

**ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

DOKTORA TEZİ

İbrahim Özgür DENEME

**ELASTODİNAMİK YAPI-ZEMİN ETKİLEŞİMİ
PROBLEMLERİNİN SINIR ELEMAN METODU
İLE FORMÜLASYONU**

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ADANA, 2007

**ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ELASTODİNAMİK YAPI-ZEMİN ETKİLEŞİMİ
PROBLEMLERİNİN SINIR ELEMAN METODU
İLE FORMÜLASYONU**

**İbrahim Özgür DENEME
DOKTORA TEZİ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

Bu tez **27/07/2007** Tarihinde Aşağıdaki Jüri Üyeleri Tarafından **Oybirliği** İle Kabul Edilmiştir.

İmza:..... İmza:..... İmza:.....
Doç.Dr. Hüseyin R. YERLİ Prof.Dr. A. Kamil TANRIKULU Yrd.Doç.Dr. S. Seren GÜVEN
DANIŞMAN ÜYE ÜYE

İmza: İmza:.....
Yrd.Doç.Dr. A. Hamza TANRIKULU Yrd.Doç.Dr. M. Hakan SEVERCAN
ÜYE ÜYE

Bu tez Enstitümüz İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında hazırlanmıştır.
Kod No:

Prof. Dr. Aziz ERTUNÇ
Enstitü Müdürü
İmza ve Mühür

Bu Çalışma Çukurova Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi Tarafından Desteklenmiştir.
Proje No: **MMF2003D7**

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

ÖZ

DOKTORA TEZİ

ELASTODİNAMİK YAPI-ZEMİN ETKİLEŞİMİ PROBLEMLERİNİN SINIR ELEMAN METODU İLE FORMÜLASYONU

İbrahim Özgür DENEME

ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Danışman : Doç. Dr. Hüseyin R. YERLİ

Yıl : 2007, **Sayfa:** 152

Jüri : Doç. Dr. Hüseyin R. YERLİ
Prof. Dr. A. Kamil TANRIKULU
Yrd. Doç. Dr. S. Seren GÜVEN
Yrd. Doç. Dr. A. Hamza TANRIKULU
Yrd. Doç. Dr. M. Hakan SEVERCAN

Bu çalışmada, elastodinamik yapı-zemin etkileşimi problemlerinin çözümü için eğri eksenli süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu yapılmıştır. Fourier dönüşüm uzayında yapılan formülasyonda, integral denklemlerin çözümü Gauss sayısal integrasyon yöntemi ile yapılmaktadır. P sabit ve Q hareketli noktalarının aynı eleman üzerinde olması halinde ortaya çıkan, $1/r$ tekilliği kaldırılarak, $\ln(1/r)$ tekilliği ise uygun logaritmik ve standart Gauss yöntemlerinin kullanılmasıyla giderilmiştir. Yapılan formülasyonlara dayalı, iki boyutlu elastostatik ve elastodinamik analizler için genel amaçlı iki adet bilgisayar programı hazırlanmıştır. Fourier dönüşüm uzayında elastodinamik analiz yapan program ile frekansa küçük değerler verilerek elastostatik analiz de yapılabilmektedir. Programlar, çeşitli veri türetme imkanlarına sahiptir. Hazırlanan programlar ile dört adet elastostatik ve yedi adet elastodinamik problem çözülmüş ve elde edilen sonuçların, literatürde verilen sonuçlarla uyum içinde olduğu gözlenmiştir.

Anahtar kelimeler: Sınır Eleman Yöntemi, Süreksiz Kuadratik Sınır Eleman, Eğri Eksenli Eleman, Elastostatik, Elastodinamik Yapı-Zemin Etkileşimi.

ABSTRACT

Ph. D. THESIS

FORMULATION OF ELASTODYNAMIC SOIL-STRUCTURE INTERACTION PROBLEMS WITH BOUNDARY ELEMENT METHOD

İbrahim Özgür DENEME

DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES
UNIVERSITY OF CUKUROVA

Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Hüseyin R. YERLİ
Year : 2007, **Pages:** 152

Jury : Assoc. Prof. Dr. Hüseyin R. YERLİ
Prof. Dr. A. Kamil TANRIKULU
Assist. Prof. Dr. S. Seren GÜVEN
Assist. Prof. Dr. A. Hamza TANRIKULU
Assist. Prof. Dr. M. Hakan SEVERCAN

In this study, discontinuous curved quadratic boundary element formulation is presented for the elastodynamic soil-structure interaction analysis. In the formulation, which is performed in Fourier transform space, the integral equations are solved numerically by Gaussian quadratures. $1/r$ and $\ln(1/r)$ singularities that exist when source point P and varied point Q are within same element either removed or manipulated by using logarithmic and standard Gaussian quadratures. Based on the formulation presented in this study, two general purpose computer programs are developed, for two dimensional elastostatic and elastodynamic analysis. The programs perform the analysis in Fourier transform space and the program which is developed for elastodynamic analysis can also be used for elastostatic analysis by assigning a small value to the frequency. The programs have some data generation capabilities which facilitate the preparation of input data. Using the programs, four elastostatic and seven elastodynamic problems are solved, and the results obtained using the programs are compared with those in the literature.

Keywords: Boundary Element Method, Discontinuous Quadratic Boundary Element, Curved Element, Elastostatics, Elastodynamic Soil-Structure Interaction.

TEŞEKKÜR

Doktora eğitimim süresince, değerli bilgi ve yardımlarını esirgemeyen ve bana her türlü desteği sağlayan, danışman hocam, sayın Doç. Dr. Hüseyin R. YERLİ'ye en içten teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarım süresince, değerli bilgi ve yardımlarını esirgemeyen sayın Prof. Dr. Yalçın MENGİ'ye en içten teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmalarım sırasında ilgisini esirgemeyen ve her konuda bana destek olan sayın Yrd. Doç. Dr. Ali Hamza TANRIKULU ve Yrd. Doç. Dr. Metin Hakan SEVERCAN'a teşekkür ederim.

Doktora eğitimime başladığım ilk günden itibaren gösterdikleri ilgi ve yardımlarından dolayı, Ç.Ü. İnşaat Mühendisliği Bölümü öğretim üye ve yardımcılarına teşekkür ederim.

Manevi desteklerine her zaman ihtiyacım olan ve bu desteklerini benden hiçbir zaman esirgemeyen, sevgili aileme minnettarım.

İÇİNDEKİLER

SAYFA

ÖZ	I
ABSTRACT	II
TEŞEKKÜR	III
İÇİNDEKİLER	IV
ŞEKİLLER DİZİNİ	VI
1. GİRİŞ	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	8
3. ELASTODİNAMİK PROBLEMLER İÇİN SINIR ELEMAN FORMÜLASYONU	14
3.1. Elastodinamik Problemler için Sınır Eleman Denklemi	14
3.2. Sınır Eleman Denklemine Çözümü	18
4. SÜREKSİZ YÜKSEK DERECELİ SINIR ELEMAN FORMÜLASYONU	20
4.1. Giriş	20
4.2. Süreksiz Kuadratik Sınır Eleman Formülasyonu	25
4.2.1. İç Noktalarda Deplasman ve Gerilmelerin Belirlenmesi	29
4.2.1.1. Deplasmanların Belirlenmesi	30
4.2.1.2. Gerilmelerin Belirlenmesi	30
4.2.2. Tekillik	32
4.2.2.1. Statik Hal	33
4.2.2.2. Dinamik Hal	39
4.2.3. Bileşke Kuvvetlerin ve Momentin Belirlenmesi	40
4.2.3.1. Bileşke Kuvvetlerin Belirlenmesi	40
4.2.3.2. Momentin Belirlenmesi	41
5. İKİ BOYUTLU YAPI ZEMİN ETKİLEŞİM PROBLEMLERİNİN ANALİZİ ...	43
5.1. Giriş	43
5.2. İmpedans Matrisinin Elde Edilmesi	44
5.3. Üst Yapının Analizi	46
6. SAYISAL UYGULAMALAR	47
6.1. Statik Problemler	47

6.1.1. Dairesel Disk Problemi	47
6.1.2. Rijit Şerit Temel Problemi	52
6.1.3. Dairesel Boşluklu Plak Problemi	58
6.1.4. Kare Delikli Plak.....	63
6.2. Dinamik Problemler.....	68
6.2.1. Rijit Şerit Temel Problemi.....	68
6.2.2. Harmonik Şerit Yüklü Viskoelastik Zemin	85
6.2.3. Adım Tipi Yükleme Etkisindeki Dikdörtgen Plak	96
6.2.4. Üçgen Yükleme Etkisindeki Dikdörtgen Plak.....	99
6.2.5. Üçgen Yatay Yükleme Etkisindeki Dikdörtgen Plak	103
6.2.6. Kare Boşluklu Sonsuz Levha Problemi	106
6.2.7. Üniform Yüklü Sonsuz Şerit Problemi.....	110
7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	115
KAYNAKLAR	119
ÖZGEÇMİŞ	126
EKLER.....	127
Ek-A. BİLGİSAYAR PROGRAMLARI.....	128
Ek-B. İç Noktaların Gerilme Hesabında Kullanılan S_{kij} ve D_{kij} Terimleri.....	148
Ek-C. Dinamik Halde Rijit Cisim Hareketinin Çıkarılması	150

Şekil 3.1. İki boyutlu elastik cisim	15
Şekil 4.1. Cisim sınırının yüksek dereceli sınır elemanlarına bölünmesi	20
Şekil 4.2. İki boyutlu sürekli kuadratik eleman	25
Şekil 4.3. İki boyutlu süreksiz kuadratik eleman	25
Şekil 4.4. İki boyutlu tekil eleman	33
Şekil 4.5. Tekil eleman durumu için r^p ifadesinin çıkarılması	34
Şekil 4.6. Süreksiz kuadratik sınır eleman üzerindeki bir noktanın yer vektörü	41
Şekil 5.1. Yarı sonsuz zeminde gömülü yapı	43
Şekil 5.2. Elastik yarım uzay üzerinde rijit şerit temel	44
Şekil 6.1. P eksenel basınç kuvvetine maruz dairesel disk	47
Şekil 6.2. Dairesel disk problemi için süreksiz kuadratik sınır eleman ağı	49
Şekil 6.3. Dairesel disk problemi için veri dosyası	50
Şekil 6.4. AB sınırı boyunca yatay deplasman dağılımı	51
Şekil 6.5. AB sınırı boyunca düşey gerilme dağılımı	52
Şekil 6.6. Elastik yarı sonsuz zemin üzerinde rijit şerit temel	53
Şekil 6.7. Rijit şerit temel problemi için süreksiz kuadratik sınır eleman ağı	54
Şekil 6.8. Rijit şerit temel problemi için veri dosyası	55
Şekil 6.9. AB boyunca boyutsuz düşey gerilme dağılımı	57
Şekil 6.10. Üst sınır boyunca boyutsuz düşey deplasman dağılımı	57
Şekil 6.11. s_0 çekme gerilmesine maruz dairesel boşluklu plak	58
Şekil 6.12. Dairesel boşluklu plak için süreksiz kuadratik sınır eleman ağı	59
Şekil 6.13. Dairesel boşluklu plak problemi için veri dosyası	60
Şekil 6.14. BD yatay sınırı boyunca elde edilen radyal deplasman dağılımı	62
Şekil 6.15. GA düşey sınırı boyunca teğetsel gerilme dağılımı	63
Şekil 6.16. Çekme gerilmesine maruz kare delikli plak	64
Şekil 6.17. Kare delikli plak problemi için süreksiz kuadratik sınır eleman ağı	65
Şekil 6.18. Kare delikli plak için veri dosyası	66
Şekil 6.19. AB yatay sınırı boyunca yatay deplasman dağılımı	67
Şekil 6.20. DE düşey sınırı boyunca yatay gerilme dağılımı	67

Şekil 6.21. Zemin üzerinde rijit şerit temel.....	68
Şekil 6.22. Problemin çözümünde kullanılan süreksiz kuadratik sınır eleman ağı ...	69
Şekil 6.23. Rijit şerit temel problemi için veri dosyası.....	70
Şekil 6.24. Yatay kompleyansın (C_{11}) reel kısmının frekansla değişimi.....	72
Şekil 6.25. Yatay kompleyansın (C_{11}) imajiner kısmının frekansla değişimi.....	72
Şekil 6.26. Düşey kompleyansın (C_{22}) reel kısmının frekansla değişimi	73
Şekil 6.27. Düşey kompleyansın (C_{22}) imajiner kısmının frekansla değişimi.....	73
Şekil 6.28. Dönme kompleyansının (C_{33}) reel kısmının frekansla değişimi.....	74
Şekil 6.29. Dönme kompleyansının (C_{33}) imajiner kısmının frekansla değişimi	74
Şekil 6.30. Girişimli kompleyansın (C_{13}) reel kısmının frekansla değişimi.....	75
Şekil 6.31. Girişimli kompleyansın (C_{13}) imajiner kısmının frekansla değişimi.....	75
Şekil 6.32. AB boyunca yatay gerilme dağılımının reel kısmı ($\bar{\omega}=0.1$)	77
Şekil 6.33. AB boyunca yatay gerilme dağılımının imajiner kısmı ($\bar{\omega}=0.1$)	77
Şekil 6.34. AB boyunca yatay gerilme dağılımının reel kısmı ($\bar{\omega}=0.5$)	78
Şekil 6.35. AB boyunca yatay gerilme dağılımının imajiner kısmı ($\bar{\omega}=0.5$)	78
Şekil 6.36. AB boyunca yatay gerilme dağılımının reel kısmı($\bar{\omega}=1.0$)	79
Şekil 6.37. AB boyunca yatay gerilme dağılımının imajiner kısmı ($\bar{\omega}=1.0$)	79
Şekil 6.38. AB boyunca yatay gerilme dağılımının reel kısmı ($\bar{\omega}=1.5$)	80
Şekil 6.39. AB boyunca yatay gerilme dağılımının imajiner kısmı ($\bar{\omega}=1.5$)	80
Şekil 6.40. Zemin yüzeyi boyunca yatay deplasman dağılımının reel kısmı ($\bar{\omega}=0.1$)	81
Şekil 6.41. Zemin yüzeyi boyunca yatay deplasman dağılımının imajiner kısmı ($\bar{\omega}=0.1$)	81
Şekil 6.42. Zemin yüzeyi boyunca yatay deplasman dağılımının reel kısmı ($\bar{\omega}=0.5$)	82
Şekil 6.43. Zemin yüzeyi boyunca yatay deplasman dağılımının imajiner kısmı ($\bar{\omega}=0.5$)	82
Şekil 6.44. Zemin yüzeyi boyunca yatay deplasman dağılımının reel kısmı ($\bar{\omega}=1.0$)	83

Şekil 6.45. Zemin yüzeyi boyunca yatay deplasman dağılımının imajiner kısmı ($\bar{\omega}=1.0$)	83
Şekil 6.46. Zemin yüzeyi boyunca yatay deplasman dağılımının reel kısmı ($\bar{\omega}=1.5$)	84
Şekil 6.47. Zemin yüzeyi boyunca yatay deplasman dağılımının imajiner kısmı ($\bar{\omega}=1.5$)	84
Şekil 6.48 Harmonik şerit yüklü viskoelastik zemin	85
Şekil 6.49. Problemin çözümünde kullanılan süreksiz kuadratik sınır eleman ağı ...	86
Şekil.6.50. Harmonik şerit yüklü viskoelastik zemin problemi veri dosyası	87
Şekil 6.51. $a_0=0.5$ için yatay komplemansın reel bileşeni	88
Şekil 6.52. $a_0=0.5$ için yatay komplemansın imajiner bileşeni	88
Şekil 6.53. $a_0=1.0$ için yatay komplemansın reel bileşeni	89
Şekil 6.54. $a_0=1.0$ için yatay komplemansın imajiner bileşeni	89
Şekil 6.55. $a_0=0.5$ için düşey komplemansın reel bileşeni.....	90
Şekil 6.56. $a_0=0.5$ için düşey komplemansın imajiner bileşeni	90
Şekil 6.57. $a_0=1.0$ için düşey komplemansın reel bileşeni.....	91
Şekil 6.58. $a_0=1.0$ için düşey komplemansın imajiner bileşeni	91
Şekil 6.59. $a_0=0.5$ için sönümsüz haldeki yatay komplemansın reel bileşeni.....	92
Şekil 6.60. $a_0=0.5$ için sönümsüz haldeki yatay komplemansın imajiner bileşeni	92
Şekil 6.61. $a_0=1.0$ için sönümsüz haldeki yatay komplemansın reel bileşeni.....	93
Şekil 6.62. $a_0=1.0$ için sönümsüz haldeki yatay komplemansın imajiner bileşeni	93
Şekil 6.63. $a_0=0.5$ için sönümsüz haldeki düşey komplemansın reel bileşeni.....	94
Şekil 6.64. $a_0=0.5$ için sönümsüz haldeki düşey komplemansın imajiner bileşeni.....	94
Şekil 6.65. $a_0=1.0$ için sönümsüz haldeki düşey komplemansın reel bileşeni.....	95
Şekil 6.66. $a_0=1.0$ için sönümsüz haldeki düşey komplemansın imajiner bileşeni.....	95
Şekil 6.67. Adım tipi yükleme etkisindeki dikdörtgen plak	96
Şekil 6.68. P yükünün zamanla değişimi	97
Şekil 6.69. Dikdörtgen plak için süreksiz kuadratik sınır eleman ağı	97
Şekil 6.70. Adım tipi yükleme etkisindeki dikdörtgen plak problemi için veri dosyası.....	98

Şekil 6.71. A noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi	99
Şekil 6.72. Üçgen yükleme etkisindeki dikdörtgen plak	100
Şekil 6.73. P Yükünün zamanla değişimi	100
Şekil 6.74. Dikdörtgen plak için süreksiz kuadratik sınır eleman ağı	101
Şekil 6.75. A noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi	101
Şekil 6.76. Üçgen yükleme etkisindeki dikdörtgen plak problemi için veri dosyası	102
Şekil 6.77. Üçgen yükleme etkisindeki dikdörtgen plak	103
Şekil 6.78. P Yatay yükünün zamanla değişimi	103
Şekil 6.79. Dikdörtgen plak için süreksiz kuadratik sınır eleman ağı	104
Şekil 6.80. Üçgen yatay yükleme etkisindeki dikdörtgen plak için veri dosyası	105
Şekil 6.81. A noktasındaki yatay deplasmanın zamanla değişimi	106
Şekil 6.82. Kare boşluklu sonsuz levha	107
Şekil 6.83. P basıncının zamanla değişimi.....	107
Şekil 6.84. Kare boşluklu sonsuz levha için süreksiz kuadratik sınır eleman ağı ...	108
Şekil 6.85. Kare boşluklu sonsuz levha problemi için veri dosyası.....	109
Şekil 6.86. A noktasındaki yatay deplasmanın zamanla değişimi	110
Şekil 6.87. P çekme kuvvetine maruz sonsuz şerit	111
Şekil 6.88. P çekme kuvvetine maruz sonsuz şeride ait kesit.....	111
Şekil 6.89. P Yükünün zamanla değişimi	112
Şekil 6.90. Süreksiz kuadratik sınır eleman ağı	112
Şekil 6.91. Üniform yüklü sonsuz şerit problemi için veri dosyası	113
Şekil 6.92. A noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi	114
Şekil A.1. D2SQ programının akış diyagramı	130
Şekil A.2. D2SQ programında kullanılan alt programlar	132
Şekil A.3. Süreksiz elemanda düğüm noktalarının boyutsuz koordinatları.....	135
Şekil A.4. Eleman tarifi	137
Şekil A.5. Örnek sınır eleman ağı	138
Şekil A.6a. Gerilme ve deplasman bileşenleri için pozitif yönler	143
Şekil A.6b. Gerilme ve deplasman bileşenleri için pozitif yönler	144
Şekil C.1. Sonsuz bir cisim.....	151

1.GİRİŞ

Son yıllarda, deprem tehlikesinin daha iyi anlaşılmış olması, yapı dinamiğini inşaat mühendisliğinin en önemli konularından biri haline getirmiştir. Bununla birlikte bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler dinamik analizler için gerekli olan karmaşık hesapların kısa sürede yapılabilmesini mümkün hale getirmiştir.

Dinamik problemlerin önem kazanmasıyla birlikte, yapı-zemin etkileşimi problemleri de önemli ilgi toplayan bir konu haline gelmiştir. Özellikle nükleer enerji santralleri, limanlar ve barajlar gibi ağır ve rijit yapıların dinamik analizinde yapı ile zeminin etkileşiminin gözönüne alınması gerekmektedir. Çünkü, bu tip yapılar genellikle kendilerine göre daha az rijit ve yumuşak zemin üzerine oturtulmakta ve dinamik etki sırasında temel sisteminde önemli deformasyonlar meydana gelmektedir.

Yapı sistemlerinin analizi yapılırken genellikle yapı ile zemin arasındaki etkileşim gözönüne alınmadan, sadece yapı sistemleri incelenmektedir. Yapıların dinamik analizi için geliştirilmiş genel amaçlı bilgisayar programları bulunmakla birlikte, bu tip programlarda yapının rijit bir temel üzerine oturduğu ve depremin belirli bir mesnet hareketi olduğu kabul edilerek çözüme gidilmektedir. Yapılan çalışmalar göstermiştir ki, ağır ve rijit yapıların dinamik analizlerinde bu kabul geçerliliğini yitirmektedir. Dolayısıyla bu tip yapıların analizlerinde, zeminin mevcudiyetinin yapıya olan etkisinin mutlaka gözönüne alınması gerekmektedir.

Son yıllarda pek çok sayıda yeraltı yapısının ve nükleer santrallerin yapılması yapı-zemin etkileşimi konusunu oldukça popüler hale getirmiştir. Yapı-zemin etkileşimi problemleri, 1950'li yıllardan sonra önem kazanmaya başlamış ve dinamik halde ilk olarak analitik yöntemler kullanılmıştır. İnşa edilen yapıların boyutlarının büyümesi ve yapıların deprem anındaki davranışlarının incelenmeye başlanması, yapı-zemin etkileşimi problemlerinin önemini artırmıştır. Gelişen teknoloji ile birlikte daha yüksek yapıların inşa edilmesine bağlı olarak dinamik etkilerin sistem üzerinde oluşturdukları deformasyonlar da artmaktadır. Bu yüzden özellikle yüksek yapılarda dinamik analiz ve dinamik yapı-zemin etkileşimi önem kazanmaktadır.

Deprem mühendisliği açısından, yapı ile zemin arasındaki etkileşim önemli bir konuyu teşkil etmektedir. Yeraltında meydana gelen depremler veya patlamalar

gibi olaylardan dolayı yeryüzündeki yapılarda oldukça önemli etkiler oluşmaktadır. Ayrıca yeryüzündeki dinamik yüklerden (dinamik makine yükleri, trafik yükü, rüzgar yükü vb.) dolayı yeraltında bulunan yapıların (tünel, metro vb.) ne ölçüde etkilendiğinin hesaplanması gerekmektedir. Sonsuz ortamın dışından veya içinden etkimekte olan dinamik yüklere ve sismik dalgalara karşı, yapıların emniyetli bir şekilde tasarlanmaları gerekmektedir.

Yapı-zemin etkileşimi problemlerinin çözümünde, direkt yöntem (direct method) ve alt yapılara ayırma yöntemi (substructure method) olmak üzere iki farklı yaklaşım kullanılmaktadır (Wolf, 1988; Clough ve Penzien, 1993). Alt yapılara ayırma yönteminde, önce yapı ile sonsuza uzanan zemin arasındaki impedans ilişkisi kullanılarak etkileşim kuvvetleri bulunmakta ve sonlu bir boyuta sahip yapının analizi, belirlenen etkileşim kuvvetleri gözönüne alınarak gerçekleştirilmektedir.

Mühendislik mekaniğinde herhangi bir problemin çözümü, genel olarak, iki adımda yapılabilmektedir. Birinci adımda, probleme ait diferansiyel denklemler elde edilmekte, ikinci adımda ise, problemin başlangıç ve sınır şartları göz önüne alınarak, elde edilen denklemler çözülmektedir. Ancak, çözümü yapılacak olan problemin geometrisi ve malzeme özellikleri genellikle karmaşık bir yapıya sahip olduğundan, çoğu zaman analitik bir çözüm yapmak mümkün olamamaktadır. Bu nedenle, problemin yaklaşık bir çözümünü bulabilmek amacıyla, sayısal yöntemler kullanılmaktadır. Bu yöntemlerden sonlu farklar, sonlu elemanlar ve sınır eleman yöntemleri literatürde en çok kullanılan sayısal yöntemler olarak görülmektedir. Bilgisayar teknolojisindeki gelişmelerle birlikte, sayısal yöntemlerin etkinliği gün geçtikçe artmaktadır.

Sonlu farklar yönteminde, probleme ait diferansiyel denklem sistemlerinde yer alan türevli terimler, sonlu farklar yardımıyla ifade edilerek diferansiyel denklemler cebrik denklem sistemine dönüştürülmektedir. Elde edilen cebrik denklem sisteminin çözülmesiyle, problemin yaklaşık çözümü hesaplanmaktadır. Sonlu farklar yöntemi, özellikle ısı transferi ve akışkanlar mekaniği problemlerinde yaygın olarak kullanılmakta olup, düzensiz geometrisi olan problemler için uygun bir yöntem değildir.

Sonlu elemanlar yönteminde, ele alınan problemin çözüm bölgesi küçük elemanlara bölünmektedir. Her bir eleman üzerinde, probleme ait diferansiyel denklemler yazılarak uygun şekil fonksiyonları yardımıyla, eleman denklemleri elde edilmektedir. Süreklilik şartları sağlanacak şekilde eleman denklemlerinin birleştirilmesiyle elde edilen cebrik denklem sistemi, problemin sınır şartları göz önüne alınarak çözülmektedir. Sonlu farklar yönteminin aksine, karmaşık geometriye sahip problemler sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak kolayca çözülebilmektedir. Sonlu elemanlar yönteminde çözüm bölgesinin daha çok elemana bölünmesiyle, elde edilen sonuçların iyileştirilmesi mümkün olabilmektedir. Fakat, eleman sayısının artmasıyla denklemlerdeki bilinmeyen sayısı da artacağı için, çözüm zorlaşmaktadır.

Yapı-zemin etkileşimi problemlerinin analizinde, sonlu elemanlar yöntemi oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır. Fakat sonsuza uzanan zeminin, sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak modellenmesi önemli bir sorun olarak karşımıza çıkmaktadır. Analiz sırasında sonsuza uzanan zeminin ne kadarının gözönüne alınacağı ve alınan bu zemin parçasının sınırları oldukça önemlidir. Çünkü, zemin içerisinde dinamik etkiye yol açan dalgalar geometri ve malzemenin sahip olduğu sönüm nedeniyle kaynaktan uzaklaştıkça azalmaktadırlar. Sonsuza uzanan ortamın, belirli bir kısmının gözönüne alınmasıyla, zemin için yapay bir sınır belirlenerek sonsuza uzanan zemin sonlu bir bölge gibi modellenmektedir. Bu da zemin içerisinde yayılan dalgaların sonlu bölgede hapsedilmesine neden olmaktadır. Bu davranış, gerçek dalga hareketini idealize etmediği için, gerçekçi olmayan sonuçlar elde edilmektedir. Daha gerçekçi sonuçlar elde etmek için seçilen sonlu bölgenin sınırlarında, dalgaların yayılma şartlarını sağlayacak bir model uygulanmalıdır. Bundan dolayı sonlu elemanlar kullanılarak modellenen yapı-zemin etkileşimi problemlerinde, yapay sınırdan enerji geçişi matematiksel olarak gerçekçi bir şekilde ifade edilmelidir.

Yapı-zemin etkileşimi problemlerinde bu şartları sağlayan farklı modeller kullanılmaktadır. Zemin için seçilen sonlu bölgenin sınırlarına geçirgen yapay sınırlar kullanılması bu yöntemlerden bir tanesidir. Geçirgen yapay sınırların kullanılmasıyla dalga geçirimsizliği mükemmel olamamakla birlikte, belirli durumlarda yeterli bir çözüm sağlanabilmektedir. Yapay sınırlar kaynaktan ne kadar

uzakta seçilirse o kadar iyi sonuçlar elde edilmektedir. Ayrıca uzak bölgenin yapay sınırlarla modellenmesi durumunda yakın bölgenin modellenmesi için çok sayıda sonlu elemana ihtiyaç duyulduğundan bilinmeyen sayısı çok artmakta ve sistemin çözümü zorlaşmaktadır.

Yapı-zemin etkileşimi problemlerinin çözümünde kullanılan etkili bir yöntem de sonlu ve sonsuz elemanların birlikte kullanılmasıdır. Bu yöntemde, yakın bölge için sonlu elemanlar, sonlu eleman ağının bittiği uzak bölge için sonsuz elemanlar kullanılmaktadır. Burada kullanılan sonsuz elemanlar, zeminde yayılan ve sonsuza giden dalgaları idealize edecek şekilde seçilmelidir (Yerli, 1998).

Yapı-zemin etkileşimi problemleri zaman uzayında uygulandığı gibi, dönüşüm teknikleri (Laplace ve Fourier) kullanılarak dönüşmüş uzayda da ele alınmaktadır. Ele alınan problemler genel olarak harmonik yük etkisi altında incelenmektedir. Harmonik yükleme durumunda yapılan analizler aynı zamanda komplemans ve impedans analizine karşılık gelmektedir (Komplemans, herhangi bir noktada birim yükten dolayı meydana gelen deplasmanı, impedans ise herhangi bir noktada birim deplasmandan dolayı meydana gelen kuvvetleri ifade etmektedir). Harmonik yükleme durumundan farklı olarak keyfi dinamik yükleme durumunda ve deprem etkisi altında yapı-zemin etkileşimi problemlerinin çözümleri de bu yöntemle yapılabilmektedir.

1970'li yıllardan sonra mekanik problemlerinin çözüm yöntemleri arasına yarı analitik bir yöntem olan sınır eleman yöntemi de katılmıştır (Beskos, 1987; Brebbia ve Dominguez, 1989; Becker, 1992; Banerjee, 1994; Aliabadi, 2002). Sınır eleman yönteminde, ele alınan cismin davranışını idare eden diferansiyel denklem, cismin sınırları üzerinde tanımlanan integral denkleme dönüştürülerek, yalnızca çözüm bölgesi sınırının elemanlara (sınır elemanı) bölünmesi yeterli olmaktadır. Böylece, çözülecek denklem sayısı önemli ölçüde azalmaktadır. Bu yüzden sınır eleman yöntemi mühendislik problemlerinin analizinde klasik hesaplamalı yöntemlere alternatif hale gelmiştir. İntegral ifadelerin içinde yer alan temel çözümlerin, analitik olarak hesaplanmasından dolayı yarı analitik bir yöntemdir. Yarı analitik bir yöntem olması, diğer sayısal yöntemlerle elde edilen sonuçlara göre daha iyi sonuçlar elde edilebilmesini sağlamaktadır. Sınır eleman yöntemi, özellikle

sonsuz uzanan çözüm bölgeleri ve lineer problemler için frekans ve zaman uzaylarında yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Yaygın kullanımına sebep olarak da, bu yöntemin kullanılması ile problemin boyutlarının indirgenmesi, sonuçlardaki yüksek kesinlik ve sonsuzda yayılma şartlarının dolaylı olarak hesaba katılması gösterilmektedir (Brebbia ve ark., 1984). Ayrıca, sınır eleman yönteminde sadece sınırın elemanlara bölünmesinden dolayı, sonlu eleman yöntemine göre veri türetme işlemi daha kolay gerçekleşmektedir (Wrobel, 2002).

Sınır eleman yönteminin, sonlu eleman yöntemine göre bazı önemli üstünlükleri; sınır eleman yönteminin yarı analitik bir yöntem olması, sınır eleman yönteminde, yalnızca cismin sınırı küçük elemanlara bölünmesiyle sonlu eleman yöntemine göre çok daha az sayıda bilinmeyen (özellikle üç boyutlu problemlerde) hesaplanması ve sonsuz uzanan çözüm bölgelerindeki dalga yayılma şartlarının, sınır eleman yönteminde otomatik olarak göz önüne alınması olarak sayılabilir. Oysa sonlu eleman yönteminde bu şartlar, yapay sınır şartları veya sonsuz eleman yardımı ile, yaklaşık olarak göz önüne alınmaktadır. Sınır eleman yönteminin bu özelliği, özellikle yapı-zemin etkileşimi problemleri için, sınır eleman yöntemini çok daha uygun hale getirmektedir. Buna karşılık, özellikle nonlinear problemler ve homojen olmayan ortamlar için sonlu eleman yöntemi, daha uygun bir yöntemdir.

Bir diğer yöntem ise sonlu ve sınır eleman yönteminin birlikte kullanılmasıdır. Bu yöntemde yakın bölge ve yapı için sonlu eleman yöntemi, uzak bölge için ise sınır eleman yöntemi kullanılmaktadır. Sonlu eleman ve sınır eleman yöntemlerinin birlikte uygulanması ile sonlu eleman yöntemi ve sınır eleman yönteminin birbirine göre avantajlı yanları kullanılmakta, böylece çok küçük bir zemin bölgesinin sonlu elemanlarla modellenmesi ile istenilen hassasiyette sonuçlar elde edilebilmektedir. Sonlu eleman ve sınır eleman yöntemlerinin üstün oldukları özellikler göz önüne alındığında, bu iki yöntemin birlikte kullanılması, ideal bir çözüm olarak ortaya çıkmaktadır (Beer ve Watson, 1994). Örneğin, yapı-zemin etkileşim analizinde; yapı ve çevresindeki zemin (yakın bölge) sonlu eleman yöntemi ile, sonsuz uzanan ve dalga yayılmasını içeren zemin (uzak bölge) ise sınır eleman yöntemi ile modellenebilmektedir.

Sınır eleman yönteminde, sürekli ya da süreksiz sınır elemanları kullanılabilir. Sürekli sınır elemanlarında ele alınan düğüm noktaları eleman uç noktalarında bulunmakta ve formülasyonda elemanlar arası süreklilik denklemlerinin sağlanması gerekmektedir. Süreksiz sınır elemanlarında ise düğüm noktaları eleman uç noktalarından içeride bulunmakta ve formülasyonda süreklilik denklemlerinin dikkate alınmasına gerek kalmamaktadır.

Süreksiz sınır eleman yönteminde en yaygın sınır elemanı olarak sabit eleman kullanılmaktadır. Süreksiz sınır elemanlarında, sınır büyüklüklerinin eleman boyunca değişken kabul edilmesi halinde, yüksek dereceli sınır elemanlarının kullanılması gerekmektedir. Bu tip sınır elemanlarında eleman üzerinde seçilen nokta sayısına bağlı olarak, sınır büyüklükleri için lineer, kuadratik vb. değişim kabulü mümkün olabilmektedir (Severcan, 2004).

Bu çalışmada, iki boyutlu elastostatik ve elastodinamik problemlerinin çözümü için eğri eksenli süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu yapılmıştır. Yapılan formülasyon statik ve dinamik halde literatürde verilen problemlere uygulanmıştır. Fourier dönüşüm uzayında yapılan formülasyonda, sabit noktanın ve integrasyon noktasının aynı sınır elemanı üzerinde bulunmasından dolayı oluşan $\ln(1/r)$ ve $1/r$ tekillik durumları göz önüne alınmaktadır.

Yapılan formülasyona dayalı olarak, iki boyutlu analiz için statik ve dinamik olmak üzere genel amaçlı FORTRAN77 dilinde iki adet bilgisayar programı hazırlanmıştır. Hazırlanan programlar, eleman tarifleri, koordinatlar ve sınır şartları için veri türetme imkanına sahiptir. Ayrıca Fourier uzayında elde edilen sonuçların zaman uzayına çevrilebilmesi için FFT (Fast Fourier Transform) algoritmasının kullanıldığı yardımcı programlar kullanılmıştır.

Yapılan formülasyon ve hazırlanan programların doğruluğunu kontrol etmek amacıyla, bazı düzlemsel problemler, hazırlanan programlar ile çözülmüştür. Elde edilen sonuçlar, literatürde verilen sonuçlarla karşılaştırılarak bu çalışmada hazırlanan programların güvenle kullanılabileceği anlaşılmıştır.

Bu tez çalışmasının ikinci bölümünde, konu ile ilgili önceki çalışmalar kısaca tanıtılmaktadır. Üçüncü bölümde, elastodinamik sınır eleman formülasyonu ile ilgili genel ifadeler yer almaktadır. Dördüncü bölümde, yüksek dereceli elemanların genel

formülasyonu ve eğri eksenli süreksiz kuadratik sınır elemanı kullanılarak hazırlanan formülasyon verilmektedir. Beşinci bölümde, yapı-zemin etkileşimi problemlerine ait impedans matrisinin elde edilmesi ile ilgili ifadeler sunulmaktadır. Altıncı bölümde, bu çalışmada hazırlanan bilgisayar programları yardımıyla çözülen statik ve dinamik haldeki problemlerin çözümü ve elde edilen sonuçların literatürde verilen sonuçlarla karşılaştırılması yer almaktadır. Yedinci bölümde ise sonuçlar ve öneriler başlığı altında çalışmanın genel bir değerlendirmesi yapılmaktadır. Ekler kısmında ise hazırlanan bilgisayar programlarının tanıtımı ile ilgi bilgiler bulunmaktadır.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Elastodinamik yapı-zemin etkileşim problemlerinin analizinde, ilk olarak analitik yöntemler kullanılmıştır. Harmonik yükleme etkisi altında, yarı sonsuz zemin üzerinde rijit, kütsüz temel sistemleri ele alınarak zemine ait impedans sabitlerinin hesaplanmasına çalışılmıştır (Bycroft, 1956). Yapı-zemin etkileşim problemlerinin analitik olarak çözümünde oluşan zorluklardan dolayı, sadece basit ve düzenli geometriye sahip homojen ve izotrop ortamlar ele alınmıştır. Rijit temel olarak dikdörtgen (Thomson ve Kobori, 1963), dairesel (Luco ve Westman, 1971) ve uzun şerit (Luco ve Westman, 1972) temel tipleri incelenmiştir. Yarı sonsuz zemin malzemesinin homojen, lineer elastik ve/veya viskoelastik olması (Veletsos ve Verbic, 1973) ve homojen ve/veya tabakalı olması (Luco, 1974) durumları da incelenmiştir.

Yapı-zemin etkileşim problemlerinin analitik olarak incelenmesinde karşılaşılan en önemli sorun, sonsuza uzanan zeminin modellenmesi olduğundan 1970'li yıllardan itibaren sayısal yöntemlerin kullanılmasına başlanmıştır. Sayısal yöntemler kullanılırken yarı sonsuz zemin belirli yerlerden kesilerek geçirgen yapay sınırlar oluşturulmaktadır. Yapı-zemin etkileşim problemlerinin analizi sonlu farklar metodu ve geçirgen yapay sınırlar kullanılarak gerçekleştirilmiştir (Tseng ve Robinson, 1975). Sonlu elemanlar yönteminin gelişmesiyle, bu yöntem elastodinamik yapı-zemin etkileşim problemlerine yine geçirgen yapay sınırlar kullanılarak uygulanmıştır (Lysmer ve Kuhlemeyer, 1969; Murakami ve ark., 1981). Sonsuz elemanlar sonsuza uzanan zeminlerin davranışına daha uygun olduğundan geçirgen yapay sınırlardan daha gerçekçi bir yaklaşım olarak geliştirilmiştir (Bettess, 1977). İki boyutlu harmonik yükleme problemleri sonlu eleman yaklaşımı ve sonsuz elemanlar birlikte kullanılarak ele alınmıştır (Chuhan ve Chongbin, 1987). Zamanla değişimi keyfi olan yüklemenin ve harmonik yüklemenin etkisindeki tek ve çok dalgalı modellerle iki ve üç boyutlu dinamik yapı-zemin etkileşim problemlerinin sonlu ve sonsuz elemanlar kullanılarak analizi yapılmıştır (Yerli, 1998; Yerli ve ark., 1998; Yerli ve ark., 1999). Yapı-zemin etkileşim problemlerinde sonlu eleman

yöntemiyle yapılan çalışmaların yanı sıra son yıllarda sınır eleman yöntemi kullanılmaya başlanmıştır.

Sınır eleman yöntemi, 1970’li yılların başından itibaren çeşitli mühendislik problemlerinin (elastodinamik, akışkanlar mekaniği, kırılma mekaniği, akustik vb.) çözümünde yaygın olarak kullanılmaktadır (Banerjee ve Watson, 1986; Mackerle ve Brebbia, 1988; Manolis ve Beskos, 1988; Brebbia ve Connor, 1989; Cheng ve ark., 1990; Tanaka ve ark., 1990; Trevelyan, 1994; Bonnet, 1995; Aliabadi, 2002; Wrobel, 2002; Beskos ve Maier, 2003).

Sınır eleman yönteminin temelini oluşturan sınır değer problemlerinin integral denklemler yardımıyla çözülmesi (bu yönetime “Green’s function” yöntemi de denmektedir), yaklaşık olarak yirminci yüzyılın başından bu yana bilinmektedir. Sınır eleman yönteminde integral denklemlerin çözümünde kullanılan büyüklüklere bağlı olarak direkt sınır eleman yöntemi ve direkt olmayan sınır eleman yöntemi olmak üzere, iki farklı yaklaşım yapılmaktadır (Beskos, 1987). Direkt olmayan sınır eleman yaklaşımında integral denklemler, fiziksel anlamı olmayan büyüklükler kullanılarak çözülüp, deplasman ve gerilme gibi sınır büyüklükleri belirlenmektedir. Buna karşılık, daha yaygın kullanılan direkt yaklaşımda ise, integral denklemler doğrudan sınır büyüklükleri cinsinden yazılıp, bilinen ve bilinmeyen sınır büyüklükleri birbirine bağlanmaktadır.

