly employed algorithmic reasoning processes, while others utilized memorized reasoning processes. The student solution presented in Figure 3 was coded as AR_{dgd} based on the reasoning type and classification scheme. In this coding, AR represents algorithmic reasoning; the "d" in the correctness category indicates that the student's solution is correct; the "g" in the diversity category indicates a single dominant reasoning type (global); and the "d" in the mathematical foundation category indicates a deep level of mathematical reasoning.



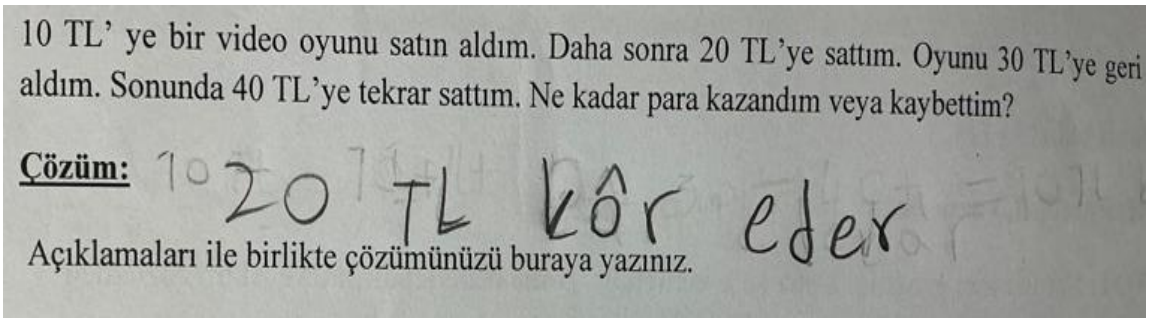


Figure 4. *Types of Reasoning Related to the Video Game Problem (S34, S58)*

For the same video game problem, the solution processes of students who obtained correct answers were coded as MRdgx based on the reasoning type and classification system, as shown in Figure 4. In this coding, MR represents memorized reasoning; the "d" in the correctness category indicates that the student's solution is correct; the "g" in the diversity category indicates a single dominant reasoning type (global); and the "x" in the mathematical foundation category indicates an undefined level of reasoning. This classification is attributed to the fact that the student did not present the solution steps, resulting in the interpretation of the process as mathematically indeterminate.

In the reasoning test, the solution processes of the two students who correctly answered the third question related to the colored cube problem were examined, and the student solutions that reached the answer "8 cubes with three painted faces, 12 cubes with two painted faces, 6 cubes with one painted face, and 1 cube with no painted face" are presented in Figure 5.

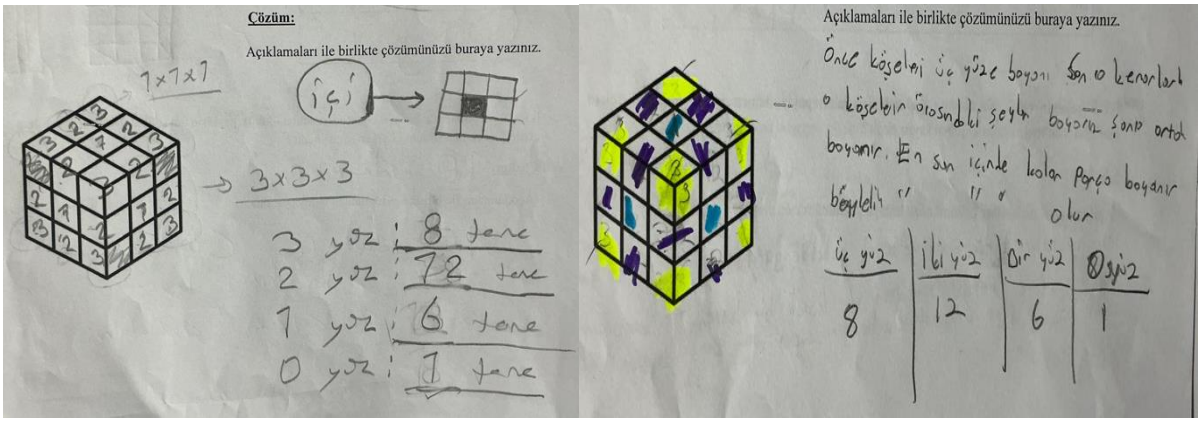


Figure 5. *Types of Reasoning Related to the Colored Cube Problem (S2, S24)*

As shown in Figure 5, a 3×3×3 cube consisting of 27 unit cubes (1×1×1) is immersed in a container of paint, and after the paint dries, it is divided into 27 unit cubes. The problem asked students to determine how many cubes have three painted faces, how many have two painted faces, how many have one painted face, and how many have no painted faces. An examination of the solutions of the two students who answered the question correctly revealed that they mentally visualized the faces of the cube that were not visible in the figure. While constructing this mental representation, they identified a pattern for one face of the 3×3×3 cube and extended this pattern to the remaining faces. Accordingly, it was observed that these students employed creative reasoning and also demonstrated algorithmic reasoning by applying the pattern identified for one face to other faces of the cube. Furthermore, students used colored pens to mark the cube, determined how many faces of each unit cube were painted, and represented the unseen parts of the cube mentally by writing the number of painted faces on each cube and organizing their findings in a table format. Based on the reasoning type and classification codes, the problem-solving process was coded as CR_{dld}. In this coding, CR represents creative reasoning; the "d" in the correctness category indicates a correct solution; the "l" in the diversity category indicates the presence of multiple reasoning types (local); and the "d" in the mathematical foundation category indicates a deep level of mathematical reasoning.

As indicated in Table 2, some students were able to construct correct reasoning processes but did not reach the correct final answer. As an example of this situation, it was observed that Student coded as S80 made appropriate inferences in the solution to the third question; however, the student was unable to obtain the correct result (Figure 6).

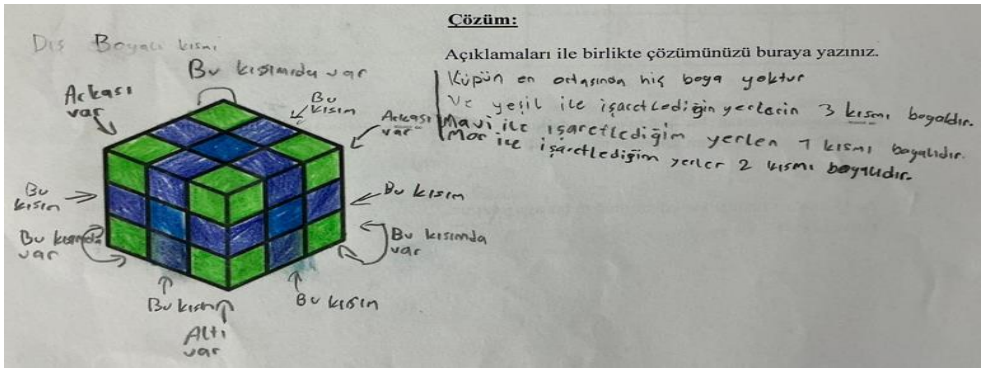


Figure 6. *Insufficient Reasoning in the Colored Cube Problem (S80)*

As shown in Figure 6, the student correctly identified and colored the cubes according to the number of painted faces (three, two, and one face painted). However, the student was unable to determine the number of cubes in each category. In other words, while the student did not experience difficulty in identifying the visible faces, they struggled to determine the unseen unit cubes. In this case, the student's reasoning process was activated; however, it was insufficient to reach the correct final solution. The student's solution was coded as CR_{ygy} based on the reasoning type and classification system. In this coding, CR represents creative reasoning; the "y" in the correctness category indicates an incorrect result; the "g" in the diversity category indicates a single dominant reasoning type (global); and the "y" in the mathematical foundation category indicates a surface-level reasoning process, as the student's thinking was limited only to the visible faces of the cube.

Student Opinions on the Reasoning Test

As a result of interviews conducted with 30 students from eight fifth-grade classes representing high, medium, and low levels of mathematical achievement, the interview transcripts were analyzed, and the findings are presented under four subheadings.

Encountering questions similar to those on the reasoning thinking test

The responses to the question posed to the students—"Have you previously encountered questions similar to those in the reasoning test in your mathematics lessons, textbooks, or examinations?"—are presented in Figure 7.



Figure 7. *Students' experiences of encountering questions similar to those in the reasoning test*

Eighteen students responded that they had “never encountered” such questions, while two students stated that they sometimes encountered them in examinations, and another two indicated that they occasionally encountered similar questions in practice test books. Four students reported that they were familiar with similar types of questions through classroom problem-solving activities conducted under teacher guidance, whereas the remaining four students emphasized that the content in their textbooks showed parallelism with the questions used in the study.

The Emotion Felt While Taking the Reasoning Test

The responses to the question posed to the students—“How do you feel while solving such questions?”—are presented in Table 3.

Table 3. *Emotions experienced while solving the reasoning test*

Negative Emotions Experienced	Frequency	Frequency	Positive Emotions Experienced
Very stressed	2	2	I like it but I cannot do it
Fear of failure	6	2	I like it
Getting angry when unable to solve	1	2	I am happy when I can solve it
Excited	1	1	Excellent, very good
Feeling sad when unable to solve	1	3	Neutral
Very anxious	1	1	Indecisive
Anxious	3	2	Relaxed

Most students reported that when encountering such questions, they felt fear and anxiety due to the belief that they would not be able to solve them. The student who answered all questions correctly stated, “Because I like mathematics, I felt very good, very nice, and excellent.” In the responses obtained from students who were unable to solve any of the test questions, it was observed that the expressed emotions were relatively neutral and undifferentiated, such as “normal,” “relaxed,” and “indecisive” (Table 3).

Cognitive Gains in the Problem-Solving Process of Reasoning-Based Problems

The responses given by the students to the question posed—“What do you think solving such questions can contribute to you? Can you explain?”—were analyzed and are presented in Figure 8.

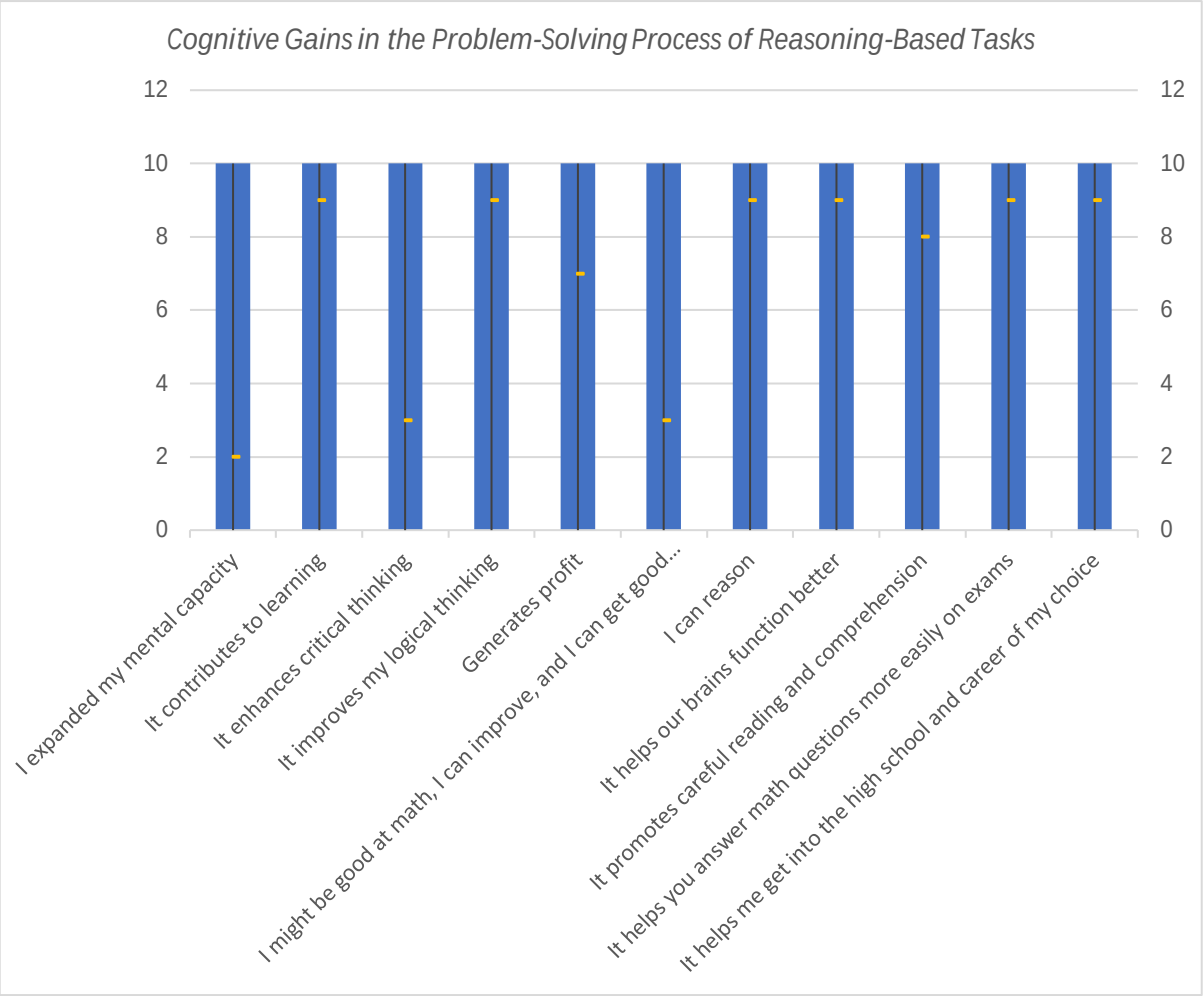


Figure 8. *Cognitive Gains in the Problem-Solving Process of Reasoning-Based Tasks*

Most students stated that continuously solving questions similar to those in the reasoning test would enhance mental capacity, improve thinking skills, increase mathematical proficiency, and lead to higher academic achievement (Figure 8). Two students emphasized a cross-disciplinary perspective, stating that such questions "help us read more carefully and improve careful reading and comprehension," thereby highlighting the importance of mathematical reasoning. The student who correctly answered all questions expressed that "Solving these helps me achieve the high school I want and the profession I aim for. These contribute greatly to me because they do not measure my knowledge, but my logic and intelligence. They enhance my intelligence to a higher level, enabling me to reach the highest capacity, and thus I can contribute more to my country." This statement underscores the perceived importance of mathematical reasoning for achieving broader academic and personal goals.