Bu tez çalışmasında formülasyon, direkt sınır eleman yöntemi ile yapılmıştır. Direkt sınır eleman yönteminde, probleme ait diferansiyel denklemler integral denklemlere dönüştürülmektedir. Bu integral denklemler, çözüm bölgesinin sınırında tanımlanan integrallerden oluşmaktadır. Problemde hacim kuvvetlerinin bulunması durumunda, integral denklemler hacim integrallerini de içermektedir. Böyle bir durumda, hacim integralleri de sınır integraline dönüştürülerek (Partridge ve ark., 1992) integral denklemlerin tamamı sınır üzerinde tanımlanabilmektedir. İntegral denklemlerin içinde yer alan temel çözümler, sonsuz ortamda birim yükleme yöntemiyle analitik olarak elde edilebilmektedir (Mengi ve ark., 1994). İntegral denklemler oluşturulduktan sonra ikinci adımda, çözüm bölgesinin sınırı küçük elemanlara (sınır elemanlarına) bölünmekte ve probleme ait bilinmeyen sınır büyüklükleri integral denklemlerin sayısal integrasyonu ile hesaplanmaktadır. Son

olarak, çözüm bölgesi içinde yer alan noktalarda hesaplanması istenilen deplasman ve gerilme gibi büyüklükler sayısal olarak elde edilmektedir. İntegral denklemlerin sayısal çözümünde yalnızca çözüm bölgesinin sınırının küçük elemanlara bölünmesi, göz önüne alınan problemdeki bilinmeyen sayısını önemli ölçüde azaltmaktadır.

Sınır eleman yönteminde, çeşitli tipte sınır elemanı kullanılabilmektedir. Bu elemanlar; sabit eleman, sürekli lineer eleman, sürekli kuadratik eleman, süresiz lineer eleman, süresiz kuadratik eleman ve daha yüksek dereceli elemanlardır (Brebbia ve Dominguez, 1989; Zeng ve Cai, 1990; Tadeu ve ark., 1999; Beer, 2001; Zhang ve Zhang, 2003). Sabit eleman formülasyonunda, her bir sınır elemanı üzerindeki sınır büyüklüklerinin sabit (uniform) olduğu kabul edilmektedir. Yüksek dereceli elemanların kullanılması durumunda, eleman üzerindeki sınır büyüklüklerinin değişimi şekil fonksiyonları yardımıyla yapılan yaklaşımlarla belirlenmektedir. Yüksek dereceli elemanların kullanılmasıyla, elde edilen yaklaşık çözümün hassasiyeti artırılabilir.

Direkt olmayan sınır eleman yaklaşımında ya birinci temel çözümün ya da ikinci temel çözümün süperpozisyonları kullanılır. İkinci temel çözüm (traction) kullanılarak yapılan çözümleme, deplasman süresizliği olarak bilinmektedir (Siebrits ve Crouch, 1994). Direkt ve direkt olmayan yöntemlerin her ikisinde de tekil integrallerin çözülmesi gerekmektedir.

Zaman uzayında direkt olmayan yaklaşım kullanılarak iki boyutlu elastodinamik problemler için analitik çözüm incelenmiştir (Shen, 2003). Formülasyonda taban (base) olarak adlandırılan özel çözümlerin lineer kombinasyonları kullanılarak formülasyon gerçekleştirilmiştir. Formülasyonda Lamé'nin deplasman potansiyelleri çözülerek bu baz çözümler deplasman ve gerilme kaynakları için analitik olarak türetilmiştir.

Elastodinamik problemler için direkt sınır eleman yöntemi kullanılarak zaman uzayında yeni bir formülasyon önerilmiştir (Frangi, 1999). Formülasyonda integraller parçalara ayrılarak analitik olarak çözümlenmesi tasarlanmıştır. Dinamik haldeki tekillik problemi, statik haldeki temel çözümlerde görülen tekillik problemi için geliştirilen formülasyonun dinamik haldeki temel çözümlere ekleme ve çıkartma işlemi yapılarak hesaplanmıştır. İntegrallerin parçalara ayrılması işlemi ilk olarak

statik haldeki çatlak mekaniğine uygulanmıştır (Bui, 1977; Sladek ve ark., 1986). Bu yöntemle yüksek dereceli tekillik problemlerinin (hypersingular) derecesinin düşürüldüğü belirtilmiştir (Krishnasamy ve ark., 1991). İzotropik elastisite için tamamen farklı bir yaklaşım kullanılarak aynı yüksek dereceli tekillik problemlerinin (hypersingular) düzenlenmesi için değişik formülasyon gerçekleştirilmiştir (Nedelec, 1982). Bu teknik daha sonra elastodinamik problemler için genişletilmiştir (Nishimura ve Kobayashi, 1989).

Elastostatik problemlerdeki tekillik problemlerinin çözümünde, düz çizgi yaklaşımı sürekli kuadratik elemanlar için kullanılmıştır (Howell ve Doyle, 1982). Sabit nokta ve integrasyon noktasının aynı eleman üzerinde olması durumunda sabit nokta elemanın hemen dışında alınarak hazırlanan integrasyon yönteminin kullanılmasıyla sayısal zorluklar önlenmiştir (Kane, 1986). Seabra Pereira ve ark. (1981) tarafından uygun bir logaritmik hesaplama yöntemi ile $\ln(1/r)$ tekillik sorununu giderilmiştir. Ancak ifadelerdeki $1/r$ tekillik hali kaldırılmamıştır. Temel çözümlerin şekil fonksiyonlarıyla çarpılması sonucu bulunan ifadelerin tekil olmadığı anlaşılarak, uygun hesaplama yöntemi ile integrasyon işlemi yapılmıştır. Kabul edilebilir bir yaklaşım olmasına rağmen $1/r$ tekilliğinin kaldırılması ile daha doğru sonuçlar elde edilebilmektedir. Simetrik olmayan problemler için uygun logaritmik hesaplamalarla $\ln(1/r)$ tekilliği hesaplanmış, fakat $1/r$ tekilliği olan ifade kaldırılmamıştır (Bakr, 1986). Potansiyel ve elastostatik problemler için sürekli ve süreksiz sınır elemanları kullanarak sabit nokta ve integrasyon noktasının aynı eleman üzerinde olması durumundaki tekillik problemleri incelenmiştir (Dyka ve Millwater, 1989). Sınır elemanı üzerinde gerilme vektörü bileşenlerinin sabit, deplasman vektörü bileşenlerinin lineer değiştiği ve gerilme vektörü bileşenlerinin lineer, deplasman vektörü bileşenlerinin kuadratik değişim gösterdiği süreksiz karma sınır elemanlar kullanarak elastostatik problemler için sınır eleman formülasyonu gerçekleştirilmiştir (Severcan ve ark., 2005). Doğrusal izoparametrik süreksiz kuadratik sınır eleman kullanılarak sabit nokta ile integrasyon noktasının aynı sınır elemanı üzerinde bulunmasından kaynaklanan tekillik durumları standart sayısal yaklaşımlar ile hesaplanmıştır (Severcan ve ark., 2004)

Sınır eleman yöntemi, üç boyutlu elastik yarım uzayda gömülü temelin (şekilden bağımsız) dinamik davranışına zaman uzayında uygulanmıştır (Karabalis ve Beskos, 1986). İki ve üç boyutlu haldeki gömülü rijit temellerdeki zemin rijitliği incelenmiştir. Green fonksiyonlarının kullanıldığı formülasyon frekans uzayında gerçekleştirilerek temas yüzeyi olarak yapı ile zemin temas yüzeyi değil bütün zemin yüzeyi alınmıştır (Dominguez, 1978a; Dominguez, 1978b).

Frekans uzayındaki Green fonksiyonları kullanılarak tabakalı viskoelastik yarım uzayda bulunan gömülü rijit temel için gerekli olan formülasyon nümerik olarak gerçekleştirilen çalışmada sadece yapı ile zemin temas yüzeyi modellenmiştir (Apsel, 1979). İki boyutlu haldeki gömülü temellerin tabakalı yarım uzaydaki davranışı frekans uzayında incelenmiştir (Wolf ve Dabre, 1984a-c).

Sınır eleman yöntemi, viskoelastik yarım uzaya gömülü ya da yüzeysel rijit dairesel temellerin impedans sabitlerinin hesaplanmasında başarılı bir şekilde uygulanmıştır (Chapel, 1987).

Ahmad ve Banerjee (1988) çalışmalarında çok tabakalı halde bulunan iki boyutlu elastodinamik problemleri elastik ve viskoelastik ortamlarda incelemiştir. Çalışmada laplace frekans uzayı kullanılmış ve daha sonra ele edilen sonuçlar zaman uzayına çevrilmiştir. Çalışmalarında yeni bir eleman olarak çevreleyen eleman (enclosing element) tanımlanmıştır. Çalışma kapsamında ele alınan örneklerde sadece problem sınırı değil yarım uzay olarak tarif edilen bölgeler de elemanlara bölünmüştür.

Von Estorff ve ark. (1990) çalışmalarında sınır eleman yönteminin üç farklı uygulaması olan, i) ayrık (discrete) sınır eleman yöntemini frekans uzayında ii) sürekli sınır eleman yöntemini zaman uzayında iii) sonlu eleman yöntemi ile sınır eleman yönteminin birlikte kullanılması durumunda oluşan hataları araştırmıştır. Bu uygulamalar elastik veya tabakalı yarım uzaylar üzerine etkiyen dinamik yükler için yapı-zemin etkileşim problemlerinde karşılaştırılmıştır.

Sıkıştırılamayan zeminler üzerinde veya gömülü kare temellerin impedans fonksiyonları başarılı bir şekilde hesaplanmıştır (Bu, 1998).

Üç boyutlu haldeki yapı zemin etkileşim problemleri tabakalı zeminler için direkt sınır eleman yöntemi kullanılarak impedans sabitleri hesaplanmıştır (Pak ve Guzina, 1999; Tanrikulu ve ark., 2001).

Elastostatik ve elastodinamik (yapı-zemin etkileşimi gibi) problemlerinin izoparametrik (lineer, doğru eksenli kuadratik ve karma) sınır elemanları kullanılarak frekans uzayında incelendiği çalışmada karma sınır elemanı olarak deplasman şekil fonksiyonlarının bir derece düşüğü alınarak tanımlanan yeni bir eleman tipi için formülasyon geliştirilmiştir (Severcan, 2004).

İzotropik ve lineer elastik ortamlarda gömülü halde bulunan temellerdeki titreşimlerden dolayı oluşan impedans fonksiyonları, üç boyutlu hal için frekans uzayında sabit eleman kullanılarak hesaplanmıştır (Çelebi ve ark., 2006).

Ayrıca son yıllarda elastodinamik problemler ile yapı-zemin etkileşimi problemlerinde sonlu eleman ve sınır eleman yöntemleri birlikte kullanılmaktadır (Yazdchi ve ark., 1999; Rizos ve Wang, 2002).

Bu çalışmada, eğri eksenli süreksiz kuadratik sınır elemanları kullanılarak elastostatik ve elastodinamik problemler için sınır eleman formülasyonu yapılmıştır. Yapılan bu formülasyonlara dayalı, FORTRAN77 programlama dili kullanılarak genel amaçlı bilgisayar programları hazırlanmıştır. Hazırlanan bilgisayar programları kullanılarak literatürde verilen problemlerin statik ve dinamik analizi yapılmıştır.

3. ELASTODİNAMİK PROBLEMLER İÇİN SINIR ELEMAN FORMÜLASYONU

Bu bölümde elastodinamik problemlerin sınır eleman yöntemi ile formülasyonu genel olarak anlatılmaktadır.

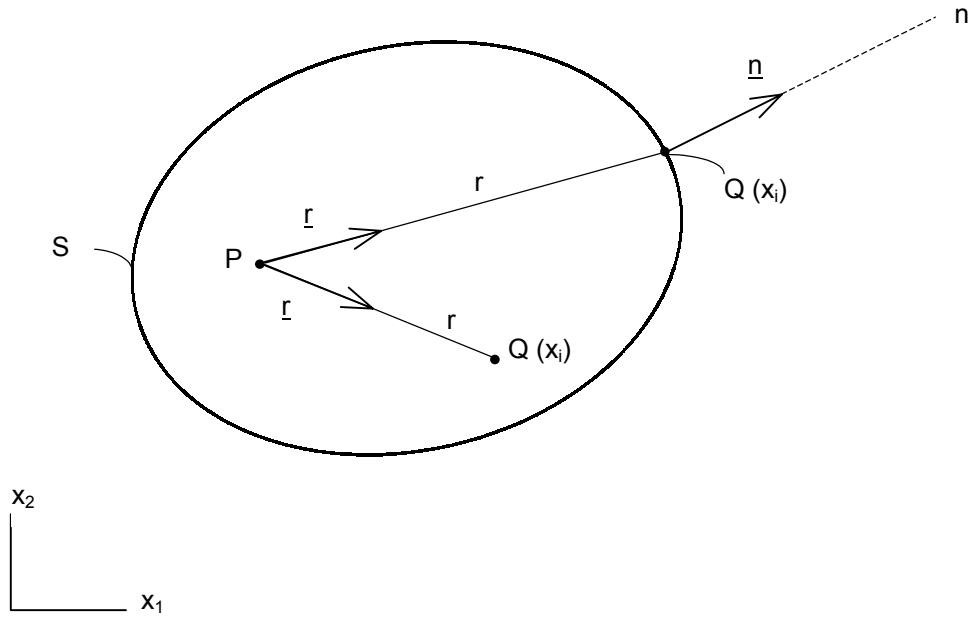
3.1. Elastodinamik Problemler için Sınır Eleman Denklemi

Elastodinamik problemler için sınır eleman denkleminin elde edilmesi, literatürde detaylı olarak verilmektedir (Brebbia ve Dominguez, 1989; Banerjee, 1994; Manolis ve Beskos, 1988; Mengi ve ark., 1994). Hacim kuvvetleri ihmal edilerek, iki boyutlu bir cismin elastodinamik analizi için sınır eleman denkleminin matris formu,

$$\underline{c} \underline{u}(P) = \int_S \underline{G}(P, Q) \underline{t}(Q) dS - \int_S \underline{H}(P, Q) \underline{u}(Q) dS \quad (3.1)$$

şeklindedir. (3.1) ifadesinde görülen S cismin sınırını, integralli terimlerde görülen $\underline{G}$ ve $\underline{H}$ (2×2) boyutunda matrisler olup elastodinamik problemleri için elde edilmiş olan birinci ve ikinci temel çözümleri, $\underline{u}$ ve $\underline{t}$ ise (2×1) boyutunda deplasman ve gerilme vektörlerini, P ve Q noktaları ise integral işlemlerinde kullanılan sabit noktayı ve integrasyon noktasını temsil etmektedir.

(3.1) denklemi, Şekil 3.1’de görülen P noktasında oluşan deplasmanları sınır yüzeyi (S) üzerinde tanımlanan integral ifadelerine bağlamaktadır. (3.1) denkleminin sol tarafında görülen (2×2) boyutundaki $\underline{c}$ matrisinin değeri P noktasının konumuna bağlı olarak değişmektedir.



Şekil 3.1. İki boyutlu elastik cisim

P noktası Şekil 3.1’de görüldüğü gibi cismin içerisinde ise $\underline{c}$ matrisi,

$$\underline{c} = \underline{I} \quad (3.2)$$

P noktası cismin dışında ise $\underline{c}$ matrisi,

$$\underline{c} = \underline{0} \quad (3.3)$$

P noktası sınır yüzeyi (S) üzerinde bir nokta ise $\underline{c}$ matrisi,

$$\underline{c} = \frac{1}{2} \underline{I} \quad (3.4)$$

olarak tanımlanmaktadır. (3.2) ve (3.4) ifadelerinde görülen $\underline{I}$ ifadesi (2×2) boyutunda birim matrisi temsil etmektedir. P noktasının köşe noktası olması durumunda (3.4) eşitliği geçerli değildir. Bu durumda $\underline{c}$ matrisinin değeri, P noktasındaki köşe açısına bağlı olarak verilmelidir (Brebbia ve Dominguez, 1989).

Yardımcı sistemin sonsuz ortam olarak tanımlanmasıyla elastodinamik problemler için verilen $\underline{G}$ ve $\underline{H}$ temel çözümleri analitik olarak hesaplanmaktadır. (Mengi ve ark, 1994). Fourier dönüşüm uzayında elde edilen temel çözümler,

$$G_{\ell k} = \frac{1}{2\pi\mu} \left[\Psi \delta_{\ell k} - \chi r_{\ell} r_k \right] \quad (3.5)$$

$$H_{\ell k} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \left(\frac{d\Psi}{dr} - \frac{\chi}{r} \right) \left(\delta_{\ell k} \frac{\partial r}{\partial n} + r_k n_{\ell} \right) - \frac{2}{r} \chi \left(n_k r_{\ell} - 2r_{\ell} r_k \frac{\partial r}{\partial n} \right) \right. \\ \left. - 2 \frac{d\chi}{dr} r_{\ell} r_k \frac{\partial r}{\partial n} + \left(\frac{c_p^2}{c_s^2} - 2 \right) \left(\frac{d\Psi}{dr} - \frac{d\chi}{dr} - \frac{\chi}{r} \right) r_{\ell} n_k \right\} \quad (3.6)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

(3.5) ve (3.6) ifadelerinde $G_{\ell k}$ ve $H_{\ell k}$ şeklinde verilen indisli büyüklükler, sırasıyla, $\underline{G}$ ve $\underline{H}$ matrislerinin x_1 - x_2 (x_i) kartezyen koordinat takımındaki bileşenlerini temsil etmektedir. Buna göre, $G_{\ell k}$ ve $H_{\ell k}$ ifadelerinde birinci indis (ℓ), P noktasında uygulanan birim yüklemenin yönünü, ikinci indis (k) ise Q noktasında oluşan deplasman ya da gerilme vektörü bileşeninin yönünü belirtmektedir.

(3.5) ve (3.6) ifadelerinde, μ kayma modülünü, c_s S dalga hızının değerini, c_p P dalga hızının değerini, ρ kütleel yoğunluğu, ν Poisson oranını, $G_{\ell k}$ ve $H_{\ell k}$ sırasıyla birinci ve ikinci temel çözümlerini, r sabit nokta (P) ve integrasyon noktası (Q) arasındaki uzaklığı, r_i $\vec{PQ}$ doğrultusundaki $\underline{r}$ birim vektörünün x_i eksen takımındaki bileşenlerini, n_i S sınır yüzeyine ait $\underline{n}$ birim dış normalinin x_i eksen takımındaki bileşenlerini, $\frac{\partial r}{\partial n}$ r 'nin, Q noktasındaki normal eksenini (n)'ye göre türevini ve δ_{ik} ise Kronecker Delta'yı göstermektedir (Şekil 3.1).

(3.6) ifadesinde görülen c_s , c_p ve $\frac{\partial r}{\partial n}$ ifadelerinin değerleri (3.7) ifadelerinde verilmektedir.

$$c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (3.7a)$$

$$c_p = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}} c_s \quad (3.7b)$$

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{n}} = r_i \mathbf{n}_i \quad (3.7c)$$

İndisli notasyonda yazılan (3.5), (3.6) ve (3.7c) eşitliklerindeki ℓ , k ve i gibi indisler, 1 ve 2 değerlerini almaktadır.

(3.5) ve (3.6) denklemlerinde görülen Ψ ve χ fonksiyonları r uzaklığına bağlı olarak değişmektedir. Bu fonksiyonlar iki boyutlu analizde,

$$\Psi = K_0(a_s) + \frac{1}{a_s} \left[K_1(a_s) - \frac{c_s}{c_p} K_1(a_p) \right] \quad (3.8)$$

$$\chi = K_2(a_s) - \frac{c_s^2}{c_p^2} K_2(a_p) \quad (3.9)$$

olarak verilmektedir. (3.8) ve (3.9)'da görülen a_s ve a_p değerleri,

$$a_s = \frac{i \omega r}{c_s} \quad (3.10a)$$

$$a_p = \frac{i \omega r}{c_p} \quad (3.10b)$$

ifadeleri ile tanımlanmaktadır.

(3.8) ve (3.9) denklemlerindeki K_0 , K_1 ve K_2 , ikinci tip modifiye Bessel fonksiyonlarını ve (3.10) ifadelerindeki ω ise açısal frekansı göstermektedir.

Düzlem gerilme problemlerinde Poisson oranı (ν) yerine, efektif Poisson oranı ($\bar{\nu}$) kullanılmalıdır. Efektif Poisson oranı,

$$\bar{\nu} = \frac{\nu}{1 + \nu} \quad (3.11)$$

olarak tanımlanmaktadır.

(3.5) ve (3.6) ifadelerinde görülen $G_{\ell k}$ ve $H_{\ell k}$ gibi indisli terimler kullanılırsa (3.1) denklemi indisli notasyonda,

$$c_{\ell k} u_k(P) = \int_S G_{\ell k}(P, Q) t_k(Q) dS - \int_S H_{\ell k}(P, Q) u_k(Q) dS \quad (3.12)$$

ifadesine dönüşür.

3.2. Sınır Eleman Denkleminin Çözümü

(3.12) eşitliği ile verilmiş olan sınır eleman denklemi cisim sınırının elemanlara bölünmesiyle sayısal olarak çözümlenerek, sınır üzerindeki bilinmeyen deplasman ve gerilme vektörü bileşenleri hesaplanır.

Eğer bir problem analitik olarak çözülemiyorsa o problem için sayısal çözüm yapılır. Sayısal çözümde, sınır elemanları üzerinde düğüm noktaları tarif edilerek bu eleman üzerindeki sınır büyüklüklerinin değişimi şekil fonksiyonları yardımıyla düğüm noktalarındaki sınır büyüklükleri cinsinden yaklaşık olarak bulunmaktadır. Böylece, düğüm noktalarındaki sınır büyüklüklerine bağlı cebrik bir denklem takımı elde edilir. Sınır elemanları üzerinde seçilen düğüm noktası sayısı şekil fonksiyonunun ve formülasyonun mertebesini belirlemektedir. Her elemandaki düğüm noktası sayısının bir olması durumunda sabit eleman formülasyonu yapılarak o eleman boyunca sınır büyüklüklerinin sabit olduğu kabul edilir. Elemandaki düğüm noktası sayısının iki olması durumunda lineer şekil fonksiyonları kullanılarak o

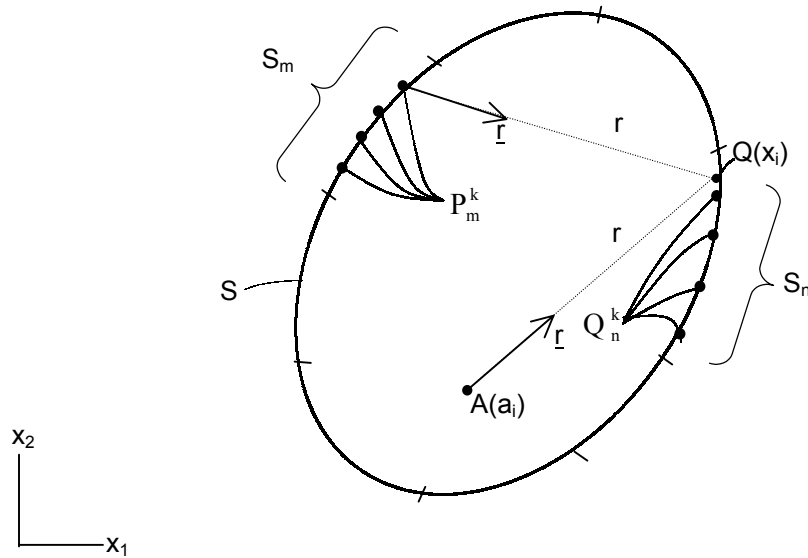
eleman boyunca sınır büyüklüklerinin lineer değiştiği kabul edilir ve lineer eleman formülasyonu yapılır. Elemandaki düğüm noktası sayısı üç ise kuadratik şekil fonksiyonları kullanılarak o eleman boyunca sınır büyüklüklerinin kuadratik olarak değiştiği kabul edilir ve kuadratik eleman formülasyonu yapılır.

Seçilen düğüm noktalarının konumuna göre sınır elemanları sürekli veya süreksiz sınır elemanı olarak adlandırılmaktadır. Düğüm noktalarının elemanın uç noktalarında seçilmesi halinde sürekli sınır elemanı söz konusu olmaktadır. Uç noktalarında seçilen düğüm noktaları komşu elemanlar için ortak düğüm noktaları olduğundan bu noktalarda sınır büyüklükleri için süreklilik şartlarının sağlanması gerekecektir. Düğüm noktalarının elemanın iç bölgesinde seçilmesi halinde ise elemana süreksiz sınır elemanı denilmekte ve elemanlar arası süreklilik koşullarına ihtiyaç duyulmamaktadır. Bu çalışmada, süreksiz kuadratik sınır elemanı kullanılarak, yüksek dereceli süreksiz sınır eleman formülasyonu elde edilmiştir. Sabit nokta ve hareketli noktaların aynı elemanda olması durumunda integrasyon işlemi sırasında ortaya çıkan tekillik problemlerinin çözümünde ise analitik çözüm mümkün olmadığından uygun değişken dönüşümleri yapılarak sayısal çözüm yöntemi olan logaritmik Gauss ve standart Gauss integrasyon yöntemleri kullanılmıştır.

4. YÜKSEK DERECELİ SÜREKSİZ SINIR ELEMAN FORMÜLASYONU

4.1. Giriş

Bu bölümde, sınır eleman denkleminin sayısal olarak çözümü, Bölüm 3'te bahsedilen yüksek dereceli süreksiz sınır eleman formülasyonu kullanılarak yapılmaktadır. Bu amaçla, Şekil 4.1'de görüldüğü gibi, cismin sınırı (S), N adet sınır elemanına bölünmektedir. Şekil 4.1'de, S_m elemanı için düğüm noktaları, P_m^k ($m=1,...,N$ ve $k=1,...,q$) ile gösterilmiştir. Burada, N eleman sayısını, q ise her bir eleman üzerinde göz önüne alınan düğüm noktası sayısını belirtmektedir.



Şekil 4.1. Cisim sınırının yüksek dereceli sınır elemanlarına bölünmesi

Sınır elemanı üzerinde yer alan bir Q noktasının koordinatları,

$$x_i = \sum_{k=1}^q \phi_k(\xi) x_i^k \quad (4.1)$$

denklemini ile, sınır elemanı üzerindeki sınır büyüklükleri ise,

$$u_i = \sum_{k=1}^q \phi_k(\xi) u_i^k \quad (4.2a)$$

$$t_i = \sum_{k=1}^q \phi_k(\xi) t_i^k \quad (4.2b)$$

ifadeleri ile tanımlanmaktadır. Bu ifadelerde, x_i Q integrasyon noktasının koordinatlarını, x_i^k elemana ait k 'inci düğüm noktasının koordinatlarını, u_i^k ve t_i^k , k düğüm noktasındaki sınır büyüklüklerinin değerlerini, ϕ_k şekil fonksiyonlarını, ξ ise noktanın boyutsuz koordinatını temsil etmektedir.

Şekil 4.1'de görülmekte olan m 'inci elemanın P_m^k sabit noktası için (3.1) denklemi,

$$c_m^k \underline{u}(P_m^k) = \int_S \underline{G}(P_m^k, Q) \underline{t}(Q) dS - \int_S \underline{H}(P_m^k, Q) \underline{u}(Q) dS \quad (4.3)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Yüksek dereceli süreksiz sınır eleman formülasyonunda, köşe noktaları eleman iç bölgesinde kalmayacak şekilde elemanlara bölme işlemi yapıldığından ve düğüm noktaları eleman uç noktalarında seçilmediğinden dolayı,

$$\underline{c} = \frac{1}{2} \underline{I} \quad (4.4)$$

olarak alınmaktadır.

Cisim sınırının N adet elemana bölünmesi halinde (4.3) denklemi,

$$c_m^k \underline{u}(P_m^k) = \sum_{n=1}^N \int_{S_n} \underline{G}(P_m^k, Q) \underline{t}(Q) dS - \sum_{n=1}^N \int_{S_n} \underline{H}(P_m^k, Q) \underline{u}(Q) dS \quad (4.5)$$

şeklinde ifade edilmektedir. (4.5) denkleminde görülen S_n , n 'inci elemanın sınırını temsil etmektedir (Şekil 4.1).

Eleman üzerindeki sınır büyüklüklerinin şekil fonksiyonlarına bağlı olarak değişim gösterdiği kabulüne göre, (4.2) eşitliklerinde verilen sınır büyüklükleri (4.5) denkleminde yerine yazılırsa,

$$c_m^k \underline{u}(P_m^k) = \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^q \left[\int_{-1}^1 J(\xi) \underline{G}(P_m^k, Q) \underline{\phi}_s d\xi \right] \underline{t}(Q_n^s) - \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^q \left[\int_{-1}^1 J(\xi) \underline{H}(P_m^k, Q) \underline{\phi}_s d\xi \right] \underline{u}(Q_n^s) \quad (4.6)$$

eşitliği elde edilir. Denkleminde görülen $\underline{u}(Q_n^s)$ ve $\underline{t}(Q_n^s)$ sırasıyla, n' inci elemanın s düğüm noktasındaki deplasman ve gerilme vektörü bileşenlerini göstermektedir. Burada,

$$J(\xi) = \sqrt{\left[\frac{dx_1(\xi)}{d\xi} \right]^2 + \left[\frac{dx_2(\xi)}{d\xi} \right]^2} \quad (4.7)$$

$$dS = J(\xi) d\xi$$

eşitliği kullanılarak, integrasyon parametresi dS, (-1, +1) aralığında değişen dξ'ye dönüştürülmüştür. Ayrıca, (4.6) ifadesinde verilen şekil fonksiyonları matrisi,

$$\underline{\phi}_s = \begin{bmatrix} \phi_s & 0 \\ 0 & \phi_s \end{bmatrix} \quad (s=1, \dots, q) \quad (4.8)$$

şeklinde tarif edilmektedir.

$$\underline{G}_{ks}^{mn} = \int_{-1}^1 J(\xi) \underline{G}(P_m^k, Q) \underline{\phi}_s d\xi \quad (4.9a)$$

$$\underline{H}_{ks}^{mn} = \int_{-1}^1 J(\xi) \underline{H}(P_m^k, Q) \underline{\phi}_s d\xi \quad (4.9b)$$

tanımlamaları kullanılırsa, (4.6) denklemi,

$$\underline{c}_m^k \underline{u}(P_m^k) = \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^q \underline{G}_{ks}^{mn} \underline{t}(Q_n^s) - \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^q \underline{H}_{ks}^{mn} \underline{u}(Q_n^s) \quad (4.10)$$

şeklinde elde edilmektedir. (4.10) denklemi, P_m^k ($k=1, \dots, q$) sabit noktaları için yazılarak birleştirilirse,

$$\underline{c}^m \underline{u}^m = \sum_{n=1}^N \underline{G}^{mn} \underline{t}^n - \sum_{n=1}^N \underline{H}^{mn} \underline{u}^n \quad (m=1, 2, \dots, N) \quad (4.11)$$

şeklinde elde edilmektedir. (4.11) denkleminde verilen matris ve vektörler,

$$\underline{G}^{mn} = \begin{bmatrix} \underline{G}_{11}^{mn} & \dots & \underline{G}_{1q}^{mn} \\ \vdots & & \vdots \\ \underline{G}_{q1}^{mn} & \dots & \underline{G}_{qq}^{mn} \end{bmatrix}; \quad \underline{H}^{mn} = \begin{bmatrix} \underline{H}_{11}^{mn} & \dots & \underline{H}_{1q}^{mn} \\ \vdots & & \vdots \\ \underline{H}_{q1}^{mn} & \dots & \underline{H}_{qq}^{mn} \end{bmatrix} \quad (4.12a)$$

$$\underline{u}^n = \begin{bmatrix} \underline{u}(Q_n^1) \\ \vdots \\ \underline{u}(Q_n^q) \end{bmatrix}; \quad \underline{t}^n = \begin{bmatrix} \underline{t}(Q_n^1) \\ \vdots \\ \underline{t}(Q_n^q) \end{bmatrix}; \quad \underline{c}^m = \begin{bmatrix} \underline{c}_m^1 \underline{I} & & \underline{0} \\ & \ddots & \\ \underline{0} & & \underline{c}_m^q \underline{I} \end{bmatrix} \quad (4.12b)$$

şeklinde dir. Burada, $\underline{I}$ matrisi, birim matrisi ifade etmektedir. (4.11) denkleminde verilen $\underline{G}^{mn}$ ve $\underline{H}^{mn}$ matrisleri, (4.9) eşitliklerinde verilen integrallerin, Gauss sayısal integrasyon yöntemi kullanılarak hesaplanmasıyla ve elde edilen değerlerin, (4.12) ifadelerinde verilen matrislere yerleştirilmesiyle elde edilmektedir.

(4.11) denklemi, N adet sınır elemanı için yazılırsa, elde edilen denklemler bir araya toplanarak, matris formunda,

$$\tilde{\underline{H}} \tilde{\underline{u}} = \tilde{\underline{G}} \tilde{\underline{t}} \quad (4.13)$$

eşitliği bulunur. Burada,

$$\tilde{\underline{G}} = (\underline{G}^{mn}) \quad (4.14a)$$

$$\tilde{\underline{H}} = \left(\underline{H}^{mn} + \frac{1}{2} \underline{I} \delta_{mn} \right) \quad (4.14b)$$

$$\tilde{\underline{u}} = (\underline{u}^n) \quad (4.14c)$$

$$\tilde{\underline{t}} = (\underline{t}^n) \quad (4.14d)$$

olarak verilmektedir.

(4.13) eşitliği, sınır eleman yöntemine ait sistem denklemini temsil etmektedir. Bilinen sınır şartları, (4.13) sistem denkleminde yerine konularak, bilinmeyenler denklemin sol tarafında toplanırsa bu denklem,

$$\underline{A} \underline{X} = \underline{B} \underline{Y} \quad (4.15)$$

formunda elde edilebilir. Burada, $\underline{X}$ ve $\underline{Y}$ sırasıyla, bilinmeyen ve bilinen sınır büyüklüklerini temsil etmektedir. $\underline{A}$ ve $\underline{B}$ matrisleri ise; tüm bilinmeyenler denklemin sol tarafında toplanacak şekilde, $\tilde{\underline{H}}$ ve $\tilde{\underline{G}}$ matrislerinin ilgili kolonlarının yer değiştirilmesiyle elde edilmektedir. Son olarak,

$$\underline{F} = \underline{B} \underline{Y} \quad (4.16)$$

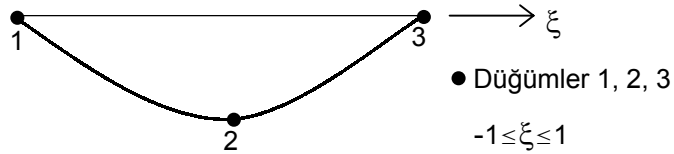
tanımlaması yapılarak (4.15) denklemi,

$$\underline{A} \underline{X} = \underline{F} \quad (4.17)$$

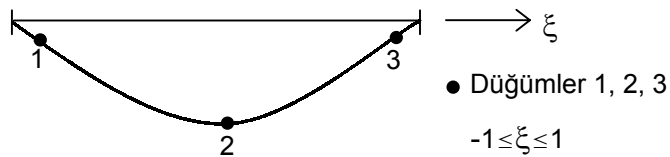
şeklinde yazılabilir. (4.17) denklemi çözülerek, cismin sınırı üzerindeki bilinmeyen sınır büyüklükleri hesaplanmaktadır.

4.2. Süreksiz Kuadratik Sınır Eleman Formülasyonu

Sınır eleman formülasyonunda, seçilen düğüm noktalarının konumuna göre sınır elemanları sürekli ya da süreksiz sınır eleman olarak adlandırılmaktadır. Düğüm noktalarının, elemanın uç noktalarında seçilmesi halinde sürekli sınır elemanı söz konusu olmaktadır (Şekil 4.2). Uç noktalarında seçilen düğüm noktaları, komşu elemanlar için ortak düğüm noktaları olduğundan, bu noktalarda, sınır büyüklükleri için süreklilik şartlarının sağlanması gerekmektedir. Düğüm noktalarının elemanın iç bölgesinde seçilmesi halinde ise elemana süreksiz sınır elemanı denilmekte ve elemanlar arası süreklilik koşullarına ihtiyaç kalmamaktadır (Şekil 4.3).



Şekil 4.2. İki boyutlu sürekli kuadratik eleman



Şekil 4.3. İki boyutlu süreksiz kuadratik eleman

Sınır eleman formülasyonunda, eleman üzerinde yer alan bir Q noktasının koordinatları,

$$x_i = \sum_{k=1}^3 \phi_k(\xi) x_i^k \quad (4.18)$$

denklemleri ile, sınır elemanı üzerindeki sınır büyüklükleri ise,

$$u_i = \sum_{k=1}^3 \phi_k(\xi) u_i^k \quad (4.19a)$$

$$t_i = \sum_{k=1}^3 \phi_k(\xi) t_i^k \quad (4.19b)$$

ifadeleri ile verilmektedir. Yukarıdaki ifadelerde yer alan x_i Q integrasyon noktasının koordinatlarını, x_i^k elemana ait k. düğüm noktasının koordinatlarını, u_i^k ve t_i^k k. düğüm noktasındaki sınır büyüklüklerinin değerlerini, ϕ_k şekil fonksiyonlarını ve ξ ise Q noktasının boyutsuz koordinatını temsil etmektedir.

(4.18) ve (4.19) ifadelerinde verilen şekil fonksiyonları süreksiz kuadratik eleman için boyutsuz koordinatlarda,

$$\phi_1(\xi) = \frac{1}{2} \frac{\xi}{\alpha} \left(\frac{\xi}{\alpha} - 1 \right) ; \quad \phi_2(\xi) = 1 - \left(\frac{\xi}{\alpha} \right)^2 ; \quad \phi_3(\xi) = \frac{1}{2} \frac{\xi}{\alpha} \left(\frac{\xi}{\alpha} + 1 \right) \quad (4.20)$$

şeklinde tanımlanmaktadır ($-1 \leq \xi \leq 1$ ve $0 < \alpha < 1$).

Süreksiz eleman için 1 ve 3 no'lu düğümlerin konumları simetrik olarak değişmektedir. Bu simetriklik α parametresi kullanılarak belirlenmektedir. α parametresi 1 ve 3 numaralı düğüm noktaları arası mesafenin eleman boyuna oranını temsil etmektedir. $\alpha=0.5$ olduğunda düğüm noktasının eleman orta noktası ile eleman son noktasının ortasında olması anlamını taşımaktadır. $\alpha=1.0$ olması sürekli sınır elemanı durumuna karşılık gelmektedir.

Eleman üzerindeki sınır büyüklüklerinin şekil fonksiyonlarına bağlı olarak değişim gösterdiği kabulüne göre, (4.19) eşitliklerinde verilen sınır büyüklükleri ile ilgili ifadeler, (4.5) denkleminde yerine yazılır ve $dS=J(\xi) d\xi$ eşitliği kullanılarak, integrasyon parametresi dS, (-1, +1) aralığında değişen $d\xi$ 'ye dönüştürülürse,

$$c_m^k \underline{u}(P_m^k) = \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^3 \left[\int_{-1}^1 J(\xi) \underline{G}(P_m^k, Q) \underline{\phi}_s d\xi \right] \underline{t}(Q_n^s) - \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^3 \left[\int_{-1}^1 J(\xi) \underline{H}(P_m^k, Q) \underline{\phi}_s d\xi \right] \underline{u}(Q_n^s) \quad (4.21)$$

denklemini elde edilir. Burada şekil fonksiyonları matrisi,

$$\underline{\phi}_s = \begin{bmatrix} \phi_s & 0 \\ 0 & \phi_s \end{bmatrix} \quad (s=1, 2, 3) \quad (4.22)$$

şeklinde tarif edilmektedir. (4.21) eşitliğinde verilen $J(\xi)$, Jacobian matrisinin determinantını göstermektedir. P integrasyon noktasının koordinatları (4.19) eşitliği kullanılarak ξ 'ye bağlı olarak ifade edilmektedir.

$$\underline{G}_{ks}^{mn} = \int_{-1}^1 J(\xi) \underline{G}(P_m^k, Q) \underline{\phi}_s d\xi \quad (4.23a)$$

$$\underline{H}_{ks}^{mn} = \int_{-1}^1 J(\xi) \underline{H}(P_m^k, Q) \underline{\phi}_s d\xi \quad (4.23b)$$

tanımlamaları kullanılırsa, (4.21) denklemini,

$$c_m^k \underline{u}(P_m^k) = \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^3 \underline{G}_{ks}^{mn} \underline{t}(Q_n^s) - \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^3 \underline{H}_{ks}^{mn} \underline{u}(Q_n^s) \quad (4.24)$$

şeklinde elde edilmektedir. (4.24) denklemini, P_m^k ($k=1, 2, 3$) sabit noktaları için yazılarak birleştirilirse,

$$\underline{c}^m \underline{u}^m = \sum_{n=1}^N \underline{G}^{mn} \underline{t}^n - \sum_{n=1}^N \underline{H}^{mn} \underline{u}^n \quad (4.25)$$

ifadesi elde edilmektedir. (4.25) denkleminde geçen matris ve vektörler,

$$\underline{G}^{mn} = \begin{bmatrix} \underline{G}_{11}^{mn} & \underline{G}_{12}^{mn} & \underline{G}_{13}^{mn} \\ \underline{G}_{21}^{mn} & \underline{G}_{22}^{mn} & \underline{G}_{23}^{mn} \\ \underline{G}_{31}^{mn} & \underline{G}_{32}^{mn} & \underline{G}_{33}^{mn} \end{bmatrix} ; \quad \underline{H}^{mn} = \begin{bmatrix} \underline{H}_{11}^{mn} & \underline{H}_{12}^{mn} & \underline{H}_{13}^{mn} \\ \underline{H}_{21}^{mn} & \underline{H}_{22}^{mn} & \underline{H}_{23}^{mn} \\ \underline{H}_{31}^{mn} & \underline{H}_{32}^{mn} & \underline{H}_{33}^{mn} \end{bmatrix} \quad (4.26a)$$

$$\underline{u}^n = \begin{bmatrix} \underline{u}(Q_n^1) \\ \underline{u}(Q_n^2) \\ \underline{u}(Q_n^3) \end{bmatrix} ; \quad \underline{t}^n = \begin{bmatrix} \underline{t}(Q_n^1) \\ \underline{t}(Q_n^2) \\ \underline{t}(Q_n^3) \end{bmatrix} ; \quad \underline{c}^m = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\underline{I} & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0} & \frac{1}{2}\underline{I} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & \frac{1}{2}\underline{I} \end{bmatrix} \quad (4.26b)$$

şeklindedir. (4.26) denklemlerinde görülen $\underline{G}^{mn}$ ve $\underline{H}^{mn}$ matrisleri (6×6) boyutunda olup, (4.23) eşitliklerinde verilen integrallerin Gauss sayısal integrasyon yöntemi ile çözümlü, (4.26) ifadesindeki matrislere yerleştirilmesiyle elde edilmektedir.

(4.25) denklemi N adet sınır elemanı için yazılırsa, elde edilen denklemler bir araya toplanarak, matris formunda,

$$\tilde{\underline{H}} \tilde{\underline{u}} = \tilde{\underline{G}} \tilde{\underline{t}} \quad (4.27)$$

eşitliği bulunur. Burada,

$$\tilde{\underline{G}} = \left(\underline{G}^{mn} \right) ; \quad \tilde{\underline{H}} = \left(\underline{H}^{mn} + \frac{1}{2} \underline{I} \delta_{mn} \right) \quad (4.28a)$$

$$\tilde{\underline{u}} = \left(\underline{u}^n \right) ; \quad \tilde{\underline{t}} = \left(\underline{t}^n \right) \quad (m, n=1, 2, \dots, N), \quad (4.28b)$$

olarak verilmiştir.

(4.27) sistem denklemi 6N adet denklem içermektedir. Cisim sınırının N adet süreksiz kuadratik sınır elemanına bölünmesinden dolayı, toplam 12N adet sınır büyüklüğü (u, t) olduğu için, 6N adet sınır büyüklüğünün sınır şartı olarak verilmesi

gerekmektedir. Sınır şartları olarak, her bir düğüm noktası üzerinde x_i ($i=1,2$) doğrultusunda t_i veya u_i bileşenlerinden birinin bilinmesi gerekmektedir.

(4.27) eşitliği, sınır eleman yöntemine ait sistem denklemini temsil etmektedir. Böylece, bilinen sınır şartları, (4.27) sistem denkleminde yerine konularak, bilinmeyenler denklemin sol tarafında toplanırsa bu denklem,

$$\underline{A} \underline{X} = \underline{B} \underline{Y} \quad (4.29)$$

formunda elde edilmektedir. Burada, $\underline{X}$ ve $\underline{Y}$ sırasıyla, bilinmeyen ve bilinen sınır büyüklüklerini temsil etmektedir. $\underline{A}$ ve $\underline{B}$ matrisleri ise; tüm bilinmeyenler denklemin sol tarafında toplanacak şekilde, $\tilde{\underline{H}}$ ve $\tilde{\underline{G}}$ matrislerinin ilgili kolonlarının yer değiştirilmesiyle elde edilmektedir. Son olarak,

$$\underline{F} = \underline{B} \underline{Y} \quad (4.30)$$

tanımlaması yapılarak (4.31) denklemi,

$$\underline{A} \underline{X} = \underline{F} \quad (4.31)$$

şeklinde yazılabilir. (4.31) denklemi çözülerek, cismin sınırı üzerindeki bilinmeyen sınır büyüklükleri hesaplanmaktadır.

4.2.1. İç Noktalarda Deplasman ve Gerilmelerin Belirlenmesi

(4.31) denkleminin çözülmesiyle elde edilen sınır büyüklüklerini kullanarak, Şekil 4.1’de gösterilen A noktasındaki deplasman ve gerilme değerleri elde edilebilmektedir. Bu değerlerin sayısal olarak hesaplanması, gerilme ve deplasmanlar için ayrı ayrı olmak üzere, aşağıda açıklanmıştır.

4.2.1.1. Deplasmanların Belirlenmesi

$\underline{c}$ matrisi için verilen (3.2) eşitliği kullanılırsa ($\underline{c}=\underline{I}$), cisim içerisinde bulunan herhangi bir A noktasındaki deplasmanlar, (3.12) denklemi yardımıyla aşağıdaki gibi bulunabilmektedir.

$$\underline{u}_\ell(A) = \int_S \underline{G}_{\ell k}(A, Q) \underline{t}_k(Q) dS - \int_S \underline{H}_{\ell k}(A, Q) \underline{u}_k(Q) dS \quad (4.32)$$

Bu eşitliğin sayısal olarak çözümü için, cismin sınırı (S) N adet sınır elemanına bölünerek süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu kullanılırsa, matris formunda,

$$\underline{u}(A) = \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^3 \left[\int_{-1}^1 J(\xi) \underline{G}(A, Q) \underline{\phi}_s d\xi \right] \underline{t}(Q_n^s) - \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^3 \left[\int_{-1}^1 J(\xi) \underline{H}(A, Q) \underline{\phi}_s d\xi \right] \underline{u}(Q_n^s) \quad (4.33)$$

denklemi elde edilir. Burada, $\underline{t}(Q_n^s)$ ve $\underline{u}(Q_n^s)$ sırasıyla, n' inci elemanın s düğüm noktasındaki deplasman ve gerilme vektörlerini göstermektedir. (4.33) denkleminde görülen integraller, Gauss sayısal integrasyon yöntemi ile hesaplanmaktadır. Böylece, A noktasının deplasmanları, cisim sınırı üzerindeki sınır büyüklüklerine bağlı olarak elde edilmektedir.

4.2.1.2. Gerilmelerin Belirlenmesi

Gerilmelerin hesaplanabilmesi için (3.5) denkleminin yanı sıra A noktasında bünye denkleminin yazılması gerekmektedir. A noktasında bünye denklemi,

$$\tau_{ij}(A) = c_{ijs\ell} \frac{\partial u_\ell}{\partial a_s}(A) \quad (4.34)$$

şeklinde yazılabilir. Burada, τ_{ij} ($i, j=1, 2$) gerilme bileşenlerini göstermektedir. Elastik $c_{ijs\ell}$ katsayıları, izotropik malzemeler için,

$$c_{ijs\ell} = \mu(\delta_{is}\delta_{j\ell} + \delta_{i\ell}\delta_{js}) + \lambda\delta_{ij}\delta_{s\ell} \quad (4.35)$$

olarak verilmektedir. Bu eşitlikte λ Lamé sabitini ve μ ise kayma modülünü göstermektedir. Lamé sabiti, kayma modülü ve Poisson oranı cinsinden,

$$\lambda = \frac{2\nu\mu}{(1-2\nu)} \quad (4.36)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

(4.34) denkleminde görülen a_s ($s=1, 2$) A noktasının koordinatlarını göstermektedir. Buna göre, (4.32) denkleminin a_s 'ye göre türevinin alınmasıyla elde edilen değerler, (4.34) denkleminde yerine yazılırsa, A noktasındaki gerilme bileşenleri için,

$$\tau_{ij}(A) = \int_s D_{kij}(A, Q)t_k(Q)dS - \int_s S_{kij}(A, Q)u_k(Q)dS \quad (4.37)$$

eşitliği elde edilir. Burada,

$$D_{kij}(A, P) = c_{ijs\ell} \frac{\partial G_{\ell k}(A, P)}{\partial a_s} \quad (4.38a)$$

$$S_{kij}(A, P) = c_{ijs\ell} \frac{\partial H_{\ell k}(A, P)}{\partial a_s} \quad (4.38b)$$

eşitlikleri kullanılmıştır. (4.38) eşitliklerinde verilen D_{kij} ve S_{kij} terimleri, temel çözümlerin A noktasının koordinatlarına göre türevlerini içermektedir. Temel çözümlerin türevleri alınarak elde edilen D_{kij} ve S_{kij} terimleri, Ek-B' de verilmiştir.

(4.37) denkleminin Gauss sayısal integrasyon yöntemi ile çözülmesiyle A noktasındaki gerilmeler bulunmaktadır. Bu amaçla, cismin sınırı N adet sınır elemana bölünmekte ve süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu kullanılarak (4.37) denklemi,

$$\tau_{ij}(A) = \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^3 D_{kij}^{ns} t_k^{ns} - \sum_{n=1}^N \sum_{s=1}^3 S_{kij}^{ns} u_k^{ns} \quad (4.39)$$

şeklinde yazılmaktadır. Burada, (s) düğüm noktasının numarasını belirtmektedir. Ayrıca, (4.39) denkleminde görülen u_k^{ns} ve t_k^{ns} sırasıyla, n'inci elemanın (s) düğüm noktasındaki deplasman ve gerilme vektörü bileşenlerini göstermektedir. Yukarıdaki denklemlerde yer alan k, i ve j indisleri, 1 ve 2 değerlerini almaktadır.

4.2.2. Tekillik

(4.27) sistem denkleminde bulunan $\tilde{G}$ ve $\tilde{H}$ sistem matrislerinin köşegen elemanlarını oluşturan $\underline{G}_{ks}^{mm}$ ve $\underline{H}_{ks}^{mm}$ matrisleri için,

$$\underline{G}_{ks}^{mm} = \int_{S_m} \underline{G}(P_m^k, Q) \underline{\phi}_s dS \quad (4.40a)$$

$$\underline{H}_{ks}^{mm} = \int_{S_m} \underline{H}(P_m^k, Q) \underline{\phi}_s dS \quad (4.40b)$$

eşitlikleri yazılabilmektedir. Burada k, sabit düğüm nokta numarasını, s ise şekil fonksiyon numarasını göstermektedir. Bu eşitliklerde, integral işlemlerinde kullanılan sabit nokta P_m^k ve integrasyon noktası Q, aynı sınır elemanı (S_m) üzerinde bulunmaktadır (Şekil 4.4). Ayrıca, bu eşitlikler, Cauchy kuralına göre yazılmakta ve dolayısıyla, P_m^k ve Q noktalarının çakışmadığı kabul edilmektedir (Mengi ve ark., 1994). Ancak, P_m^k ve Q noktaları aynı eleman üzerinde bulunması durumunda, bu iki nokta arasındaki uzaklık (r), sıfıra yakın değer alacaktır. Bu durumda, temel

Burada R eleman yarı boyunu, r kaynak nokta ile değişken nokta arası mesafeyi, $\underline{n}$ birim dış normali, $\underline{t}$ birim teğet vektörü temsil etmektedir.

Tekillik hali, P kaynak noktası ile Q hareketli noktanın aynı elemanda ($m=n$) olması durumunda ortaya çıktığı için, eleman formundaki düğüm noktaları yerel koordinatların (ξ) fonksiyonu olarak (4.41) eşitliklerinde verilmektedir (Şekil 4.5).

$$y = \frac{L_y}{2}(1 + \xi) \quad (4.41b)$$

33

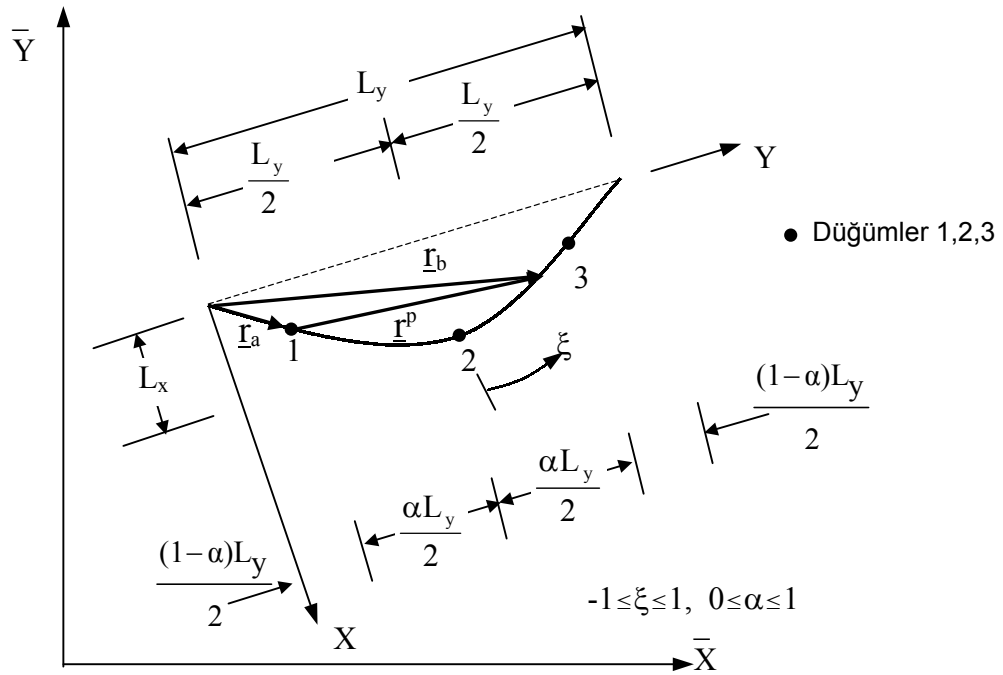
$$t(\xi) = \frac{dx(\xi)}{ds} = \frac{dx}{d\xi} \frac{1}{J(\xi)} \quad (4.42a)$$

$$n = t \times k \quad (4.42b)$$

Burada $J(\xi)$ Jacobian olup, $(dx^2+dy^2)^{1/2}$ ifadesi ile tanımlanmaktadır. Ayrıca, Jacobian $J(\xi)$ ve birim normal “n” eşitlik (4.43) ve (4.44) yardımıyla da hesaplanabilmektedir.

$$J(\xi) = (4\xi^2 L_x^2 + L_y^2/4)^{1/2} \quad (4.43)$$

$$n(\xi) = (L_y/2\mathbf{i} + 2\xi L_x\mathbf{j})/J(\xi) \quad (4.44)$$



Şekil 4.5. Tekil eleman durumu için r^p ifadesinin çıkarılması

(4.27) denkleminde bulunan $\tilde{G}$ ve $\tilde{H}$ sistem matrislerinin köşegen elemanlarını oluşturan $\underline{G}_{ks}^{mm}$ ve $\underline{H}_{ks}^{mm}$ matrisleri,

$$G^{PQ} = \int G_{\ell k}(r^P(\xi)) \phi_Q(\xi) J(\xi) d\xi \quad (4.45)$$

$$H^{PQ} = \int H_{\ell k}(r^P(\xi)) \phi_Q(\xi) J(\xi) d\xi \quad (4.46)$$

ifadelerinden bulunacak olan alt matrislerin birleştirilmesiyle oluşturulmaktadır. Burada iki boyutlu hal için $\ell = 1, 2$ ve $k=1, 2$ değerlerini alacaktır. $G_{\ell k}$ ve $H_{\ell k}$ ise birinci ve ikinci temel çözümleri, P ve Q ise sırasıyla sabit ve hareketli düğüm noktası numaralarını temsil etmektedir. Şekil fonksiyonu numarası olan Q hareketli nokta numarası ile aynı olacaktır.

(4.45) ve (4.46) ifadelerinde yer alan $G_{\ell k}$ ve $H_{\ell k}$ ise birinci ve ikinci temel çözümleri eşitlik (4.47) ve (4.48)'de verilmektedir.

$$G_{\ell k} = \frac{1}{8\pi\mu(1-\nu)} \left[(3-4\nu) \ln\left(\frac{1}{r^P}\right) \delta_{\ell k} + \frac{r_\ell}{r^P} \frac{r_k}{r^P} \right] \quad (4.47)$$

$$H_{\ell k} = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)r^P} \left[\frac{\partial r}{\partial n} \left\{ (1-2\nu) \delta_{\ell k} + 2 \frac{r_\ell}{r^P} \frac{r_k}{r^P} \right\} + (1-2\nu) \left(\frac{r_k}{r^P} n_\ell - \frac{r_\ell}{r^P} n_k \right) \right] \quad (4.48)$$

Burada, $\delta_{\ell k}$ Kronecker deltayı, ν Poisson oranını, μ kayma modülünü, n_k ve n_ℓ ise birim normalleri temsil etmektedir.

Tekillik durumunda r^P ifadesi sıfıra yaklaşacağından, $\underline{G}$ ve $\underline{H}$ ifadelerinin hesaplanabilmesi için özel teknikler gerekmektedir. İlk olarak, (4.47) denklemindeki integralli ifade, $\ln(1/r)$ ve $(1/r)$ tekilliklerini içeren iki ayrı integrale bölünmektedir.

Eşitlik (4.41) ifadeleri kullanılarak,

$$r_b = L_x (1-\xi^2) \mathbf{i} + L_y/2 (1+\xi) \mathbf{j} \quad (4.49)$$

$$r_a = L_x (1-\alpha^2) \mathbf{i} + L_y/2 (1-\alpha) \mathbf{j} \quad (4.50)$$

$$\mathbf{r}^p = L_x (\alpha^2 - \xi^2) \mathbf{i} + L_y/2 (\alpha + \xi) \mathbf{j} \quad (4.51)$$

ifadeleri bulunur.

P ve Q noktalarının aynı eleman üzerinde olması durumunda Şekil 4.5’de gösterildiği gibi $\mathbf{r}^p$ ifadesi $\mathbf{r}^p = \mathbf{r}_b - \mathbf{r}_a$ ifadesinden hesaplanır. Benzer yöntem kullanılarak sabit noktanın 2. ve 3. düğümde olduğu hallerdeki $\mathbf{r}^p$ ifadeleri bulunur. Sabit noktanın 1., 2. ve 3. düğümde olduğu hallerdeki $\mathbf{r}^p$ ifadeleri (4.52a), (4.52b) ve (4.52c) eşitliklerinde verilmektedir.

$$\mathbf{r}^p(\xi) = (\alpha + \xi) ((\alpha - \xi)^2 L_x^2 + L_y^2 / 4)^{1/2} \quad p=1 \quad (4.52a)$$

$$\mathbf{r}^p(\xi) = (\xi) (\xi^2 L_x^2 + L_y^2 / 4)^{1/2} \quad p=2 \quad (4.52b)$$

$$\mathbf{r}^p(\xi) = (\alpha - \xi) ((\alpha + \xi)^2 L_x^2 + L_y^2 / 4)^{1/2} \quad p=3 \quad (4.52c)$$

Aynı eleman üzerinde integral işlemi yapılırken $(\alpha + \xi)$, (ξ) ve $(\alpha - \xi)$ büyüklükleri sıfıra yaklaştığında tekillik problemi ortaya çıkar.

G^{PQ} ifadesi eşitlik (4.47)’de verilen temel çözümü gösteren $G_{\ell k}$ ifadesinden dolayı doğal logaritma formunda zayıf tekillik içermektedir. Eşitlik (4.45) ifadesi eşitlik (4.53) formuna dönüştürülerek logaritmik Gauss sayısal integrasyon yöntemi kullanılabilir (Press ve ark., 1986).

$$\int \ln(1/\eta) f(\eta) d\eta = \sum f(\eta_i) w_i \quad (4.53)$$

Burada η bağımsız değişken, $f(\eta)$ η nin fonksiyonu ve w_i ağırlık fonksiyonudur. (4.47) ifadesi eşitlik (4.45)’de yerine yazılırsa,

$$G^{PQ} = \int \frac{1}{8\pi\mu(1-\nu)} \left[(3-4\nu) \ln\left(\frac{1}{r^p}\right) \delta_{\ell k} + \frac{r_\ell}{r^p} \frac{r_k}{r^p} \right] \phi_Q(\xi) J(\xi) d\xi \quad (4.54)$$

ifadesi bulunur. (4.54) eşitliğinde yer alan $\text{Ln}\left(\frac{1}{r^p(\xi)}\right)$ ifadesini içeren terim (4.53)'deki forma dönüştürülerek logaritmik Gauss sayısal integrasyon yöntemi yardımıyla hesaplama yapılabilir. $\text{Ln}\left(\frac{1}{r^p(\xi)}\right)$ ifadesini (4.53)'deki forma dönüştürme işlemi, eşitlik (4.52)'deki $r^p(\xi)$ ifadeleri kullanılarak ve uygun değişken dönüşümleri yapılarak gerçekleştirilmiştir. Bulunan ifadeler; G^{PQ} için, P sabit nokta ve Q hareketli nokta olmak üzere düğümlerin ($0 \leq \alpha \leq 1$) herhangi bir konumu için kapalı formda yazılırsa;

$$G^{1Q} = (1 + \alpha) \int \ln(1/\rho) \phi_Q(\rho(\xi)) J(\rho(\xi)) d\rho \quad (4.55a)$$

$$+ (1 - \alpha) \int \ln(1/t) \phi_Q(t(\xi)) J(t(\xi)) dt \quad (4.55b)$$

$$+ \int [-\ln(1 + \alpha) - 1/2 \ln\{((\alpha - \xi)^2 L_x^2 + L_y^2 / 4)\}] \phi_Q(\xi) J(\xi) d\xi \quad (4.55c)$$

$$+ 1/2 (1 - \alpha) \ln\{(1 + \alpha)/(1 - \alpha)\} \int \phi_Q(z(\xi)) J(z(\xi)) dz \quad (4.55d)$$

Burada,

$$\rho = \frac{(\alpha - \xi)}{(-1 - \alpha)}$$

$$t = \frac{(\alpha - \xi)}{(\alpha - 1)}$$

$$z = 2 \frac{(\alpha - \xi)}{(\alpha - 1)} - 1$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

$$G^{2Q} = \int \ln(1/\xi) [\phi_Q(\xi) + \phi_Q(-\xi)] J(\xi) d\xi \quad (4.56a)$$

$$- 1/2 \int \ln(\xi^2 L_x^2 + L_y^2 / 4) \phi_Q(\xi) J(\xi) d\xi \quad (4.56b)$$

$$G^{3Q} = (1 + \alpha) \int \ln(1/\rho) \phi_Q(\rho(\xi)) J(\rho(\xi)) d\rho \quad (4.57a)$$

$$+ (1 - \alpha) \int \ln(1/t) \phi_Q(t(\xi)) J(t(\xi)) dt \quad (4.57b)$$

$$+ \int [-\ln(1 + \alpha) - 1/2 \ln\{((\alpha + \xi)^2 L_x^2 + L_y^2 / 4)\}] \phi_Q(\xi) J(\xi) d\xi \quad (4.57c)$$

$$+ 1/2 (1 - \alpha) \ln\{(1 + \alpha)/(1 - \alpha)\} \int \phi_Q(z(\xi)) J(z(\xi)) dz \quad (4.57d)$$

Burada,

$$\rho = \frac{(\alpha + \xi)}{(1 + \alpha)}$$

$$t = \frac{(\alpha + \xi)}{(1 - \alpha)}$$

$$z = 2 \frac{(\alpha + \xi)}{(1 - \alpha)} - 1$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Eşitlik (4.20) ve (4.43)'de verilen şekil fonksiyonları ve Jacobian terimleri; ρ , t veya z ye bağlı integrasyon parametreleri olarak değerlendirilmelidir.

(4.55a), (4.55b), (4.56a), (4.57a) ve (4.57b) integralleri tekil integraller olup logaritmik Gauss sayısal integrasyon yöntemi ile hesaplanmaktadır. (4.55c), (4.55d), (4.56b), (4.57c) ve (4.57d) integralleri ise tekillik bulunmadığından dolayı standart Gauss sayısal integrasyon yöntemi ile hesaplanmaktadır. (4.52)'deki ifadeler (4.54)'de yer alan r_ℓ / r^p ve r_k / r^p terimlerinde yerine yazılırsa ilave bir işleme gerek kalmadan bu terimlerdeki tekillik sorunu çözülmüş olmaktadır. Böylece, G^{PQ} ifadesi α 'nın herhangi bir değeri için hesaplanabilmektedir. Tekil integraller içeren formülasyon, standart Gauss ve logaritmik Gauss sayısal integrasyon yöntemlerinin kullanılmasıyla çözülmektedir.

(4.48)'de verilen, ikinci temel çözümleri içeren $\underline{H}_{PQ}^{mm}$ matrisinin elemanları, sabit nokta ve hareketli noktanın aynı düğüm noktası olması ($P=Q$) durumunda rijit cisim hareketi yöntemi yardımıyla,

$$\underline{H}_{pp}^{mm} = - \sum_{n=1}^N \sum_{Q=1}^3 \underline{H}_{pQ}^{mn} \quad (m \neq n \text{ ve } P \neq Q \text{ için}) \quad (4.58)$$

eşitliği kullanılarak çözülmektedir (Brebbia ve Dominguez, 1989).

4.2.2.2. Dinamik Hal

Dinamik durumda ortaya çıkan tekillik problemi, (4.59) ifadesinde verilen integrallerin çözülerek $\underline{G}$ ve $\underline{H}$ matrislerinde ilgili yerlere yerleştirilmesi şeklinde ele alınmaktadır.

$$\int \underline{O}^{\text{Dinamik}} dS = \int \underline{O}^{\text{Statik}} dS + \int [\underline{O}^{\text{Dinamik}} - \underline{O}^{\text{Statik}}] dS \quad (4.59)$$

(4.59) ifadesi kapalı formda her iki temel çözüm için yazılırsa,

$$\underline{G}_D = \underline{G}_S + (\underline{G}_D - \underline{G}_S) \quad (4.60a)$$

$$\underline{H}_D = \underline{H}_S + (\underline{H}_D - \underline{H}_S) \quad (4.60b)$$

şeklinde iki terimin toplamı olarak ifade edilebilmektedir. Burada, $\underline{G}_D$ ve $\underline{H}_D$, dinamik analiz için temel çözümleri, $\underline{G}_S$ ve $\underline{H}_S$ ise statik analiz için temel çözümleri göstermektedir. Buna göre, (4.60) denklemlerinin sağ tarafında bulunan ve statik temel çözümleri gösteren birinci terimler, aynı zamanda dinamik temel çözümlerin tekil olan kısımlarını temsil etmektedir. Bu terimler, statik durumdaki tekilliğin kaldırılması için yapılan formülasyon ile hesaplanabilmektedir. (4.60) denklemlerinin sağ tarafındaki ikinci terimlerde, tekil olan kısım bulunmadığından, bu terimler, standart Gauss integrasyon yöntemi ile belirlenebilmektedir. $\underline{H}_D$ ifadesi için (4.60)'da belirtilen yöntemle tekillik ifadesi kalkıyorsa da bu çalışmada, dinamik haldeki tekillik durumu için de statik halde kullanılan rijit cisim hareketi yöntemi kullanılmıştır (Ek-C). Literatürde rijit cisim hareketi yalnız statik hal için geçerli

olarak bilinmesine rağmen dinamik hal için de rijit cisim hareketi kullanılabilmektedir (Mengi ve ark., 1994; Manolis ve Beskos, 1988). Böylece dinamik halde de (4.58) denklemi kullanılarak, $\underline{H}$ matrisinde bulunan, tekil terimler hesaplanmaktadır.

4.2.3. Bileşke Kuvvetlerin ve Momentin Belirlenmesi

Sınır elemanı üzerindeki her bir düğüm noktasında, (4.27) eşitliğinde verilen sistem denklemi kullanılarak gerilme vektörü bileşenleri t_i ($i=1, 2$) elde edilmektedir. Düğüm noktalarında elde edilen gerilme vektörü bileşenleri kullanılarak, herhangi bir ξ koordinatındaki gerilme vektörü bileşeni (4.19) eşitliğini kullanarak,

$$t_i(\xi) = \phi_1(\xi)t_i^1 + \phi_2(\xi)t_i^2 + \phi_3(\xi)t_i^3 \quad (4.61)$$

şeklinde elde edilebilmektedir.

4.2.3.1. Bileşke Kuvvetlerin Belirlenmesi

Gerilme vektörü bileşenleri kullanılarak, eleman üzerindeki toplam kuvvet,

$$F_i^m = \int_{S_m} t_i dS \quad (4.62)$$

olarak hesaplanmaktadır. Burada, $dS=Jd\xi$ integrasyon parametresi dönüşümü yapılırsa, (4.61) ifadesi kullanılarak eleman üzerindeki toplam kuvvet,

$$F_i^m = \int_{-1}^1 [\phi_1(\xi)t_i^1 + \phi_2(\xi)t_i^2 + \phi_3(\xi)t_i^3] J(\xi) d\xi \quad (4.63)$$

eşitliğinin Gauss sayısal integrasyon yöntemi ile çözülmesiyle elde edilmektedir.

Tüm sınır üzerinde bileşke kuvvet ise,

$$R_i = \sum_{m=1}^N F_i^m \quad (4.64)$$

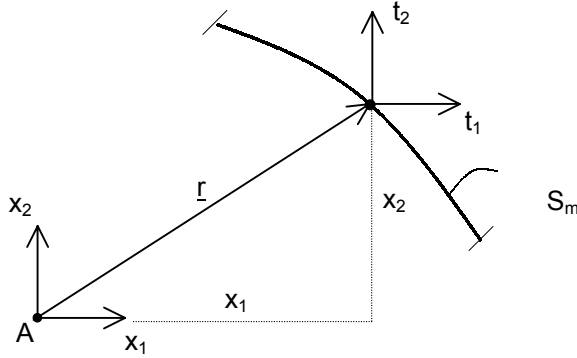
şeklinde elde edilmektedir. Burada, N toplam eleman sayısını göstermektedir.

4.2.3.2. Momentin Belirlenmesi

Şekil 4.6’da görülen A noktası bir başlangıç noktası olmak üzere, eleman üzerinde herhangi bir noktanın $\underline{r}$ yer vektörü,

$$\underline{r} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \quad (4.65)$$

olarak tanımlanmaktadır.



Şekil 4.6. Süreksiz kuadratik sınır eleman üzerindeki bir noktanın yer vektörü

A noktasına göre eleman üzerindeki toplam moment,

$$M^m = \int_{S_m} (t_2 x_1 - t_1 x_2) dS \quad (4.66)$$

denklemini kullanılarak hesaplanmaktadır. Burada, $dS=J(\xi)d\xi$ integrasyon parametresi dönüşümü yapılırsa, (4.18) ve (4.19) ifadeleri kullanılarak, eleman üzerindeki toplam moment,

$$M^m = \int_{-1}^1 \begin{bmatrix} (\phi_1 t_2^1 + \phi_2 t_2^2 + \phi_3 t_2^3)(\phi_1 x_1^1 + \phi_2 x_1^2 + \phi_3 x_1^3) \\ -(\phi_1 t_1^1 + \phi_2 t_1^2 + \phi_3 t_1^3)(\phi_1 x_2^1 + \phi_2 x_2^2 + \phi_3 x_2^3) \end{bmatrix} J(\xi) d\xi \quad (4.67)$$

eşitliğinin Gauss sayısal integrasyon yöntemi ile çözülmesiyle elde edilmektedir.

Tüm sınır üzerinde toplam moment ise,

$$M = \sum_{m=1}^N M^m \quad (4.68)$$

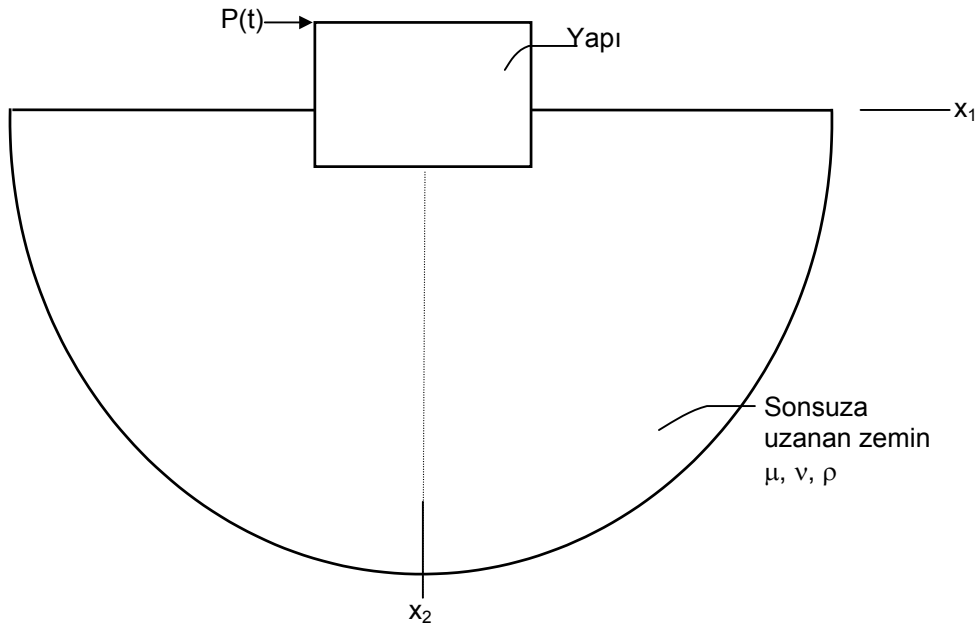
şeklinde elde edilmektedir. Burada, N toplam eleman sayısını göstermektedir.

5. İKİ BOYUTLU YAPI ZEMİN ETKİLEŞİM PROBLEMLERİNİN ANALİZİ

5.1. Giriş

Bu bölümde elastodinamik yapı-zemin etkileşimi problemlerinin iki boyutlu analizi anlatılmaktadır. İki boyutlu problemler olarak düzlem gerilme ve düzlem şekil değiştirme problemleri incelenmektedir.

Şekil 5.1’de görülen sonsuza uzanan bir zeminde kısmen gömülü olarak bulunan, dinamik yüke maruz yapı ve zeminin dinamik davranışı, yapı-zemin etkileşimi kullanılarak belirlenebilmektedir.



Şekil 5.1. Yarı sonsuz zeminde gömülü yapı

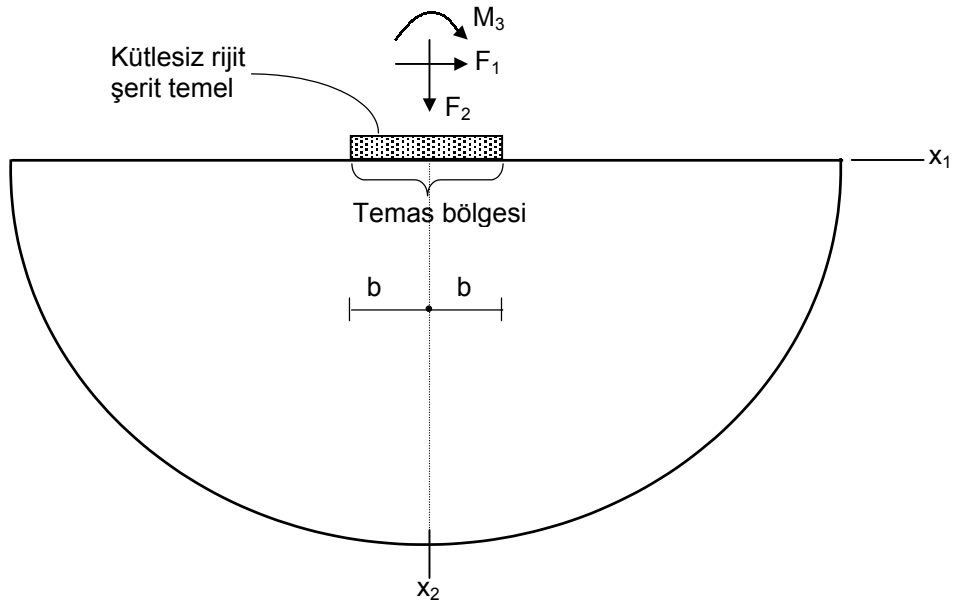
Üst yapının temel; ele alınan yapı-zemin etkileşim problemlerinin analizinde kullanılan malzemelerin homojen, izotrop ve lineer elastik olduğu kabul edilmektedir. Sonsuza uzanan zeminin modellenmesinde süreksiz kuadratik sınır elemanları kullanılarak, sonsuza uzanan çözüm bölgelerinde herhangi bir sınır şartına gerek kalmadan dalga yayılma şartları sağlanmaktadır.

Yapı-zemin etkileşim problemlerinin analizinde iki yöntem kullanılmaktadır. Bunlardan birincisi olan altyapı yönteminde zemin ve yapı ayrı ayrı ele alınmakta ve bu yöntemle yapı zemin etkileşim analizi yapmak için impedans matrisinin bilinmesi gerekmektedir. İkinci yöntem ise yapı ve zeminin beraber ele alındığı direkt yöntemdir.

Bu çalışmada, sınır eleman formülasyonu için uygun olan alt yapı yöntemi kullanılarak süreksiz kuadratik sınır elemanları ile yapı-zemin etkileşim analizi yapılmaktadır.

5.2. İmpedans Matrisinin Elde Edilmesi

Bu kısımda, Şekil 5.2’de görülen elastik bir yarım uzay üzerinde bulunan $2b$ genişliğinde kütsüz rijit şerit temel ele alınarak impedans matrisi tanımlanmış ve elde edilmiştir.



Şekil 5.2. Elastik yarım uzay üzerinde rijit şerit temel

Şekil 5.2’de görülen F_1 , F_2 ve M_3 ifadeleri sırasıyla etkileşim kuvvetlerini ve temele etki eden momenti, temsil etmektedir. Rijit şerit temel için impedans ilişkisi,

$$\underline{F} = \underline{K} \underline{U} \quad (5.1)$$

ifadesi ile gösterilmektedir. Burada, $\underline{F}$ vektörü (3×1) boyutunda olup, bileşke kuvvetler ve momentten oluşmaktadır. $\underline{K}$ ve $\underline{U}$ ise sırasıyla (3×3) ve (3×1) boyutlarındaki impedans matrisini ve temas bölgesindeki düğüm noktalarında oluşan deplasmanları göstermektedir. (5.1) ifadesinde görülen matris ve vektörler,

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ M_3 \end{bmatrix} \quad \underline{K} = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & K_{13} \\ 0 & K_{22} & 0 \\ K_{31} & 0 & K_{33} \end{bmatrix} \quad \underline{U} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

ifadeleri ile verilmektedir.

(5.2) ifadelerinde verilen impedans matrisinin oluşturulmasında aşağıda belirtilen kurallara uyulmalıdır.

İmpedans matrisinin birinci sütunu belirlenirken, x_1 (yatay) yönünde birim deplasman uygulanarak temas bölgesinde sınır şartları $U_1=1$ ve $U_2=0$ alınmalıdır. Daha sonra verilen sınır şartları gözönüne alınarak sistem denkleminin çözülmesiyle temas bölgesinde elde edilen gerilme bileşenleri kullanılarak bileşke kuvvetler ve moment değerleri hesaplanmalıdır. Elde edilen $\underline{F}$ vektörü impedans matrisinin birinci sütununu oluşturmaktadır.

İmpedans matrisinin ikinci sütunu belirlenirken, x_2 (düşey) yönünde birim deplasman uygulanarak temas bölgesindeki sınır şartları $U_1=0$ ve $U_2=1$ alınmalıdır. Verilen sınır şartları gözönüne alınarak sistem denkleminin çözülmesiyle temas bölgesinde elde edilen gerilme bileşenleri kullanılarak bileşke kuvvetler ve moment değerleri hesaplanmalıdır. Elde edilen $\underline{F}$ vektörü impedans matrisinin ikinci sütununu oluşturmaktadır.

İmpedans matrisinin üçüncü sütunu belirlenirken, x_3 yönünde birim dönme oluşacak şekilde sınır şartları verilmelidir. Verilen sınır şartları gözönüne alınarak sistem denkleminin çözülmesiyle temas bölgesinde elde edilen gerilme bileşenleri kullanılarak bileşke kuvvetler ve moment değerleri hesaplanmalıdır. Elde edilen $\underline{F}$ vektörü impedans matrisinin üçüncü sütununu oluşturmaktadır. Bu işlemler

yapıldıktan sonra bulunan değerler bir matriste toplanarak impedans matrisi elde edilmektedir.

5.3. Üst Yapının Analizi

Altyapı yönteminin son aşamasında, elde edilen impedans ilişkisi kullanılarak, etkileşim kuvvetleri yapının altına yerleştirilip analiz gerçekleştirilmektedir.

6. SAYISAL UYGULAMALAR

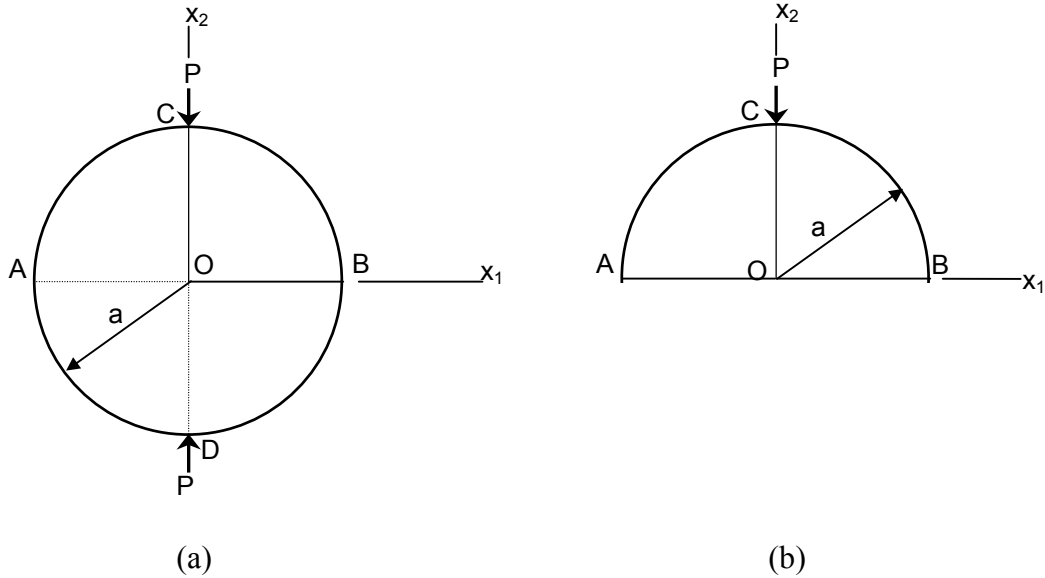
Bu bölümde, iki boyutlu problemlerin süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu kullanılarak hazırlanan bilgisayar programları ile statik ve dinamik çözümleri incelenmektedir. Bu çalışmada önerilen formülasyonla elde edilen sonuçlar ile literatürde verilen sonuçlar karşılaştırılmaktadır.

6.1. Statik Problemler

6.1.1. Dairesel Disk Problemi

Şekil 6.1a'da görülen a yarıçaplı, P eksenel basınç kuvvetine maruz bir dairesel disk gözönüne alınmaktadır. İzotropik elastik malzemeden yapılmış olan disk, orijini diskin merkezinde olan x_1 - x_2 koordinat sistemine kıyaslanmıştır.