Challenges Encountered When Solving Reasoning Questions

The responses obtained from students to the question posed—"Do you experience any difficulties while solving these questions?"—were analyzed and are presented in Figure 9.

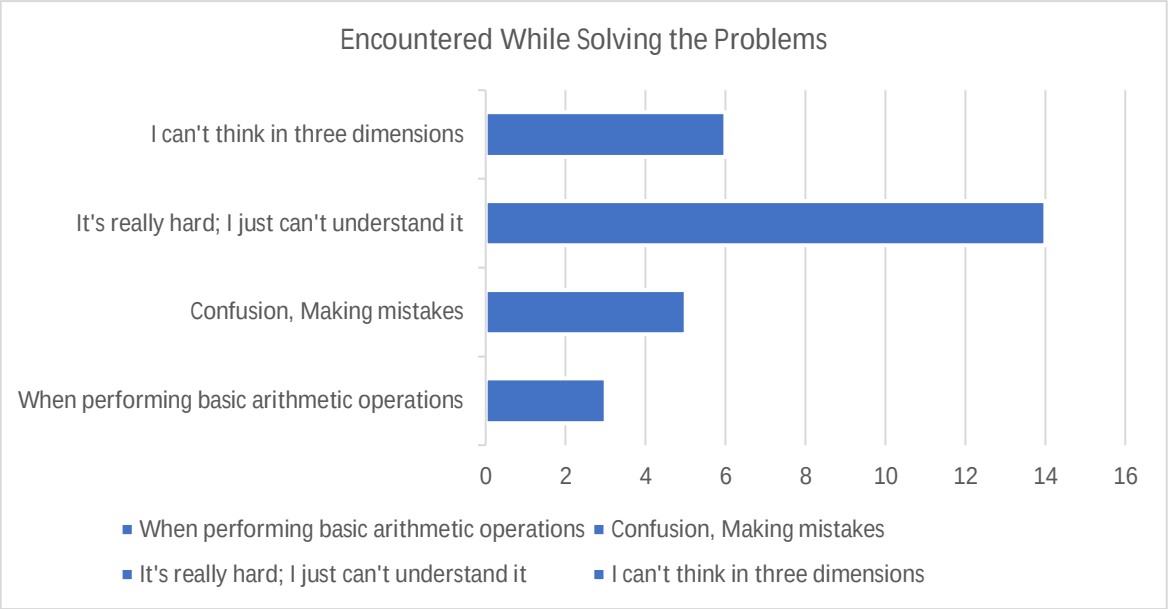


Figure 9. *Difficulties Encountered While Solving the Problems*

A large proportion of students stated that they experienced significant difficulty and that they were unable to understand the questions (Figure 9). Regarding the item requiring three-dimensional reasoning in the reasoning test, students expressed difficulties in spatial visualization, as reflected in statements such as: "I thought it was hollow, I assumed there might be some kind of mechanism. But there were cubes inside as well, which confused me," and "I had a lot of difficulty with the colored cube, but I understood it when I considered the back and the inside." These responses indicate that students had difficulties in three-dimensional thinking and spatial reasoning. One student provided a self-reflective comment, stating, "The parts I struggle with are, um, since I don't read many books, I sometimes misunderstand some of them," attributing their lack of comprehension to limited reading habits.

Discussion, Conclusion, and Recommendations

This study examined the mathematical reasoning levels of fifth-grade students and found that only one student out of 185 achieved a 0.5% success rate by correctly answering all three reasoning questions administered. The findings are consistent with those reported in the existing literature. In this context, the results obtained support the findings of Özaydın et al. (2024), who reported that the mathematical reasoning performance of middle school students is generally concentrated at medium and below-medium levels. This finding highlights the consistency between the results of the present study and previous research, as well as the need to develop reasoning skills at the middle school level (Özaydın et al., 2024). Studies examining geometric and quantitative reasoning among middle school students have also reported that students demonstrate weak reasoning skills and experience difficulties in developing reasoning abilities (Akdemir, 2022; Gürbüz, 2022; Kurudirek Turan, 2023). Mathematical reasoning is of critical importance in mathematics as it represents an active, flexible, and productive process required by both mathematicians and students (Rohati et al., 2022). In developing such a critical skill, it is essential first to define existing reasoning types with academic awareness. Advancing students' reasoning skills from lower to higher levels and improving their cognitive capacities can only be achieved through educators' conscious approaches to instructional methods and strategies. Therefore, teachers' competence in reasoning types and their professional attitudes in this regard are among the key determinants of the quality of the developmental process.

In this study, which aims to highlight the importance of teachers' awareness of students' reasoning types, students' cognitive approaches were analyzed based on the theoretical framework developed by Lithner (2006). The analyses revealed that students employed at least one of the three types of mathematical reasoning: creative, algorithmic, and memorized reasoning. This indicates that students are not limited to a single type of reasoning but rather construct solution strategies through diverse cognitive approaches (Lithner, 2006). Although reasoning types may vary depending on the questions, it is important for students to be capable of

employing multiple reasoning approaches. The study found that creative reasoning was most frequently observed; however, nearly half of the students demonstrating creative reasoning did not reach the correct solution. In contrast, all students employing memorized reasoning reached the correct answer. This may be explained by Lithner's (2006) assertion that in creative reasoning, the correctness of the outcome is less important than the mathematical justification and explainability of the method used. In memorized reasoning, since the process involves reproducing recalled steps without cognitive processing, students are more likely to arrive at correct answers.

Students' reasoning skills can be further developed and supported through various instructional studies. Learning environments that are open to learning, encourage discussion, and allow free expression of ideas can contribute to the development of creative reasoning (Çiftçi & Akgün, 2021). Mathematical reasoning, which constitutes a fundamental component of mathematical learning processes (Carpenter et al., 2003), plays a decisive role in students' cognitive development. In this context, learners should be supported with tasks that foster cognitive flexibility and alternative thinking strategies rather than rote-based approaches or predetermined solution patterns. Therefore, it is essential to engage students with rich, reasoning-oriented activities that allow them to develop multiple perspectives and actively participate in the learning process (Carpenter et al., 2003). Students who learn to express and justify their mathematical ideas and reason about their own and others' explanations develop a deeper understanding that is critical for future success in mathematics and related fields (Carpenter et al., 2003). Awareness of students' reasoning types enables the development of reasoning skills from lower to higher levels, thereby fostering adequate and creative mathematical reasoning abilities (Rohati et al., 2023). Teachers' awareness of the diversity in students' reasoning processes is crucial for the quality of instruction. In order to advance mathematical reasoning, educators must be able to analyze different types and levels of reasoning and implement timely pedagogical interventions based on their findings. In this regard, guiding students with inquiry-based questions such as "why?" and "how?" is expected to facilitate deeper thinking and significantly contribute to the development of mathematical reasoning skills (Vale et al., 2017).

This study found that most students had not previously encountered reasoning-based problems, which led to cognitive anxiety. Participants reported difficulties in understanding the problems, experiencing high levels of struggle, and fear of failure. However, students also made positive inferences that regularly solving such problems could enhance mental capacity and improve thinking skills. Additionally, they emphasized that such practices would strengthen mathematical competence and positively affect academic achievement and grades. The reasons behind these difficulties may include insufficient teacher understanding and implementation of reasoning skills in instruction (Çiftçi, 2015; Herbert et al., 2022; Lobato et al., 2013). Students' mathematical reasoning skills can be developed through classroom discussions between teachers and students that focus on identifying and improving reasoning tasks and argumentation processes in problem solving. In this developmental process, mathematical confidence—defined as an individual's ability to cope with mathematical tasks—can help students overcome fear of failure (Foster, 2016). Such practices are expected to reduce students' cognitive anxiety and positively enhance their reasoning processes.

Swan (2011) argues that reasoning should be made a central focus of mathematics instruction. In this context, it is emphasized that reasoning, as a cognitive process, should be externalized through written and oral expressions, making it observable and audible. Thus, making students' reasoning strategies visible is considered essential for enhancing instructional awareness (Swan, 2011). In line with this perspective, the present study examined the mathematical reasoning skills of fifth-grade students, as emphasized in the new curriculum, and attempted to present them through observable and measurable data. The overall performance of fifth-grade students revealed that their mathematical reasoning levels were relatively low. In particular, students experienced significant difficulties in demonstrating creative reasoning skills, which require a three-dimensional perspective and original cognitive processes. In contrast, students demonstrated a stronger tendency toward memorized and algorithmic reasoning compared to creative reasoning. These findings indicate that students' cognitive strategies are predominantly rule-based and imitative in nature.

The analysis of student interviews and solution processes revealed that students rarely encountered such problems in textbooks, classroom instruction, or examinations. They experienced difficulties in understanding

the problems, uncertainty about how to begin, fear of failure, lack of alternative solution strategies, and a tendency to reach answers quickly without deep thinking. These factors may contribute to students' weak mathematical reasoning skills. Considering these findings, it is recommended that instructional practices and learning materials include more reasoning-based tasks. Furthermore, teachers should be supported in developing their reasoning-related competencies in order to effectively implement reasoning activities in the classroom. The development of mathematical reasoning assessment tools is also recommended to enable teachers to evaluate and improve students' reasoning skills.

This study has several limitations in terms of generalizability and scope. First, it was conducted with fifth-grade students from a single middle school, and the results are limited to the socio-economic and academic characteristics of this sample. Second, students' reasoning processes were analyzed based on three problems developed according to Lithner's (2006) taxonomy. A third limitation is that the interviews conducted for data triangulation were restricted in terms of participant number and duration. Accordingly, future studies are recommended to include larger sample groups and a greater number of measurement instruments to examine reasoning processes in relation to different variables.

This research contributes uniquely to the middle school mathematics education literature by analyzing reasoning skills—often studied in terms of general achievement—through Lithner's (2006) theoretical taxonomy at the fifth-grade level in depth. Its originality lies not only in focusing on correct or incorrect answers but also in decomposing students' cognitive strategies into creative, algorithmic, and memorized categories at a micro level. Moreover, by revealing affective barriers such as cognitive anxiety and fear of failure through interviews, the study addresses a theoretical gap with empirical evidence. In addition, by adopting Swan's (2011) principle of making reasoning "visible and audible," the study extends beyond mere achievement measurement and becomes a qualitative analysis of cognitive processes. In this respect, the study makes a significant contribution both by adapting a theoretical framework to a Turkish fifth-grade context and by providing concrete implications for teachers' pedagogical awareness.

ADIYAMAN UNIVERSITY Journal of Educational Sciences

dergipark.org.tr/tr/pub/adyuebd Cilt 16, Sayı 1, Haziran 2026, Sayfa 322-354 ISSN: 2149-2727

Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Muhakeme Türlerinin İncelenmesi

Hilal Özcan[1] Perihan Dinç Artut[2]

Makale Bilgisi

Anahtar Kelime
Yeni maarif model,
Beşinci sınıf öğrencileri,
Matematiksel muhakeme.

Yükleme: 05.11.2025

Kabul: 07.04.2026

Yayın: 30.06.2026

Araştırma Makalesi

DOI: 10.17984/adyuebd.1818315

Özet

Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli ile ülkemizin eğitim politikası değişmiş ve güncellenen matematik öğretim programında matematiksel muhakemenin önemi vurgulanmıştır. Bu önemi göz önünde bulundurarak gerçekleştirilen çalışmanın amacı, beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme düzeylerini incelemektir. Nitel araştırma yönteminin benimsendiği bu çalışmada, veriler betimsel analiz tekniğiyle incelenmiştir. Araştırma, uygun örnekleme yöntemiyle belirlenen bir devlet ortaokulundaki 185 beşinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Veri toplama sürecinde öğrencilere üç açık uçlu soru yöneltilmiştir. Çözümlerin incelenmesinin ardından, belirlenen öğrencilerle sorulara yönelik yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırma bulguları, soruların tamamını yalnızca bir öğrencinin doğru yanıtladığını, 107 öğrencinin ise hiçbir soruda başarı gösteremediğini ortaya koymuştur. Soruları doğru yanıtlayan öğrencilerin çözüm süreçleri incelendiğinde; yaratıcı, algoritmik ve ezbere dayalı muhakeme türlerini kullandıkları tespit edilmiştir. Araştırmanın sonuçları, öğrencilerin çoğunlukla bu tür sorularla ilk kez karşılaştığını, anlama güçlüğü çektiklerini ve başarısızlık kaygısı yaşadıklarını ortaya koymuştur. Bununla birlikte öğrenciler; muhakeme temelli soruların düzenli çözümünün bilişsel kapasiteyi artıracağı, düşünme becerilerini geliştireceği ve matematiksel başarıya katkı sağlayacağı yönünde olumlu görüş bildirmişlerdir. Bu sonuçlar doğrultusunda matematiksel muhakemeyi geliştirmek adına ders anlatımlarında ve öğretim materyallerinde muhakeme gerektiren sorulara daha fazla yer verilmesi önerilmektedir.