P kuvvetinin uygulandığı C ve D noktaları hariç diskin sınırında gerilme yoktur. Simetri şartlarından dolayı Şekil 6.1b'de görüldüğü üzere problem yarıya indirgenmiş ve dolayısıyla AB yatay sınırı boyunca düşey deplasman ve yatay gerilme vektörü bileşeni sıfır olarak alınmıştır.



Şekil 6.1. P eksenel basınç kuvvetine maruz dairesel disk

Analiz sonucunda dairesel diske ait Şekil 6.1b’de görülen A ve B noktaları arasında kalan yatay sınır boyunca oluşan düşey gerilme ve yatay deplasman değerleri incelenmektedir.

Analizde, aşağıda görülen boyutsuz değişken ve parametreler kullanılmaktadır.

$$\bar{x}_i = \frac{x_i}{d} \quad ; \quad \bar{u}_i = \frac{u_i}{d} \quad ; \quad \bar{t}_i = \frac{t_i}{\mu} \quad (i = 1,2) \quad (6.1)$$

$$\bar{P} = \frac{P}{\mu d} \quad ; \quad \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu} = 1 \quad ; \quad \bar{d} = \frac{d}{d} = 1$$

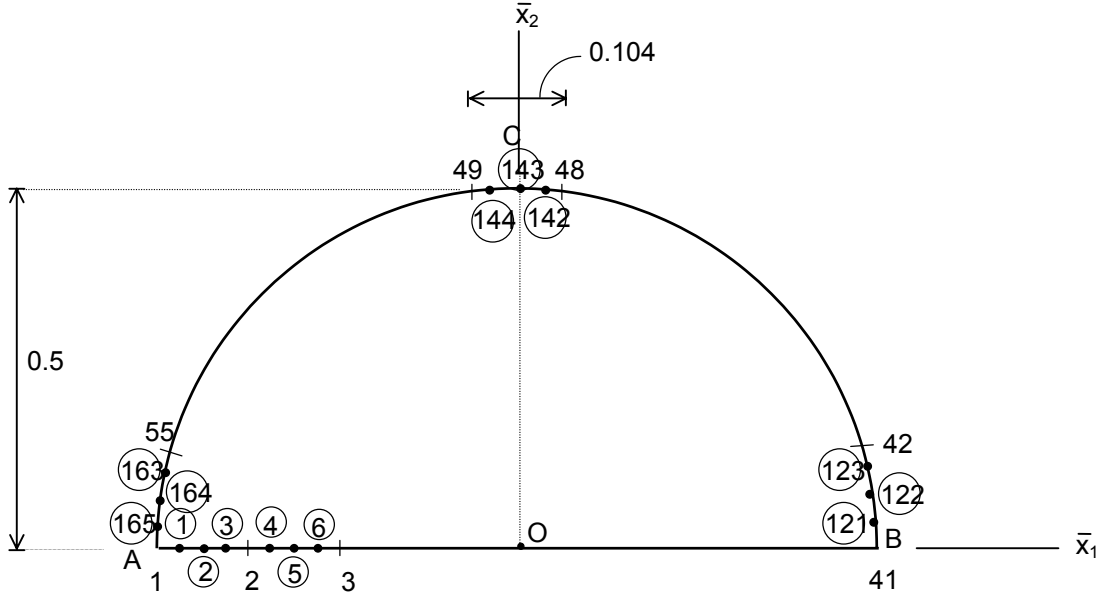
Burada $d=2a$ olmak üzere dairesel diskin çapını göstermektedir. Ayrıca, Poisson oranı (ν), 0.25 olarak alınmış ve boyutsuz yük değeri ($\bar{P}$), 1 olarak seçilmiştir.

Düzlem gerilme problemi olan bu örneğin süreksiz kuadratik sınır elemanı formülasyonu için hazırlanan bilgisayar programı kullanılarak statik analizi yapılmaktadır. Bu amaçla, yarım daire olarak ele alınan problem sınırı Şekil 6.2’de görüldüğü gibi AB yatay sınırı 40 adet, BCA yay sınırı ise 15 adet olmak üzere toplam 55 adet sınır elemanına bölünmektedir. Şekil 6.2’de daire içerisinde verilen rakamlar formülasyonda kullanılan düğüm noktalarını tanımlamaktadır.

C noktasına uygulanan düşey P yükü boyutsuz uzunluğu 0.104 olan 48 no’lu eleman üzerine üniform yayılı olarak etki ettirilmiştir. 48 no’lu eleman üzerindeki her üç düğüm noktasında düşey yöndeki boyutsuz gerilme vektörü bileşeni,

$$\bar{t}_2 = -\frac{1}{0.104} = -9.62 \quad (6.2)$$

olarak elde edilmiştir.



Şekil 6.2. Dairesel disk problemi için süreksiz kuadratik sınır eleman ağı

Problemin analizinde, süreksizliğin sağlanması için boyutsuz düğüm noktası koordinatları ($\xi_1=-0.75$, $\xi_2=0.$, $\xi_3=0.75$ ve $\alpha=0.75$) olarak seçilmiştir.

Bu problemin çözümü için hazırlanan veri dosyası Şekil 6.3’de verilmektedir. Hazırlanan bu veriler kullanılarak daireseel disk problemi bilgisayar programı ile çözülerek AB yatay sınırı boyunca düşey gerilme ve yatay deplasman değerleri elde edilmiştir. Elde edilen yatay deplasman değerleri Mengi ve ark. (1994) tarafından sabit eleman formülasyonu kullanılarak elde edilen değerler ile karşılaştırılmıştır. Yapılan karşılaştırmalar Şekil 6.4’te verilmektedir. Şekillerde görülen boyutsuz yatay deplasman,

$$\bar{u}_i = \frac{u_i}{d} \quad (6.3)$$

bağıntısı ile tanımlanmaktadır.

DAİRESEL DİSK PROBLEMİ	]	başlangıç satırı
-0.75 0.75 0.75	]	düğüm noktası koordinatları
110 55 0 10	]	sınırlarla ilgili bilgiler
1 0.2	]	malzeme özellikleri
1 55	]	bileşke kuvvetler için gerekli bilgiler
1 1 2 3	]	eleman tarifleri bölümü
54 107 108 109		
55 109 110 1		
1 -0.5 0.	]	sınır üzerindeki eleman uç noktaları için koordinatlar bölümü
81 0.5 0.		
110 -0.489 0.104		
1 1 2 3	]	düğüm noktası tarifleri bölümü
55 163 164 165		
1 1 0. 0 0.		
120 1 0. 0 0.	]	sınır şartları bölümü
121 1 0. 1 0.		
141 1 0. 1 0.		
142 1 0. 1 -9.62		
144 1 0. 1 -9.62		
145 1 0. 1 0.		
165 1 0. 1 0.		

Şekil 6.3. Dairesel disk problemi için veri dosyası

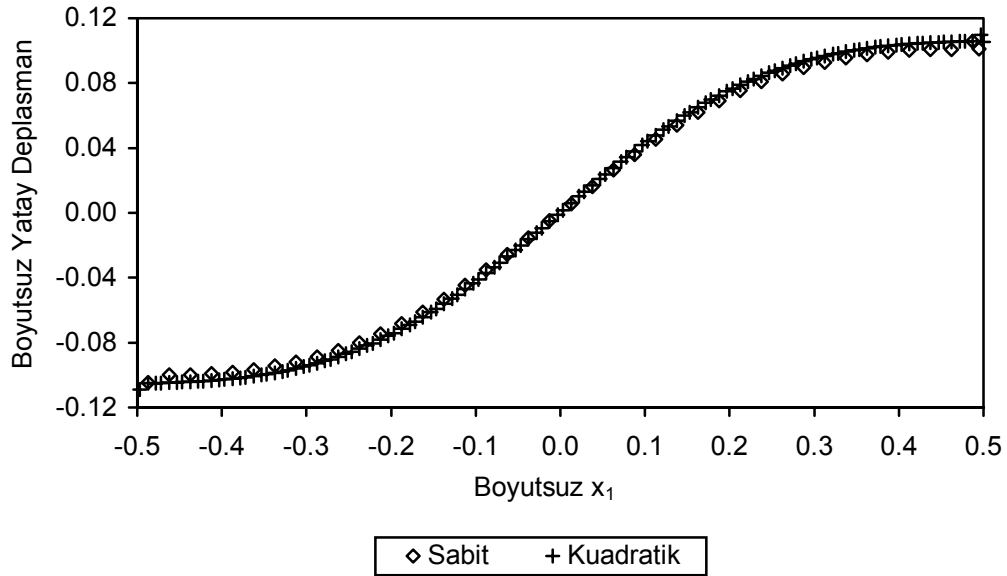
Süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu ile elde edilen düşey gerilme değerleri, Mengi ve ark. (1994) tarafından sabit eleman formülasyonu kullanılarak elde edilen değerler ile Timoshenko ve Goodier (1970) tarafından verilmiş olan,

$$\tau_{22} = \frac{2p}{\pi d} \left[1 - \frac{4d^4}{(d^2 + 4x_1^2)^2} \right] \quad (6.4)$$

eşitliği kullanılarak elde edilen kesin sonuçlar ile karşılaştırılmaktadır. Yapılan karşılaştırmalar Şekil 6.5’de verilmektedir. Şekil 6.5’de görülen boyutsuz düşey gerilme değerleri,

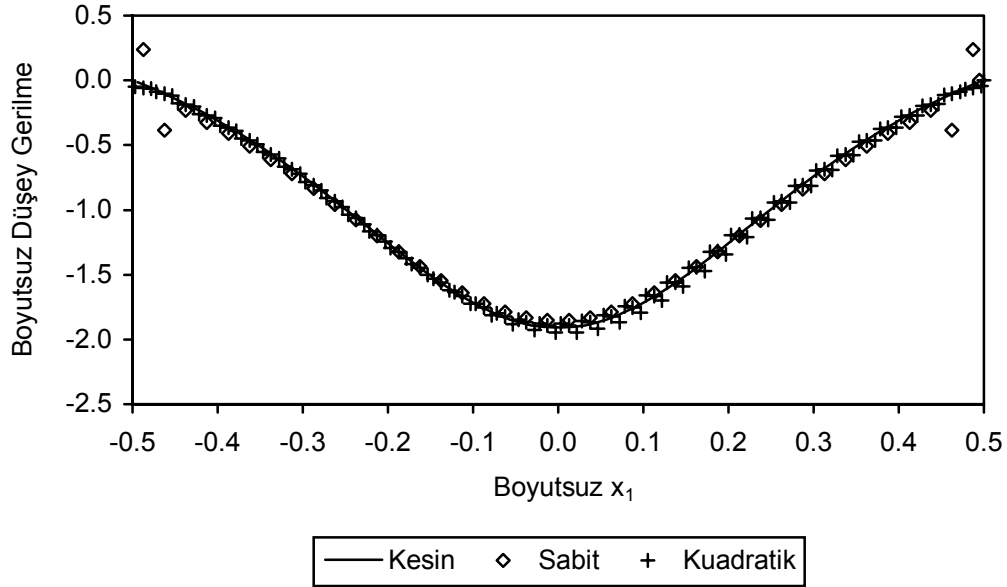
$$\bar{\tau}_{22} = \frac{\tau_{22}d}{p} \quad (6.5)$$

bağıntısı ile elde edilmektedir.



Şekil 6.4. AB sınırı boyunca yatay deplasman dağılımı

Şekil 6.4 incelendiğinde elde edilen yatay deplasman değerlerinin sabit eleman formülasyonu ile elde edilen sonuçlarla uyum içerisinde oldukları görülmektedir.



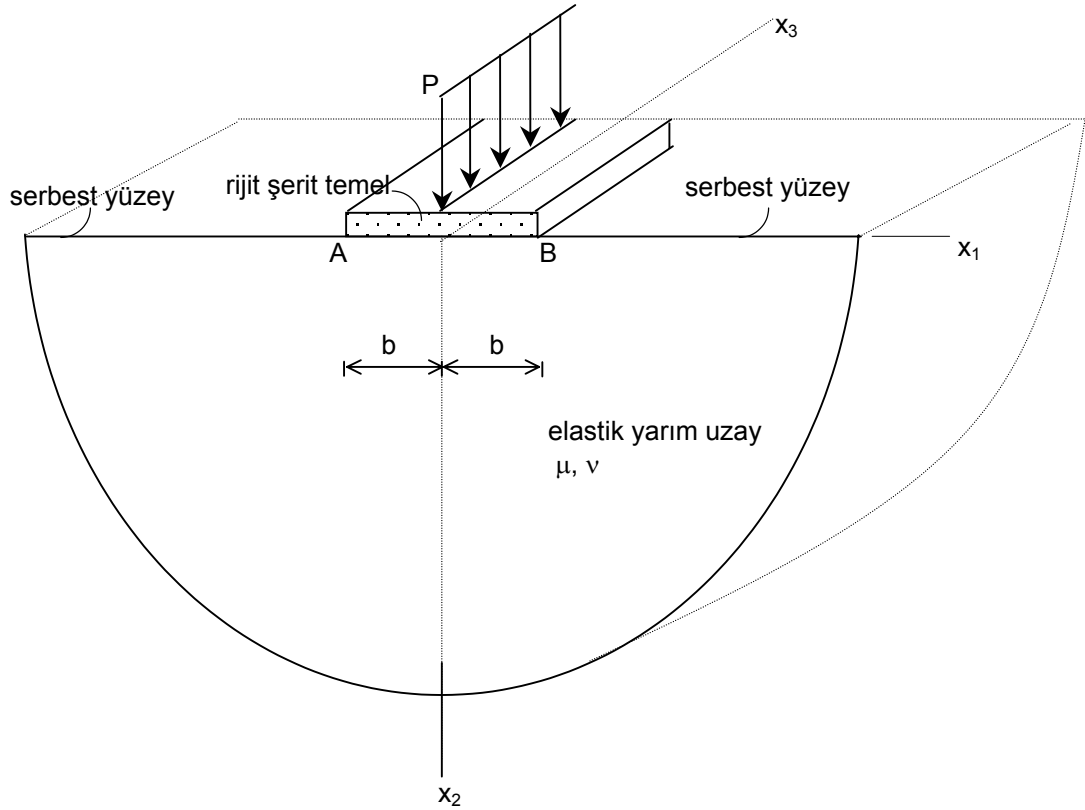
Şekil 6.5. AB sınırı boyunca düşey gerilme dağılımı

Şekil 6.5'te görüldüğü gibi AB yatay sınırı boyunca elde edilen boyutsuz düşey gerilme değerlerinin sabit eleman formülasyonu ile elde edilen değerlere kıyasla özellikle daire merkezinde ve uç noktalarda kesin sonuçla daha uyumlu oldukları görülmektedir.

6.1.2. Rijit Şerit Temel Problemi

Bu problemde, Şekil 6.6'da görülen izotrop ve elastik yarım uzay üzerinde bulunan $2b$ genişliğindeki rijit şerit temel göz önüne alınmaktadır. Düzlem şekil değiştirme problemi olarak ele alınan örneğin analizinde rijit şerit temel x_3 eksenini boyunca düşey yönde üniform çizgisel P yükü etkisi altındadır. Zemin üzerinde serbest yüzey olarak tanımlanan bölgede gerilme olmadığı kabul edilmektedir.

Rijit şerit temel probleminin çözümüyle Şekil 6.6'da görülen ve temel altındaki temas bölgesi olarak tanımlanan AB yatay sınırı boyunca meydana gelen düşey gerilme değerleri ve zeminin üst yüzeyinde meydana gelen düşey deplasman değerleri incelenmektedir.



Şekil 6.6. Elastik yarı sonsuz zemin üzerinde rijit şerit temel

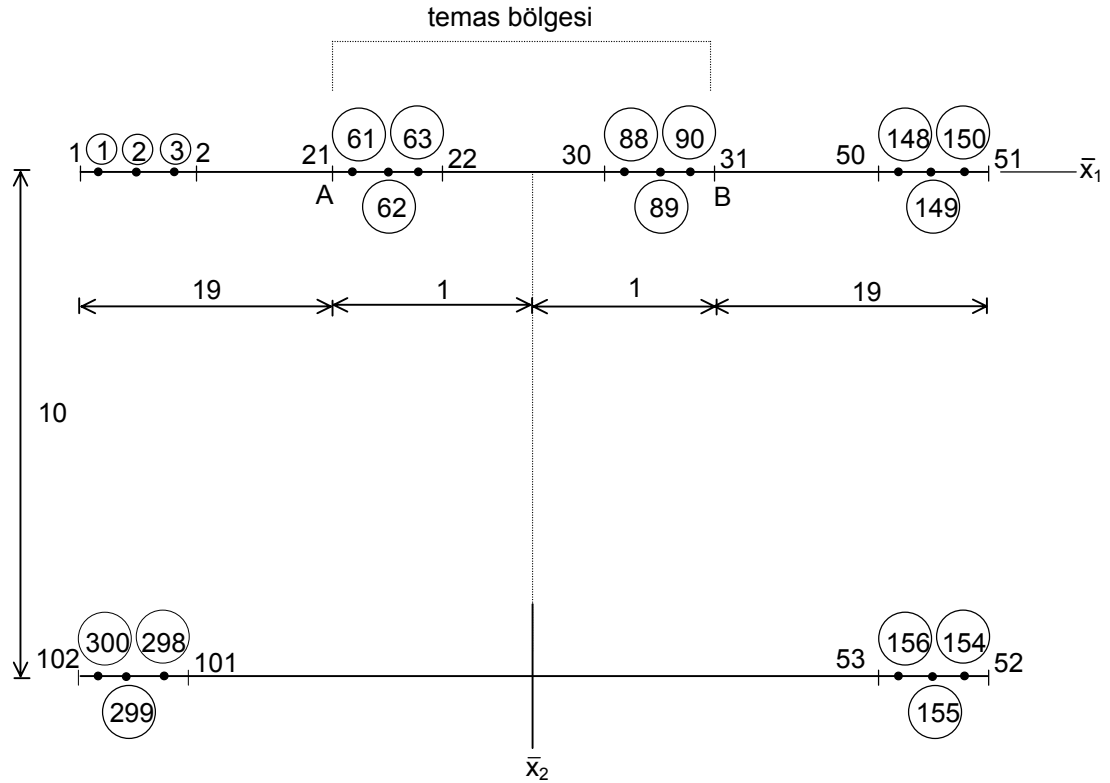
Temele yakın bölgelerde sonlu düşey deplasman değerleri elde etmek için belirli bir derinlikte düşey deplasmanların tutulması gerekmektedir (Saada,1974). Bu amaçla problem sınırı Şekil 6.7’de görüldüğü gibi zemin üst yüzeyinde bulunan yatay sınır 50 adet, düşey deplasmanın tutulduğu 10 birim derinlikteki yapay sınır ise 50 adet olacak şekilde toplam 100 adet sınır elemanına bölünmektedir. Şekil 6.7’de daire içerisinde verilen rakamlar formülasyonda kullanılan düğüm noktalarını göstermektedir.

Analizde kullanılan boyutsuz değişken ve parametreler aşağıda verilmektedir.

$$\bar{x}_i = \frac{x_i}{b} \quad ; \quad \bar{u}_i = \frac{u_i}{b} \quad ; \quad \bar{t}_i = \frac{t_i}{\mu} \quad (i = 1,2) \quad (6.6a)$$

$$\bar{P} = \frac{P}{\mu b} \quad ; \quad \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu} = 1 \quad ; \quad \bar{\tau}_{22} = \frac{\tau_{22} b}{p} \quad ; \quad \bar{b} = \frac{b}{b} = 1 \quad (6.6b)$$

Problemin hazırlanan bilgisayar programı ile çözümü için hazırlanan veri dosyası Şekil 6.8’de verilmektedir. Süreksizliğin sağlanması için boyutsuz düğüm noktası koordinatları ($\xi_1 = -0.75$, $\xi_2 = 0.$, $\xi_3 = 0.75$ ve $\alpha = 0.75$) olarak seçilmiştir.



Şekil 6.7. Rijit şerit temel problemi için süreksiz kuadratik sınır eleman ağı

Hesaplamalarda Poisson oranı (ν) için, 0.25 değeri alınmaktadır. Ayrıca, sınır şartları olarak temelin dışında kalan zemin üst yüzeyinde bulunan kısımlarda gerilme bileşenleri sıfır olarak alınmakta ve temas bölgesinde rijit temele x_2 (düşey) yönünde birim deplasman uygulanmaktadır. Zemin üst yüzeyinde bulunan kısımlarda yatay deplasman, on birim derinlikteki yapay sınırdan ise yatay ve düşey deplasman tutulmaktadır.

RİJİT ŞERİT TEMEL PROBLEMİ	]	başlangıç satırı
-0.75 0.75 0.75	]	düğüm noktası koordinatları
202 100 0 10	]	sınırlarla ilgili bilgiler
1. 0.25	]	malzeme özellikleri
21 30	]	bileşke kuvvetler için gerekli bilgiler
1 1 2 3	]	eleman tarifleri bölümü
99 198 199 200		
100 200 201 202		
1 -20. 0.		
41 -1. 0.	]	sınır üzerindeki eleman uç noktaları için koordinatlar bölümü
61 1. 0.		
101 20 0.		
102 20. -10.		
202 -20. -10.		
1 1 2 3	]	düğüm noktası tarifleri bölümü
100 298 299 300		
1 1 0. 1 0.	]	sınır şartları bölümü
60 1 0. 1 0.		
61 0 0. 0 -1.		
90 0 0. 0 -1.		
91 1 0. 1 0.		
150 1 0. 1 0.		
151 0 0. 1 0.		
195 0 0. 1 0.		
196 0 0. 0 0.		
255 0 0. 0 0.		
256 0 0. 1 0.		
300 0 0. 1 0.		

Şekil 6.8. Rijit şerit temel problemi için veri dosyası

Hazırlanan bilgisayar programı yardımıyla rijit şerit temel problemi analiz edilerek temas bölgesinde oluşan düşey gerilme bileşenleri ve zemin üst yüzeyinde oluşan düşey deplasmanlar elde edilmiştir. Temel altındaki gerilmelerin normalize edilebilmesi için,

$$\bar{\tau}_{22} = -\frac{\bar{t}_2}{P} \quad (6.7)$$

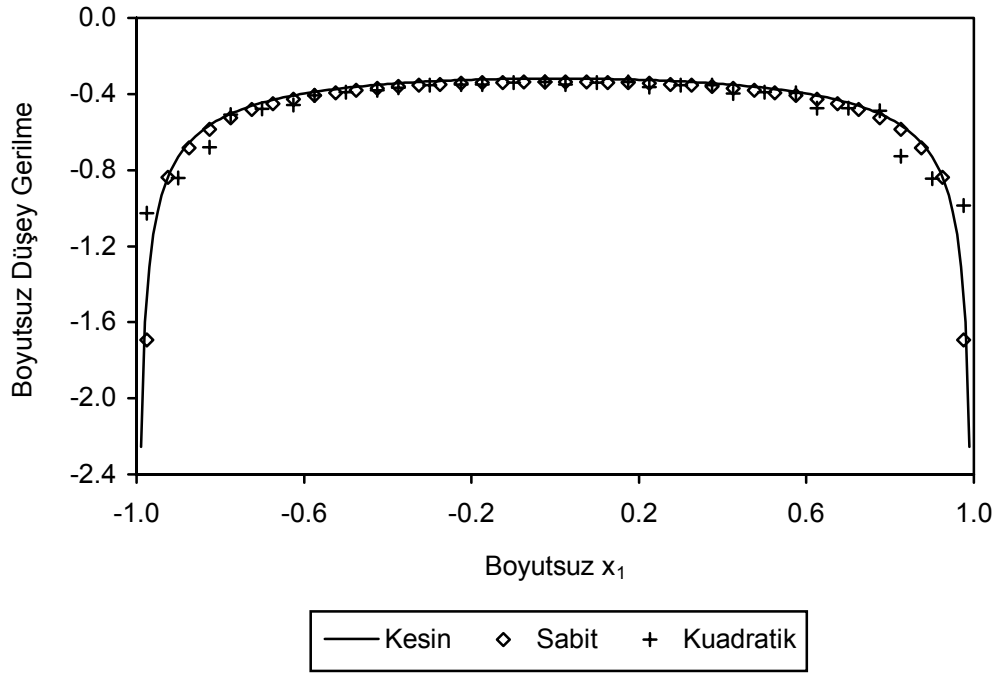
ifadesi kullanılmalıdır. Burada $\bar{P}$ düşey gerilme bileşenlerinin oluşturduğu bileşke kuvveti göstermektedir. Temel altı düşey gerilme değerleri analitik olarak Saada (1974) tarafından verilen,

$$\tau_{22} = \frac{P}{\pi \sqrt{b^2 - x_1^2}} \quad (6.8)$$

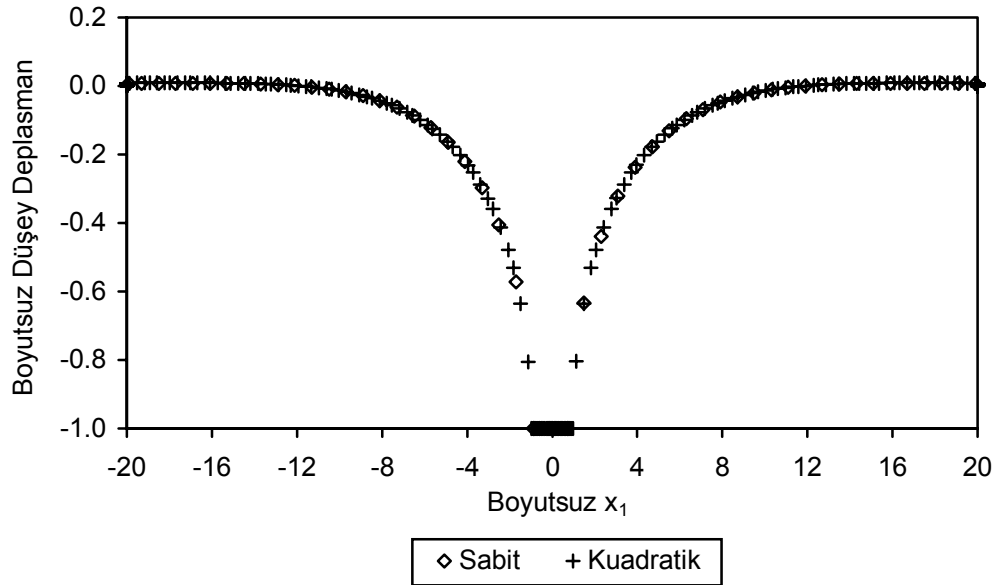
ifadesi ile bulunmaktadır.

Temel altındaki temas bölgesi boyunca süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu ile bulunan düşey gerilme değerleri, Mengi ve ark. (1994)'nın sabit eleman formülasyonu kullanarak elde ettiği sonuçlarla ve Saada (1974) tarafından (6.8) ifadesi ile verilen kesin sonuçlarla Şekil 6.9'da karşılaştırılmaktadır. Şekil 6.9 incelendiğinde süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu ile bulunan sonuçların, sabit eleman formülasyonu ile elde edilen değerlerle ve kesin sonuçlarla uyumlu olduğu görülmektedir.

Rijit şerit temelin düşey yönde birim deplasmana maruz kalması ile elastik yarım uzay üzerindeki sınır boyunca oluşan düşey deplasman değerleri ile Mengi ve ark. (1994) tarafından elde edilen değerlerin, Şekil 6.10'daki karşılaştırılması sonucunda bulunan sonuçların uyumlu oldukları görülmektedir.



Şekil 6.9. AB boyunca boyutsuz düşey gerilme dağılımı

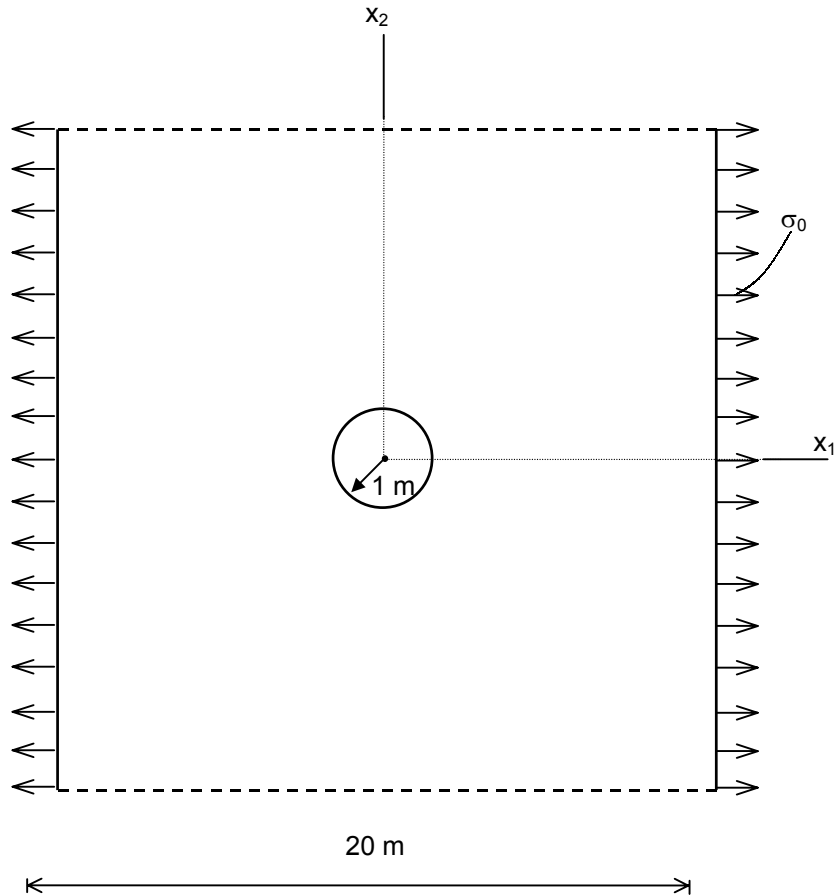


Şekil 6.10. Üst sınır boyunca boyutsuz düşey deplasman dağılımı

6.1.3. Dairesel Boşluklu Plak Problemi

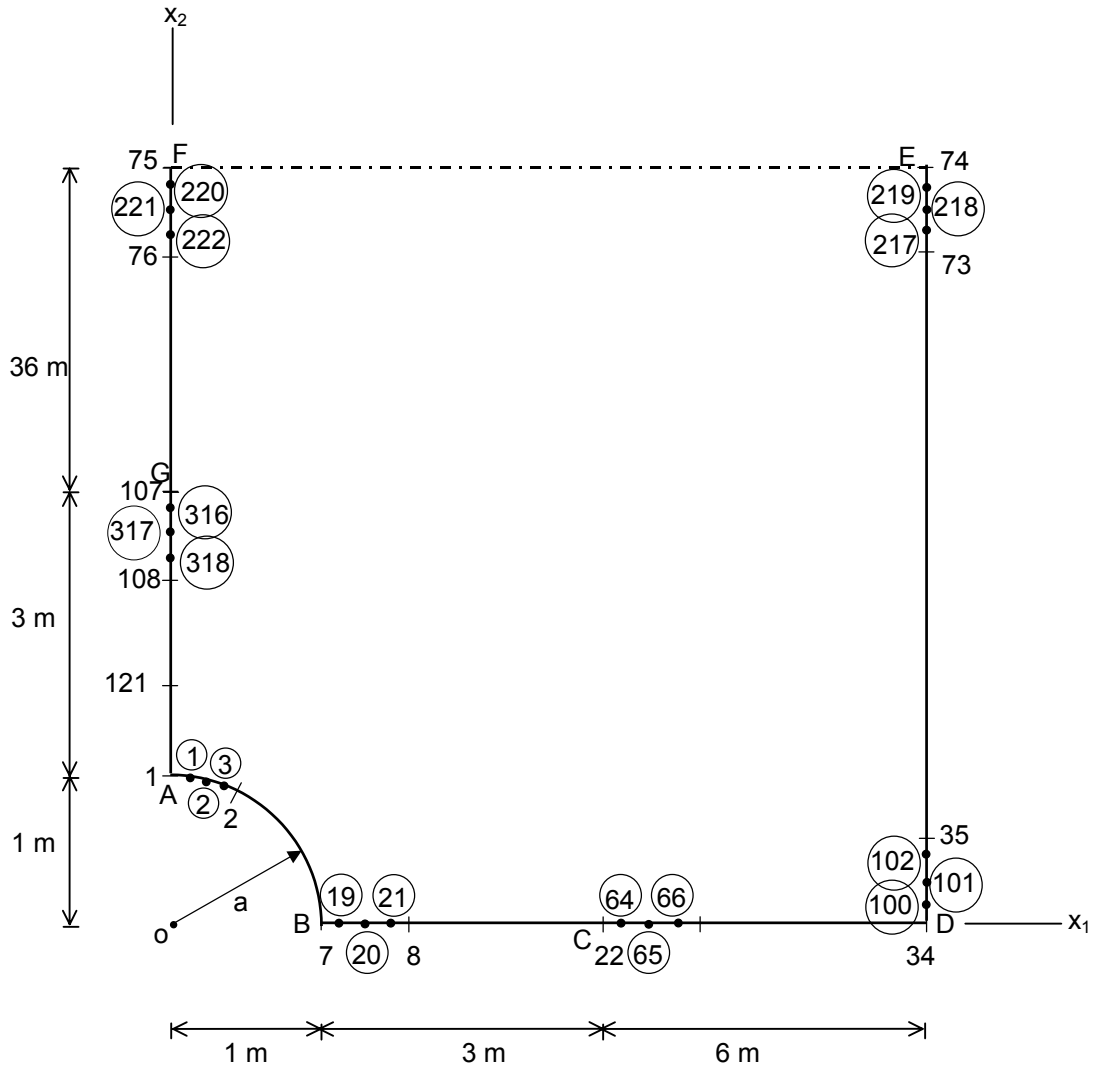
Bu örnekte, Şekil 6.11’de görülen içerisinde 1m. yarıçaplı daireSEL boşluk bulunan bir plak gözönüne alınmıştır. İzotropik elastik malzemeden oluşan plak, orijini daireSEL boşluğun merkezi ile çakışan x_1 - x_2 koordinat sistemine kıyaslanmaktadır. Plak x_2 doğrultusunda sonsuz uzunlukta ve x_1 doğrultusunda ise 20 metre uzunluğundadır.

Plak x_1 yönünde σ_0 büyüklüğünde üniform çekme gerilmesine maruz bırakılmıştır. Üniform çekme gerilmesinin bulunduğu kısım dışında kalan sınırlarda gerilme yoktur. Simetriden dolayı plağın dörtte biri ele alınarak plak içerisinde bulunan daireSEL boşluktan dolayı boşluğa yakın bölgelerde maksimum gerilmelerin oluştuğu x_2 eksenini boyunca meydana gelen gerilmelerdeki değişim ve x_1 eksenini boyunca oluşan deplasman dağılımı incelenmiştir.



Şekil 6.11. σ_0 çekme gerilmesine maruz daireSEL boşluklu plak

Simetriden dolayı dairesel boşluklu plağın dörtte biri alınarak statik analiz için hazırlanan bilgisayar programı kullanılmıştır. Şekil 6.12’de görüldüğü gibi AB noktaları arasında kalan yay sınırı 6 adet, BC sınırı 15 adet, CD sınırı 12 adet, DE sınırı 40 adet, FG sınırı 32 adet ve gerilme değişiminin hızlı olması beklenen GA sınırı 15 adet olmak üzere toplam 120 adet sınır elemanı kullanılarak sınır eleman ağı oluşturulmuştur. Şekil 6.12’de daire içerisinde verilen rakamlar formülasyonda kullanılan düğüm noktalarını tanımlamaktadır. Bu örnek için hazırlanan veri dosyası Şekil 6.13’de görülmektedir.



Şekil 6.12. Dairesel boşluklu plak için süreksiz kuadratik sınır eleman ağı

DAİRESEL BOŞLUKLU PLAK	]	başlangıç satırı
-0.75 0.75 0.75	]	düğüm noktası koordinatları
241 120 0 10	]	sınırlarla ilgili bilgiler
0.3846 0.3	]	malzeme özellikleri
1 120	]	bileşke kuvvetler için gerekli bilgiler
1 1 2 3	]	eleman tarifleri bölümü
73 145 146 147		
74 148 149 150		
119 238 239 240		
120 240 241 1		
1 0. 1.	]	sınır üzerindeki eleman uç noktaları için koordinatlar bölümü
13 1. 0.		
43 4. 0.		
67 10. 0.		
147 10. 40.		
148 0. 40.		
212 0. 4.		
241 0. 1.1		
1 1 2 3	]	düğüm noktası tarifleri bölümü
120 358 359 360		
1 1 0. 1 0.	]	sınır şartları bölümü
18 1 0. 1 0.		
19 1 0. 0 0.		
99 1 0. 0 0.		
100 1 1. 1 0.		
219 1 1. 1 0.		
220 0 0. 1 0.		
360 0 0. 1 0.		

Şekil 6.13. Dairesel boşluklu plak problemi için veri dosyası

Problemde malzeme özellikleri olarak Poisson oranı $\nu=0.3$ ve kayma modülü ise $\mu=0.3846 \text{ N/m}^2$ alınmaktadır. x_1 yönünde uygulanan üniform çekme gerilmesi ise $\sigma_0=1 \text{ N/m}^2$ dir.

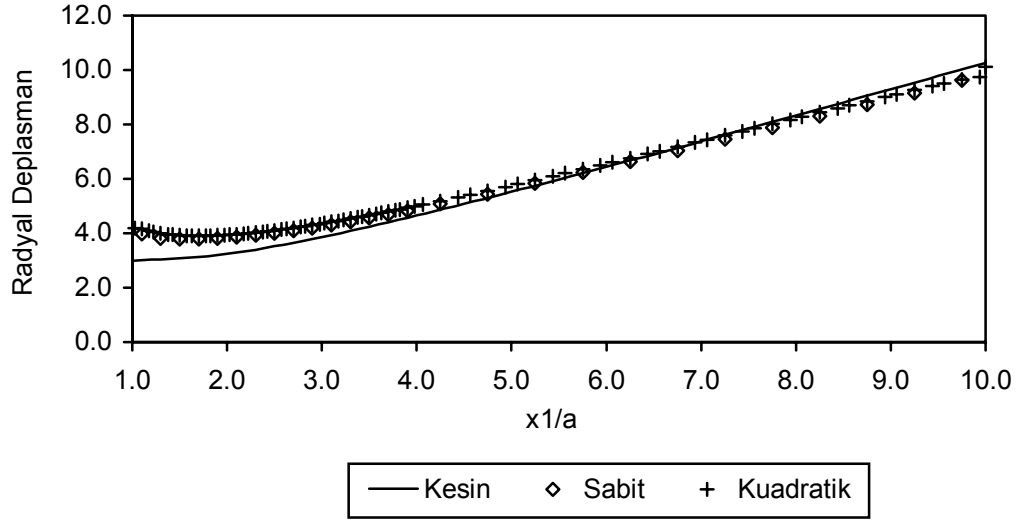
Problemin analizinde kullanılan süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonunda boyutsuz düğüm noktası koordinatları ($\xi_1=-0.75$, $\xi_2=0.$, $\xi_3=0.75$ ve $\alpha=0.75$) olarak seçilmiştir.

Hazırlanan bu veriler kullanılarak dairesel boşluklu plak problemi bilgisayar programı ile çözülerek Şekil 6.12’de görülen GA düşey sınırı boyunca teğetsel gerilme ve BD yatay sınırı boyunca radyal deplasman değerleri elde edilmiştir. Elde edilen radyal deplasman değerleri, Mengi ve ark. (1994) tarafından geliştirilen sabit eleman formülasyonu kullanılarak elde edilen değerler ve kesin sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Yapılan karşılaştırmalar Şekil 6.14’de verilmiştir. Şekil 6.14’de görülen radyal deplasmanın kesin değerleri Timoshenko ve Goodier (1970) tarafından verilen gerilme ve şekil değiştirme ifadeleri yardımlarıyla elde edilen

$$u = \frac{-a^4(1+\nu) + a^2(5+\nu)x^2 + 2x^4}{2Ex^3} \quad (6.9)$$

ifadesi kullanılarak hesaplanmaktadır. Burada, a dairesel boşluğun yarıçapını, ν Poisson oranını, x orijinden olan yatay mesafeyi göstermektedir. Elastisite modülü $E=1 \text{ N/m}^2$ alınmaktadır.

Şekil 6.14 incelendiğinde elde edilen radyal deplasman değerlerinin sabit eleman formülasyonu ile elde edilen sonuçlar ve kesin sonuçlarla belirli bir uyum içerisinde oldukları görülmektedir.

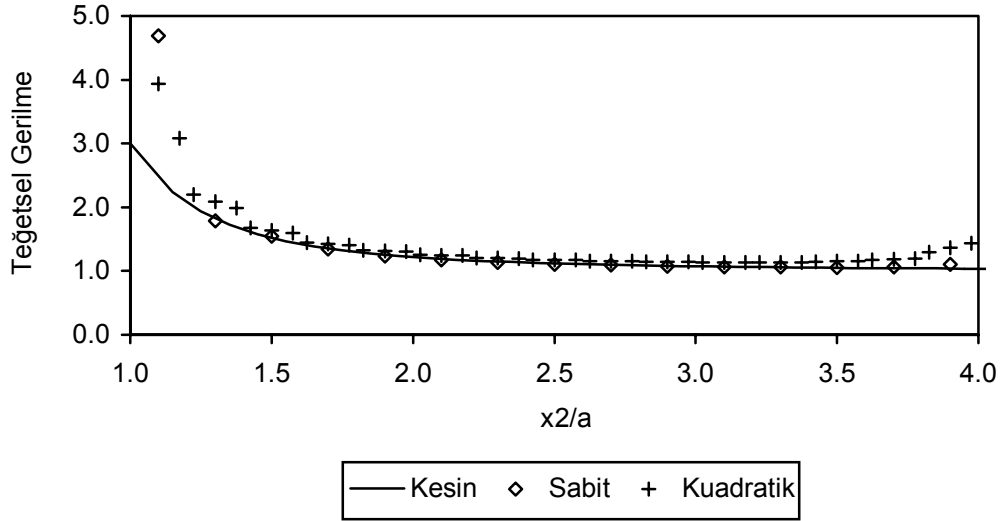


Şekil 6.14. BD yatay sınırı boyunca elde edilen radyal deplasman dağılımı

Analiz sonucunda hesaplanan x_2 eksenı boyunca oluşan teğetsel gerilme değerleri, Mengi ve ark. (1994) tarafından geliştirilen sabit eleman formülasyonu kullanılarak elde edilen değerler ile Timoshenko ve Goodier (1970) tarafından verilen,

$$\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_0}{2} \left(2 + \frac{a^2}{r^2} + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \quad (6.10)$$

eşitliği kullanılarak hesaplanan kesin sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Burada a , boşluğun yarıçapını, r ise x_2 yönünde daire merkezinden olan uzaklığı belirtmektedir. Yapılan karşılaştırmalar Şekil 6.15'te verilmektedir. Şekil 6.15 incelendiğinde süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu ile elde edilen sonuçların kesin sonuçlar ve sabit eleman formülasyonu ile elde edilen sonuçlarla uyum içerisinde oldukları ancak x_2/a oranının 1'e çok yakın olduğu kısımda sonuçlarda sapma olduğu görülmektedir.

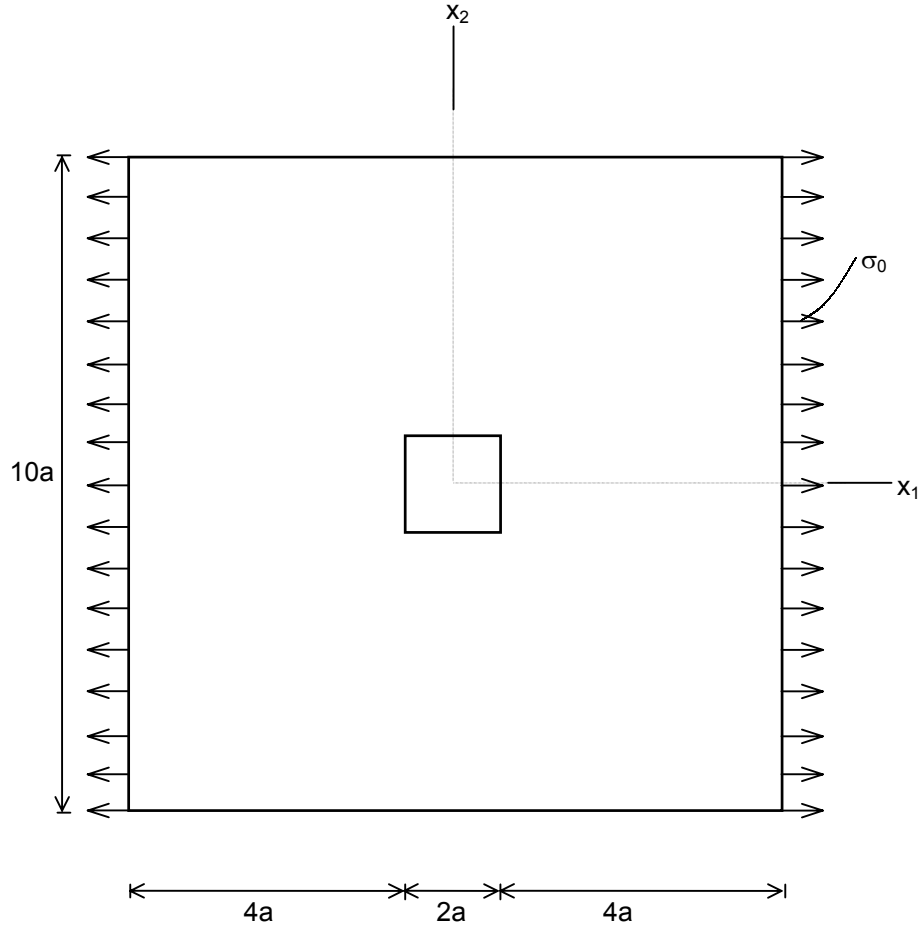


Şekil 6.15. GA düşey sınırı boyunca teğetsel gerilme dağılımı

6.1.4. Kare Delikli Plak

Şekil 6.16'da görülen düzlem gerilme problemi olan örnekte, içerisinde $2a \times 2a$ boyutlu kare delik bulunan ve kenar uzunluğu $10a$ olan kare plak gözönüne alınmıştır. İzotropik elastik malzemeden oluşan plak, orijini kare deliğin merkezinden geçen x_1 - x_2 koordinat sistemine kıyaslanmaktadır.

Plak düşey kenarları boyunca Şekil 6.16'da görülen x_1 yönünde σ_0 büyüklüğünde üniform çekme gerilmesi etkisi altındadır. Plak içerisinde bulunan kare delikten dolayı boşluğa yakın bölgelerde maksimum gerilmelerin olduğu x_2 eksenini boyunca meydana gelen yatay gerilme ve x_1 eksenini boyunca oluşan yatay deplasman dağılımı incelenmiştir.



Şekil 6.16. Çekme gerilmesine maruz kare delikli plak

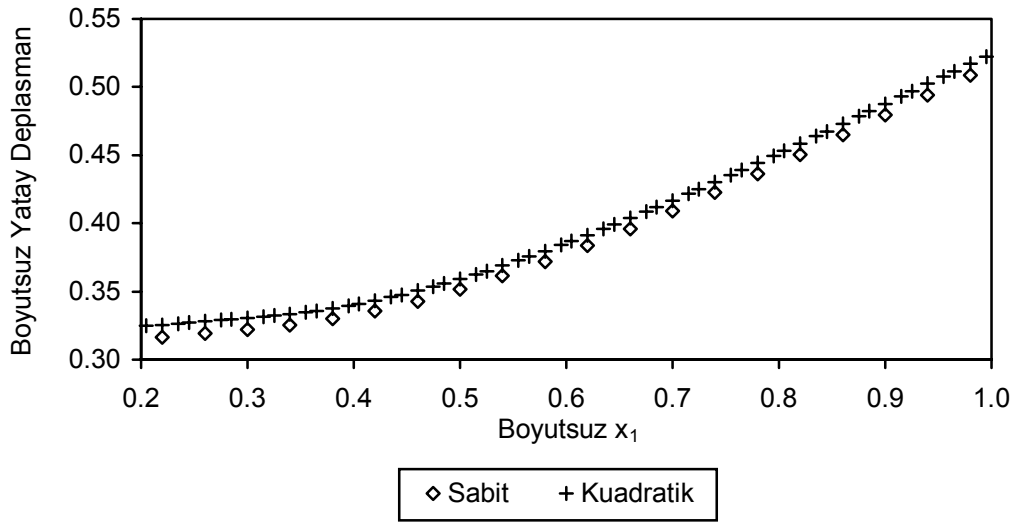
Simetriden dolayı kare boşluklu kare plağın dörtte biri alınarak plağın statik analizi süreksiz kuadratik sınır elemanı formülasyonu kullanılarak hazırlanan bilgisayar programı ile gerçekleştirilmiştir. Şekil 6.17’de görülen EA noktaları arasında kalan kare boşluğa ait sınır 10 adet, gerilme değişiminin hızlı olması beklenen AB yatay sınırı ve DE düşey sınırı 20’şer adet, BC ve CD sınırları 25’er adet olmak üzere toplam 100 adet sınır elemanı kullanılarak sınır eleman ağı oluşturulmuştur. Şekil 6.17’de daire içerisinde verilen rakamlar süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonunda kullanılan düğüm noktalarını göstermektedir.

Analizde, aşağıda görülen boyutsuz değişken ve parametreler kullanılmaktadır.

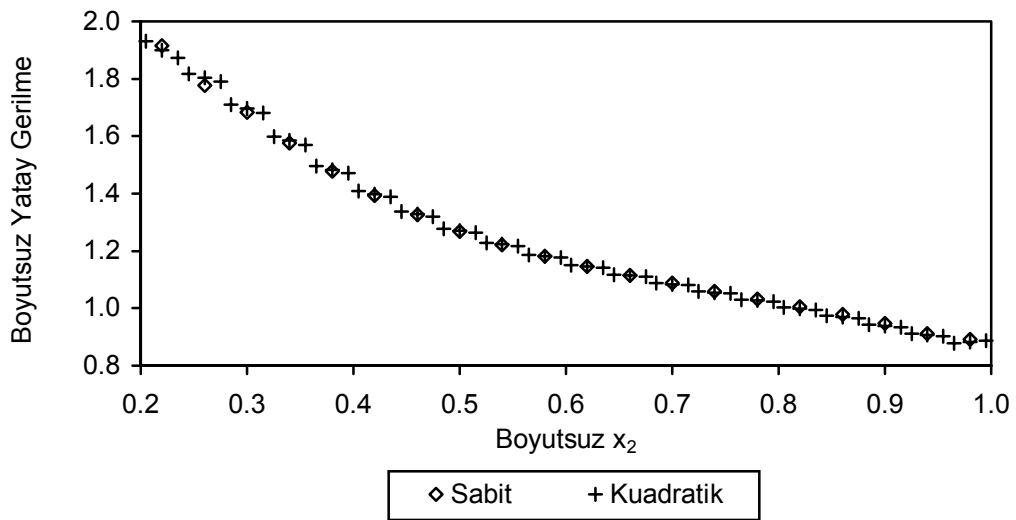
KARE DELİKLİ PLAK					]	başlangıç satırı
-0.75	0.75	0.75			]	düğüm noktası koordinatları
200	100	0	10		]	sınırlarla ilgili bilgiler
1.	0.2				]	malzeme özellikleri
1	100				]	bileşke kuvvetler için gerekli bilgi
1	1	2	3		]	eleman tarifleri bölümü
99	197	198	199			
100	199	200	1			
1	0.	0.2				
11	0.2	0.2			]	sınır üzerindeki eleman uç noktaları için koordinatlar bölümü
21	0.2	0.				
61	1.	0.				
111	1.	1.				
161	0.	1.				
200	0.	0.22				
1	1	2	3		]	düğüm noktası tarifleri bölümü
100	298	299	300			
1	1	0.	1	0.	]	sınır şartları bölümü
30	1	0.	1	0.		
31	1	0.	0	0.		
90	1	0.	0	0.		
91	1	1.	1	0.		
165	1	1.	1	0.		
166	1	0.	1	0.		
240	1	0.	1	0.		
241	0	0.	1	0.		
300	0	0.	1	0.		

Şekil 6.18. Kare delikli plak için veri dosyası

Yukarıda geometrisi ve yüklemesi tanımlanan kare boşluklu plak problemi hazırlanan bilgisayar programı ile çözülerek Şekil 6.17’de görülen DE düşey sınırı boyunca yatay gerilme ve AB yatay sınırı boyunca yatay deplasman değerleri elde edilmiştir. Elde edilen değerler, Mengi ve ark. (1994) tarafından geliştirilen sabit eleman formülasyonu kullanılarak elde edilen değerler ile karşılaştırılmıştır. Yapılan karşılaştırmalar Şekil 6.19 ve Şekil 6.20’de verilmiştir.



Şekil 6.19. AB yatay sınırı boyunca yatay deplasman dağılımı



Şekil 6.20. DE düşey sınırı boyunca yatay gerilme dağılımı

Şekil 6.19 Şekil 6.20 incelendiğinde süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu kullanılarak hazırlanan bilgisayar programı ile elde edilen sonuçların sabit eleman formülasyonu ile elde edilen sonuçlarla uyumlu oldukları görülmektedir.

6.2. Dinamik Problemler

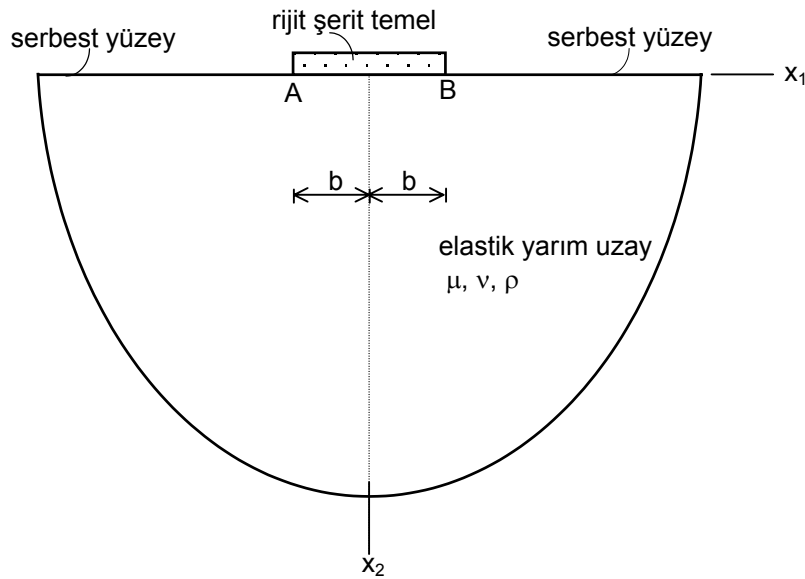
6.2.1. Rijit Şerit Temel Problemi

Şekil 6.21’de görülen, izotropik elastik yarım uzay olarak kabul edilen zemin üzerinde $2b$ genişliğinde rijit şerit temel göz önüne alınmaktadır. Rijit şerit temele ait Fourier dönüşüm uzayındaki komplekans değerlerinin frekansla değişimi incelenmektedir.

Rijit şerit temele ait Fourier dönüşüm uzayındaki impedans ilişkisi,

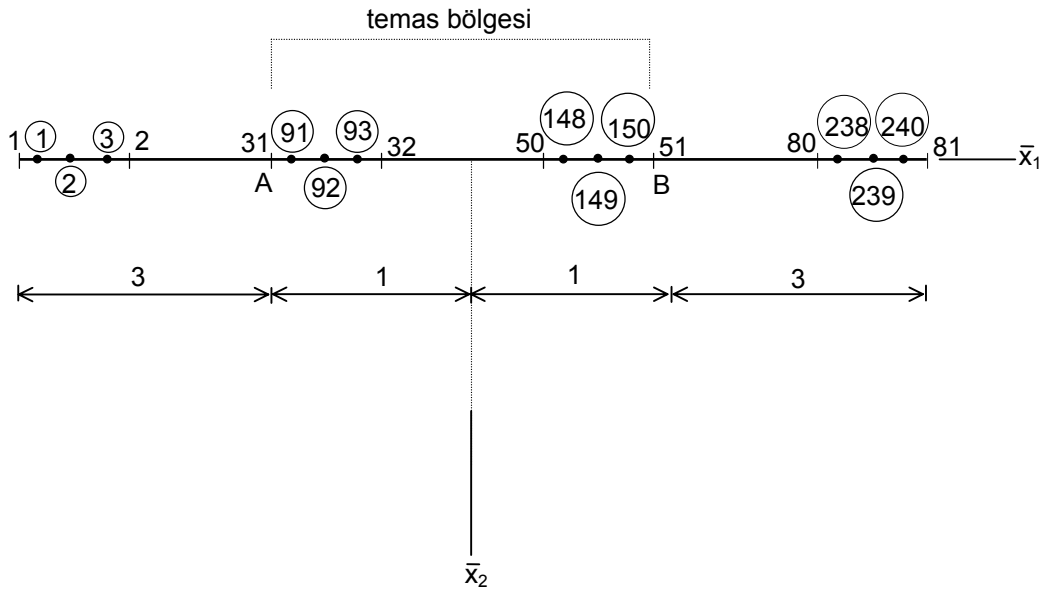
$$\underline{P} = \underline{K} \underline{U} \quad (6.12)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada, $\underline{K}$ impedans matrisini göstermektedir



Şekil 6.21. Zemin üzerinde rijit şerit temel

Bir düzlem şekil değiştirme problemi olarak ele alınan örneğin analizinde dinamik problemler için süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu kullanılarak hazırlanan bilgisayar programı kullanılmaktadır. Şekil 6.22’de görüldüğü gibi zemin üst yüzeyinde bulunan yatay sınır rijit şerit temel bölgesinde 20 adet olmak üzere eşit uzunlukta 80 adet sınır elemanına bölünmektedir. Şekil 6.22’de daire içerisinde verilen rakamlar formülasyonunda kullanılan düğüm noktalarını göstermektedir.



Şekil 6.22. Problemin çözümünde kullanılan süreksiz kuadratik sınır eleman ağı

Problemin analizinde aşağıda verilen boyutsuz değişken ve parametreler kullanılmıştır.

$$\bar{x}_i = \frac{x_i}{b} \quad ; \quad \bar{t}_i = \frac{t_i}{\mu} \frac{c_s}{b} \quad ; \quad \bar{\alpha}_3 = \alpha_3 \frac{c_s}{b} \quad ; \quad c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (i = 1, 2)$$

$$(\bar{K}_{11}, \bar{K}_{22}) = \frac{1}{\mu} (K_{11}, K_{22}) \quad ; \quad \bar{K}_{13} = \frac{K_{13}}{\mu b} \quad ; \quad \bar{K}_{33} = \frac{K_{33}}{\mu b^2} \quad (6.13)$$

$$\bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu} = 1 \quad ; \quad \bar{b} = \frac{b}{b} = 1 \quad ; \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho} = 1 \quad ; \quad \bar{\omega} = \frac{\omega b}{c_s}$$

Boyutsuz frekans değerinin 0.1 olması durumunda, impedans matrisinin 1. kolonunu hesaplamak için hazırlanan veri dosyası Şekil 6.23’de verilmektedir.

Şekil 6.23’de verilen data dosyasında görüldüğü gibi problemin analizinde, süreksizliğin sağlanması için boyutsuz düğüm noktası koordinatları, ($\xi_1 = -0.75$, $\xi_2 = 0.$, $\xi_3 = 0.75$ ve $\alpha = 0.75$) olarak seçilmiştir.

Hesaplamalarda Poisson oranı $\nu = 0.25$ olarak alınmıştır. Sınır şartları olarak, temelin dışında kalan zemin üst yüzeyinde bulunan kısımlarda gerilme bileşenleri sıfır olarak alınmıştır. Temas bölgesinde rijit temele x_1 yönünde birim deplasman uygulanarak, düşey deplasman tutulmuştur.

RİJİT ŞERİT TEMEL PROBLEMİ	]	başlangıç satırı
-0.75 0.75 0.75	]	düğüm noktası koordinatları
161 80 0 4	]	sınırlarla ilgili bilgiler
1. 0.25 1. 0.1	]	malzeme özellikleri
31 50	]	bileşke kuvvetler için gerekli bilgiler
1 1 2 3	]	eleman tarifleri bölümü
80 159 160 161		
1 -4. 0.	]	sınır üzerindeki eleman uç noktaları için koordinatlar bölümü
161 4. 0.		
1 1 2 3	]	düğüm noktası tarifleri bölümü
80 238 239 240		
1 1 0. 1 0.	]	sınır şartları bölümü
90 1 0. 1 0.		
91 0 1. 0 0.		
150 0 1. 0 0.		
151 1 0. 1 0.		
240 1 0. 1 0.		

Şekil 6.23. Rijit şerit temel problemi için veri dosyası

Hazırlanan bu veriler kullanılarak rijit şerit temel problemi süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu kullanılarak hazırlanan bilgisayar programı yardımıyla analiz edilerek, temas bölgesine etki eden bileşke kuvvetler Fourier dönüşüm uzayında ve 0.1 ile 1.5 aralığında bulunan boyutsuz açısal frekans değerleri için elde edilmiştir. Bu şekilde elde edilen bileşke kuvvetler impedans matrisinin birinci kolonunu oluşturmaktadır. Ayrıca sınır şartı olarak rijit şerit temele düşey yönde birim deplasman hareketi verilerek elde edilen bileşke kuvvetler ile impedans matrisinin ikinci kolonu ve şerit temele birim dönme uygulamak üzere (6.14) ifadelerinde verilen temas bölgesine ait sınır şartları kullanılarak elde edilen bileşke kuvvetlerle impedans matrisinin üçüncü kolonu oluşturulmaktadır.

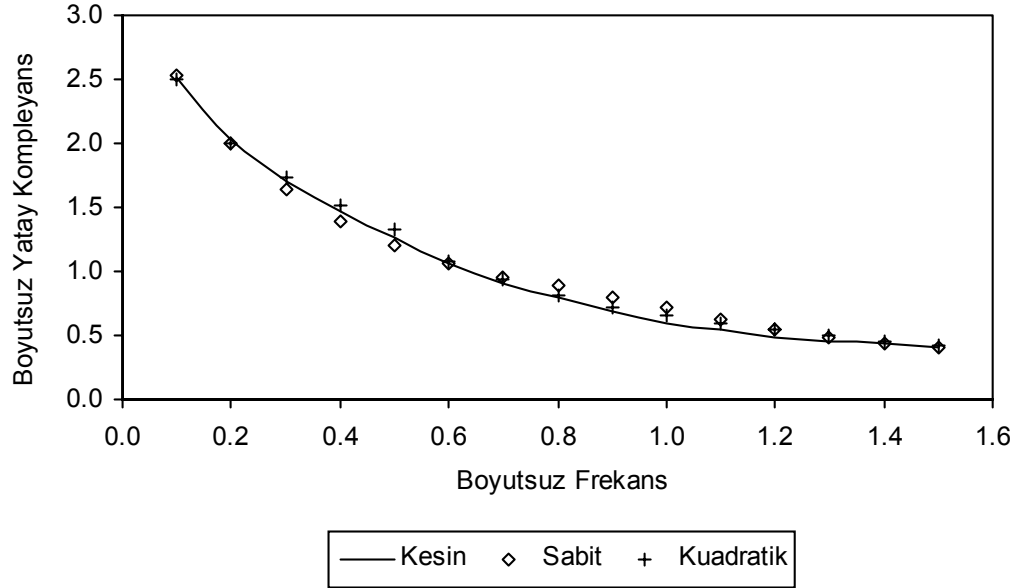
$$\bar{u}_1 = 0 \quad ; \quad \bar{u}_2 = 1 \quad \bar{x}_1 \quad (6.14)$$

0.1 ile 1.5 aralığında boyutsuz açısal frekans değerleri için elde edilen impedans matrislerinin tersleri alınarak komplekans matrisleri elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar Şekil 6.24-6.31’de Luco ve Westman (1972) tarafından verilen kesin değerler ve Mengi ve ark. (1994) tarafından sabit eleman formülasyonu kullanılarak elde edilen değerler ile karşılaştırılmıştır. Şekillerde verilen boyutsuz komplekans değerleri,

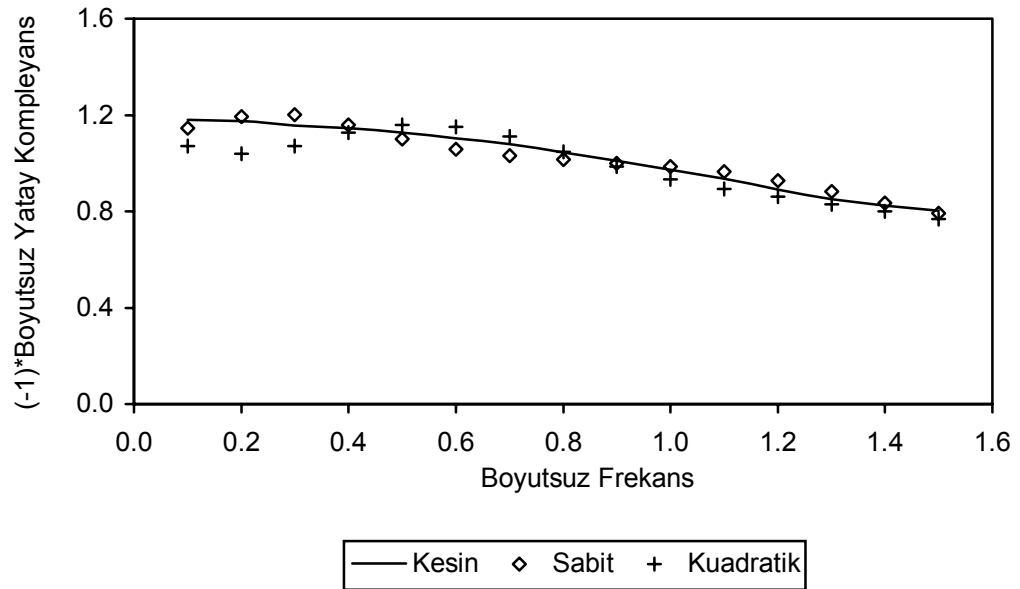
$$\begin{aligned} (\bar{C}_{11}, \bar{C}_{22}) &= \pi \mu (C_{11}, C_{22}) \\ \bar{C}_{13} &= \pi \mu b C_{13} \\ \bar{C}_{33} &= \pi \mu b^2 C_{33} \end{aligned} \quad (6.15)$$

bağıntıları ile tanımlanmaktadır.

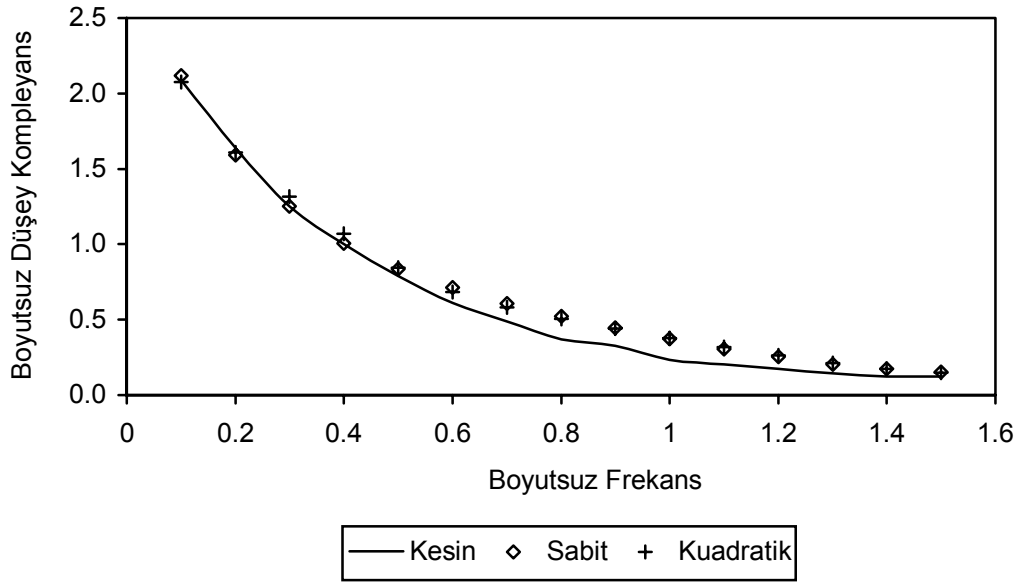
Şekil 6.24-6.31’de sırasıyla, süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu ile elde edilen yatay komplekans, düşey komplekans, dönme komplekans ve girişimli komplekans değerleri reel ve imajiner kısım olmak üzere karşılaştırılmaktadır.



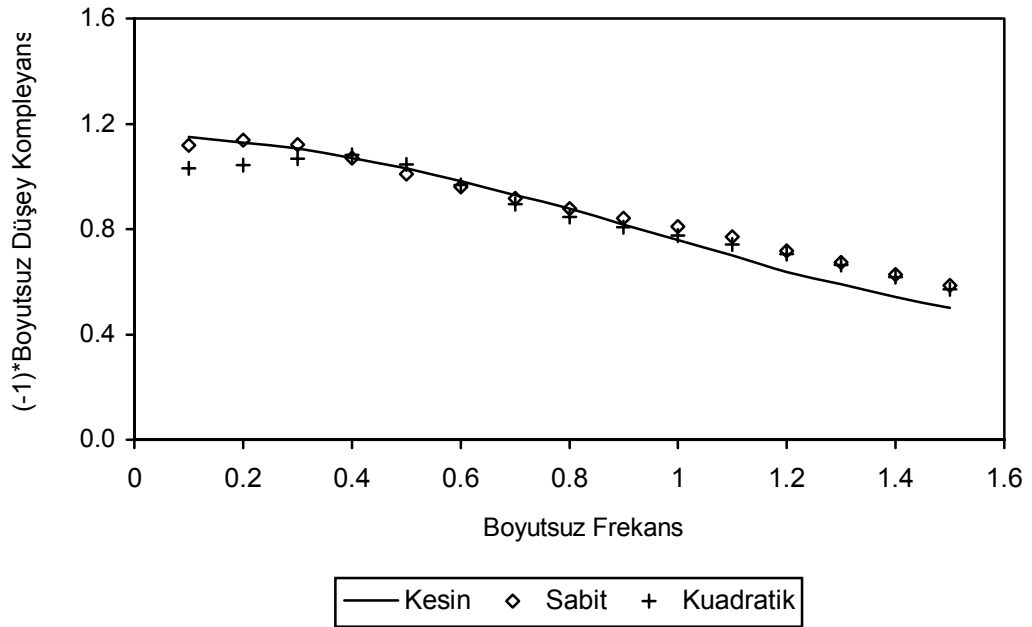
Şekil 6.24. Yatay kompleynansın (C_{11}) reel kısmının frekansla değişimi



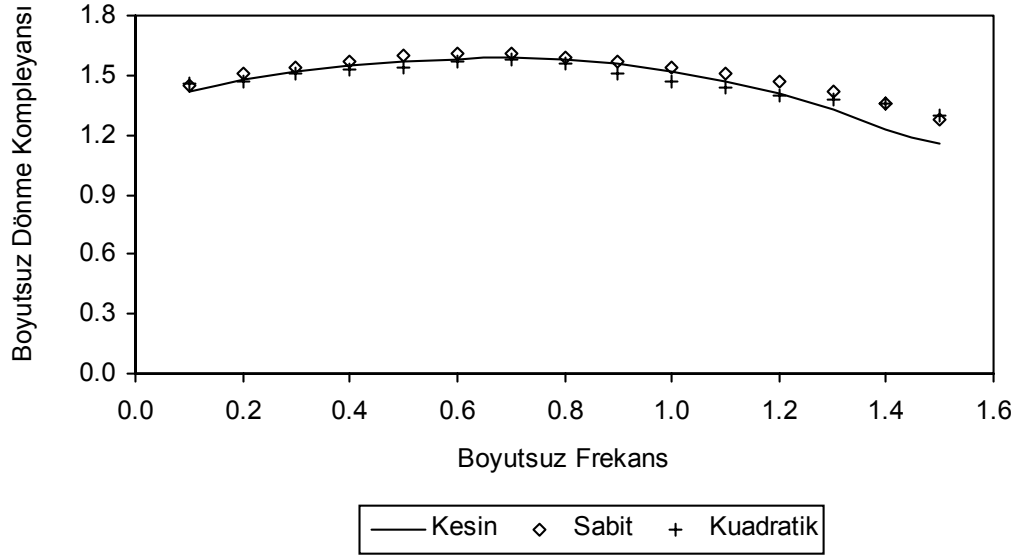
Şekil 6.25. Yatay kompleynansın (C_{11}) imajiner kısmının frekansla değişimi



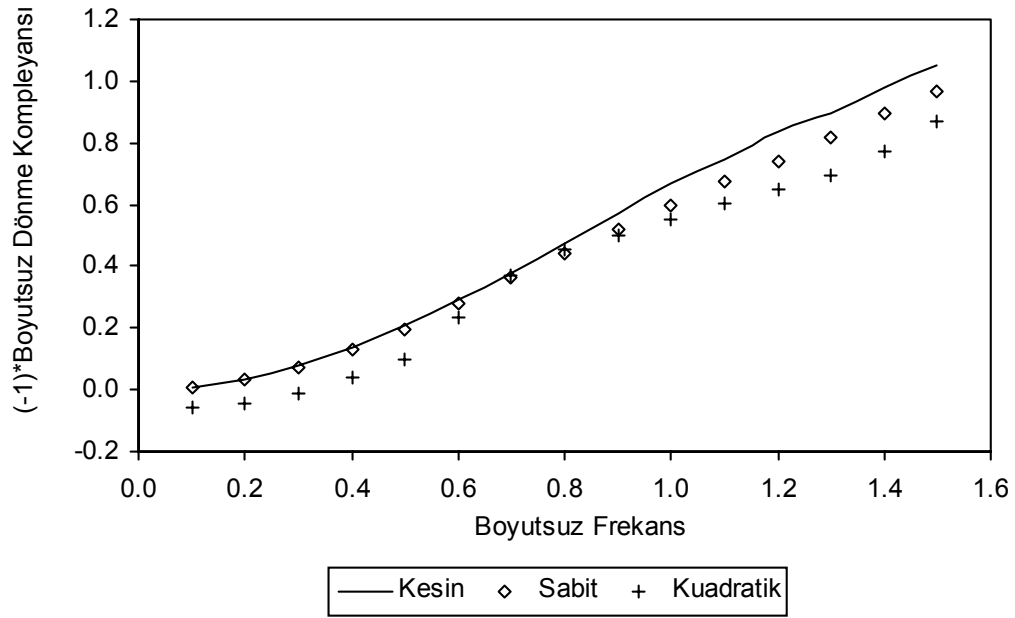
Şekil 6.26. Düşey kompleynansın (C_{22}) reel kısmının frekansla değişimi



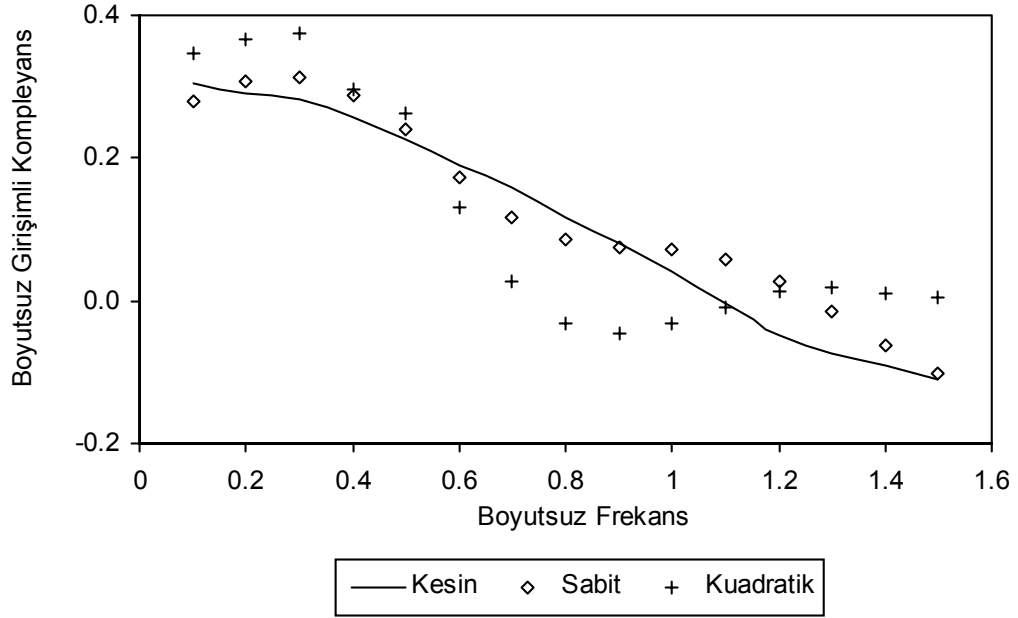
Şekil 6.27. Düşey kompleynansın (C_{22}) imajiner kısmının frekansla değişimi



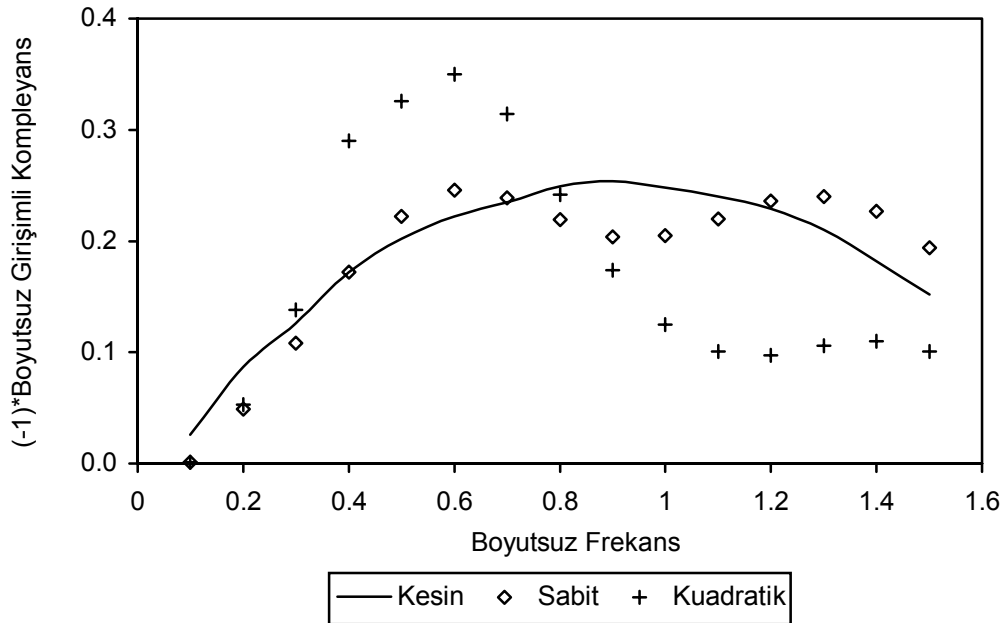
Şekil 6.28. Dönme komplekansının (C_{33}) reel kısmının frekansla değişimi



Şekil 6.29. Dönme komplekansının (C_{33}) imajiner kısmının frekansla değişimi



Şekil 6.30. Girişimli kompleyansın (C_{13}) reel kısmının frekansla değişimi



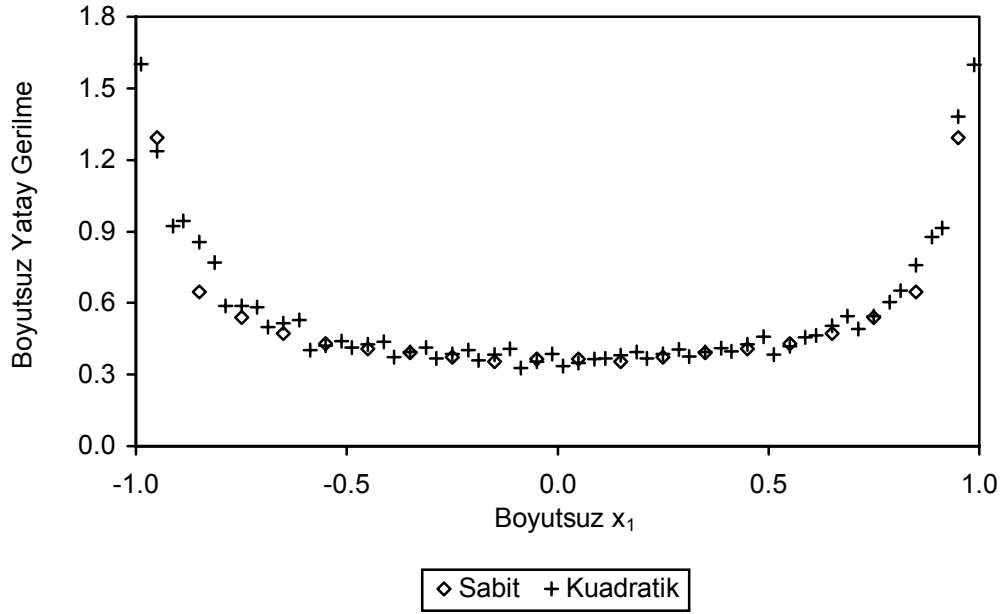
Şekil 6.31. Girişimli kompleyansın (C_{13}) imajiner kısmının frekansla değişimi

Şekil 6.24-6.31 incelendiğinde sonuçların uyumlu oldukları söylenebilir. Dönme kompleyansının imajiner kısmındaki eğrilerin birbirleriyle şekil olarak benzeşmesine rağmen değerler arasında farklılıklar görülmektedir. Girişimli kompleyans değerlerinde diğer kompleyans değerlerine kıyasla daha çok farklılıklar olduğu gözlenmiştir. Bu farklılıkların süreksiz kuadratik sınır elemanının eğri eleman seçilmesine bağlı olduğu düşünülmektedir.