Giriş

Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli kapsamında yenilenen matematik programı ile alan becerileri kapsamında ele alınan muhakeme becerisi önemli bir beceri olarak karşımıza çıkmaktadır. Yenilenen öğretim programında, matematiksel problem çözme, matematiksel muhakeme, veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme, matematiksel temsil, matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma becerileri matematiksel alan becerileri içerisinde yer alıp, öğrencilerden bu becerileri etkin bir şekilde kullanabilmeleri beklenmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2024). Umay'ın (2003) belirttiği gibi matematiğin temeli ise matematiksel muhakeme etmektir. Avustralya Matematik Müfredatı (ACARA, 2025), matematik disiplininin temel hedeflerinden birini, bireylerin matematiksel muhakemede saklı olan estetik zarafeti ve çözümleyici gücü içselleştirmelerini sağlamak olarak belirlemektedir. Bu doğrultuda hazırlanan öğretim programının ise gelişimsel bir perspektifle daha karmaşık ve rafine bir matematiksel kavrayışın yanı sıra işlem akıcılığı, muhakeme yetkinliği ve problem çözme becerilerinin eş zamanlı olarak sağlanması gerekliliğini, matematik eğitiminin sadece kuralları uygulama alanı olmadığını; aksine üst düzey bilişsel bir estetik ve derinlikli bir düşünme pratiği gerektirdiğini belirtmektedir (ACARA, 2025). Ancak bu zarafet ve gücün öğrenciler tarafından içselleştirilmesi, mevcut muhakeme düzeylerinin ve bu süreçte karşılaşılan engellerin derinlemesine tespitiyle mümkündür. Bu bağlamda, ortaokul kademesinin ilk

Sorumlu Yazar[1] : Hilal Özcan, Çukurova Üniversitesi, Türkiye, hilal-usta@hotmail.com
Yazar[2] : Perihan Dinç Artut, Prof., Çukurova Üniversitesi, Türkiye, partut@cu.edu.tr

basamağındaki öğrencilerin muhakeme süreçlerini incelemek, söz konusu küresel hedeflere ulaşma yolunda kritik bir öneme sahiptir.

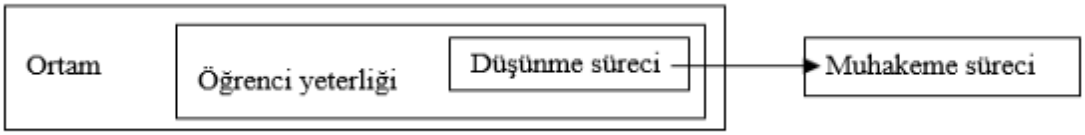
Evrensel olarak matematik öğretimi standartları arasında yer alan matematiksel muhakemenin, sınıflarda nadiren uygulandığı (Smit vd., 2023) belirtilmektedir. Bu durum matematik öğretmenlerinin rutin ders anlatımlarının dışına çıkmıyor olmaları ve öğrencilerinin matematiksel muhakeme süreçlerini değerlendirmekte zorlanan öğretmenlerin, matematiksel muhakeme becerilerini geliştirecek öğrenme ortamlarını hazırlayamadıkları (Özaydın vd., 2024) şeklinde ifade edilebilir. Aslında muhakeme, her birey tarafından ihtiyaç duyulan matematikte var olan işlem ve kuralların öğrenilmesinde temel bir unsurdur (Erdem, 2015). Verilen bilgiler ve varsayımlar üzerinden mantıksal sonuçlar çıkarma işlemi olarak ifade edilen matematiksel muhakeme; çıkarım yapma, çözümleme, yorumlama, matematiksel doğrulama ve ispat yapma alt boyut becerileri ile açıklanmaktadır (MEB, 2024). Öğrencilerin matematiksel muhakeme yetenekleri, öğrencilerin matematiksel muhakeme süreçlerini gerektiren görevler üzerinde çalışırken ortaya çıkan davranışlarını ve öğrencilerin cevaplarını sözlü olarak ifade etmelerini gözlemleyerek keşfedilebilir (Rohati vd., 2023).

Teorik Çerçeve

Araştırmaya ilişkin teorik çerçeve alt başlıklar altında sunulmuştur.

Matematiksel Muhakeme

Matematik, insan düşüncesinin geliştirilmesi ile olaylardan mantıksal çıkarımlar yapma ve bu çıkarımları öz düzenleme süreçleriyle yeniden yapılandırma becerilerinin kazandırılmasında temel bir işlev görmektedir (Umay, 2003). Üst düzey düşünebilmede, en önemli becerilerden biri muhakeme becerisidir. Muhakemenin en çok kullanıldığı ve sayılar arasında ilişkiler kurmayı, örüntüleri keşfetmeyi, tahmin yapmayı, çözümlemeyi, yorumlamayı, çıkarımlar yaparak sonuca ulaşmayı yaparken en çok ihtiyaç duyulan alan matematiktir. Matematiksel muhakeme, matematiksel görevleri yapmak amacıyla bir iddia ortaya koyarak ve hükme varmak için yürütülen düşünceler zinciridir (Lithner, 2008).



Şekil 1. *Muhakeme sürecini etkileyen faktörler (Lithner, 2008)*

Şekil 1'de belirtildiği gibi muhakeme sürecini öğrencinin bulunduğu ortam, öğrenci yeterliği, öğrencinin düşünme süreci faktörlerinin etkilediği görülmektedir. Literatürde birçok muhakeme yaklaşımı görülmekte ve çeşitli sınıflandırmalar bulunmaktadır. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) prensipleri ve standartları muhakemenin cebirsel, geometrik, olasılıksal ve istatistiksel gibi farklı türlerinin olduğunu ifade etmektedir (NCTM, 2000; Lithner, 2005). Akkuş ve Duatepe (2002), muhakeme türlerini; konu, bakış açısı ve düşünme biçimi olmak üzere üç temel boyutta sınıflandırarak literatüre kapsamlı bir perspektif sunmuştur. Bu sınıflandırmaya göre muhakeme; konu temelinde orantısal, geometrik, istatistiksel ve cebirsel; bakış açısı temelinde bütüncül (holistik) ve analitik (çözümsel); düşünme biçimi temelinde ise soyut ve pratik muhakeme olarak gruplandırılmaktadır. Matematiksel muhakemeye bir başka bakış açısı sunan Lithner (2006, 2008) ise temelde yaratıcılığa ve benzetmeye dayalı olmak üzere iki muhakeme türü üzerinde çalışmalar yapmıştır. Benzetmeye dayalı muhakemeyi, kendi içinde ezbere dayalı matematiksel muhakeme ve algoritmaya dayalı matematiksel muhakeme olarak sınıflandırmıştır.

Ezbere dayalı matematiksel muhakeme (Memorised reasoning): Lithner (2006) tarafından tanımlanan ezbere dayalı matematiksel muhakeme, bilişsel bir muhakeme yerine bellekteki hazır bilgilerin geri çağrılmasına dayalı iki temel ölçütle karakterize edilir. Bu süreçte strateji seçimi tamamen hatırlama odaklıyken, uygulama aşaması ise zihinsel bir işlem içermeksizin yalnızca anımsanan adımların kâğıda dökülmesinden ibarettir; dolayısıyla öğrenci çözümün mantıksal temellerini kavrayamamaktadır. Karşılaşılan problemleri geçmiş tecrübe veya öğretim materyallerindeki şablonlar aracılığıyla özgün bir yorum katmaksızın çözmeye çalışan öğrencinin bu tutumu; akademik inançlar, kavram imajları, gerçeklik kaygısı ve öğrenme çevresinden edinilen deneyimlerden doğrudan etkilenmektedir (Lithner, 2006).

Algoritmaya dayalı matematiksel muhakeme (Algorithmic reasoning): Algoritmaya dayalı matematiksel muhakeme, belirli bir problem türünü çözmek amacıyla yapılandırılmış, iyi tanımlanmış ardışık prosedürlerin ve kurallar bütününün uygulanması olarak tanımlanmaktadır. Lithner (2006) bu akıl yürütme türünü, strateji seçiminin bellekte yer alan hazır bir çözüm kalıbı üzerinden gerçekleştirilmesi ancak ezbere dayalı muhakemenin aksine, çözümün tüm detayları yerine sadece kurallar setinin anımsanması esasına dayandırmaktadır. Bu süreçte birey, kuralı belirledikten veya hatırladıktan sonra bilişsel bir yorum yapma gereksinimi duymadan adımları mekanik bir biçimde takip ederek sonuca ulaşmaktadır. Dolayısıyla algoritmik muhakemede özgün bir çözüm yolu üretilmemekte; süreçte yeni bir karar, yorum ya da anlam inşası gibi beklenmedik zihinsel müdahalelere yer verilmemektedir. Başarıyı belirleyen temel faktör, hatırlanan prosedürün herhangi bir dikkatsizlik hatası yapılmadan birebir uygulanmasıdır (Lithner, 2006).

Yaratıcılığa Dayalı Matematiksel Muhakeme (Creative Reasoning): Yaratıcılığa dayalı matematiksel muhakeme, bir problem durumuna yönelik özgün bir çözüm yolu geliştirme yetkinliği olarak tanımlanmakta ve bilişsel süreçte yenilikçi bir yaklaşımı içermektedir. Lithner (2006) bu muhakeme türünü; mevcut çözüm kalıplarının hatırlanması yerine yeni bir stratejinin inşası ile bu stratejinin seçim ve uygulama aşamalarının mantıksal argümanlarla desteklenmesi ölçütlerine dayandırmaktadır. Bu süreçte öğrenci, geçmiş öğrenme tecrübelerine veya sorudaki yüzeysel benzerliklere sığınmak yerine, yalnızca kavramsal bilgi birikimini ve düşünce gücünü kullanarak bir sonuca ulaşmaktadır. Yaratıcı akıl yürütmede nihai sonucun doğruluğundan ziyade, izlenen yöntemin matematiksel temellere uygunluğu ve açıklanabilirliği kritik önem taşımaktadır. Dolayısıyla öğrenci, kullandığı kavramların derinlemesine özelliklerini tanımlayabilmeli ve uyguladığı adımların kuramsal gerekçelerini belirtebilmelidir (Lithner, 2006).

Sonuç olarak literatürde matematiksel muhakeme yaklaşımlarının farklı sınıflandırmaları mevcut olsa da hepsinin temelinde “Neden?”, “Nasıl?” sorularını anlamlandıran üst düzey düşünme sürecinin olduğu görülmektedir. Farklı yaklaşımlar olsa da bir bireyin birden çok muhakeme yaklaşımında bulunabilmesi mümkün olabilmektedir.

İlgili Araştırma

Literatürde öğrencilerin muhakeme yaklaşımlarını inceleyen çalışmaların odak noktaları ve ulaştığı sonuçlar temel bir soruna işaret etmektedir. Bazı araştırmalar, öğrencilerin muhakeme süreçlerini belirli öğrenme alanları üzerinden analiz ederken (Akdemir, 2022; Gürbüz, 2022; Kurudirek Turan, 2023), bazıları ise bu becerinin genel başarı düzeylerini ve süreçsel davranışlarını sorgulamaktadır (Özaydın vd., 2024; Rohati vd., 2023). Araştırmaların ortak paydasını, ortaokul kademesindeki öğrencilerin muhakeme performanslarının genellikle beklenen düzeyin altında kaldığı ve özellikle rutin olmayan problemler ile genelleme yapma süreçlerinde ciddi güçlüklerin yaşandığı tespiti oluşturmaktadır (Ersoy vd., 2017; Özaydın vd., 2024). Örneğin, geometrik ve nicel muhakeme üzerine yapılan çalışmalar, uygun öğrenme yörüngeleri ve STEM gibi disiplinlerarası yaklaşımların bu becerileri geliştirme potansiyeline sahip olduğunu vurgulasa da (Gürbüz, 2022; Kurudirek Turan, 2023), mevcut durumda öğrencilerin kavramsal yanılgılar ve görsel-geometrik görevlerde muhakeme geliştirme zorluklarıyla karşı karşıya oldukları görülmektedir (Akdemir, 2022).

Buna karşın Rohati vd. (2023), literatürdeki çalışmaların çoğunun muhakeme davranışlarının sistematik takibinde yetersiz kaldığını savunarak, öğretim süreçlerinin en üst basamak olan yaratıcı muhakeme düzeyine odaklanması gerektiğini ileri sürmektedir. İncelenen bu araştırmalar, genellikle geometri veya sayılar gibi spesifik konu alanlarına hapsolmuş bir perspektif sunmaktadır. Mevcut çalışmayı literatürdeki bu eğilimden ayıran ve özgün kılan temel unsur ise, matematiksel muhakemeyi belirli bir konu sınırlandırmasının ötesinde, genel bir alan becerisi olarak ele almasıdır. Özellikle Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli çerçevesinde muhakeme becerisinin "alan becerileri" kapsamında merkezi bir konuma yerleştirilmesi ve bu modelin 2024-2025 eğitim-öğretim yılı itibarıyla ilk kez beşinci sınıf düzeyinde uygulamaya konulması, söz konusu kademdeki öğrencilerin muhakeme kapasitelerinin bütüncül bir bakış açısıyla incelenmesini akademik bir gereklilik hâline getirmiştir.

Çalışmanın Amacı

Bu çalışmada aşağıdaki araştırma sorularına yanıt aranmaktadır:

1. Beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme gerektiren sorulardaki başarı düzeyleri nasıldır?
2. Matematiksel muhakeme gerektiren problemleri yanıtlama sürecinde öğrenciler hangi muhakeme türlerini (yaratıcı, algoritmik, ezbere dayalı) kullanmaktadır?
3. Matematiksel muhakeme sorularına yönelik öğrencilerin görüşleri nelerdir?

Yöntem

Araştırmanın deseni, katılımcılar, veri toplama süreci ve verilerin analizi alt başlıklar halinde bu bölümde sunulmuştur.

Araştırma Deseni

Araştırmada öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerini nasıl kullandıklarını incelemek amacıyla nitel araştırma deseni kullanılmıştır. Nitel araştırmalar; bilinmeyen ve keşfedilmesi gereken araştırma problemlerini ele almak için son derece uygun (Creswell, 2020) olduğu görüşü ile öğrencilerin muhakeme becerileri keşfedilmeye çalışılmıştır. Araştırmada, katılımcıların sergilediği muhakeme performansları belirli bir kuramsal çerçeve üzerinden çözümlendiği için betimsel durum analizi yöntemi tercih edilmiştir. Yıldırım ve Şimşek (2021) tarafından da vurgulandığı üzere bu yaklaşım, incelenen olgunun derinlemesine betimlenmesine ve süreçlerin "nasıl" yapılandırıldığının anlaşılmasına imkân tanımaktadır. Veri toplama sürecindeki sınırlılıklar göz önünde bulundurularak, elde edilen verilerin katılımcıların mevcut durumunu yansıtma kapasitesi ve kuramsal çerçeve ile uyumu ön planda tutulmuştur.