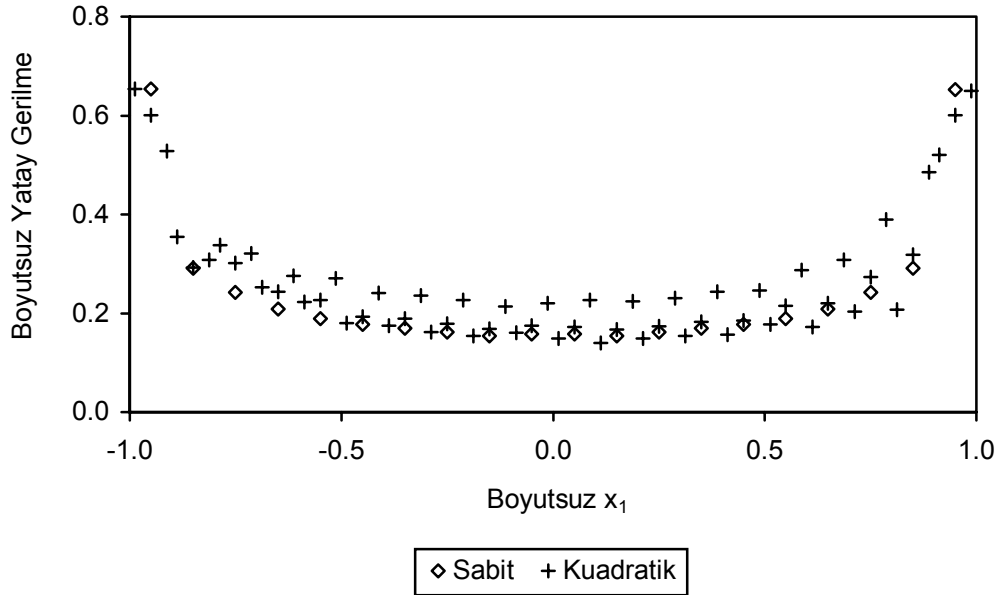
Bu örnekte ayrıca temele yatay yönde birim deplasman hareketi verilerek rijit şerit temel probleminin çözümüyle 0.1, 0.5, 1.0 ve 1.5 boyutsuz açısal frekans değerleri için zemin yüzeyi boyunca meydana gelen deplasman ve temas bölgesi boyunca oluşan gerilme değerleri incelenmektedir. Problemin çözümü için Şekil 6.23’de verilen veri dosyası kullanılmıştır. Elde edilen gerilme ve deplasman değerleri, Mengi ve ark. (1994) tarafından geliştirilen sabit eleman formülasyonu kullanılarak elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Şekil 6.32-6.39’da, sırasıyla, süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu ile dört frekans değeri için elde edilen yatay gerilme değerleri reel ve imajiner kısım olarak Mengi ve ark. (1994) tarafından geliştirilen sabit eleman formülasyonu kullanılarak elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

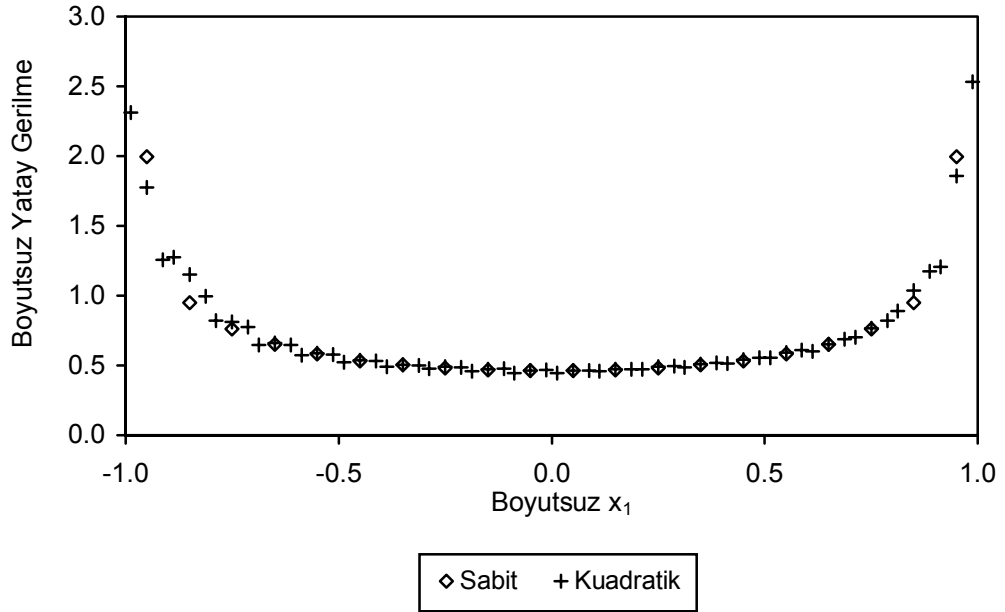
Şekil 6.40-6.47’de ise sırasıyla, süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu ile dört frekans değeri için elde edilen yatay deplasman değerleri reel ve imajiner kısım olarak Mengi ve ark. (1994) tarafından geliştirilen sabit eleman formülasyonu kullanılarak elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.



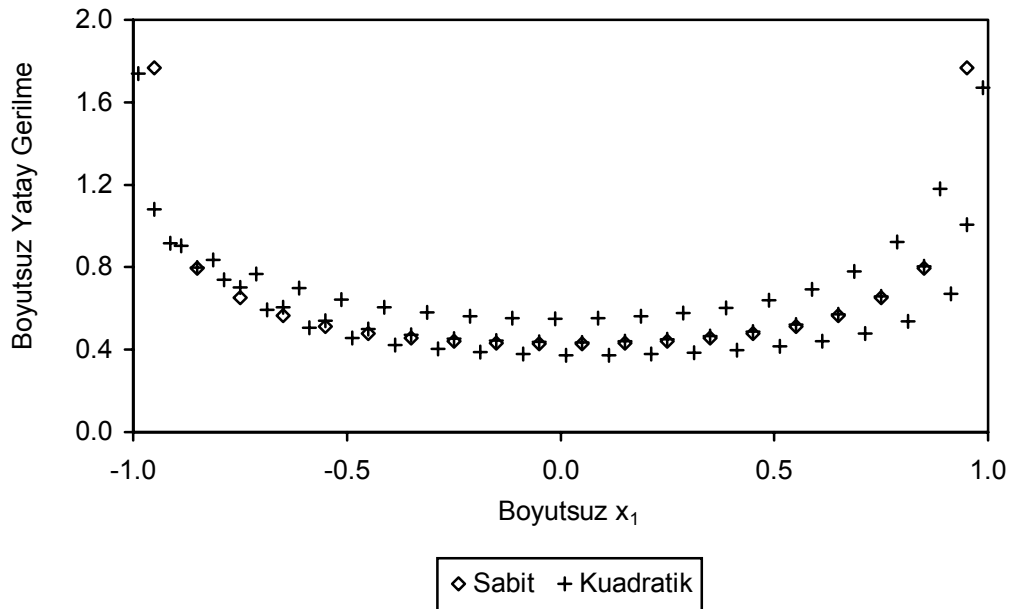
Şekil 6.32. AB boyunca yatay gerilme dağılımının reel kısmı ($\bar{\omega}=0.1$)



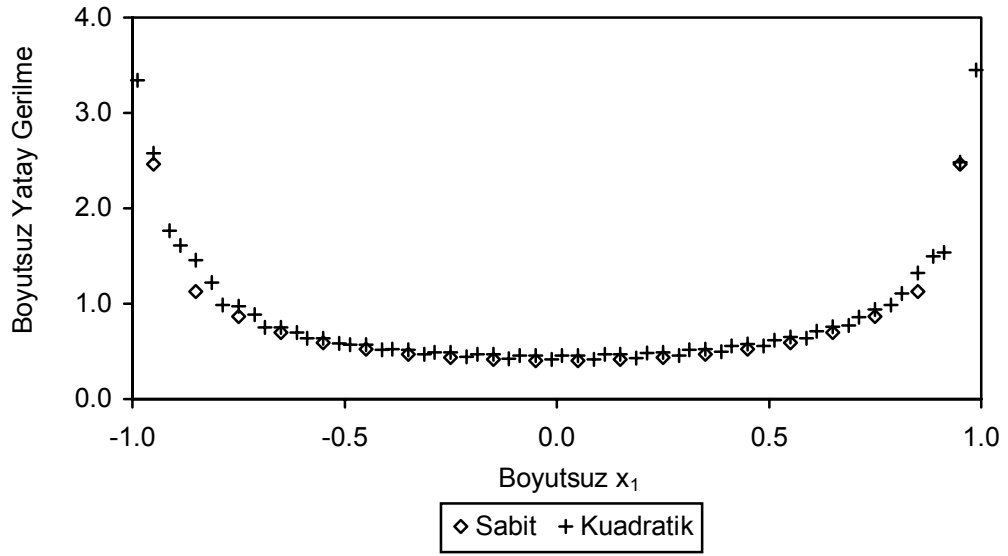
Şekil 6.33. AB boyunca yatay gerilme dağılımının imajiner kısmı ($\bar{\omega}=0.1$)



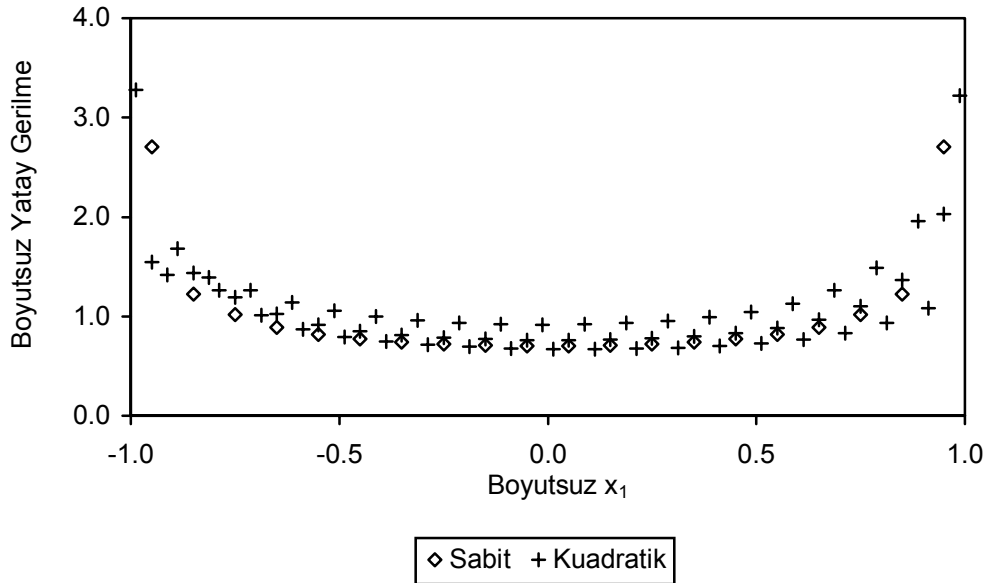
Şekil 6.34. AB boyunca yatay gerilme dağılımının reel kısmı ($\bar{\omega}=0.5$)



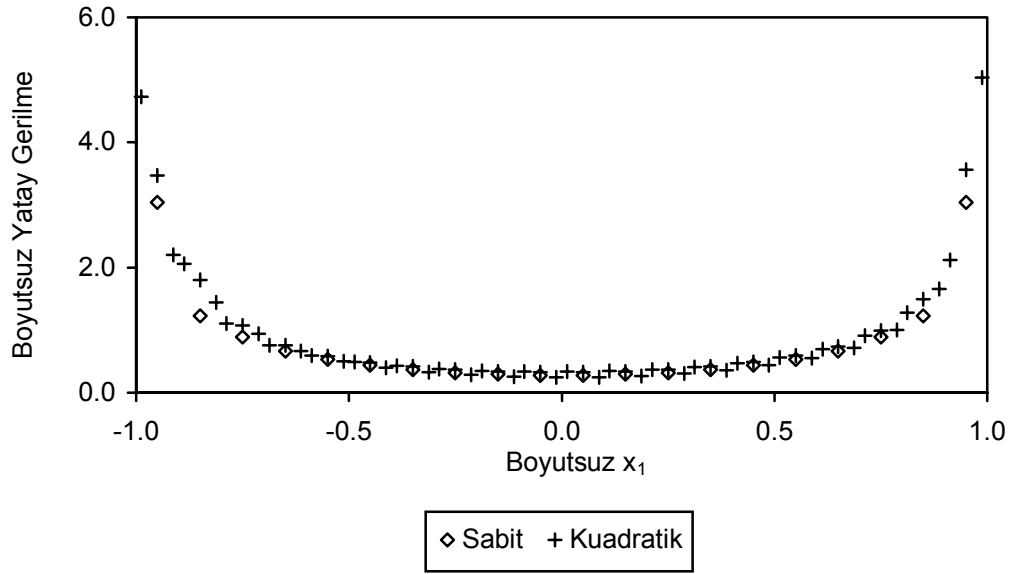
Şekil 6.35. AB boyunca yatay gerilme dağılımının imajiner kısmı ($\bar{\omega}=0.5$)



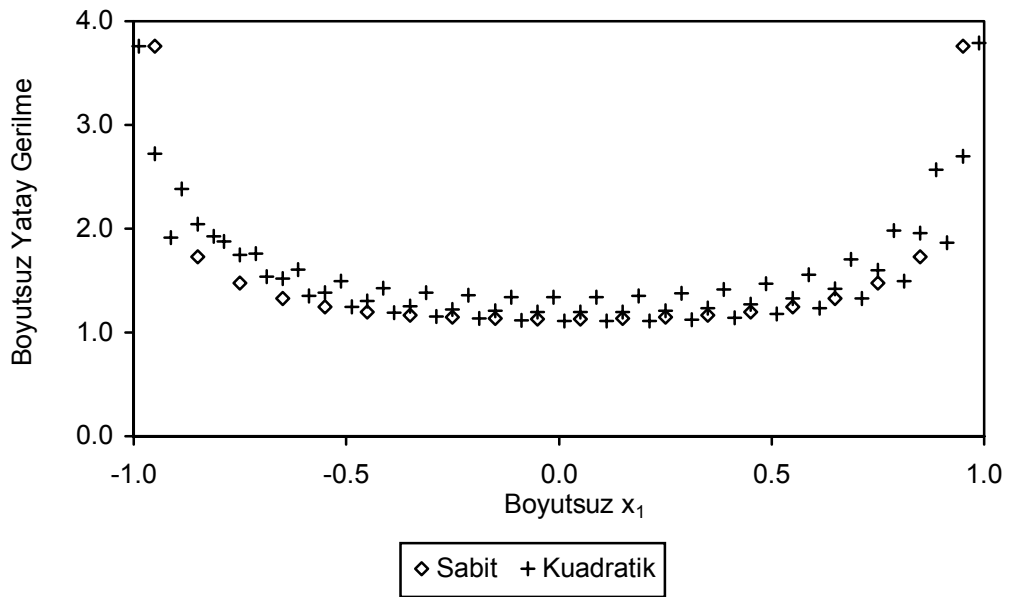
Şekil 6.36. AB boyunca yatay gerilme dağılımının reel kısmı ($\bar{\omega}=1.0$)



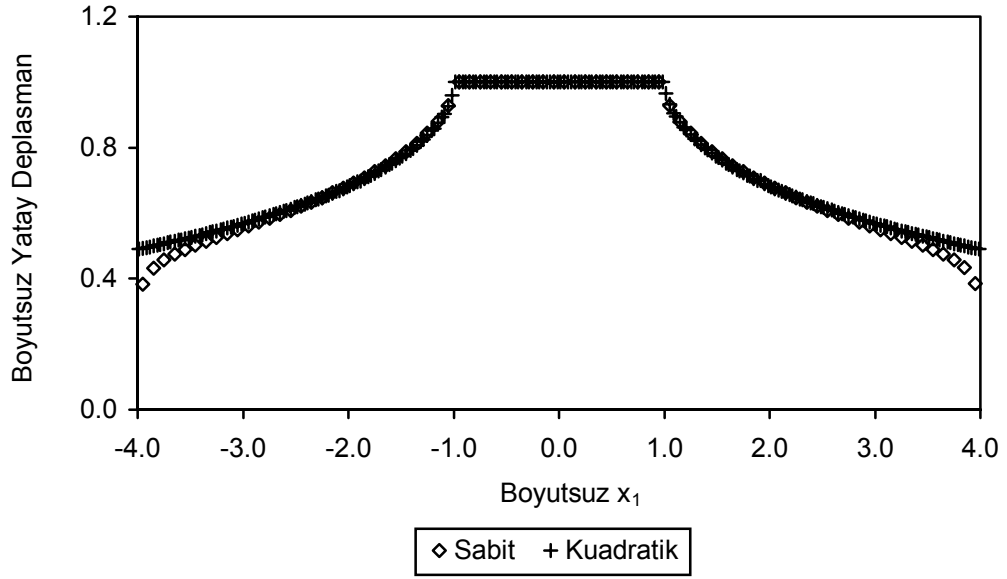
Şekil 6.37. AB boyunca yatay gerilme dağılımının imajiner kısmı ($\bar{\omega}=1.0$)



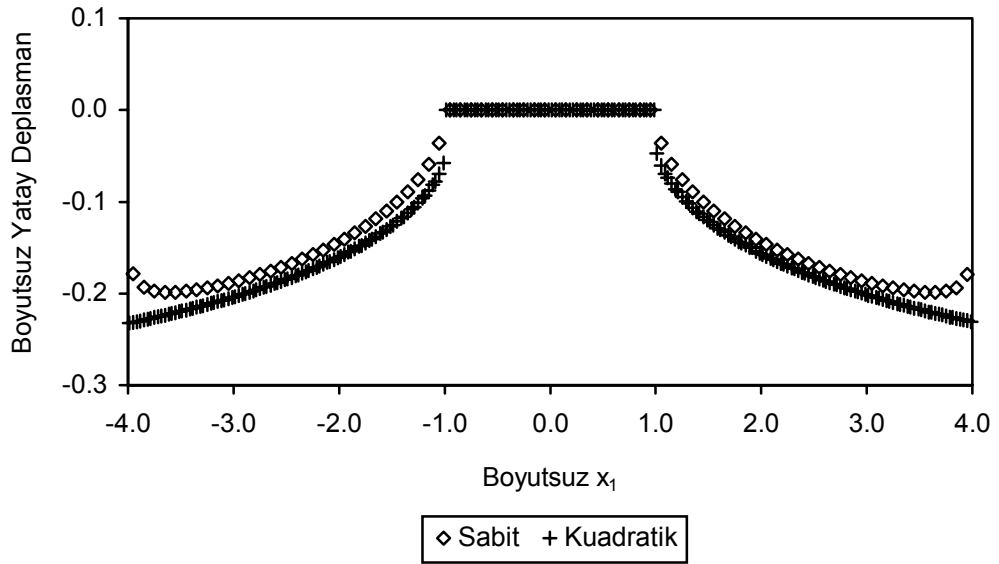
Şekil 6.38. AB boyunca yatay gerilme dağılımının reel kısmı ($\bar{\omega}=1.5$)



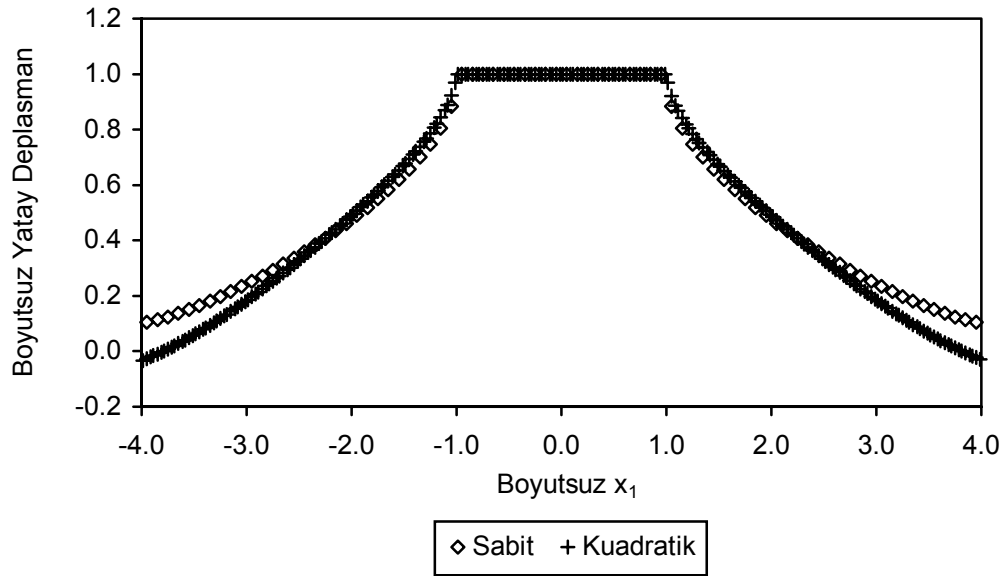
Şekil 6.39. AB boyunca yatay gerilme dağılımının imajiner kısmı ($\bar{\omega}=1.5$)



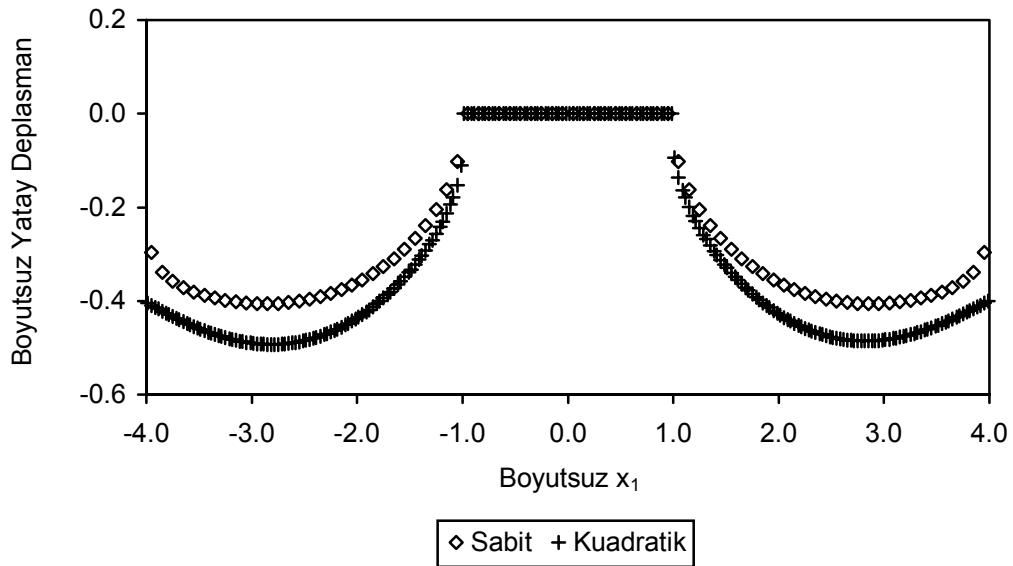
Şekil 6.40. Zemin yüzeyi boyunca yatay deplasman dağılımının reel kısmı ($\bar{\omega}=0.1$)



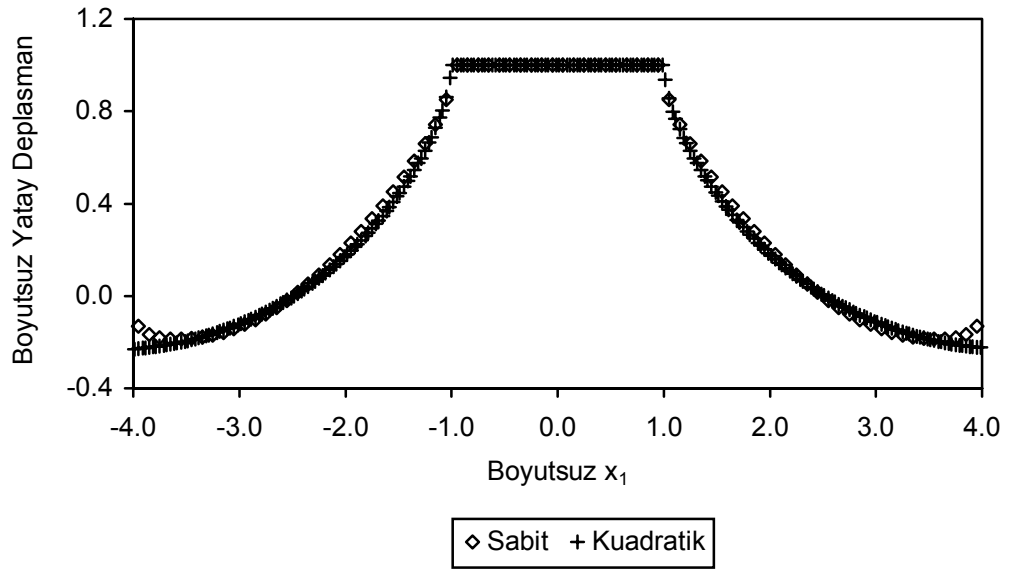
Şekil 6.41. Zemin yüzeyi boyunca yatay deplasman dağılımının imajiner kısmı ($\bar{\omega}=0.1$)



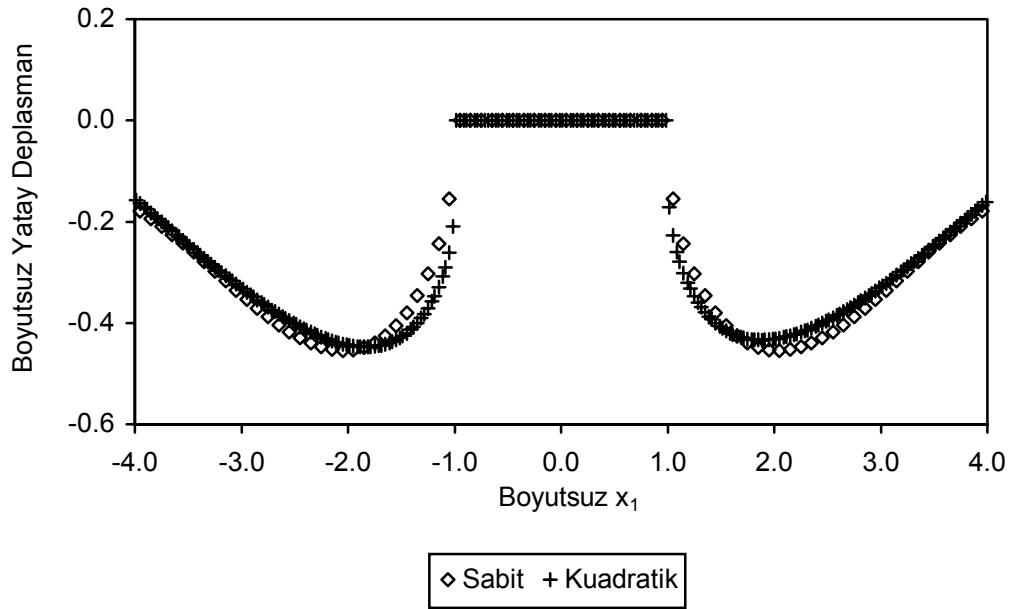
Şekil 6.42. Zemin yüzeyi boyunca yatay deplasman dağılımının reel kısmı ($\bar{\omega}=0.5$)



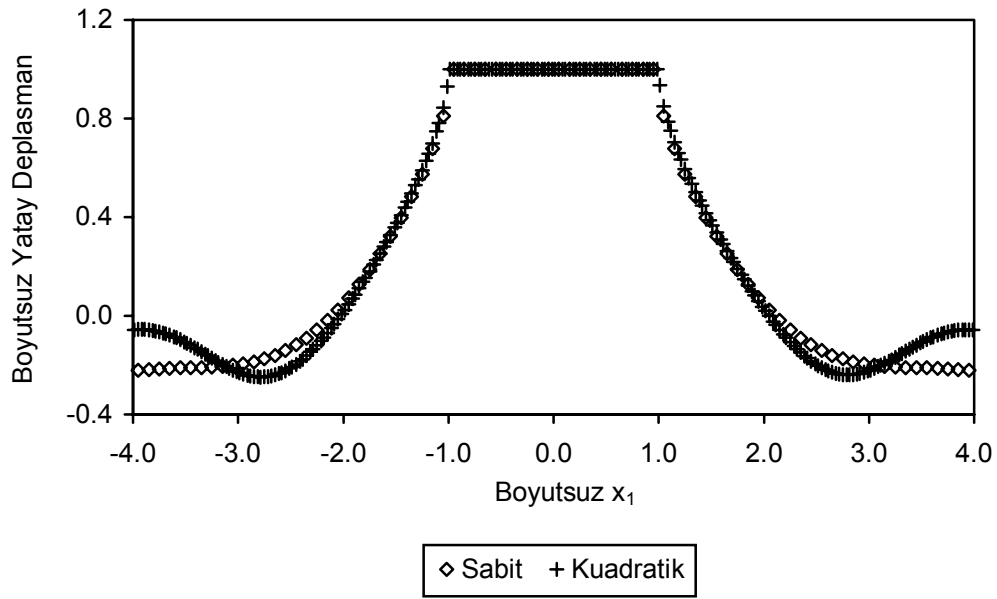
Şekil 6.43. Zemin yüzeyi boyunca yatay deplasman dağılımının imajiner kısmı ($\bar{\omega}=0.5$)



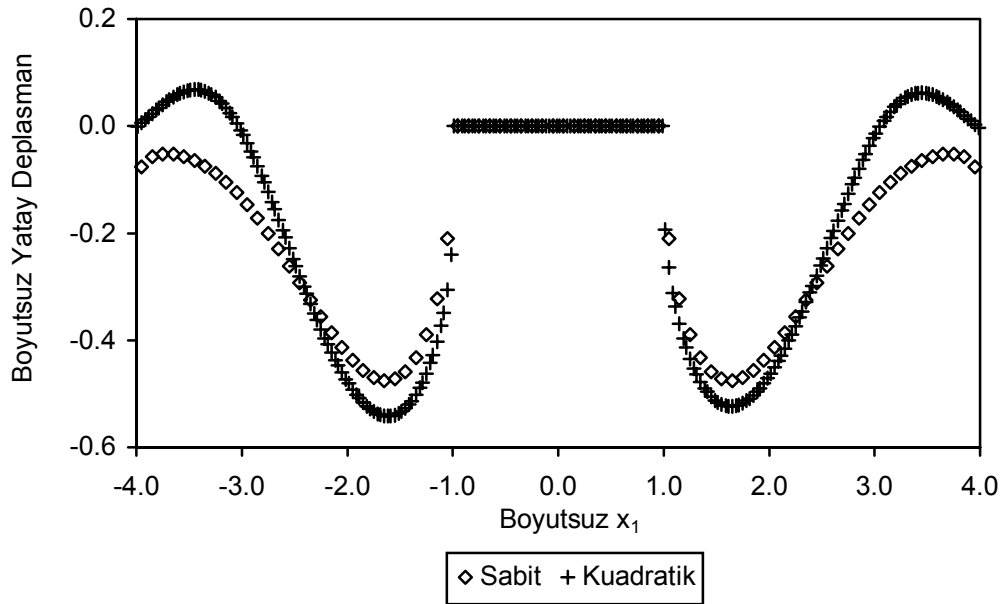
Şekil 6.44. Zemin yüzeyi boyunca yatay deplasman dağılımının reel kısmı ($\bar{\omega}=1.0$)



Şekil 6.45. Zemin yüzeyi boyunca yatay deplasman dağılımının imajiner kısmı ($\bar{\omega}=1.0$)



Şekil 6.46. Zemin yüzeyi boyunca yatay deplasman dağılımının reel kısmı ($\bar{\omega}=1.5$)

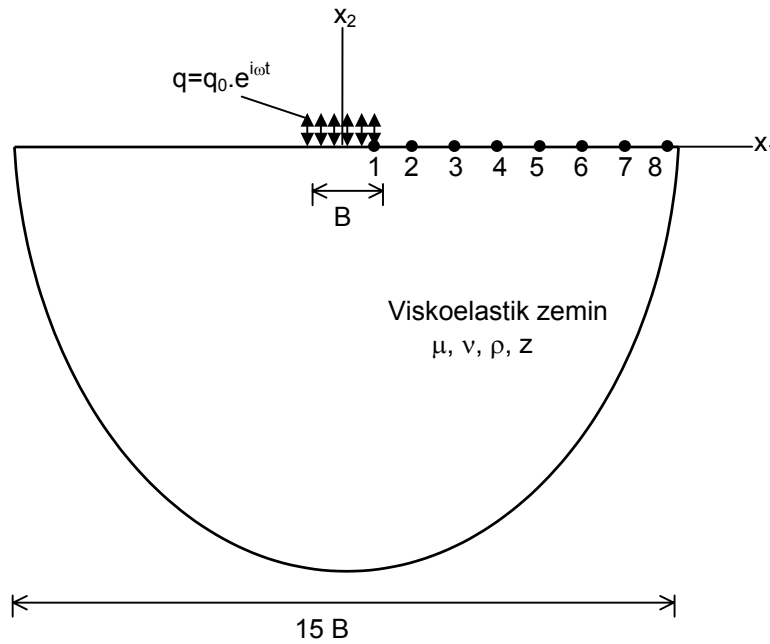


Şekil 6.47. Zemin yüzeyi boyunca yatay deplasman dağılımının imajiner kısmı ($\bar{\omega}=1.5$)

Şekil 6.32-6.47 incelendiğinde dört adet boyutsuz açısal frekans değeri için süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu ile elde edilen sonuçların, sabit eleman formülasyonu ile elde edilen değerler ile uyum içerisinde oldukları görülmektedir.

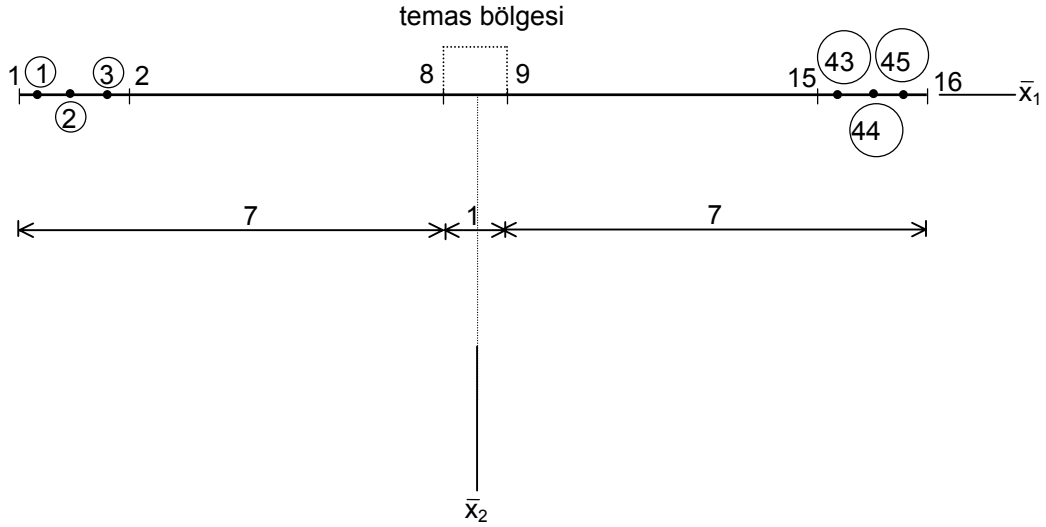
6.2.2. Harmonik Şerit Yüklü Viskoelastik Zemin

Bu örnekte harmonik üniform şerit yük altında viskoelastik yarı sonsuz bir ortamda komplekans değerleri aranmaktadır. Bu örnek, bir düzlem şekil değiştirme problemi olup probleme ait yükleme durumu Şekil 6.48’de, süreksiz kuadratik sınır eleman ağı ise Şekil 6.49’da görülmektedir. Şekil 6.49’da daire içerisinde verilen rakamlar formülasyonunda kullanılan düğüm noktalarını göstermektedir. Zemine ait malzeme sabitleri olarak, boyutsuz kayma modülü $\bar{\mu} = 1$, Poisson oranı $\nu=1/3$, boyutsuz kütleli yoğunluk $\bar{\rho} = 1$ ve histeretik sönüm oranı $z=0.125$ olarak verilmektedir. Histeretik sönüm oranı, Fourier uzayında elastik-viskoelastik analojisi ile gözönüne alınmaktadır (Yerli, 1998). Kayma modülü yerine $\mu(1+2iz)$ ifadesinin kullanılması ile yapılmaktadır. Üniform şerit yük, boyutsuz $\bar{B} = 1$ genişliği üzerine etkimekte olup boyutsuz genliği $\bar{q}_0 = 1$ dir.



Şekil 6.48 Harmonik şerit yüklü viskoelastik zemin

Bu uygulamada, $a_0=\omega B/c_s$ olarak tarif edilen boyutsuz frekansın, $a_0=0.5$ ve $a_0=1.0$ değerleri için Şekil 6.48’de gösterilmiş olan, zemin yüzeyindeki 8 adet noktada düşey ve yatay komplekans değerleri hesaplanmaktadır.



Şekil 6.49. Problemin çözümünde kullanılan süreksiz kuadratik sınır eleman ağı

Kesin sonuçlar ile karşılaştırma yapmak amacıyla, yatay ve düşey kompleyans değerleri aşağıdaki gibi tarif edilmektedir.

$$F_m^{xx} = \frac{1}{G} [f_m^{xx}(a_0) + i g_m^{xx}(a_0)] \quad (6.16a)$$

$$F_m^{yy} = \frac{1}{G} [f_m^{yy}(a_0) + i g_m^{yy}(a_0)] \quad (6.16b)$$

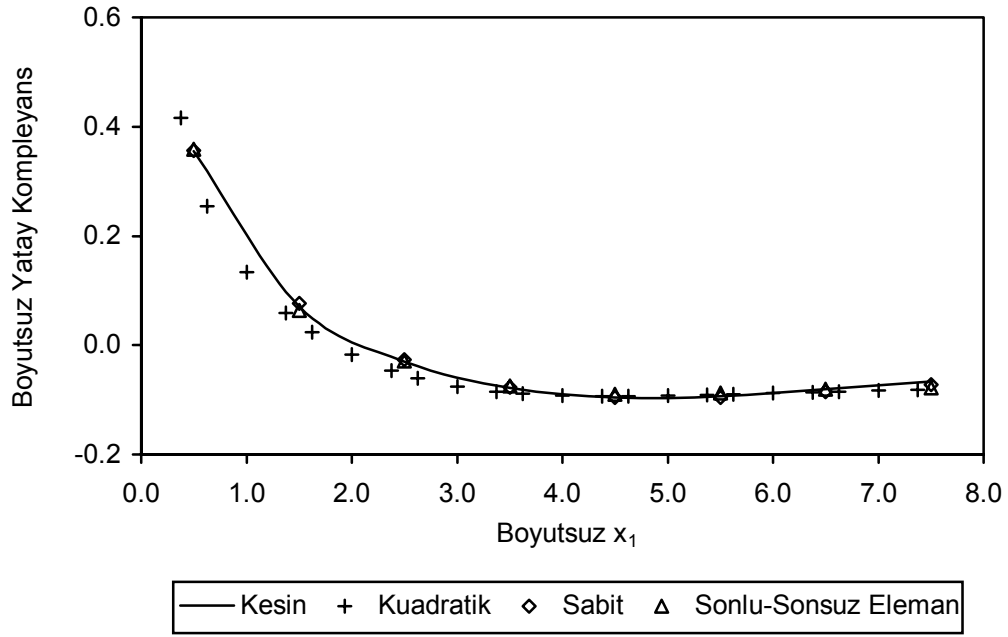
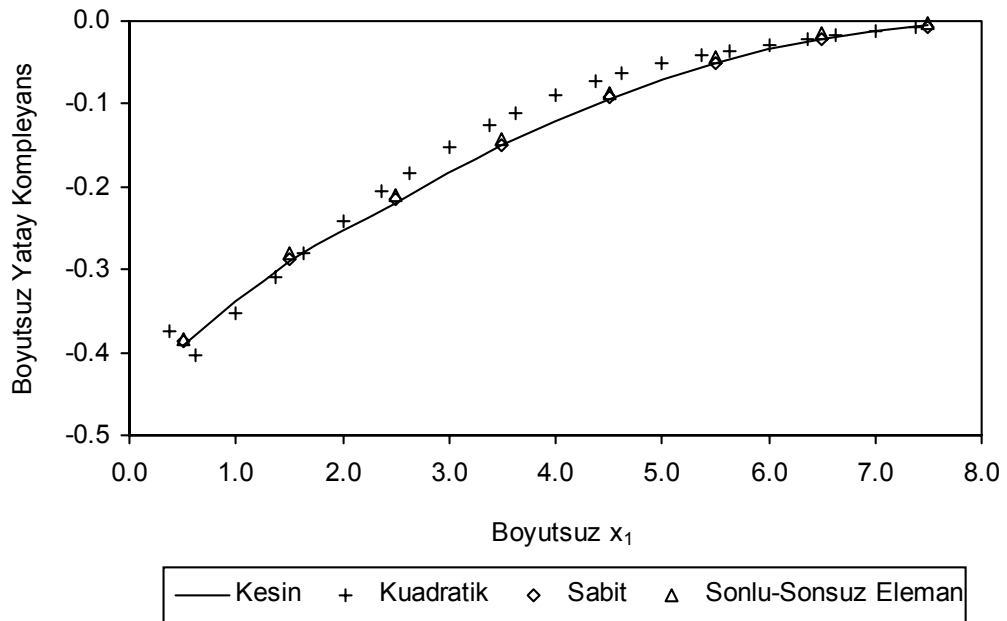
Yukarıdaki tarifte, F_m^{xx} yatay ve F_m^{yy} düşey kompleyansları gösterirken, G zeminin kayma modülünü ve m ise viskoelastik zemin üzerindeki noktaları temsil etmektedir. (6.16) ifadelerinde görülen f_m^{xx} , g_m^{xx} , f_m^{yy} ve g_m^{yy} sembolleri sırasıyla x_1 ve x_2 yönündeki kompleyansların (yatay ve düşey) reel ve imajiner kısımlarını göstermektedir. Problemin çözümünü süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu kullanılarak hazırlanan bilgisayar programı ile yapabilmek amacıyla problem sınırı 15 adet sınır elemana bölünmüştür. Hazırlanan bilgisayar programında kullanılan örnek veri dosyası $a_0=0.5$ hali için Şekil 6.50’de görülmektedir.

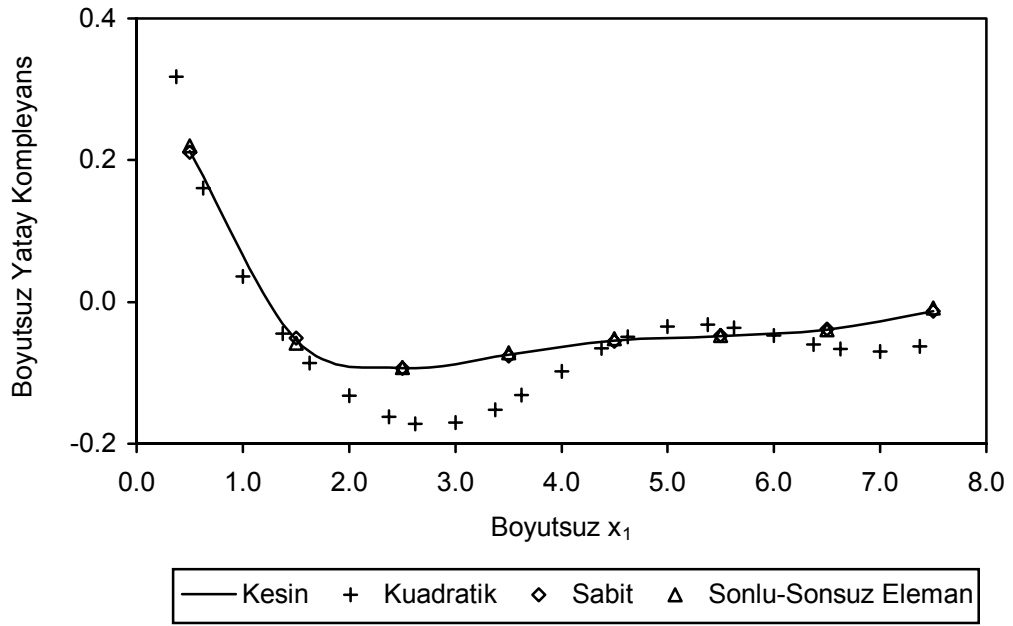
Harmonik Şerit Yüklü Viskoelastik Zemin	]	başlangıç satırı
-0.75 0.75 0.75	]	düğüm noktası koordinatları
31 15 0 10	]	sınırlarla ilgili bilgiler
1. 0.3333333 1. 0.5	]	malzeme özellikleri
1 15	]	bileşke kuvvetler için gerekli bilgiler
1 1 2 3	]	eleman tarifleri bölümü
15 29 30 31		
1 -7.5 0.	]	sınır üzerindeki eleman uç noktaları için koordinatlar bölümü
31 7.5 0.		
1 1 2 3	]	düğüm noktası tarifleri bölümü
15 43 44 45		
1 1 0. 1 0.	]	sınır şartları bölümü
21 1 0. 1 0.		
22 1 0. 1 -1.		
24 1 0. 1 -1.		
25 1 0. 1 0.		
45 1 0. 1 0.		

Şekil.6.50. Harmonik şerit yüklü viskoelastik zemin problemi veri dosyası

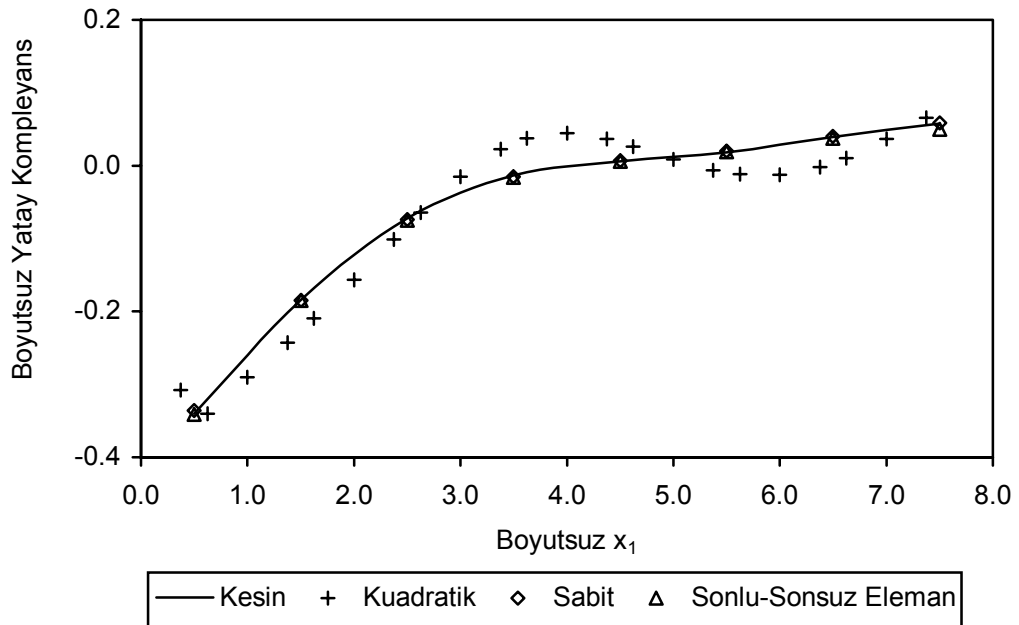
Probleme ait kesin sonuçlar Gutierrez ve Chopra (1978)'den, Sonlu-Sonsuz elemanların beraber kullanılmasıyla elde edilen sonuçlar Yerli (1998)'den alınmıştır.

Şekil 6.48'de görülen 1-8 istasyonları için, $a_0=0.5$ ve $a_0=1.0$ boyutsuz frekans değerlerine karşılık gelen yatay kompleyans değerleri Şekil 6.51-6.54'de, düşey kompleyans değerleri ise Şekil 6.55-6.58'de görülmektedir.

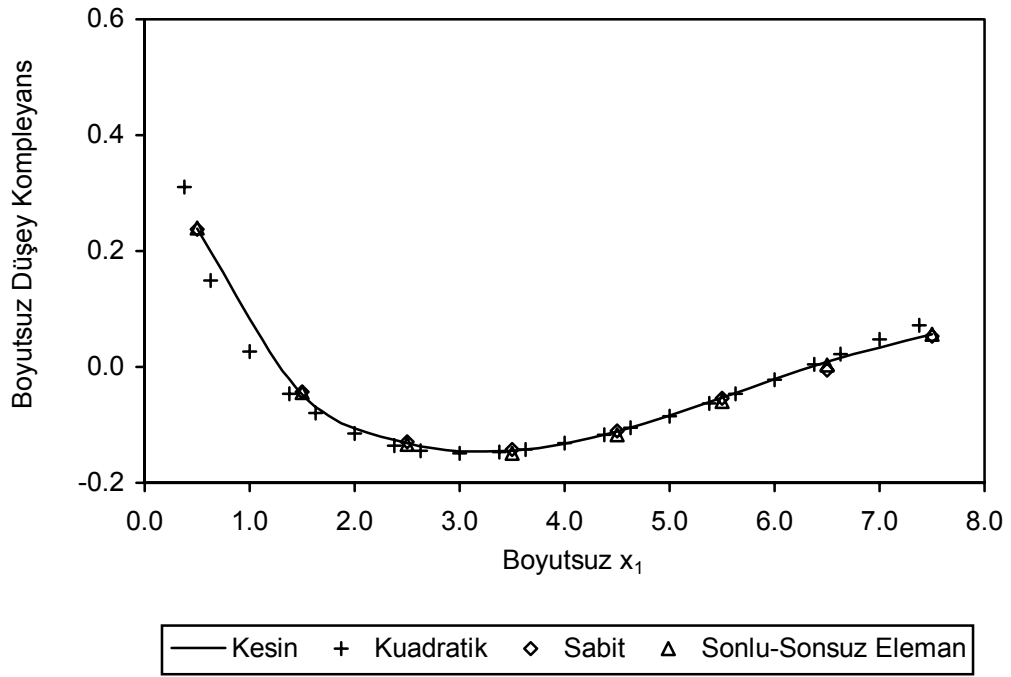
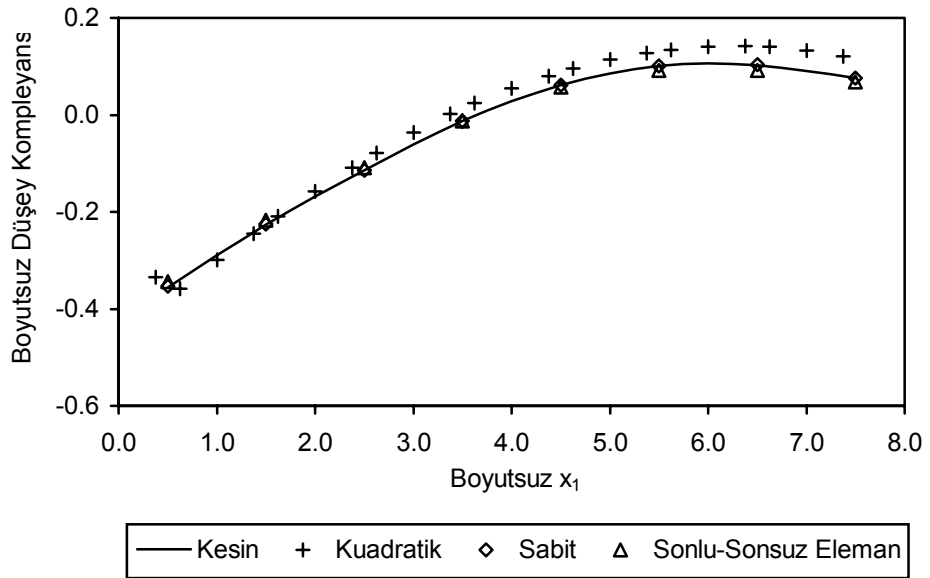
Şekil 6.51. $a_0=0.5$ için yatay komplekansın reel bileşeniŞekil 6.52. $a_0=0.5$ için yatay komplekansın imajiner bileşeni

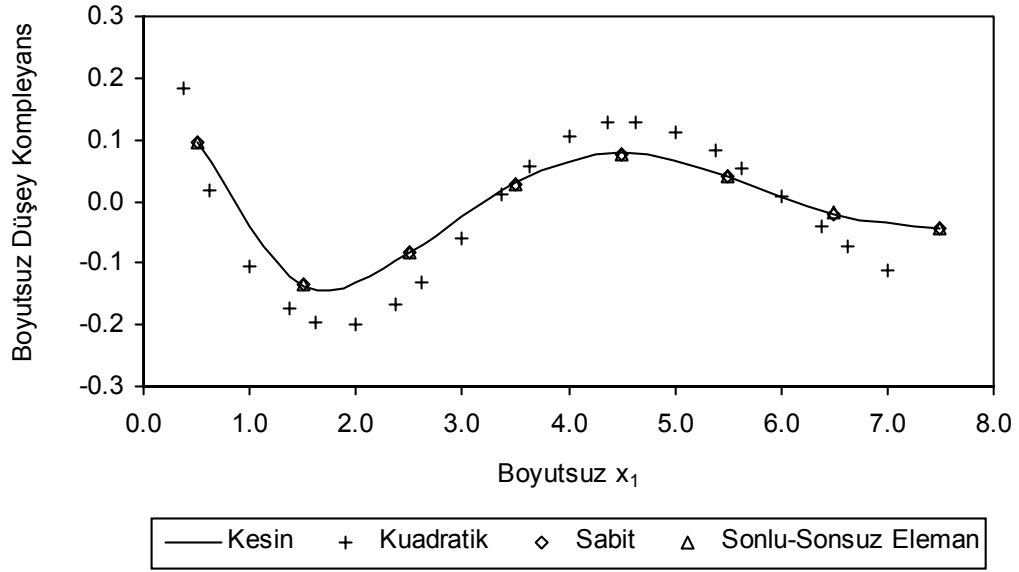


Şekil 6.53. $a_0=1.0$ için yatay kompleynansın reel bileşeni

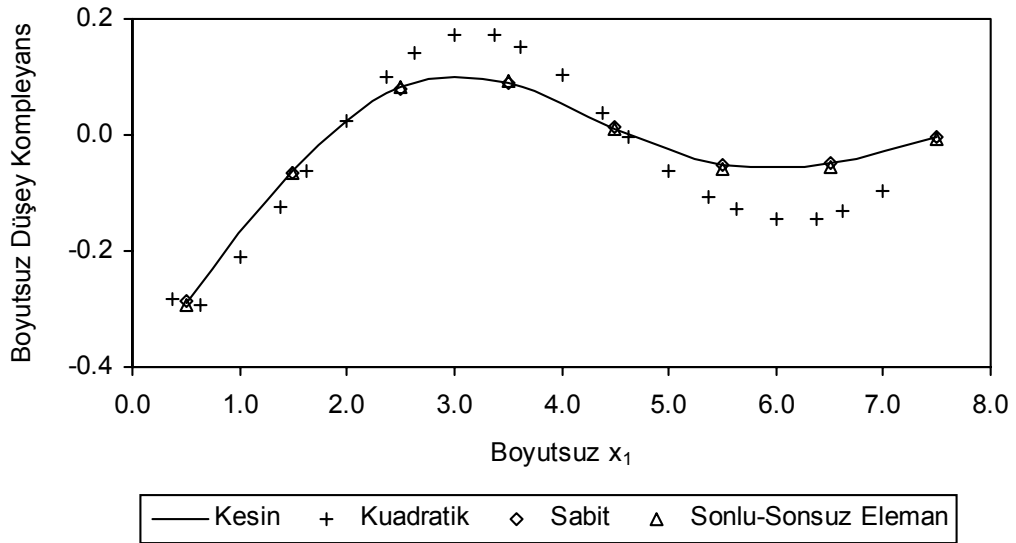


Şekil 6.54. $a_0=1.0$ için yatay kompleynansın imajiner bileşeni

Şekil 6.55. $a_0=0.5$ için düşey kompleyansın reel bileşeniŞekil 6.56. $a_0=0.5$ için düşey kompleyansın imajiner bileşeni



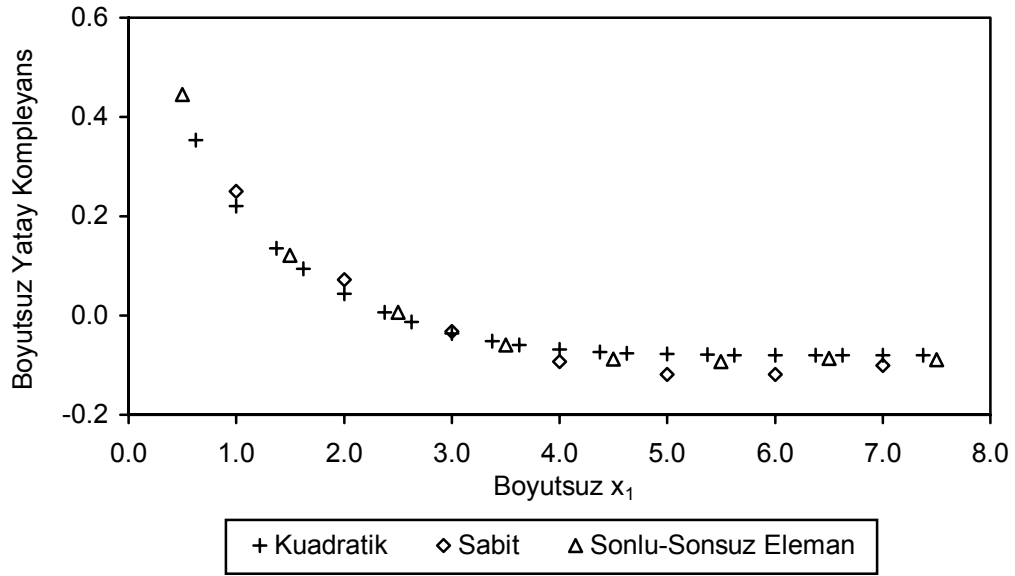
Şekil 6.57. $a_0=1.0$ için düşey komplemansın reel bileşeni



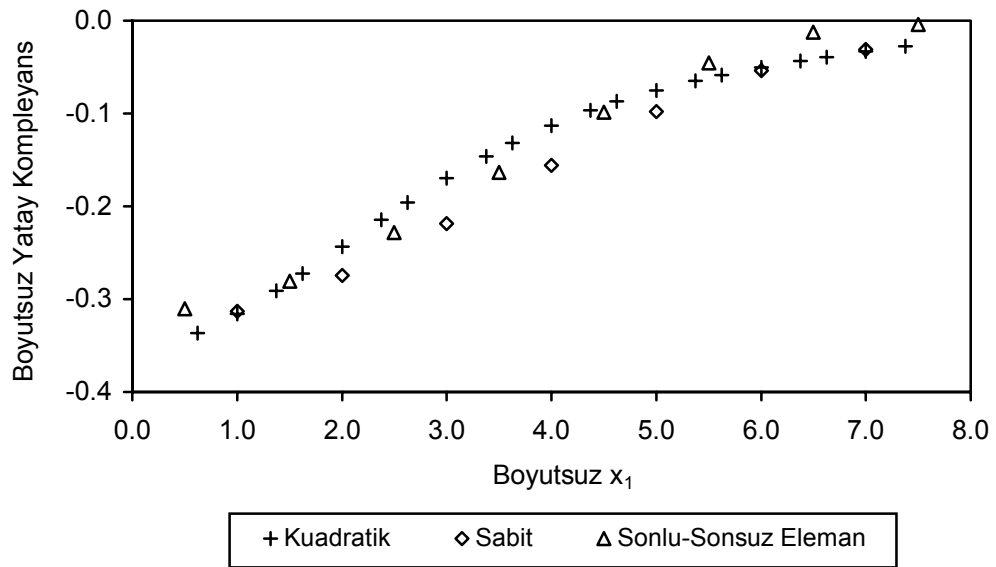
Şekil 6.58. $a_0=1.0$ için düşey komplemansın imajiner bileşeni

Şekil 6.51-6.58 incelendiğinde, süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu ile elde edilen sonuçların, Yerli (1998)'den alınan sonlu-sonsuz eleman ortak kullanımından elde edilen, Mengi ve ark. (1994) tarafından geliştirilen sabit eleman formülasyonu kullanılarak elde edilen ve kesin sonuçlarla uyumlu olduğu görülmektedir.

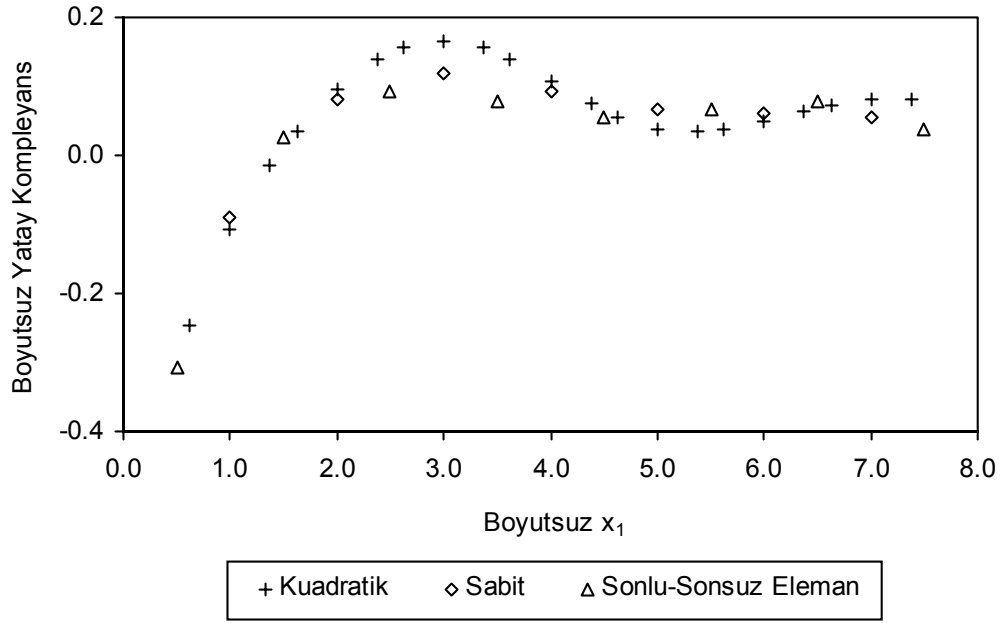
Bu bölümde ise harmonik yükleme etkisindeki viskoelastik zemin problemindeki büyüklüklerden farklı olarak histeretik sönüm oranı $z=0$ alınmıştır. Şekil 6.48’de görülen 1-8 istasyonları için, $a_0=0.5$ ve $a_0=1.0$ boyutsuz frekans değerlerine karşılık gelen yatay kompleyans değerleri Şekil 6.59-6.62’de, düşey kompleyans değerleri ise Şekil 6.63-6.66’da görülmektedir.



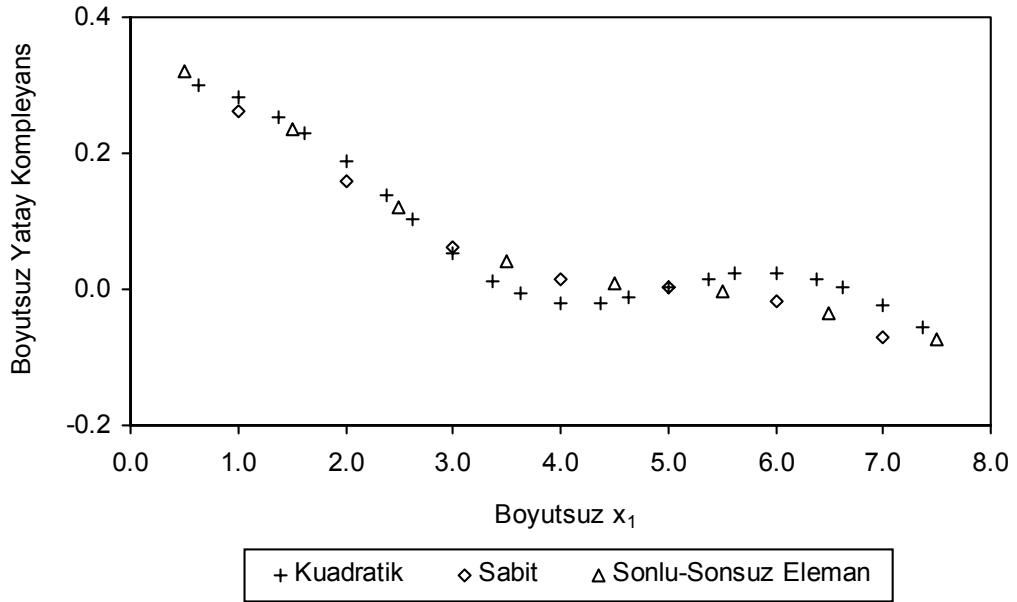
Şekil 6.59. $a_0=0.5$ için sönümsüz haldeki yatay kompleyansın reel bileşeni



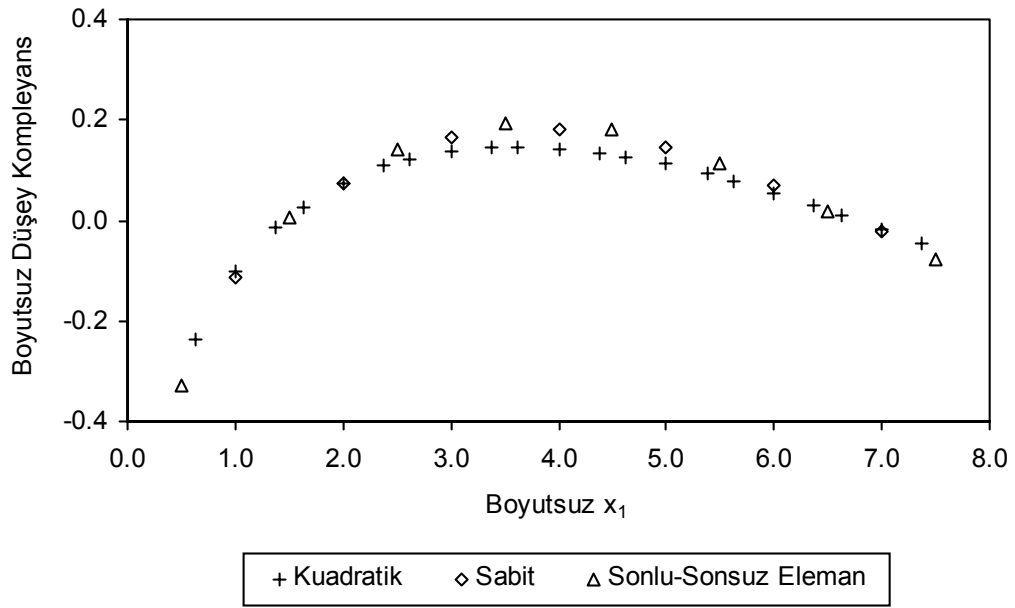
Şekil 6.60. $a_0=0.5$ için sönümsüz haldeki yatay kompleyansın imajiner bileşeni



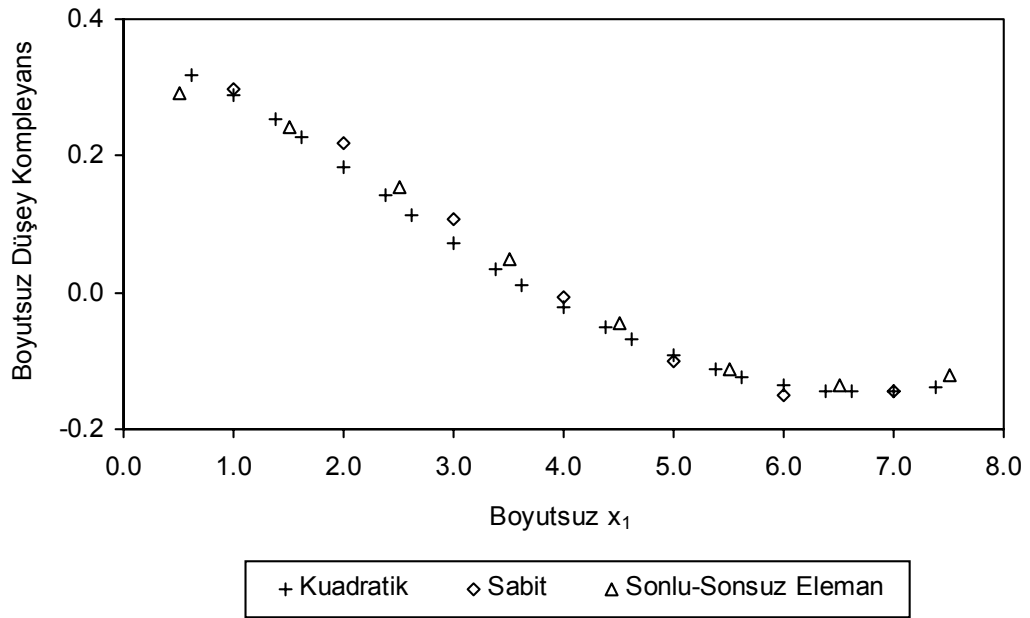
Şekil 6.61. $a_0=1.0$ için sönümsüz haldeki yatay kompleyansın reel bileşeni



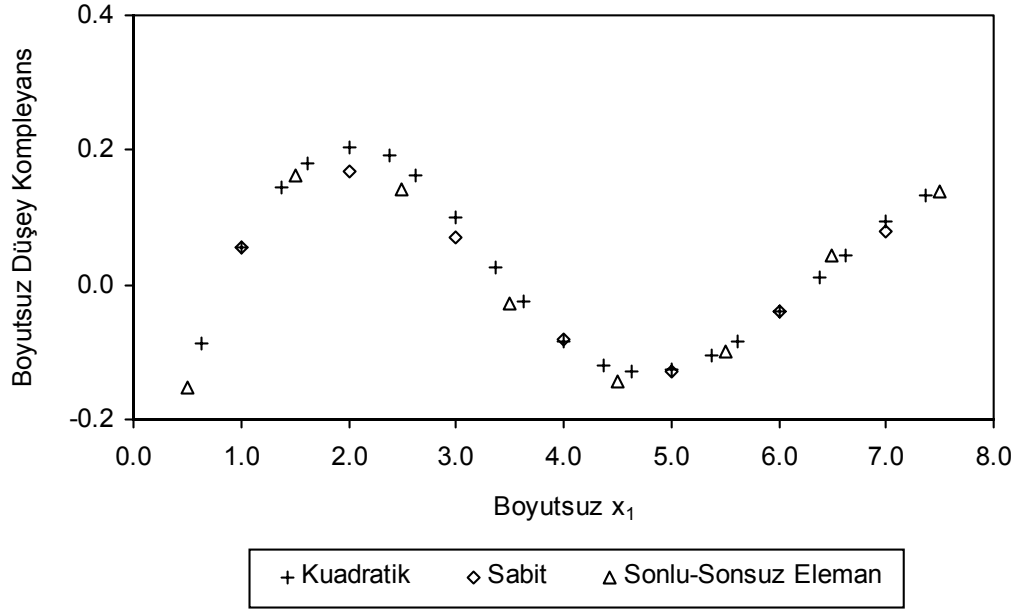
Şekil 6.62. $a_0=1.0$ için sönümsüz haldeki yatay kompleyansın imajiner bileşeni



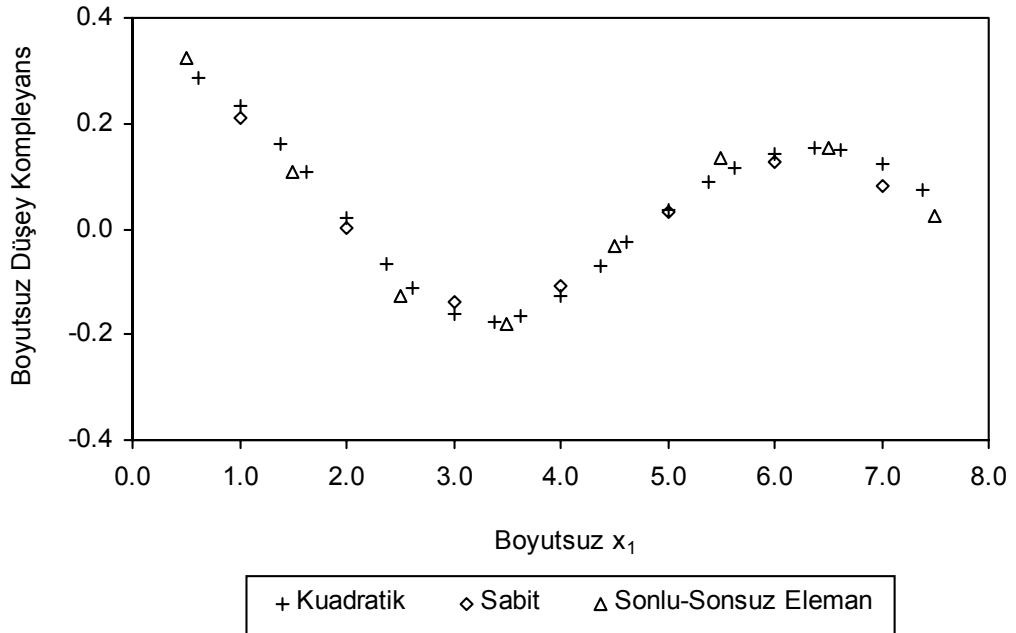
Şekil 6.63. $a_0=0.5$ için sönümsüz haldeki düşey kompleyansın reel bileşeni



Şekil 6.64. $a_0=0.5$ için sönümsüz haldeki düşey kompleyansın imajiner bileşeni



Şekil 6.65. $a_0=1.0$ için sönümsüz haldeki düşey kompleyansın reel bileşeni



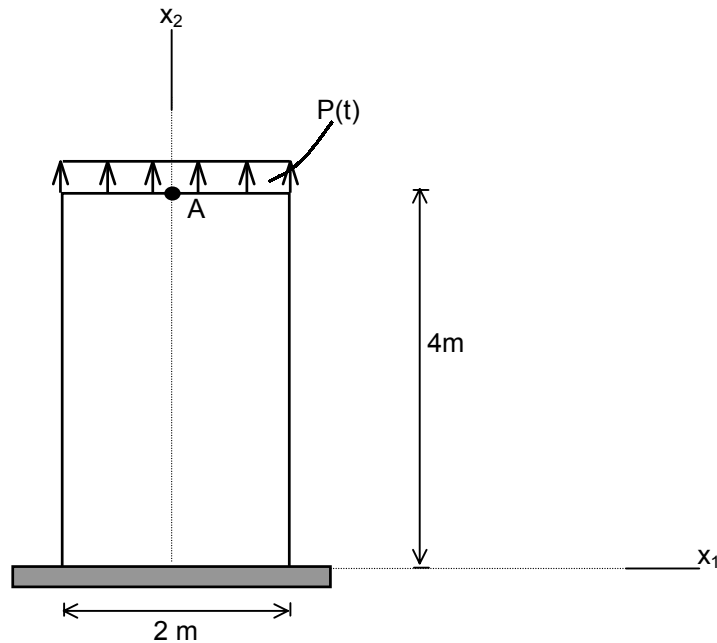
Şekil 6.66. $a_0=1.0$ için sönümsüz haldeki düşey kompleyansın imajiner bileşeni

Şekil 6.59-6.66 incelendiğinde, süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu ile elde edilen sonuçların, Yerli (1998) tarafından sonlu-sonsuz eleman ortak kullanımı formülasyonu ile elde edilen sonuçlarla ve Mengi ve ark. (1994) tarafından geliştirilen sabit eleman formülasyonu kullanılarak elde edilen sonuçlarla oldukça uyumlu olduğu görülmektedir.

6.2.3. Adım Tipi Yükleme Etkisindeki Dikdörtgen Plak

Bu örnekte, Şekil 6.67’de görülen, üniform P çekme kuvvetine maruz dikdörtgen plak problemi göz önüne alınmıştır.

Problem, zamanla değişimi Şekil 6.68’de görülen adım tipi P çekme kuvvetine maruz bırakılmıştır. Şekil 6.67’de görülen A noktasında P çekme kuvvetinden dolayı meydana gelen düşey deplasmanın zamanla değişimi incelenmektedir.



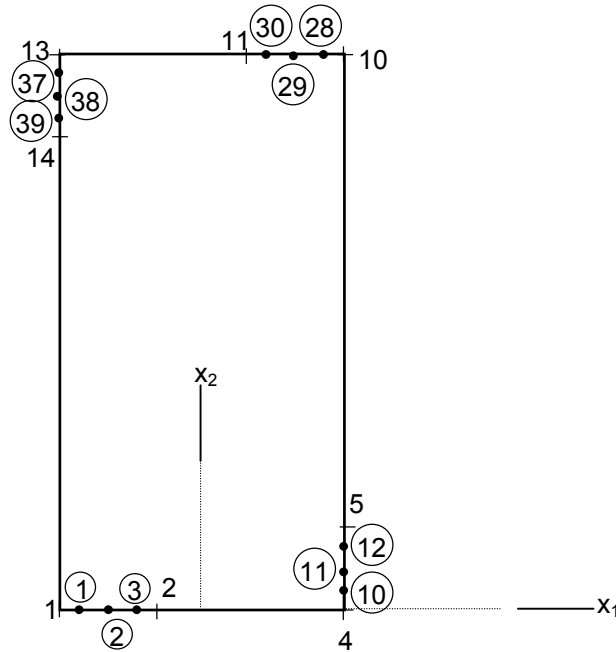
Şekil 6.67. Adım tipi yükleme etkisindeki dikdörtgen plak



Şekil 6.68. P yükünün zamanla değişimi

Hesaplamalarda Poisson oranı $\nu=0$, kayma modülü $\mu=40$ kPa, kütleli yoğunluk $\rho=1.0$ kg/m³, ve $P_0=1$ kN/m alınmıştır.

Bir düzlem gerilme problemi olarak ele alınan örneğin analizinde, süreksiz kuadratik sınır elemanı formülasyonu için hazırlanan bilgisayar programı kullanılmaktadır. Seçilen 4m×2m'lik dikdörtgen plak Şekil 6.69'da görüldüğü gibi alt ve üst sınırlarda 3'er sağ ve sol kenarlarda ise 6'şar eleman olmak üzere toplam 18 adet süreksiz kuadratik sınır elemanına bölünmektedir. Şekil 6.69'da daire içerisinde verilen rakamlar formülasyonunda kullanılan düğüm noktalarını göstermektedir.



Şekil 6.69. Dikdörtgen plak için süreksiz kuadratik sınır eleman ağı

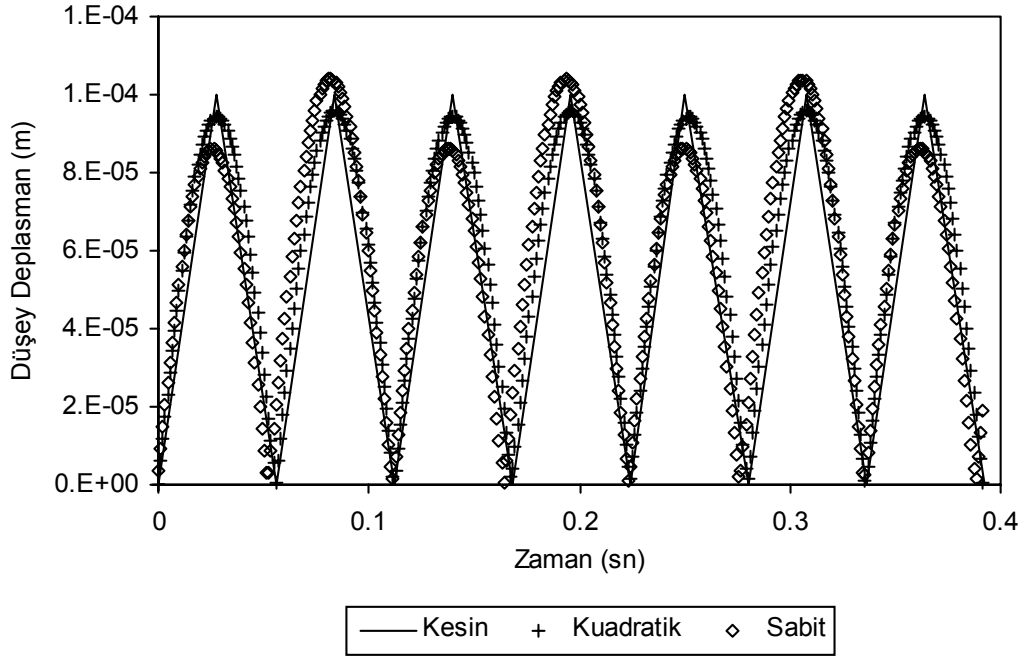
Problemin analizinde, süreksizliğin sağlanması için boyutsuz düğüm noktası koordinatları, ($\xi_1 = -0.75$, $\xi_2 = 0.$, $\xi_3 = 0.75$ ve $\alpha = 0.75$) olarak seçilmiştir. Problemin çözümünde kullanılan veri dosyası Şekil 6.70’de verilmektedir.

DİKDÖRTGEN PLAK (ADIM TİPİ YÜK)					başlangıç satırı
-0.75	0.75	0.75			düğüm noktası koordinatları
36	18	0	4		sınırlarla ilgili bilgiler
40000.	0.	1.	0.1		malzeme özellikleri
1	18				bileşke kuvvetler için gerekli bilgiler
1	1	2	3		eleman tarifleri bölümü
18	35	36	1		
1	-1.	0.			
7	1.	0.			sınır üzerindeki eleman uç noktaları için koordinatlar bölümü
19	1.	4.			
25	-1.	4.			
36	-1.	0.333333			
1	1	2	3		düğüm noktası tarifleri bölümü
18	52	53	54		
1	0	0.	0	0.	sınır şartları bölümü
9	0	0.	0	0.	
10	1	0.	1	0.	
27	1	0.	1	0.	
28	1	0.	1	1.	
36	1	0.	1	1.	
37	1	0.	1	0.	
54	1	0.	1	0.	

Şekil 6.70. Adım tipi yükleme etkisindeki dikdörtgen plak problemi için veri dosyası

A noktasında elde edilen düşey deplasman değerleri, Chien ve Wu (2001)’den alınan kesin sonuçlar ve Mengi ve ark. (1994) tarafından geliştirilen sabit

eleman formülasyonu kullanılarak elde edilen sonuçlarla Şekil 6.71’de karşılaştırılmaktadır. Şekil 6.71 incelendiğinde süreksiz kuadratik sınır elemanları ile bulunan sonuçların, kesin ve sabit eleman formülasyonu ile bulunan sonuçlarla uyumlu oldukları görülmektedir.



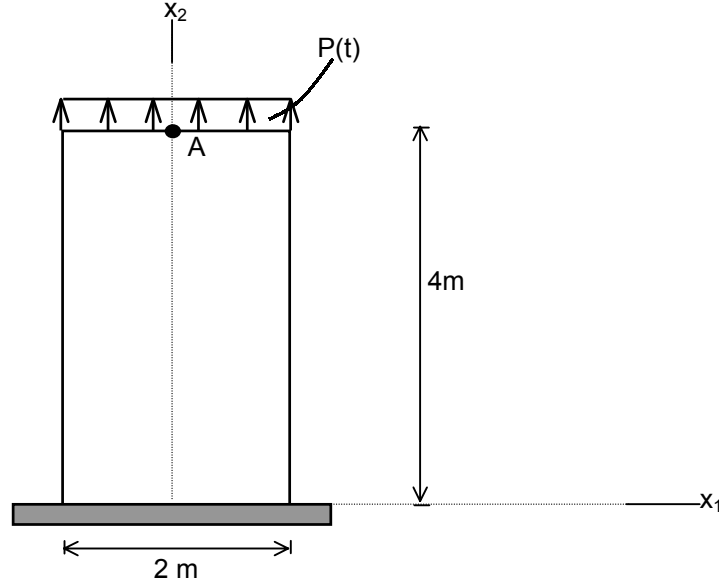
Şekil 6.71. A noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi

6.2.4. Üçgen Yükleme Etkisindeki Dikdörtgen Plak

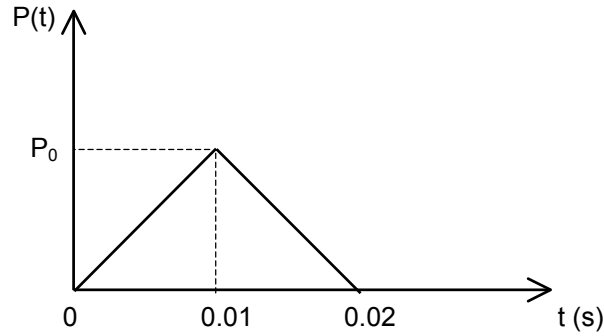
Bu örnekte, Şekil 6.72’de görülen üniform P çekme kuvvetine maruz dikdörtgen plak problemi göz önüne alınmıştır.

Problemde incelenen plak zamanla değişimi Şekil 6.73’de görülen üçgen tipi P çekme kuvvetine maruz bırakılmıştır. Şekil 6.72’de görülen A noktasında P çekme kuvvetinden dolayı meydana gelen düşey deplasmanın zamanla değişimi incelenmektedir.

Hesaplamalarda Poisson oranı $\nu=0$, kayma modülü $\mu=40$ kPa, kütleli yoğunluk $\rho=1.0$ kg/m³, ve $P_0=1$ kN/m alınmıştır.