Katılımcılar

Bu çalışma, uygun örnekleme yöntemi tercih edilerek araştırmacının görev yaptığı devlet ortaokulunda öğrenim gören toplam 185 beşinci sınıf öğrencisi ile yürütülmüştür. Okul bünyesinde yer alan sekiz şubenin tamamının sürece dahil edilmesiyle, verilerin kısa sürede ve doğrudan erişim yoluyla toplanması hedeflenmiştir. Uygun örnekleme, katılımcıları belirlerken katılımcıların çalışmaya uygunluğunu ve istekliliğini göz önünde bulunduran araştırmacının kolayca ulaşabileceği katılımcılardan verilerin toplanması olarak ifade edilebilir (Büyüköztürk vd., 2020; Creswell, 2020).

Uygulama Süreci

Araştırma kapsamında geliştirilen 'Muhakeme Testi', sekiz farklı beşinci sınıf şubesinin kendi matematik öğretmeni rehberliğinde, eş zamanlı olarak bir ders saati (40 dakika) içerisinde uygulanmıştır. Uygulamanın aynı anda gerçekleştirilmesiyle, şubeler arası bilgi paylaşımının önüne geçilmesi ve standart bir uygulama ortamının sağlanması amaçlanmıştır. Test sonuçları araştırmacı tarafından değerlendirilerek matematik başarı seviyesi yüksek, orta ve düşük olarak kategorilere ayrılmıştır. Belirlenen öğrencilerle bire bir görüşme gerçekleştirilmiştir. Veri toplama sürecinde, sekiz farklı beşinci sınıf şubesinden seçilen toplam 30 öğrenci ile yaklaşık 10'ar dakikalık yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu öğrenciler belirlenirken, muhakeme sorularından iki veya üçünü doğru yapanlar "yüksek", sorulardan birini doğru yapanlar "orta", sorulardan hiç birini yapamayanlar da "düşük" olarak kategorilendirilmiştir. Katılımcıların izinleri doğrultusunda, görüşmelerin tamamı veri kaybını önlemek amacıyla ses kayıt cihazıyla kayıt altına alınmıştır.

Veri Toplama Araçları

Çalışmada verileri toplamak amacıyla, "Muhakeme Testi" ve "Yarı Yapılandırılmış Görüşme Soruları" kullanılmıştır. Muhakeme testi, literatür taraması yapılarak belirlenen üç adet matematiksel muhakeme sorusundan oluşmaktadır. Muhakeme testi soruları, "*Okul Öncesinden Liseye Matematikle Düşünen Sınıflar Öğrenmeyi Destekleyici 14 Öğretim Uygulaması"* isimli Peter Liljedahl' ın kitabı (Liljedahl, 2020/2022) ile "*nrich. maths. org*" kaynağından yararlanarak hazırlanmıştır. Söz konusu kaynaklarda yer alan sorular, öğrencileri düşünmeye yöneltip muhakeme becerisini işe koşmaya olanak tanıyan sorular olduğu için araştırma kapsamına alınmıştır. Hazırlanan muhakeme testi, matematik alan uzmanının görüşüne sunulmuş ve pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışma, 20 beşinci sınıf öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilmiş ve sonucunda soruların öğrenciler tarafından açık, net, anlaşılır olduğu görülmüştür. Öğrencilerin soruları, ortalama 27 dakikada çözdüğü belirlenmiş, gerçek uygulamada bu sürenin bir ders saati (40 dakika) olarak verilmesi uygun görülmüştür. Öğrencilere uygulama sonrası sorulan görüşme soruları ise matematik alan uzmanı ile birlikte

karar verilen yedi adet açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Bunlar; "*Daha önce bu çözdüğünüz sorulara benzer sorular ile karşılaştınız mı?, Matematik ders kitabınızda bu tarz sorular var mı?, Matematik derslerinizde böyle sorular çözüyor musunuz?, Bu soruların çözümü için yeterli süre veriliyor mu?, Bu tarz sorular çözerken nasıl hissediyorsun?, Bu şekildeki soruları çözmek sana ne kazandırabilir?, Bu soruları çözerken zorlandığın noktalar oluyor mu?*" şeklindedir.

Veri Analizi

Verileri analiz ederken öncelikle tüm öğrencilerin muhakeme testine sundukları yanıtlar kapsamlı olarak incelenmiştir. Öğrencilerin ulaştığı sonuçların doğruluğu, alan uzmanı görüşleri çerçevesinde yapılandırılan standart bir cevap anahtarı esas alınarak titizlikle değerlendirilmiştir. Söz konusu değerlendirme aşamasında, her bir yanıtın bilimsel kriterlere uygunluğu kontrol edilerek verilerin tasnifi gerçekleştirilmiştir.

Öğrencilerin muhakeme türlerini belirlemede ise Lithner (2006) ile Lithner' ın çerçevesini Türkçeye uyarlayan Çiftçi ve Akgün' ün (2021) yapmış oldukları çalışmalar dikkate alınmıştır. Lithner tarafından geliştirilen matematiksel muhakeme sınıflaması temel alınarak; Yaratıcılığa Dayalı Matematiksel Muhakeme (CR), Algoritmaya Dayalı Matematiksel Muhakeme (AR), Ezbere Dayalı Matematiksel Muhakeme (MR) ve kategorileri belirlenmiştir. Araştırma kapsamında kullanılan üç soru, bu teorik çerçeve doğrultusunda ilgili muhakeme türlerine göre sınıflandırılmıştır. Lithner (2006) tarafından ifade edilen muhakeme kodları dikkate alınarak, öğrencilerin matematiksel muhakeme süreçlerini daha anlaşılır olarak belirlemek için kodlar oluşturulmuştur. Belirtilen bu kodlamalar, matematiksel muhakeme becerisi türü ve üç farklı bilgiden oluşmaktadır (Çiftçi ve Akgün, 2021). Bu bilgiler aşağıda açıklanmıştır.

- Doğruluk (Correctness): Öğrencilerin soruları çözerken gerçekleştirdiği muhakemenin doğru olup olmadığını belirten kategori olarak tanımlanmaktadır. Öğrencinin gerçekleştirdiği muhakeme ile ulaştığı sonuç doğru ise 'd', yanlış ise 'y', tam olarak ne doğru ne de yanlış ise 'o', eğer öğrenci çözümünde herhangi bir sonuç yoksa 'x (belirsiz)' olarak kodlama yapılır (Çiftçi ve Akgün, 2021).
- Çeşitlilik (Range): Öğrenci çözümlerinde farklı muhakeme türleri olduğunda, bu durumu açıklayabilmek için belirlenen kategoridir. Örneğin, öğrenci çözümünde yer alan muhakemenin bir bölümü MR' nin özelliklerini taşırken, diğer bölümü AR' nin özelliklerini taşıyabilir. Bu durumda muhakemenin türü AR olarak kodlanır. Eğer öğrenci çözümlerinde tek bir muhakeme türü hakim ise g (global), birden fazla muhakeme türü mevcut ise l (lokal) bu durumların ikisi de mevcut değilse x (belirsiz) olarak kodlama yapılır (Çiftçi ve Akgün, 2021).
- Matematiksel esaslar (Mathematical foundation): Öğrenci çözümlerinde matematiksel esasları göz önünde bulundurarak, çözümlerin yüzeysel mi ya da derinlikli mi olduğunu belirten kategoridir. Matematiksel açıdan yüzeysel (surface) ya da derinlikli (intrinsic) özelliklerden hangisinin dikkate alınarak bir muhakeme yapıldığını gösterir. Yüzeysel (surface) ise y, derinlikli (intrinsic) ise d, bu durumların ikisi de mevcut değilse x (belirsiz) olarak kodlama yapılır (Çiftçi ve Akgün, 2021; Lithner, 2006).

Örneğin yapılan kodlamalar, "AR$_{***}$" şeklinde ifade edilmiş olsun. Burada AR, üzerinde çalışılan durum için tespit edilen matematiksel muhakeme türünü; alt kategorilerdeki birinci "*" ifadesi yerine yazılacak kodlama, muhakeme ile doğru bir sonuca ulaşıldığını; ikinci "*" ifadesi yerine yazılacak kodlama, muhakeme türü çeşitliliğini; üçüncü "*" ifadesi yerine yazılacak kodlama ise muhakemenin matematiksel temellerini gösterir (Çiftçi ve Akgün, 2021). Araştırmada kullanılan veri analiz sürecini somutlaştırmak amacıyla Lithner (2006) tarafından önerilen kodlama sistemi bir örnek üzerinden açıklanabilir. Örneğin, bir öğrenci cevabına yönelik oluşturulan "CRdgx" kodu, ilgili verinin çok boyutlu analizini temsil etmektedir. Bu kod yapısında yer alan bileşenler incelendiğinde; ilk bölüm öğrencinin sergilediği bilişsel sürecin yaratıcı matematiksel muhakeme (CR) kategorisinde yer aldığını göstermektedir. Kodun devamındaki "d" harfi doğruluk kategorisi bağlamında geçerli bir sonuca ulaşıldığını, "g" harfi ise çeşitlilik kategorisinde öğrencinin yalnızca yaratıcı muhakeme karakteristiklerini yansıttığını ifade etmektedir. Matematiksel temeller kategorisini simgeleyen "x" kodu ise analizde belirsiz bir durumun varlığına işaret etmekte; bu da öğrencinin sergilediği zihinsel performansın derinlikli ya da yüzeysel bir yapıya sahip olduğu noktasında kesin bir ayrım yapılamadığını betimlemektedir (Lithner, 2006).

Öğrencilerle yapılan görüşmelerin ses kayıtları ise Canva yapay zeka araçları ile metne dönüştürülmüş, görüşmeler dört ayrı kategoride ele alınmıştır. Belirlenen dört farklı kategori için görüşme metinlerinde geçen cümleler farklı renklerle kodlanmış analizleri gerçekleştirilmiştir.

Geçerlik ve Güvenirlik

Geçerlik ve güvenirliğin sağlanması açısından inandırıcılık, aktarılabilirlik, tutarlık ve teyit edilebilirlik özelliklerine dikkat edilerek çalışma gerçekleştirilmiştir (Guba ve Lincoln, 1982). Bu kapsamda, öğrencilerin muhakeme türleri tayin edilirken mevcut literatürle uyumlu bir veri analizi süreci yürütülmüş; muhakeme testine verilen öğrenci yanıtları araştırmacı tarafından analiz edildikten sonra alan uzmanının değerlendirmesine sunulmuştur. Tüm öğrenci kâğıtları matematik alan uzmanı tarafından da farklı zamanda analiz edilerek iki okuyucu arasında görüş birliği oluşturulmuştur. Araştırmacılar arasındaki uyum için Miles & Huberman'ın (1994) [Görüş birliği / (Görüş birliği + Görüş ayrılığı) x 100] formülü kullanılmış ve araştırmacılar arasındaki uyum % 97 olarak hesaplanmıştır. Güvenirlik hesaplarının %70' in üzerine çıkması durumunda kodlama güvenilir olarak kabul edilmektedir (Miles ve Huberman, 1994).

Ayrıca, veri çeşitliliğini ve derinliğini artırmak hedefiyle gerçekleştirilen toplam 300 dakikalık görüşmelerin tamamı kayıt altına alınmış ve elde edilen ham veriler, katılımcı ifadelerine sadık kalınarak doğrudan yansıtılmıştır. Söz konusu uygulamalar, çalışmanın bilimsel niteliğini güçlendirmek ve bulguların şeffaflığını sağlamak adına gösterilen metodolojik hassasiyeti temsil etmektedir. Aynı zamanda veri çeşitliliği (Yıldırım ve Şimşek, 2021) sağlamak adına muhakeme testinde başarılı, orta başarılı ve başarı düzeyi düşük olmak üzere her sınıftan öğrenci ile görüşülmüş ayrıntılı betimleme yöntemleri kullanılmıştır. Çalışmanın amacı kapsamında belirlenen (muhakeme testindeki sorulara benzer sorularla karşılaşmak, testi çözerken hissedilen duygu, muhakeme sorularının çözümünden elde edilecek kazanç, soruları çözerken zorlanılan noktalar) durumların ortaya çıkarılması için açık uçlu sorulardan oluşan yarı yapılandırılmış görüşme formunun hazırlanarak uygulanması tutarlık ve teyit edilebilirliği açıklamaktadır. Bu görüşme sorularının ve muhakeme testinin hazırlanması, öncesinde pilot çalışmanın yapılması, tüm bu hazırlık kısımlarında alan uzmanının görüşlerinin alınması güvenirliğin sağlandığını açıklamaktadır.

Etik Bildirim

Etik Kurul İzin Bilgisi: Bu araştırma, Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Sosyal ve Beşeri Bilimler kurulunun 21/05/2025 tarihli E-75137396-604.01-1313331 sayılı kararı ile alınan izinle yürütülmüştür.

Bulgular

Araştırmada beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme testindeki başarı durumları incelenmiş, her soru için başarılı olan öğrencilerin muhakeme türleri sınıflandırılmış, ilgili bulgular aşağıda sunulmuştur.

Muhakeme Testi Başarı Durumları

Öğrencilere uygulanan üç soruluk muhakeme testinin doğru ve yanlış yapan öğrenci sayılarına ilişkin başarı oranları Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1. *Muhakeme testi başarı oranı*

Muhakeme Soruları	Doğru Yapan Öğrenci Sayısı	Yanlış Yapan Öğrenci Sayısı	Başarı Oranı
Soru 1 (Farklı köşegenler)	24	161	% 13
Soru 2 (Video oyunu)	63	122	% 34
Soru 3 (Boyalı küp)	2	183	% 1
Soru 1-Soru 2-Soru 3 (Tamamı)	1	107	% 0,5

Beşinci sınıf öğrencilerine yöneltilen üç farklı muhakeme sorusunun her üçünü de doğru yapan bir öğrenci olup 185 öğrenci arasından % 0,5'lik bir başarı sağlanmıştır. Bunun yanında üç soruyu da yanlış yapan 107 öğrenci olup, bu sayının da oldukça fazla olduğu görülmektedir. Tablo 1 detaylı incelendiğinde, birinci soru için başarı

oranının % 13, ikinci soru için başarı oranının % 34, üçüncü soru için başarı oranının %1 olduğu görülmektedir. En yüksek başarı video oyunu ile ilgili olan ikinci soruda gösterilirken, en düşük başarı üç boyutlu düşünmeyi gerektiren üçüncü soruda gösterilmiştir.

Her bir soruyu doğru yapan öğrencilerin matematiksel muhakeme türleri ise bir sonraki başlık altında ifade edilmiştir.

Öğrencilerin Muhakeme Türleri

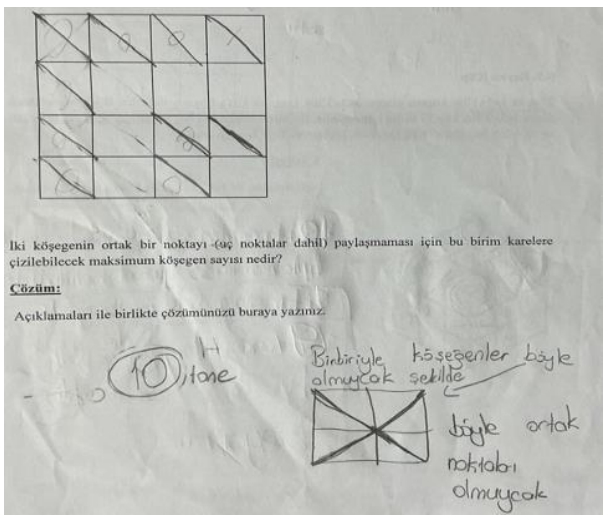
Öğrencilerin soruların çözüm sürecinde göstermiş oldukları muhakeme türleri Tablo 2'de gösterilmiştir.

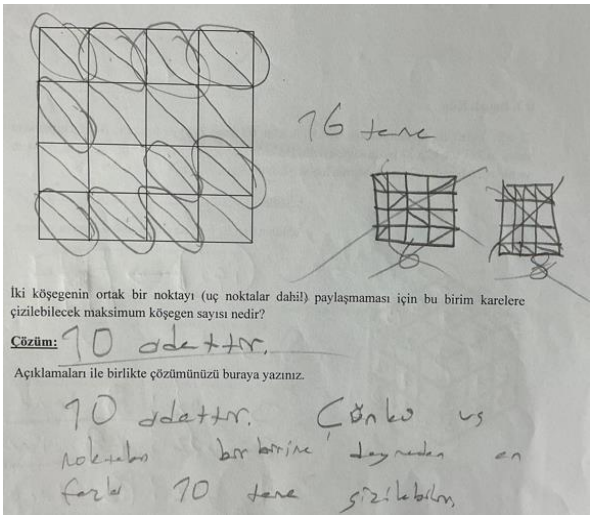
Tablo 2. *Öğrencilerin muhakeme türleri*

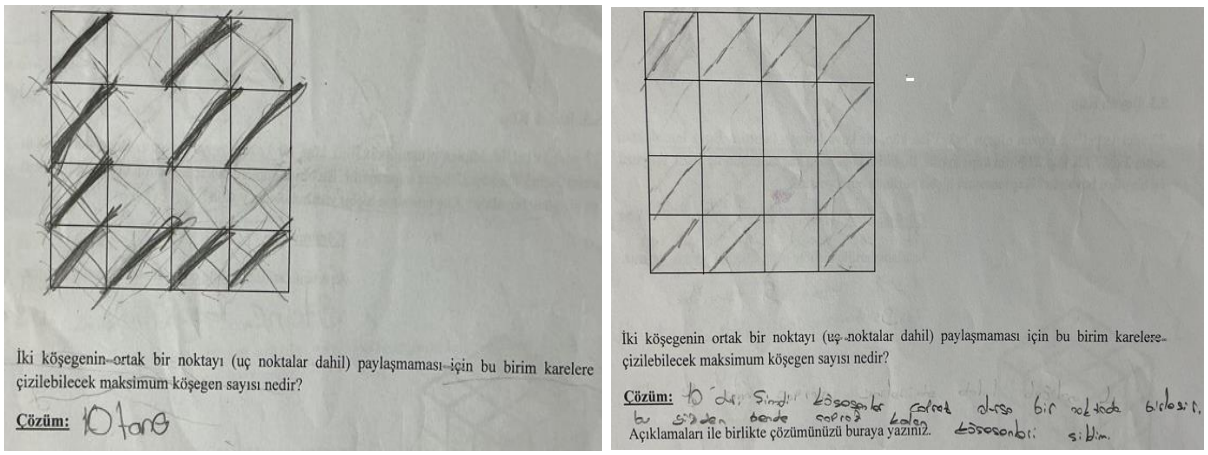
Muhakeme Türleri	1. Soru		2. Soru		3. Soru		Muhakeme Türleri
	Doğru Muhakeme, Sonuç Doğru	Doğru Muhakeme, Sonuç Yanlış	Doğru Muhakeme, Sonuç Doğru	Doğru Muhakeme, Sonuç Yanlış	Doğru Muhakeme, Sonuç Doğru	Doğru Muhakeme, Sonuç Yanlış	
CR (Yaratıcı)	24	23	-	-	2	7	56
MR (Ezbere)	-	-	45	-	-	-	45
AR (Algoritmik)	-	-	18	14	-	8	40

Öğrencilerin uygulanan üç farklı muhakeme sorusuna verdikleri yanıtlar analiz edildiğinde, en yüksek kullanım oranının yaratıcı muhakeme (CR) kategorisinde yoğunlaştığı saptanmıştır (Tablo 2). Veriler detaylandırıldığında, toplamda 45 adet ezbere dayalı muhakeme ve 40 adet algoritmik muhakeme örneği sergilendiği görülmektedir. Sorular bazında yapılan inceleme, birinci problemin çözümünde katılımcıların yaratıcı muhakemeyi işe koştuklarını; ikinci problemde ezbere dayalı ve algoritmik muhakemenin, üçüncü problemde ise yaratıcı ve algoritmik muhakemenin tercih edildiğini ortaya koymaktadır. Bu bulgular, bir sorunun çözümünde başvurulan muhakeme türlerinin, bireylerin sahip olduğu farklı bilişsel altyapılara bağlı olarak çeşitlilik gösterebileceğine işaret etmektedir. Bununla birlikte, Tablo 2'de dikkat çeken bir diğer önemli bulgu, 52 öğrencinin muhakeme süreçleri kuramsal olarak doğru yapılandırılmış olsa dahi, bu öğrencilerin nihai olarak doğru sonuca ulaşamamış olmalarıdır. Mevcut durum, öğrencilerin muhakeme kurma yetisinden ziyade, bilişsel stratejileri uygulama ve işlemsel süreçleri tamamlama evrelerinde birtakım eksiklikler yaşadığı şeklinde yorumlanabilir.

Muhakeme testinde farklı köşegenler sorusuna ilişkin birinci soruyu doğru yapan 24 öğrencinin muhakeme süreci incelenmiş, yanıtı "10 köşegen" olarak bulan öğrenci çözümleri Şekil 2' de gösterilmiştir.



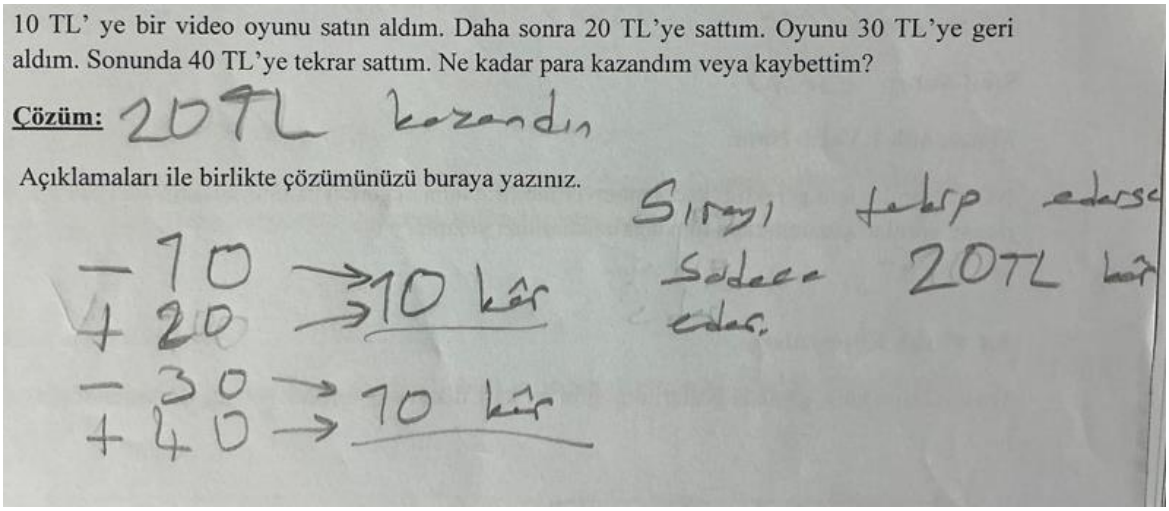


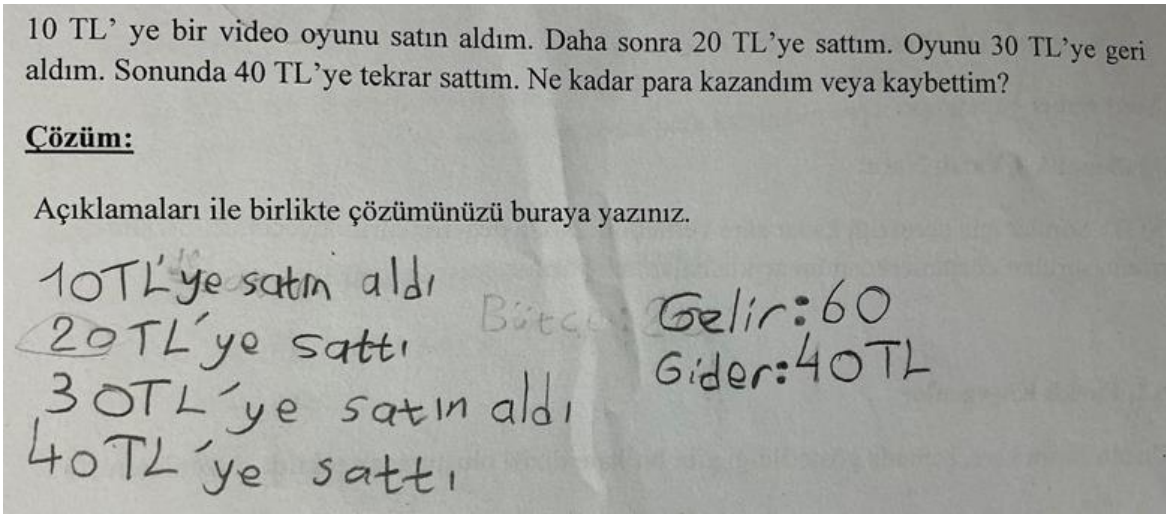


Şekil 2. *Farklı köşegenler sorusuna ilişkin muhakeme türü (Ö2, Ö24, Ö48, Ö55)*

Şekil 2'de görüldüğü gibi on altı birim kareden oluşan kare dizisinde iki köşegenin ortak bir noktayı (uç noktalar dâhil) paylaşmaması için bu birim karelere çizilebilecek maksimum köşegen sayısının kaç olabileceği öğrencilere sorulmuş ve öğrencilerden çizerek göstermeleri istenmiştir. Öğrencilerin çözümü incelendiğinde gerçekleştirilen muhakeme türünün yaratıcılığa dayalı muhakeme olduğu görülmektedir. Soruda belirtilen köşegenlerin ortak bir noktayı paylaşmamasını doğru anlamlandıran öğrencinin soruyu doğru çözümlediği görülmektedir. Çizimleri yaparken deneme yanılma yaparak derinlemesine düşünce tarzı sergiledikleri, çizime kenardan başlamanın daha avantajlı olduğu çıkarımında bulundukları öğrenciler tarafından; "*Sırayla denedim, birbirine değenleri geri sildim, yeniden denedim (Ö2), kenardan başlarsam daha kolay olur (Ö24)*" şeklinde ifade edilmiştir. Öğrencilerin sonuç olarak muhakeme becerisi türü ve sınıflandırma kodları dikkate alınarak problem çözüm sürecine ilişkin kodu CR_{dgd} olarak belirlenmiştir. Bu kodlamada; muhakeme becerisi türü CR (Yaratıcılığa dayalı muhakeme); doğruluk kategorisinde, öğrenci çözümüne bakıldığında doğru bir sonuca ulaşıldığından d (doğru); çeşitlilik kategorisinde, muhakeme sürecinde tek tür muhakeme olduğundan g (global); matematiksel esaslar kategorisinde, matematiksel olarak derinlemesine bir fikir yürütüldüğü için d (derinlemesine) olarak gösterilmiştir.