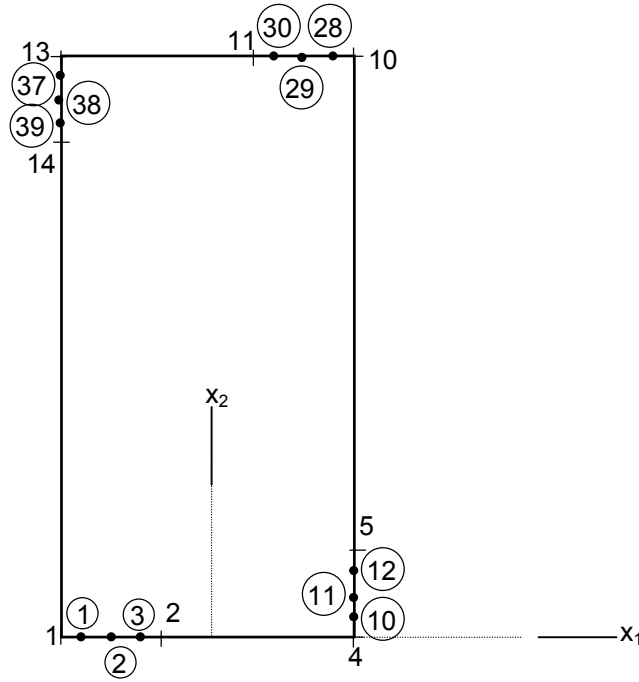
Şekil 6.72. Üçgen yükleme etkisindeki dikdörtgen plak



Şekil 6.73. P Yükünün zamanla değişimi

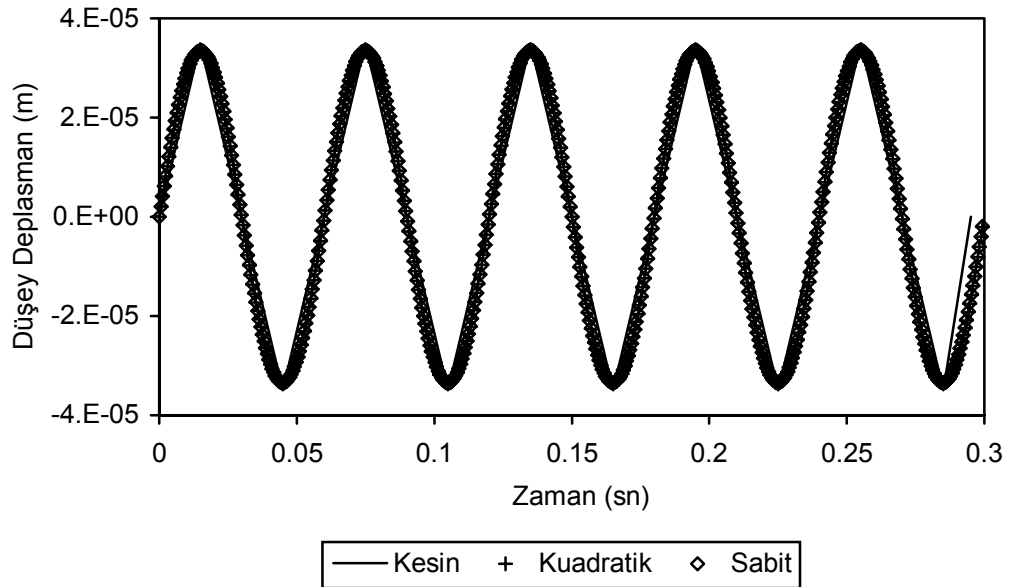
Bir düzlem gerilme problemi olarak ele alınan örneğin analizinde süreksiz kuadratik sınır elemanı formülasyonu için hazırlanan bilgisayar programı kullanılmaktadır. Seçilen $4\text{m} \times 2\text{m}$ 'lik dikdörtgen plak, Şekil 6.74'de görüldüğü gibi alt ve üst sınırlarda 3'er sağ ve sol kenarlarda ise 6'şar olmak üzere toplam 18 adet süreksiz kuadratik sınır elemanına bölünmektedir. Şekil 6.74'de daire içerisinde verilen rakamlar formülasyonunda kullanılan düğüm noktalarını göstermektedir.

Problemin analizinde, süreksizliğin sağlanması için boyutsuz düğüm noktası koordinatları, ($\xi_1 = -0.75$, $\xi_2 = 0$, $\xi_3 = 0.75$ ve $\alpha = 0.75$) olarak seçilmiştir.



Şekil 6.74. Dikdörtgen plak için süreksiz kuadratik sınır eleman ağı

A noktasında elde edilen düşey deplasman değerleri, Chien ve Wu (2001)'den alınan kesin sonuçlarla ve Mengi ve ark. (1994) tarafından geliştirilen sabit eleman formülasyonu kullanılarak elde edilen sonuçlarla Şekil 6.75'de karşılaştırılmaktadır.



Şekil 6.75. A noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi

Şekil 6.75 incelendiğinde süreksiz kuadratik sınır elemanları ile bulunan sonuçların, kesin sonuçlarla ve sabit eleman formülasyonu ile bulunan sonuçlarla uyumlu oldukları görülmektedir. Problemin çözümünde kullanılan veri dosyası Şekil 6.76’da verilmektedir.

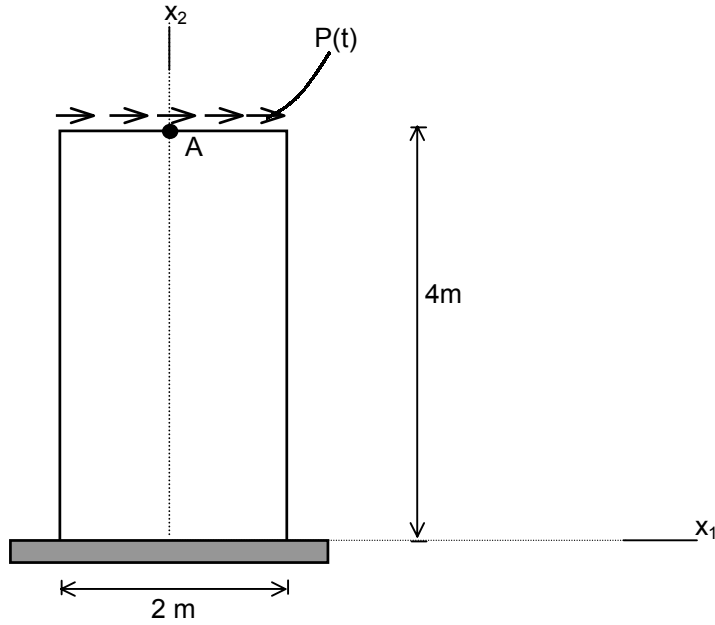
DİKDÖRTGEN PLAK (ÜÇGEN YÜK)	]	başlangıç satırı
-0.75 0.75 0.75	]	düğüm noktası koordinatları
36 18 0 4	]	sınırlarla ilgili bilgiler
40000. 0. 1. 0.1	]	malzeme özellikleri
1 18	]	bileşke kuvvetler için gerekli bilgiler
1 1 2 3	]	eleman tarifleri bölümü
18 35 36 1		
1 -1. 0.		
7 1. 0.		
19 1. 4.		
25 -1. 4.	]	sınır üzerindeki eleman uç noktaları için koordinatlar bölümü
36 -1. 0.333333		
1 1 2 3		
18 52 53 54	]	düğüm noktası tarifleri bölümü
1 0 0. 0 0.	]	sınır şartları bölümü
9 0 0. 0 0.		
10 1 0. 1 0.		
27 1 0. 1 0.		
28 1 0. 1 1.		
36 1 0. 1 1.		
37 1 0. 1 0.		
54 1 0. 1 0.		

Şekil 6.76. Üçgen yükleme etkisindeki dikdörtgen plak problemi için veri dosyası

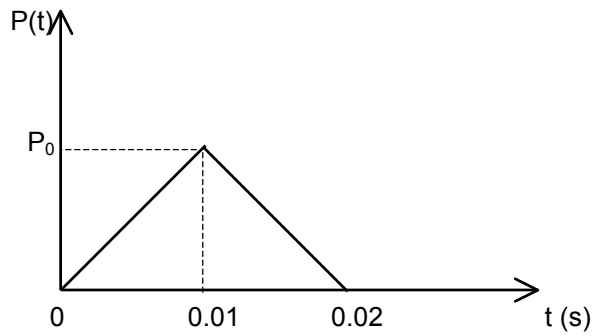
6.2.5. Üçgen Yatay Yükleme Etkisindeki Dikdörtgen Plak

Bu örnekte, Şekil 6.77’de görülen üniform P yatay kuvvetine maruz dikdörtgen plak problemi göz önüne alınmıştır.

Problemde incelenen plak, zamanla değişimi Şekil 6.78’de görülen üçgen tipi P yatay kuvvetine maruz bırakılmıştır. Şekil 6.77’de görülen A noktasında P yatay kuvvetinden dolayı meydana gelen yatay deplasmanın zamanla değişimi incelenmektedir.



Şekil 6.77. Üçgen yükleme etkisindeki dikdörtgen plak

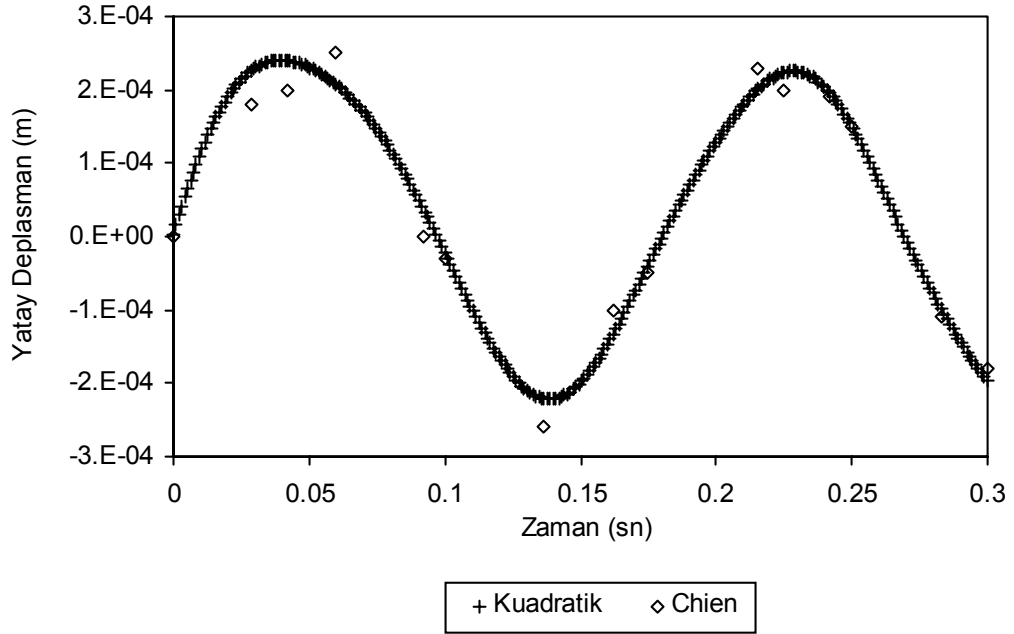


Şekil 6.78. P Yatay yükünün zamanla değişimi

DİKDÖRTGEN PLAK (YATAY YÜK)	]	başlangıç satırı
-0.75 0.75 0.75	]	düğüm noktası koordinatları
36 18 0 4	]	sınırlarla ilgili bilgiler
40000. 0.231 1. 0.1	]	malzeme özellikleri
1 18	]	bileşke kuvvetler için gerekli bilgiler
1 1 2 3	]	eleman tarifleri bölümü
18 35 36 1		
1 -1. 0.		
7 1. 0.		
19 1. 4.	]	sınır üzerindeki eleman uç noktaları için koordinatlar bölümü
25 -1. 4.		
36 -1. 0.333333		
1 1 2 3		
18 52 53 54	]	düğüm noktası tarifleri bölümü
1 0 0. 0 0.	]	sınır şartları bölümü
9 0 0. 0 0.		
10 1 0. 1 0.		
27 1 0. 1 0.		
28 1 1. 1 0.		
36 1 1. 1 0.		
37 1 0. 1 0.		
54 1 0. 1 0.	]	

Şekil 6.80. Üçgen yatay yükleme etkisindeki dikdörtgen plak için veri dosyası

A noktasında elde edilen yatay deplasman değerleri, bu tip problemlerin kesin çözümünün bulunmamasından dolayı Chien ve Wu (2001)'den alınan sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak elde edilen sonuçlarla Şekil 6.81'de karşılaştırılmaktadır. Şekil 6.81 incelendiğinde süreksiz kuadratik sınır elemanları ile bulunan sonuçlar ve sonlu elemanlar yöntemi ile bulunan sonuçların uyumlu oldukları görülmektedir.



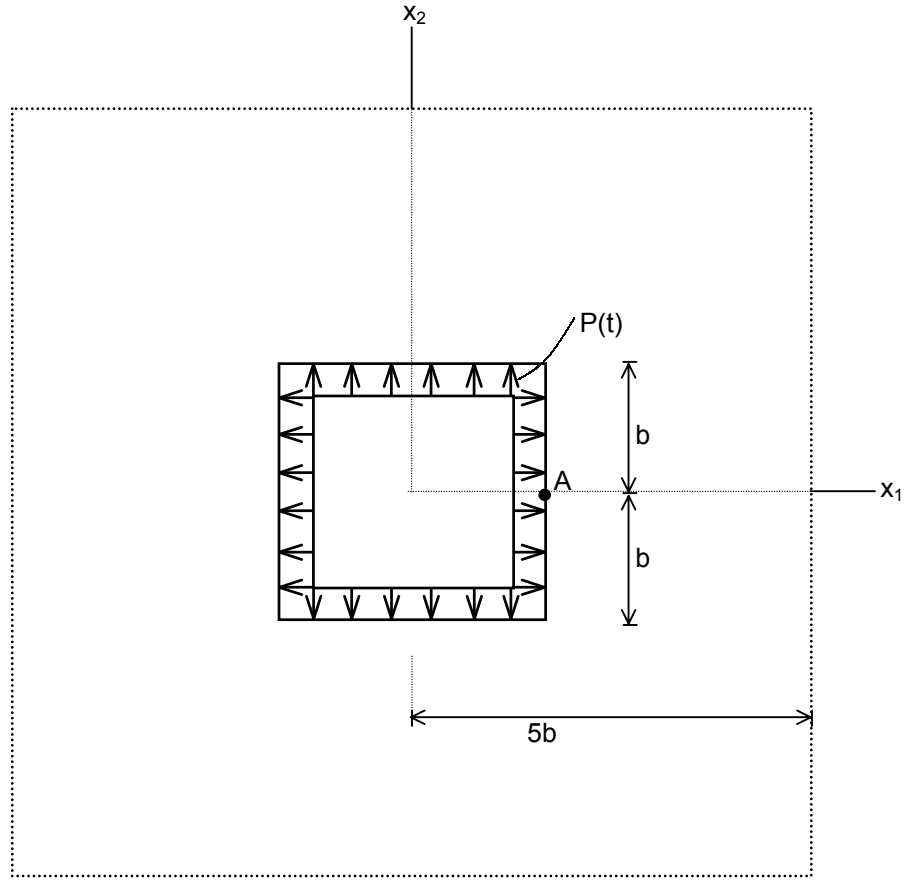
Şekil 6.81. A noktasındaki yatay deplasmanın zamanla değişimi

6.2.6. Kare Boşluklu Sonsuz Levha Problemi

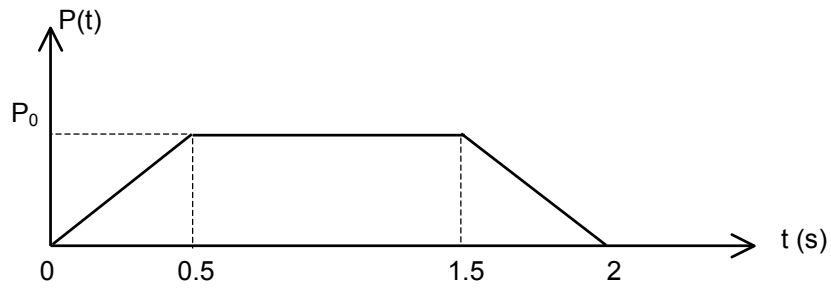
Bu örnekte, Şekil 6.82’de görülen ve içerisinde $2b \times 2b$ boyutunda kare boşluk bulunan sonsuz levha göz önüne alınmıştır. İzotropik elastik malzemeden oluşan levha, orijini kare boşluğun merkezinden geçen x_1 - x_2 koordinat sistemine kıyaslanmaktadır.

Kare boşluğun iç yüzeyi zamanla değişimi Şekil 6.83’de görülen üniform P basıncına maruz bırakılmıştır. P basıncının etkisiyle Şekil 6.82’de görülen A noktasında meydana gelen yatay deplasmanın zamanla değişimi incelenmektedir.

Problemin analizinde, süreksizliğin sağlanması için boyutsuz düğüm noktası koordinatları, ($\xi_1 = -0.75$, $\xi_2 = 0.$, $\xi_3 = 0.75$ ve $\alpha = 0.75$) olarak seçilmiştir.



Şekil 6.82. Kare boşluklu sonsuz levha



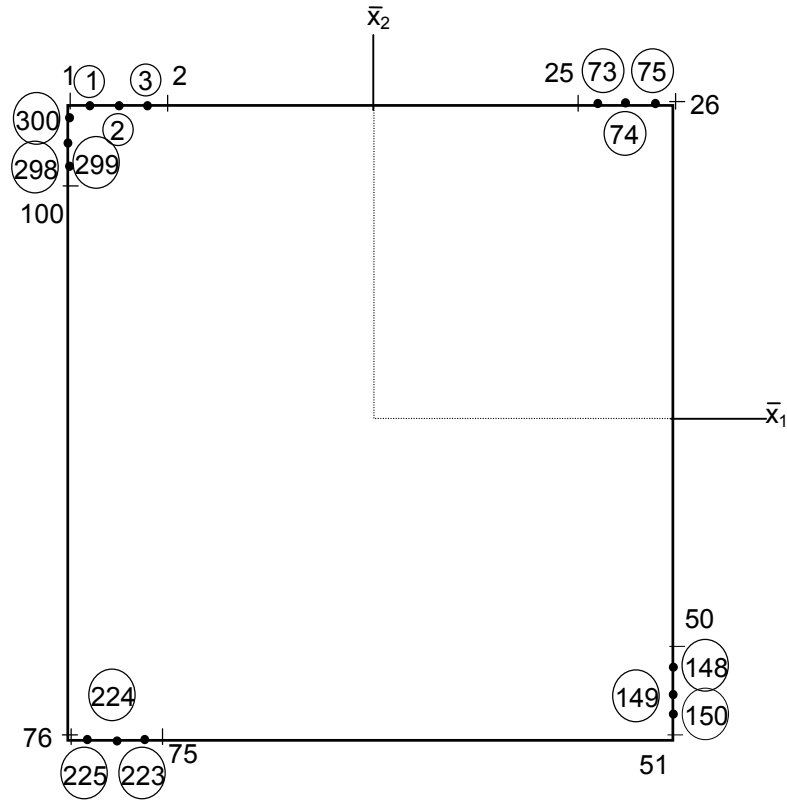
Şekil 6.83. P basıncının zamanla değişimi

Analizde, aşağıda verilen boyutsuz değişken ve parametreler kullanılmıştır.

$$\bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu} = 1 \quad ; \quad \bar{b} = \frac{b}{b} = 1 \quad ; \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho} = 1 \quad ; \quad \bar{\omega} = \frac{\omega b}{c_s} \quad (6.17a)$$

$$\bar{x}_i = \frac{x_i}{b} \quad ; \quad \bar{t}_i = \frac{t_i}{\mu} * \frac{c_s}{b} \quad ; \quad c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad ; \quad \bar{P}_0 = \frac{P_0}{\mu} \quad (i=1,2) \quad (6.17b)$$

Düzlem gerilme problemi olarak ele alınan örneğin analizinde, süreksiz kuadratik sınır elemanı formülasyonu için hazırlanan bilgisayar programı kullanılmaktadır. Kare boşluğun çevresi, Şekil 6.84’de görüldüğü gibi 100 adet süreksiz kuadratik sınır elemanına bölünmektedir. Şekil 6.84’de daire içerisinde verilen rakamlar formülasyonda kullanılan düğüm noktalarını göstermektedir.



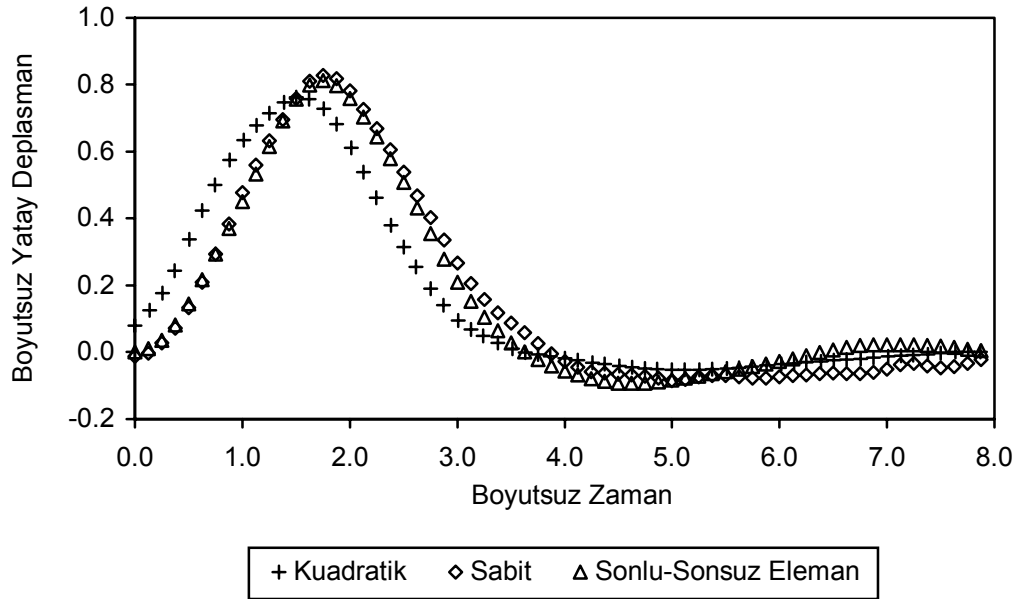
Şekil 6.84. Kare boşluklu sonsuz levha için süreksiz kuadratik sınır eleman ağı

Problemin analizi için hazırlanan veri dosyası Şekil 6.85’te verilmektedir. Şekil 6.85’teki veri dosyasında görüldüğü gibi Poisson oranı $\nu=0.2$ ve $P_0=1$ alınmıştır.

KARE BOŞLUKLU SONSUZ LEVHA					]	başlangıç satırı
-0.75	0.75	0.75			]	düğüm noktası koordinatları
200	100	0	10		]	sınırlarla ilgili bilgiler
1.	0.2	1.	0.1		]	malzeme özellikleri
1	100				]	bileşke kuvvetler için gerekli bilgiler
1	1	2	3		]	eleman tarifleri bölümü
100	199	200	1			
1	-1.	1.			]	sınır üzerindeki eleman uç noktaları için koordinatlar bölümü
51	1.	1.				
101	1.	-1.				
151	-1.	-1.				
200	-1.	0.998				
1	1	2	3			
100	298	299	300		]	düğüm noktası tarifleri bölümü
1	1	0.	1	1.	]	sınır şartları bölümü
75	1	0.	1	1.		
76	1	1.	1	0.		
150	1	1.	1	0.		
151	1	0.	1	-1.		
225	1	0.	1	-1.		
226	1	-1.	1	0.		
300	1	-1.	1	0.		

Şekil 6.85. Kare boşluklu sonsuz levha problemi için veri dosyası

A noktasında elde edilen yatay deplasman değerleri, Mengi ve ark. (1994) tarafından geliştirilen sabit eleman formülasyonu kullanılarak elde edilen değerler ve Yerli (1998) tarafından sonlu-sonsuz eleman yönteminin birlikte kullanılarak elde edilen değerlerle Şekil 6.86’da karşılaştırılmaktadır. Şekil 6.86 incelendiğinde sonuçların uyumlu oldukları görülmektedir.

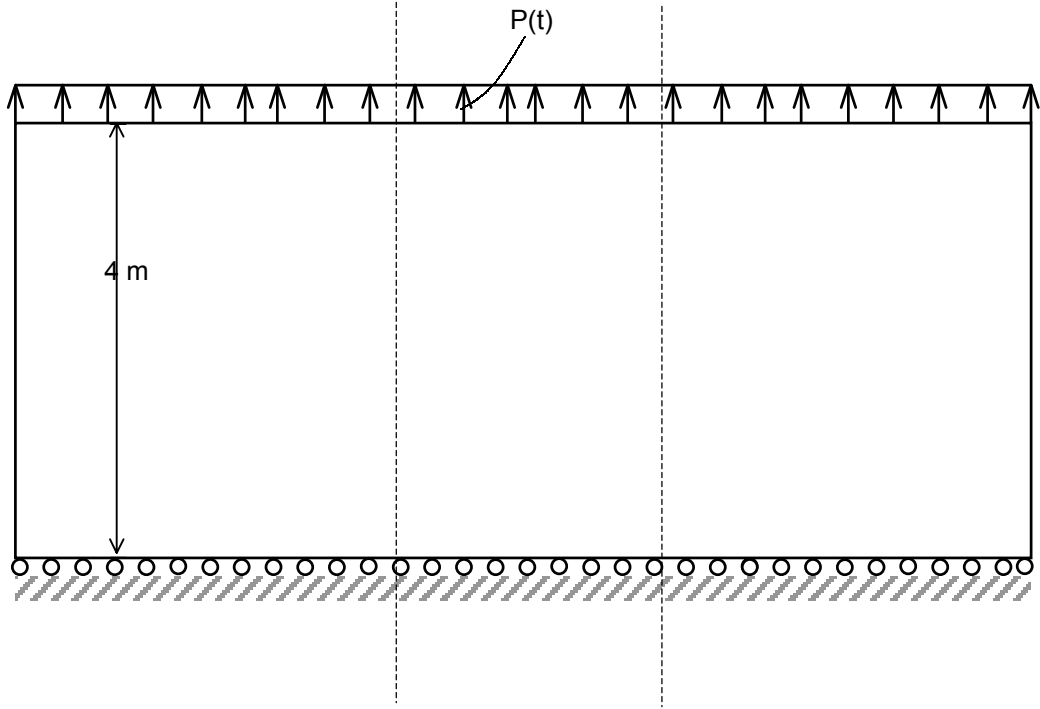
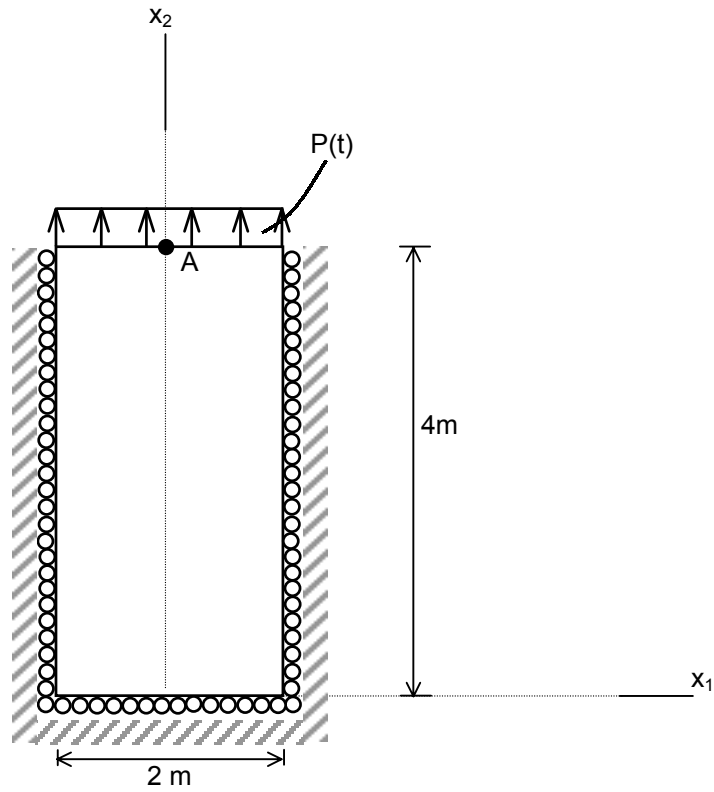


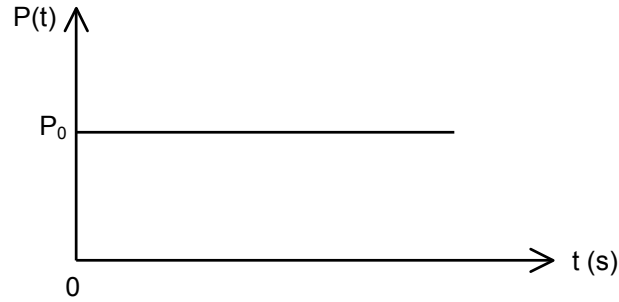
Şekil 6.86. A noktasındaki yatay deplasmanın zamanla değişimi

6.2.7. Üniform Yüklü Sonsuz Şerit Problemi

Bu örnekte, Şekil 6.87’de görülen üniform P çekme kuvvetine maruz sonsuz şerit problemi göz önüne alınmıştır.

Şekil 6.88’de görülen sonsuz bölge içinden seçilen bölgede bulunan A noktasında P çekme kuvvetinden dolayı meydana gelen düşey deplasmanın zamanla değişimi incelenmektedir. Problem zamanla değişimi Şekil 6.89’da görülen adım tipi P çekme kuvvetine maruz bırakılmıştır.

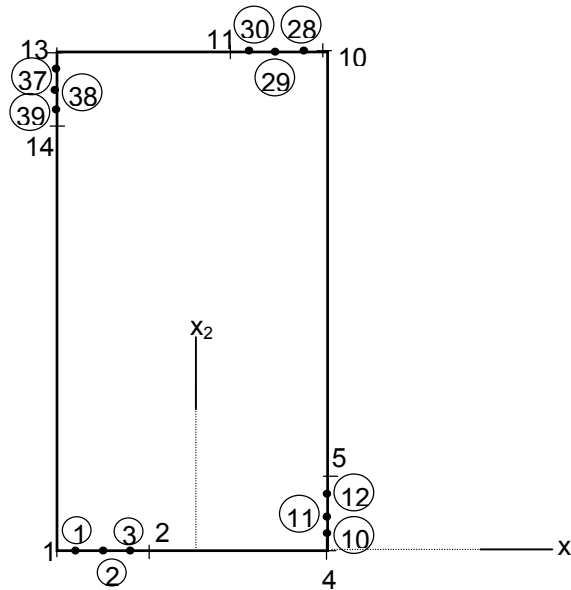
Şekil 6.87. P çekme kuvvetine maruz sonsuz şeritŞekil 6.88. P çekme kuvvetine maruz sonsuz şeride ait kesit



Şekil 6.89. P Yükünün zamanla değişimi

Hesaplamalarda Poisson oranı $\nu=0.25$, kayma modülü $\mu=40$ kPa, kütleli yoğunluk $\rho=1.0$ kg/m³, P dalga hızı $c_p=346.41$ m/sn, S dalga hızı $c_s=200$ m/sn ve $P_0=1$ Pa alınmıştır.

Bir düzlem gerilme problemi olarak ele alınan örneğin analizinde süreksiz kuadratik sınır elemanı formülasyonu için hazırlanan bilgisayar programı kullanılmaktadır. Sonsuz bölge içinden seçilen $4m \times 2m$ 'lik bölge, Şekil 6.90'da görüldüğü gibi alt ve üst sınırlarda 3'er sağ ve sol kenarlarda ise 6'şar olmak üzere toplam 18 adet süreksiz kuadratik sınır elemanına bölünmektedir. Şekil 6.90'da daire içerisinde verilen rakamlar formülasyonda kullanılan düğüm noktalarını göstermektedir.



Şekil 6.90. Süreksiz kuadratik sınır eleman ağı

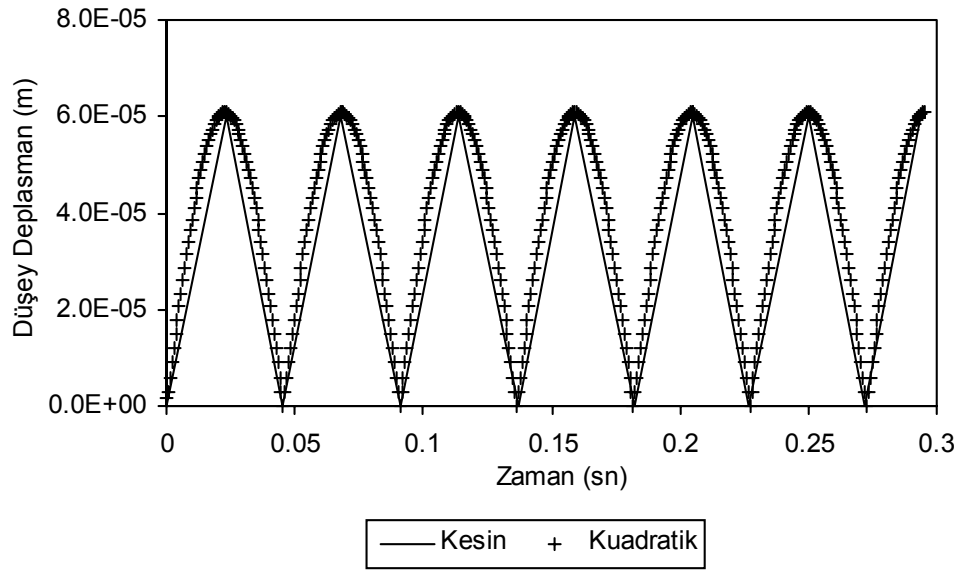
Problemin analizinde, süreksizliğin sağlanması için boyutsuz düğüm noktası koordinatları, ($\xi_1 = -0.75$, $\xi_2 = 0.$, $\xi_3 = 0.75$ ve $\alpha = 0.75$) olarak seçilmiştir. Problemin çözümünde kullanılan veri dosyası Şekil 6.91’de verilmektedir.

ÜNİFORM YÜKLÜ SONSUZ ŞERİT	]				başlangıç satırı
-0.75 0.75 0.75	]				düğüm noktası koordinatları
36 18 0 4	]				sınırlarla ilgili bilgiler
40000. 0.25 1. 0.1	]				malzeme özellikleri
1 18	]				bileşke kuvvetler için gerekli bilgiler
1 1 2 3	]				eleman tarifleri bölümü
18 35 36 1					
1 -1. 0.					
7 1. 0.					
19 1. 4.	]				sınır üzerindeki eleman uç noktaları için koordinatlar bölümü
25 -1. 4.					
36 -1. 0.333333					
1 1 2 3					
18 52 53 54	]				düğüm noktası tarifleri bölümü
1 0 0. 0 0.	]				sınır şartları bölümü
9 0 0. 0 0.					
10 1 0. 1 0.					
27 1 0. 1 0.					
28 1 0. 1 1.					
36 1 0. 1 1.					
37 1 0. 1 0.					
54 1 0. 1 0.					

Şekil 6.91. Üniform yüklü sonsuz şerit problemi için veri dosyası

A noktasında elde edilen düşey deplasman değerleri, Chien ve ark.(2003)’den alınan kesin sonuçlarla Şekil 6.92’de karşılaştırılmaktadır. Şekil 6.92 incelendiğinde

sürekli kuadratik sınır elemanları ile bulunan sonuçların kesin sonuçlarla uyumlu oldukları görülmektedir.



Şekil 6.92. A noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi

7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, iki boyutlu elastodinamik yapı-zemin etkileşim problemlerinin çözümü için sınır eleman formülasyonu yapılmıştır. Fourier dönüşüm uzayında yapılan formülasyonda, yüksek dereceli süreksiz sınır eleman yaklaşımı kullanılmıştır. Formülasyonda, yüksek dereceli süreksiz sınır eleman olarak, kuadratik eleman kullanılmıştır. Yapılan formülasyonda, integral işlemlerinde kullanılan sabit nokta ve integrasyon noktasının aynı sınır elemanı üzerinde bulunmasından kaynaklanan tekillik durumlarının giderilebilmesi için, logaritmik tekillik durumunda değişken dönüşümü uygulayarak logaritmik ve standart Gauss sayısal integrasyon yöntemi kullanılmıştır. $1/r$ tekilliğini içeren kısım ise bulunan r ifadesinin kullanılmasıyla tekillik problemi kaldırılarak standart Gauss integrasyon yöntemi ile hesaplanmıştır. Formülasyon aşamasında, çözüm bölgesi içinde yer alan noktalarda gerilme ve deplasman hesabının nasıl yapılacağı açıklanmıştır. Sözü edilen noktaların sınırlara çok yakın olması halinde, tekillik durumları oluşacağından bu noktalarda hatalı sonuçlar elde edilebilecektir. Söz konusu tekillik durumlarının giderilmesi ayrı bir araştırma konusu olarak düşünülebilir.

Formülasyonda kullanılan süreksiz kuadratik sınır elemanda ele alınan düğüm nokta sayısı sabit eleman formülasyonundaki düğüm nokta sayısının üç katı olmasından dolayı hesaplanması gereken bilinmeyen sayısı da üç kat artmaktadır. Fakat bu artış bilgisayar teknolojisindeki gelişmelerden dolayı zaman ve hafıza açısından bir problem oluşturmamaktadır.

Formülasyonların kullanıldığı, iki boyutlu statik analiz için D2SQ ve dinamik analiz için D2DQ isimli iki adet bilgisayar programı hazırlanmıştır. Programların hazırlanmasında FORTRAN77 dili kullanılmıştır. Programlarda, eleman tarifi ve koordinatlar gibi verilerin hazırlanmasında kolaylık sağlayan çeşitli veri türetme imkanları mevcuttur. Hazırlanmış olan programlar yapı-zemin etkileşim problemlerinin çözümünde kullanılmasının dışında, elastostatik ve elastodinamik problemlerin çözümü için de kullanılabilir.

Bu çalışma kapsamında hazırlanan programlarla, dört adet iki boyutlu statik analiz ve yedi adet iki boyutlu dinamik analiz içeren toplam onbir adet problem çözülmüştür.

Birinci problemde, P eksenel basınç kuvvetine maruz bir dairesel disk gözönüne alınarak statik analizi yapılmıştır.

İkinci problemde, yarı sonsuz zemin üzerine buluna rijit şerit temel gözönüne alınmış ve temele birim düşey deplasman hareketi verilerek temas bölgesinde oluşan düşey gerilmeler, zemin üst yüzeyindeki yatay sınır boyunca meydana gelen düşey deplasmanlar incelenmiştir.

Üçüncü problemde, dairesel boşluklu plak incelenerek analizi sonucunda dairesel boşluktan dolayı boşluk çevresinde oluşan gerilme yoğunluğunu belirlemek için boşluk civarındaki düşey eksen boyunca yatay gerilme dağılımı ve yatay eksen boyunca yatay deplasman değerleri incelenmiştir.

Statik haldeki dördüncü ve son problemde, içerisinde dairesel boşluk bulunan problemdeki boşluk çevresinde oluşan gerilme yığılmasını belirlemek için boşluk civarındaki düşey eksen boyunca yatay gerilme dağılımı ve yatay eksen boyunca yatay deplasman değerleri incelenmiştir.

Dinamik haldeki ilk uygulama olan beşinci problemde ise yarım uzaydan oluşan zemin üzerine bulunan rijit şerit temele ait yatay komplekans, düşey komplekans, dönme komplekanı ve girişimli komplekans değerleri incelenmiştir. Bunlara ilave olarak temele uygulanan çeşitli frekanslardaki birim yatay deplasman hareketiyle temas bölgesinde oluşan gerilme ve zemin üst yüzeyinde oluşan deplasman dağılımları incelenmiştir.

Altıncı problemde, üzerinde harmonik yük bulunan viskoelastik zemin probleminde harmonik yükün etkidiği mesafeden belirli bir uzaklıktaki noktaya kadar oluşan yatay ve düşey komplekans değerleri 0.5 ve 1.0 boyutsuz frekans değerleri için incelenmiştir. Ayrıca, sönümsüz olarak yine aynı noktalarda oluşan yatay ve düşey komplekans değerleri 0.5 ve 1.0 frekans değerleri için incelenmiştir.

Yedinci problemde, adım tipi çekme kuvvetine maruz kalan dikdörtgen plağın üst kenarının tam orta noktasında oluşan düşey deplasmanın Fourier uzayındaki değerleri bulunmuştur. Fourier uzayında bulunan bu deplasman değerleri

FFT algoritması kullanılarak zaman uzayına çevrilip plakta oluşan düşey deplasman değerlerinin zamanla değişimi incelenmiştir.

Sekizinci problemde, üçgen tipi çekme kuvvetine maruz kalan dikdörtgen plağın üst kenarının tam orta noktasında oluşan düşey deplasmanın Fourier uzayındaki değerleri bulunmuştur. Fourier uzayında bulunan bu deplasman değerleri FFT algoritması kullanılarak zaman uzayına çevrilip plakta oluşan düşey deplasman değerlerinin zamanla değişimi incelenmiştir.

Dokuzuncu problemde, üçgen tipi yatay yüke maruz kalan dikdörtgen plağın üst kenarının tam orta noktasında oluşan yatay deplasmanın Fourier uzayındaki değerleri bulunmuştur. Fourier uzayında bulunan bu deplasman değerleri FFT algoritması kullanılarak zaman uzayına çevrilip plakta oluşan yatay deplasman değerlerinin zamanla değişimi incelenmiştir.

Onuncu problemde, elastik sonsuz bir levha içinde iç basınca maruz kare boşluk ele alınarak kare boşluğun sağ kenarının ortasında bulunan bir noktadaki yatay deplasmanın Fourier uzayındaki değerleri bulunmuştur. Fourier uzayında bulunan bu deplasman değerleri FFT algoritması kullanılarak zaman uzayına çevrilip seçilen bölgede oluşan yatay deplasman değerlerinin zamanla değişimi incelenmiştir.

Son uygulama olan on birinci problemde, üniform yüklü sonsuz şerit içinden seçilen bölgenin üst kenarının tam orta noktasında adım tipi çekme kuvveti etkisinde oluşan düşey deplasmanın Fourier uzayındaki değerleri bulunmuştur. Fourier uzayında bulunan bu deplasman değerleri FFT algoritması kullanılarak zaman uzayına çevrilip seçilen bölgede oluşan düşey deplasman değerlerinin zamanla değişimi incelenmiştir.

Problemlerin çözümünde kullanılan süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonunda; seçilen eleman boyu, boyutsuz düğüm noktası koordinatları ve sayısal integrasyon yönteminde ele alınan Gauss nokta sayısı önem kazanmaktadır. Bu yüzden bütün sayısal uygulamalarda süreksizliğin sağlanması için boyutsuz düğüm noktası koordinatları ($\xi_1 = -0.75$, $\xi_2 = 0.$, $\xi_3 = 