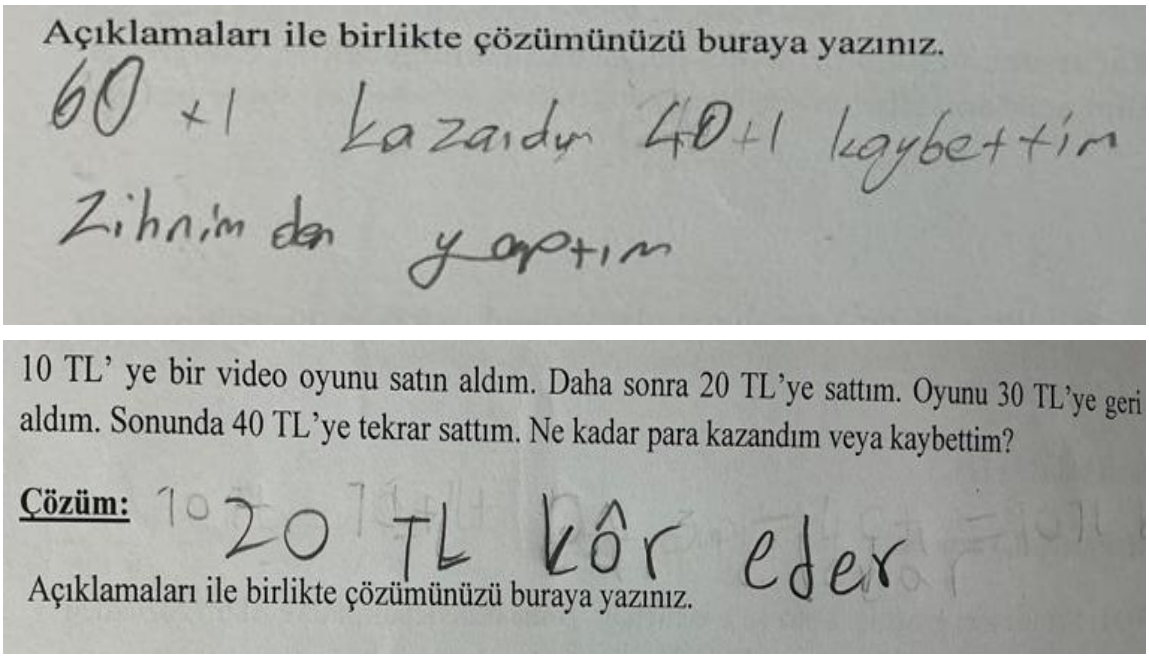
Muhakeme testinde video oyunu sorusuna ilişkin ikinci soruyu doğru yapan 63 öğrencinin muhakeme süreci incelenmiş, yanıtı "*20 TL para kazanmak (kar etmek)*" olarak bulan öğrenci çözümleri Şekil 3'te gösterilmiştir.





Şekil 3. *Video oyunu sorusuna ilişkin muhakeme türü (Ö24, Ö152)*

Şekil 3'te görüldüğü gibi bir video oyununun alınıp geri satılması ve tekrar alınıp tekrar geri satılması sonucu kazanılan veya kaybedilen para sorulmuş, öğrencilerden açıklayarak çözümlemeleri istenmiştir. Öğrencilerin çözümleri incelendiğinde doğru yapan öğrencilerin bir kısmının algoritmaya dayalı muhakeme süreci yürüttüğü, bir kısmının ise ezbere dayalı muhakeme süreci yürüttüğü görülmektedir. Şekil 3'te görülen öğrenci çözümünün muhakeme becerisi türü ve sınıflandırma kodları dikkate alınarak problem çözüm sürecine ilişkin kodu AR_{dgd} olarak belirlenmiştir. Bu kodlamada; muhakeme becerisi türü AR (Algoritmaya dayalı muhakeme); doğruluk kategorisinde, öğrenci çözümüne bakıldığında sonucun doğru olduğu görüldüğünden d (doğru); çeşitlilik kategorisinde, muhakeme sürecinde tek tür muhakeme olduğundan g (global); matematiksel esaslar kategorisinde, matematiksel olarak derinlemesine bir fikir yürütüldüğü için d (derinlemesine) olarak gösterilmiştir.

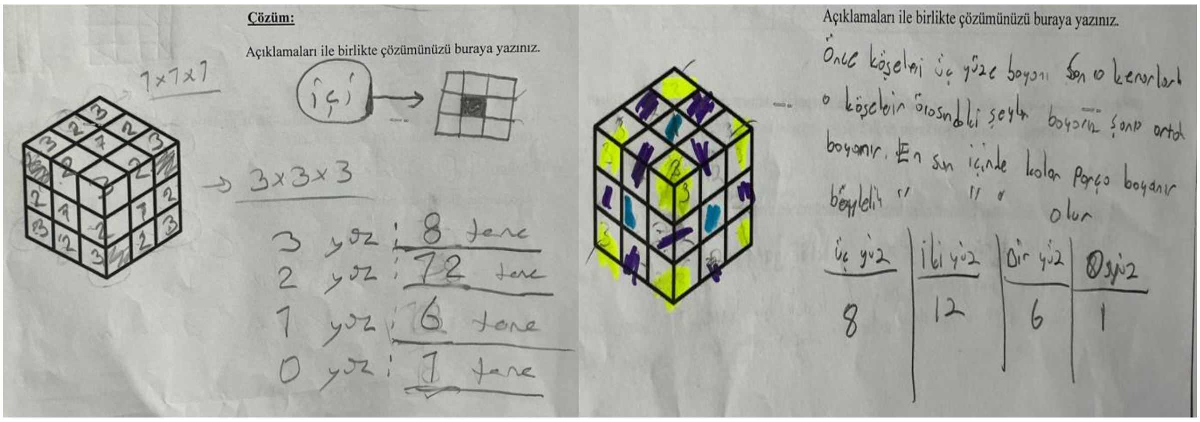


Şekil 4. *Video oyunu sorusuna ilişkin muhakeme türü (Ö34, Ö58)*

Aynı video oyunu sorusuna ilişkin doğru çözüm yapan öğrencilerin Şekil 4'te görüldüğü gibi muhakeme becerisi türü ve sınıflandırma kodları dikkate alınarak problem çözüm sürecine ilişkin kodu MR_{dgx} olarak belirlenmiştir. Bu kodlamada; muhakeme becerisi türü MR (Ezbere dayalı muhakeme); doğruluk kategorisinde öğrenci çözümüne bakıldığında sonucun doğru olduğu görüldüğünden d (doğru); çeşitlilik kategorisinde, muhakeme sürecinde tek tür muhakeme olduğundan g (global); matematiksel esaslar kategorisinde, matematiksel olarak

belirsiz bir fikir yürüttüğü için x (belirsiz) olarak gösterilmiştir. Çünkü, öğrenci çözüm adımlarını yansıtmadığı için matematiksel olarak belirsiz bir düşünce tarzı olarak kategorilendirilmiştir.

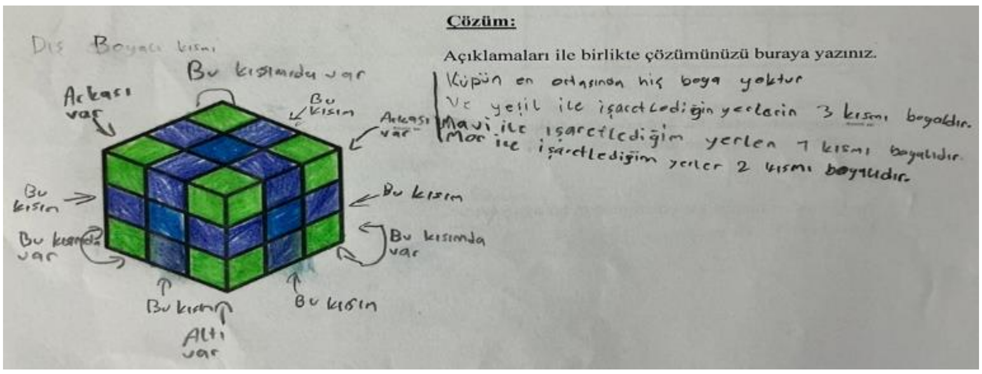
Muhakeme testinde boyalı küp sorusuna ilişkin üçüncü soruyu doğru yapan 2 öğrencinin muhakeme süreci incelenmiş, yanıtı "*Üç yüzü boyalı 8 küp, İki yüzü boyalı 12 küp, Bir yüzü boyalı 6 küp, hiçbir yüzü boyalı olmayan 1 küp*" olarak bulan öğrenci çözümleri Şekil 5'te gösterilmiştir.



Şekil 5. *Boyalı küp sorusuna ilişkin muhakeme türü (Ö2, Ö24)*

Şekil 5'te görüldüğü gibi 27 adet 1x1x1'lik küpten oluşan 3x3x3'lük küp, bir kova boyaya batırılıyor, boya kuruduktan sonra 3x3x3'lük küp 27 birim küpe ayrılıyor. Bu birim küplerden kaç tanesinin üç yüzü, kaç tanesinin iki yüzü, kaç tanesinin bir yüzü boyalı, kaç tanesinin hiçbir yüzünde boya olmadığı sorulmuştur. Soruyu doğru yapan iki öğrencinin çözümü incelendiğinde küplerin şekilde görünen yüzlerinin dışında diğer yüzlerinin de olduğunu hayal ettikleri, bunu hayal ederken şekilde üç yüzü görünen 3x3x3'lük küpün bir yüzü için belirledikleri örüntüyü diğer yüzleri için de düşündükleri görülmüştür. Bu şekilde düşünen öğrencilerin yaratıcılığa dayalı muhakeme türünü ve bir yüz için düşündükleri örüntü ilişkisini diğer yüzlere de uygulayarak algoritmik muhakeme türünü de gerçekleştirdikleri anlaşılmaktadır. Öğrenciler küp üzerinde renkli kalemlerle boyama yaparak, hangilerinin kaçar yüzlerinin boyalı olacağını düşünüp şekilde görülmeyen küpleri de zihinlerinde canlandırarak üstlerine boyalı yüz sayılarını yazıp tablo şeklinde göstermişlerdir. Öğrencilerin sonuç olarak muhakeme becerisi türü ve sınıflandırma kodları dikkate alınarak problem çözüm sürecine ilişkin kodu CR_{dld} olarak belirlenmiştir. Bu kodlamada; muhakeme becerisi türü CR; doğruluk kategorisinde, öğrenci çözümüne bakıldığında sonucun doğru olduğu görüldüğünden d (doğru); çeşitlilik kategorisinde, muhakeme sürecinde iki tür muhakeme olduğundan l (local); matematiksel esaslar kategorisinde, matematiksel olarak derinlemesine bir fikir yürütüldüğü için d (derinlemesine) olarak gösterilmiştir.

Öğrencilerden bazıları ise yukarıda Tablo 2'de belirtildiği gibi doğru muhakame yürütüp, doğru sonuca ulaşamamıştır. Bu duruma örnek olarak Ö80 kodlu öğrencinin üçüncü soru için yapmış olduğu çözümde çıkarımlarını doğru bir şekilde yaptığı fakat doğru sonuca ulaşamadığı görülmüştür (Şekil 6).



Şekil 6. *Boyalı küp sorusuna ilişkin yetersiz muhakeme (Ö80)*

Şekil 6'da görüldüğü gibi öğrenci küpleri doğru bir şekilde renklendirerek üç yüzü, iki yüzü ve bir yüzü boyalı olarak ifade etmiş fakat küp sayılarını belirleyememiştir. Aslında burada görünen yüzleri ifade ederken sorun

yaşamamış fakat görünmeyen birim küpleri belirlemekte zorlanmıştır. Bu durumda öğrencinin muhakeme süreci işlemiş fakat sonuca ulaşmada yetersiz kalmıştır diyebiliriz. Öğrenci çözümünün muhakeme becerisi türü ve sınıflandırma kodları dikkate alınarak problem çözüm sürecine ilişkin kodu CR_{ygy} olarak belirlenmiştir. Bu kodlamada; muhakeme becerisi türü CR (Yaratıcılığa dayalı muhakeme); doğruluk kategorisinde, öğrenci çözümüne bakıldığında sonucun doğru olmadığı görüldüğünden y (yanlış); çeşitlilik kategorisinde, muhakeme sürecinde tek tür muhakeme olduğundan g (global); matematiksel esaslar kategorisinde, matematiksel olarak yüzeysel sadece küpün görünen yüzleri için bir fikir yürütüldüğünden y (yüzeysel) olarak gösterilmiştir.

Muhakeme Testine İlişkin Öğrenci Görüşleri

Matematik başarı seviyesi yüksek, orta ve düşük olan sekiz beşinci sınıf şubesinden otuz öğrenci ile gerçekleştirilen görüşmeler sonucunda, görüşme dökümlerinin analizi yapılarak dört alt başlıkta bulgular verilmiştir.

Muhakeme testindeki sorulara benzer sorularla karşılaşmak

Öğrencilere yöneltilen "*Daha önce bu muhakeme testinde çözdüğünüz sorulara benzer sorular ile matematik derslerinizde, ders kitaplarınızda veya sınavlarda karşılaştınız mı?*" sorusuna verilen cevaplar Şekil 7'de gösterilmiştir.



Şekil 7. *Muhakeme testindeki sorulara benzer sorularla karşılaşma durumları*

Öğrencilerin 18'i "*Hiç karşılaşmadım*" şeklinde yanıt verirken öğrencilerden iki tanesi bazen sınavlarda karşılaştığını iki tanesi de bazen test kitaplarında karşılaştığını ifade etmiştir. Öğrencilerden dördü benzer soru tiplerine öğretmen rehberliğinde gerçekleştirilen sınıf içi çözüm süreçlerinde aşina olduklarını ifade ederken; diğer dört öğrenci ise ders kitaplarında yer alan içeriklerin mevcut sorularla paralellik gösterdiğini vurgulamıştır.

Muhakeme Testini Çözerken Hissedilen Duygu

Öğrencilere yöneltilen "*Bu tarz sorular çözerken nasıl hissediyorsun?*" sorusuna verilen cevaplar Tablo 3'te gösterilmiştir.

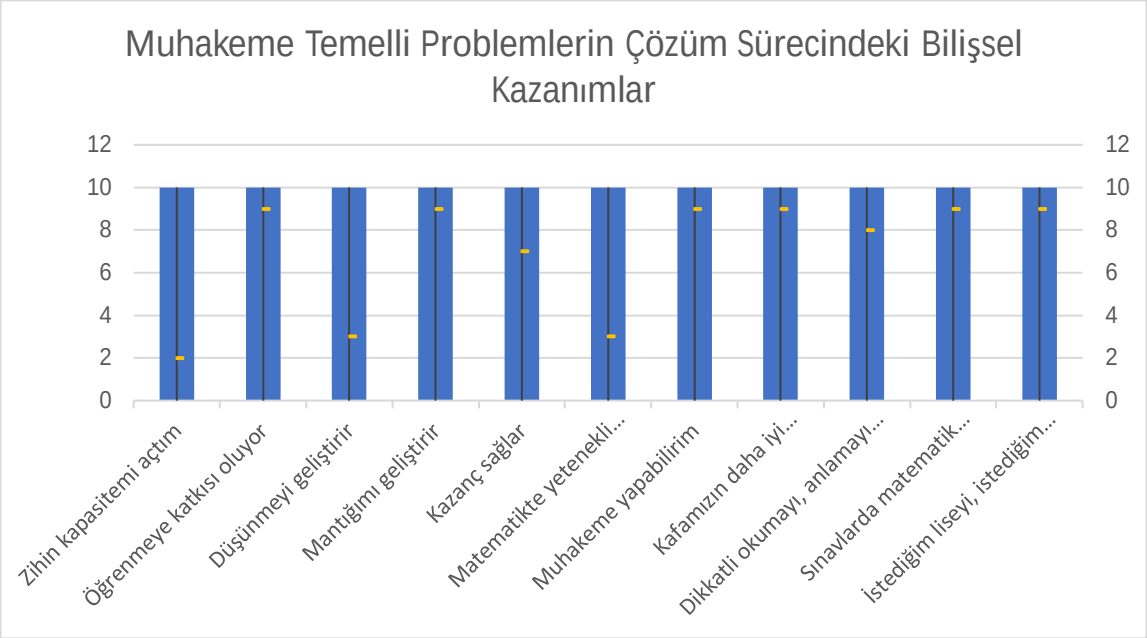
Tablo 3. *Muhakeme testini çözerken hissedilen duygu*

Hissedilen Olumsuz Duygu	Frekans	Frekans	Hissedilen Olumlu Duygu
Çok stresli	2	2	Seviyorum ama yapamıyorum
Yapamama korkusu	6	2	Seviyorum
Yapamayınca sinir olma	1	2	Yapabildiğim için mutluyum
Heyecanlı	1	1	Mükemmel, çok iyi
Yapamayınca üzülüyorum	1	3	Normal
Çok endişeli	1	1	Kararsızlık
Kaygılı	3	2	Rahat

Öğrencilerin çoğu bu gibi sorularla karşılaştığında yapamayacağını düşünüp korktuğunu ve kaygılandığını ifade etmiştir. Tüm soruları doğu yapan öğrenci ise "*Matematiği sevdiğim için çok iyi, çok güzel, mükemmel hissettim*" şeklinde yorum yapmıştır. Testteki soruların hiç birini yapamayan öğrencilerden alınan görüşlerde ise normal, rahat, kararsızlık gibi herhangi bir farklılık içermeyen duygu ifadelerinin olduğu görülmüştür (Tablo 3).

Muhakeme Temelli Problemlerin Çözüm Sürecindeki Bilişsel Kazanımlar

Öğrencilere yöneltilen "*Bu şekildeki soruları çözmek sana ne kazandırabilir? Açıklar mısın?*" sorusuna öğrencilerin verdiği yanıtlar değerlendirilerek Şekil 8'de sunulmuştur.

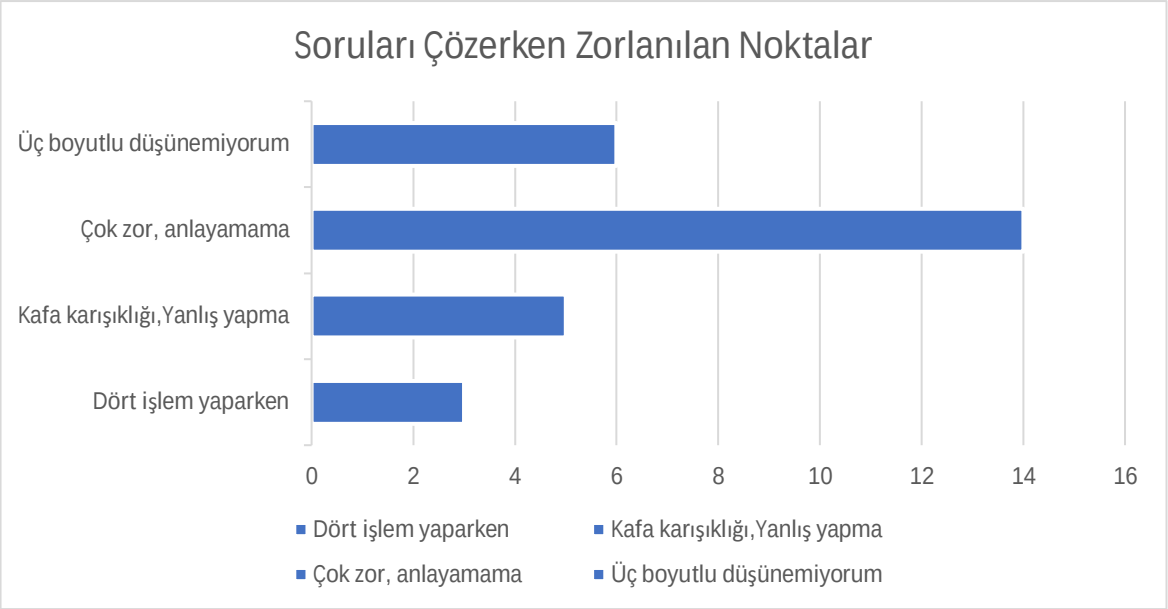


Şekil 8. *Muhakeme Temelli Problemlerin Çözüm Sürecindeki Bilişsel Kazanımlar*

Öğrencilerin çoğunluğu, muhakeme testindeki sorulara benzer soruların sürekli çözülmesi ile zihin kapasitesinin açılacağı, düşünmenin gelişeceği, matematikte daha yetenekli olup notlarının artacağı gibi çıkarımlarda bulunmuşlardır (Şekil 8). İki öğrenci ise "*soruları dikkatli okumamamızı sağlar, dikkatli okumaya anlamaya yarar*" şeklinde ifade ederek disiplinler arası yaklaşıma vurgu yaparak matematiksel muhakemenin önemini ortaya koymuştur. Tüm soruları doğru yapan öğrenci ise "*Bunu çözmek bana istediğim liseyi, istediğim mesleği kazandırır. Bunlar bana çok katkı sağlar. Çünkü bunlar benim bilgimi ölçmüyor, mantığımı ve zekamı ölçüyor. Bunlar benim zekamı daha çok yükselterek en yüksek seviyeye ulaştırır, böylelikle de ülkeme daha büyük katkım sağlanır"* şeklinde ifade ederek matematiksel muhakemenin daha ileri hedefler için de önemli olduğuna vurgu yapmıştır.

Muhakeme Sorularını Çözerken Zorlanılan Noktalar

Öğrencilere yöneltilen "*Bu soruları çözerken zorlandığın noktalar oluyor mu?*" sorusuna öğrencilerden alınan görüşler değerlendirilerek Şekil 9'da sunulmuştur.



Şekil 9. *Soruları çözerken zorlanılan noktalar*

Öğrencilerin büyük bir kısmı çok zorlandıklarını, soruyu anlayamadıklarını dile getirmiştir (Şekil 9). Muhakeme testinde üç boyutlu düşünmeyi gerektiren soru için ise "*Ben şey, içi boş olur demiştim. Oynatma mekanizması falan vardır diye düşündüm. Ama içinde de küp varmış. Yani öyle olunca daha kafam karıştı*", "*Boyalı küpte çok zorlandım hocam ama arkasını ve içini hesaba kattığımda anladım*" gibi ifadelerle üç boyutlu düşünemediklerini belirtmişlerdir. Bir öğrenci ise kendi özeleştirisini yaparak "*Zorlandığım noktalar, eee az kitap okuduğum için bazılarını yanlış anlıyorum*" şeklinde açıklamada bulunmuş, anlayamamasını az kitap okumasına bağlamıştır.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Araştırmada beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme düzeyleri incelenmiş, araştırma sonucunda beşinci sınıf öğrencilerine yöneltilen üç farklı muhakeme sorusunun her üçünü de doğru yapan bir öğrenci olup, 185 öğrenci arasından %0,5'lik bir başarı sağlandığı görülmüştür. Elde edilen bulgular, literatürdeki benzer çalışmaların sonuçlarıyla paralellik arz etmektedir. Bu bağlamda, ulaşılan verilerin Özaydın vd. (2024) tarafından gerçekleştirilen çalışma sonuçlarını desteklediği görülmektedir. Söz konusu araştırmada da ortaokul düzeyindeki öğrencilerin matematiksel muhakeme performanslarının orta ve orta altı seviyelerde yoğunlaştığı saptanmıştır. Araştırmanın bu tespiti, mevcut çalışma ile ulaşılan öğrenci çıktıları arasındaki tutarlılığı ve ortaokul kademesinde muhakeme becerilerinin geliştirilmesine duyulan ihtiyacı ortaya koymaktadır (Özaydın vd., 2024). Ortaokul öğrencilerinin geometrik muhakemelerinin, nicel muhakemelerinin incelendiği çalışmalarda da öğrencilerin muhakeme becerisinin zayıf olduğu, muhakeme geliştirmede zorlandıkları ifade edilmiştir (Akdemir, 2022; Gürbüz, 2022; Kurudirek Turan, 2023). Matematiksel muhakeme, matematikçiler ve öğrenciler tarafından ihtiyaç duyulan aktif, esnek ve üretken bir süreç olduğu için matematikte kritik öneme sahiptir (Rohati vd., 2022). Matematiksel muhakeme gibi kritik bir becerinin öğrencilere kazandırılmasında, öncelikle mevcut muhakeme türlerinin akademik bir farkındalıkla tanımlanması büyük önem taşımaktadır. Öğrencilerin bu becerilerini alt basamaklardan daha ileri seviyelere taşımak ve bilişsel kapasitelerini geliştirmek, ancak eğitimcilerin bu süreçteki yöntem ve stratejilere dair bilinçli yaklaşımlarıyla mümkündür. Dolayısıyla, öğretmenlerin muhakeme türleri konusundaki yetkinliği ve bu doğrultuda sergileyecekleri profesyonel tutum, gelişim sürecinin niteliğini belirleyen temel unsurlar arasında yer almaktadır. Öğrencilerin muhakeme türlerinin öğretmenler tarafından bilinmesinin önemini ortaya koymaya çalışan bu çalışmada, öğrencilerin sergilediği bilişsel yaklaşımlar, Lithner (2006) tarafından geliştirilen kuramsal çerçeve temel alınarak çözümlenmiştir. Yapılan analizler neticesinde; öğrencilerin yaratıcı, algoritmik ve ezbere dayalı matematiksel muhakeme türlerinden en az birini sergiledikleri görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin yalnızca tek tip bir muhakeme yöntemine bağlı kalmadıklarını, aksine farklı zihinsel stratejiler aracılığıyla çözüm yollarını yapılandırdıklarını ortaya koymaktadır (Lithner, 2006). Muhakeme türlerinin farklılığı sorulara göre değişebilir nitelikte olsa da öğrencilerin bir çok akıl yürütme türüne hakim olup işe koşması önemlidir. Araştırmada en çok yaratıcı

muhakeme görülmüş olsa da yaratıcı muhakeme sergileyen öğrencilerin yarıya yakının doğru sonuca ulaşamadığı görülmüştür. Bunun yanında ezbere dayalı muhakeme gösteren öğrencilerin tamamının doğru sonuca ulaştığı görülmüştür. Bu durum yaratıcı muhakeme türünde sonucun doğruluğundan ziyade, izlenen yöntemin matematiksel temellere uygunluğu ve açıklanabilirliğinin önemli görülmesi (Lithner, 2006) ile açıklanabilir. Ezbere dayalı da ise zihinsel bir işlem içermeksizin yalnızca anımsanan adımların kağıda dökülmesi süreci işe koşulduğu için ezbere dayalı muhakeme yürüten öğrencilerin bu muhakeme türünde doğru sonuca ulaşma oranları daha fazla çıkmış olabilir. Öğrencilerin bu muhakeme yeterlilikleri çeşitli çalışmalarla desteklenerek daha ileri seviyelere taşınabilir. Öğrenme ortamlarının öğrenmeye açık, tartışmalara olanak veren, rahatça düşüncelerin ifade edildiği şekilde tasarlanması öğrencilerin yaratıcı muhakemelerinin gelişmesine katkı sağlayabilir (Çiftçi ve Akgün, 2021). Matematiksel öğrenme süreçlerinin temel taşı olan matematiksel muhakeme (Carpenter vd., 2003), öğrencilerin bilişsel gelişiminde belirleyici bir rol oynamaktadır. Bu bağlamda, öğrenenlerin zihinsel süreçlerini sınırlayan ezbere dayalı yaklaşımlar veya önceden belirlenmiş çözüm kalıpları yerine; onları bilişsel esnekliğe ve alternatif düşünme stratejileri geliştirmeye yöneltecek nitelikteki görevlerle desteklenmeleri gerekmektedir. Dolayısıyla, öğrencilerin öğrenme sürecine aktif katılımlarını sağlamak amacıyla, farklı perspektifler geliştirmelerine olanak tanıyan zengin içerikli ve muhakeme odaklı etkinliklerle meşgul edilmeleri büyük önem arz etmektedir (Carpenter vd., 2003). Kendi matematiksel fikirlerini ifade etmeyi ve gerekçelendirmeyi, kendi ve başkalarının matematiksel açıklamaları üzerinden mantık yürütmeyi ve cevapları için bir gerekçelendirme sağlamayı öğrenen öğrencilerin, matematikte ve ilgili alanlarda gelecekteki başarıları için kritik öneme sahip olan derin bir anlayış geliştirdikleri görülmüştür (Carpenter vd., 2003). Öğrencilerin matematiksel muhakeme türlerinin bilinmesi, öğrencilerin muhakeme becerisini en alt seviyeden en üst seviyeye çıkarmasını kolaylaştıracak ve böylece öğrenciler yeterli ve yaratıcı matematiksel muhakeme becerilerine sahip olabileceklerdir (Rohati vd., 2023). Öğretmenlerin, öğrencilerin sergilediği muhakeme süreçlerindeki potansiyel çeşitliliğin bilincinde olması, öğretim sürecinin niteliği açısından kritik bir öneme sahiptir. Matematiksel muhakemeyi ileri bir düzeye taşımak amacıyla eğitimcilerin; farklı muhakeme biçimlerini ve seviyelerini analiz edebilecek yetkinliğe sahip olmaları, elde ettikleri veriler doğrultusunda pedagojik müdahaleleri zamanında gerçekleştirmeleri gerekmektedir. Bu bağlamda, öğrencilere yöneltilen "neden?" ve "nasıl?" gibi sorgulayıcı soruların, bireyleri derinlemesine düşünmeye sevk ederek bilişsel süreçlerini yapılandırmalarına ve dolayısıyla matematiksel muhakeme becerilerinin gelişimine anlamlı katkılar sağlayacağı öngörülmektedir (Vale vd., 2017).

Bu araştırmada, öğrencilerin büyük bir kısmının muhakeme temelli sorularla daha önce karşılaşmadığı ve bu durumun bilişsel bir kaygıya yol açtığı saptanmıştır. Katılımcılar; bu süreçte soruyu anlamlandırmakta güçlük çektiklerini, yoğun bir zorlanma hissettiklerini ve başarısızlık korkusu yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Buna karşın öğrenciler, söz konusu problem türlerinin düzenli olarak çözülmesinin zihinsel kapasiteyi artıracağı ve düşünme becerilerini geliştireceği yönünde olumlu çıkarımlarda bulunmuşlardır. Ayrıca bu tür uygulamaların matematiksel yetkinliği güçlendirerek akademik başarıya ve ders notlarına pozitif yansıyacağını vurgulamışlardır. Öğrencilerin yaşadıkları bu zorlukların sebepleri arasında muhakeme becerisinin öğretmenler tarafından yeterince anlaşılıp derslerde uygulanmaması gösterilebilir (Çiftçi, 2015; Herbert vd., 2022; Lobato vd., 2013). Öğrencilerin matematiksel muhakeme yetenekleri, matematiksel muhakeme görevleri ve bir problemin çözümüne yönelik argümanları belirlemek ve geliştirmek için öğretmenler ve öğrenciler arasında tartışmalar sağlanarak sınıf içi öğrenme yoluyla geliştirilebilir. Bu gelişim sürecinde bireyin matematiksel konularla başa çıkma becerisi olarak tanımlanan matematiksel güvenin geliştirilebilmesi, öğrencinin yapamama korkusunun üstesinden gelebilmesinin bir yoludur (Foster, 2016). Bu tür çalışmalarla öğrencilerin bilişsel kaygılarının azalacağı, muhakeme süreçlerinin de olumlu yönde gelişeceği öngörülmektedir.

Swan (2011), matematik öğretimi sürecinde muhakeme eyleminin doğrudan odak noktası hâline getirilmesi gerektiğini savunmaktadır. Bu çerçevede, zihinsel bir süreç olan muhakemenin; gerek yazılı ifadeler gerekse sözlü açıklamalar aracılığıyla somutlaştırılarak gözlemlenebilir ve işitilebilir bir niteliğe kavuşturulmasının önemi vurgulanmaktadır. Dolayısıyla, öğrencilerin muhakeme stratejilerinin görünür kılınması, öğretimsel farkındalığın artırılması noktasında temel bir gereklilik olarak sunulmaktadır (Swan, 2011). Bu bakış açısı ile gerçekleştirilen çalışmada, yeni müfredatın da üstünde durduğu beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerileri incelenmiş ve görülüp işitilebilir olması adına somut verilerle ortaya konulmaya çalışılmıştır. Araştırma kapsamında beşinci sınıf öğrencilerinin genel performansı incelendiğinde, matematiksel muhakeme

düzeylerinin oldukça düşük bir seviyede olduğu görülmüştür. Özellikle üç boyutlu bir perspektif ve özgün bilişsel süreçler gerektiren yaratıcı muhakeme becerilerinin sergilenmesinde katılımcıların ciddi güçlükler yaşadığı gözlemlenmiştir. Buna karşın, öğrencilerin ezbere dayalı ve algoritmik muhakeme süreçlerini işe koşma eğilimlerinin, yaratıcı düşünme gerektiren süreçlere kıyasla daha belirgin ve yüksek olduğu tespit edilmiştir. Elde edilen bu sonuçlar, öğrencilerin bilişsel stratejilerinin ağırlıklı olarak kural temelli ve taklitçi bir yapıda yoğunlaştığını ortaya koymaktadır.

Öğrencilerle yapılan görüşmeler ve öğrencilerin çözümleri incelendiğinde öğrencilerin bu gibi sorularla ders işlenişinde, ders kitaplarında veya sınavlarda sıklıkla karşılaşmadıkları, soruyu anlamlandırmada zorluk yaşadıkları, nereden başlayacaklarını bilememe, yapamama korkusu yaşadıkları, alternatif yollar düşünmede eksiklikler, üzerinde düşünmeden bir an önce sonuca ulaşmak istemeleri öğrencilerin matematiksel muhakemelerinin zayıf olmasının nedenleri arasında gösterilebilir. Bu çıkarımlar göz önünde bulundurulduğunda matematiksel muhakemenin geliştirilmesi için ders anlatımlarında ve ders içi kullanılan yazılı materyallerde daha çok muhakeme gerektirecek çalışmalara yer verilmesi önerilebilir. Ayrıca öğretmenlerin öğrencilerin muhakeme yeterliğini inceleyip geliştirebilmesi, sınıf içi uygulamada matematiksel muhakemeye sürekli yer verebilmesi için öğretmenlerin muhakeme becerisi yönünden geliştirilmesi önerilebilir. Öğretmenlerin öğrencilerin muhakeme becerilerini değerlendirebilmesi ve bu yönde gerekli iyileştirme çalışmalarını yapabilmesi için matematiksel muhakeme değerlendirme ölçme araçları geliştirilebilir. Bu araştırma, elde edilen bulguların genellenebilirliği ve kapsamı bakımından birtakım sınırlılıklara sahiptir. İlk olarak çalışma, tek bir ortaokul bünyesinde öğrenim gören beşinci sınıf öğrencileri ile yürütülmüş olup, sonuçlar bu örneklemin sosyo-ekonomik ve akademik özellikleri ile sınırlıdır. İkinci olarak, öğrencilerin matematiksel muhakeme süreçleri, Lithner (2006) taksonomisine uygun olarak hazırlanan üç adet problem üzerinden analiz edilmiştir. Üçüncü bir sınırlılık ise, veri derinliğini sağlamak amacıyla gerçekleştirilen görüşmelerin katılımcı sayısı ve görüşme süresiyle sınırlı kalmasıdır. Bu bağlamda, gelecek araştırmalarda daha geniş örneklem grupları ve daha fazla sayıda ölçme aracı kullanılarak muhakeme süreçlerinin farklı değişkenler açısından incelenmesi önerilmektedir.

Bu araştırma, ortaokul matematik eğitimi literatüründe genellikle genel başarı odağında incelenen muhakeme becerisini, Lithner (2006) tarafından geliştirilen kuramsal taksonomi aracılığıyla beşinci sınıf düzeyinde derinlemesine analiz etmesi bakımından özgün bir nitelik taşımaktadır. Çalışmanın temel özgünlüğü, sadece öğrencilerin doğru veya yanlış yanıtlarına odaklanmakla kalmayıp; çözüm süreçlerinde sergilenen zihinsel stratejileri "yaratıcı", "algoritmik" ve "ezbere dayalı" kategorileri altında mikro düzeyde ayrıştırmasından kaynaklanmaktadır. Özellikle öğrencilerin muhakeme temelli sorularla karşılaştıklarında yaşadıkları "bilişsel kaygı" ve "başarısızlık korkusu" gibi duyuşsal engelleri, görüşmeler aracılığıyla somut verilerle ortaya koyması, literatürdeki teorik boşluğu uygulama temelli verilerle doldurmaktadır. Ayrıca, Swan (2011) tarafından vurgulanan muhakemenin "görülüp işitilebilir" kılınması ilkesini rehber edinerek, öğrenci ifadelerini çözümleyerek, çalışmayı salt bir başarı ölçümü olmaktan çıkarıp bilişsel süreçlerin keşfedildiği niteliksel bir analize dönüştürmektedir. Bu bağlamda araştırma, hem kuramsal bir çerçeveyi Türkiye'deki beşinci sınıf örneklemine uyarlaması hem de öğretmenlerin pedagojik farkındalıklarına yönelik somut çıkarımlar sunması açısından alana özgün bir katkı sağlamaktadır.

References

ACARA. (2025). Australian curriculum: Mathematics. https://www.australiancurriculum.edu.au/f-10-curriculum/mathematics/rationale/

Akdemir, M. (2022). *Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Geometrik Muhakemelerinin İncelenmesi* [Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi].

Akkuş-Çıkla, O., & Duatepe, A. (2002). İlköğretim matemetik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine niteliksel bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *23*(23), 32-40.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2020). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Pegem Akademi.

Carpenter, TP, Franke, M. ve Levi, L. (2003). Matematiksel düşünme: Aritmetik ve cebiri entegre etmek ilkokulda. Portsmouth, NH: Heineman.

Çiftçi, Z. (2015). Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel akıl yürütme becerilerinin incelenmesi (Yayın No. 418254) [Dokora tezi, Atatürk Üniversitesi]. YÖK. https://tez.yok.gov.tr

Çiftci, Z., & Akgün, L. (2021). Matematiksel akıl yürütme becerisini sınıflandırmaya yönelik kavramsal bir çerçeve. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, (43), 556-575.

Creswell, J.W. (2020). *Eğitim Araştırmaları Nicel ve Nitel Araştırmanın Planlanması, Yürütülmesi ve Değerlendirilmesi*. Edam Yayıncılık.

Erdem, E. (2015). *Matematiksel muhakemeyi geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının etkileri* [Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi].

Ersoy, E., Yıldız, İ., & Süleymanoğlu, E. (2017). 5. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Muhakeme Becerileri Üzerine Bir Çalışma. *Electronic Turkish Studies, 12*(17).

Foster, C. (2016). Matematiksel prosedürlerle ilgili güven ve yeterlilik. *Educational Studies in Mathematics, 91* (2), 271-288. https://doi.org/10.1007/s10649-015-9660-9

Guba, E. G., & Lincoln, Y. S. (1982). Epistemological and methodological bases of naturalistic inquiry. *Educational Communication and Technology Journal, 30*(4), 233-252.

Gürbüz, T. (2022). *Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Muhakeme Süreçlerinin Öğrenme Yörüngelerine Dayalı Öğretim Tasarımı Bağlamında İncelenmesi* [Doktora tezi, Uludağ Üniversitesi].

Herbert, S., Vale, C., White, P., ve Bragg, L. A. (2022). Engagement with a formative assessment rubric: A case of mathematical reasoning. International Journal of Educational Research, 111, 1 17. https://doi.org/10.1016/j.ijer.2021.101899

Kurudirek Turan, P. (2023). *Ortaokul Öğrencilerinin Stem Etkinliklerindeki Nicel Muhakeme Becerilerinin İncelenmesi: Bir Öğretim Deneyi* [Doktora tezi, Trabzon Üniversitesi].

Liljedahl, P. (2022). *Okul öncesinden liseye matematikle düşünen sınıflar: Öğrenmeyi destekleyici 14 öğretim uygulaması* (A. A. Yenmez ve S. Gökçe, Çev.). Anı Yayıncılık. (Orijinal çalışma basım tarihi 2020).

Lithner, J. (2005). *A framework for analysing qualities of mathematical reasoning*: Version 3.Research Reports in Mathematics Education 3, Department of Mathematics, Umea˚ University.

Lithner, J. (2006). *A framework for analysing creative and imitative mathematical reasoning.* Research Reports in Mathematics Education, Department of Mathematics, Ume˚a University.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 67* (3), 255–276.

Lobato, J., Hohensee, C. ve Rhodehamel, B. (2013). Students' mathematical noticing. Journal for Research in Mathematics Education, https://doi.org/10.5951/jresematheduc.44.5.0809

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.). SAGE Publications.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2024). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı: Türkiye yüzyılı maarif modeli*. MEB Yayınları.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Ocak, G. (2019). *Eğitimde Bilimsel Araştırma Yöntemleri.* Pegem Akademi.

Öz, T. (2017). *7. sınıf öğrencilerinin matematiksel akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi* [Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi].

Özaydın, Z., Arslan, Ç. & Yıldız, H. (2024). Evaluation of mathematical reasoning competence in middle school students. Inonu University Journal of the Faculty of Education, 25(1), 365-387. DOI: https://doi.org/10.17679/inuefd.1225147

Rohati, R., Kusumah, Y. S., & Kusnandi, K., (2022). The development of analytical rubrics: An avenue to assess students' mathematical reasoning behavior. *Cypriot Journal of Educational Science. 17*(8), 2553-2566 https://doi.org/10.18844/cjes.v17i8.7043

Rohati, R., Kusumah, Y. S., & Kusnandi, K. (2023). Exploring students' mathematical reasoning behavior in junior high schools: A grounded theory. *Education Sciences*, *13*(3), 252.

Smit, R., Dober, H., Hess, K., Bachmann, P. & Birri, T. (2023). Supporting primary students' mathematical reasoning practice: the effects of formative feedback and the mediating role of self-efficacy. *Research in Mathematics Education, 25*(3), 277-300. https://doi.org/10.1080/14794802.2022.2062780

Swan, M. (2011). Improving reasoning: analysing alternative approaches. Retrieved from http://nrich.maths.org/7812/index.

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 2003*(24), 234-243.

Vale, C., Widjaja, W., Herbert, S., Bragg, L. A., & Loong, E. Y. K. (2017). Mapping variation in children's mathematical reasoning: the case of 'what else belongs?'. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *15*, 873-894. DOI: https://doi.org/10.1007/s10763-016-9725-y

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2021). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayınevi.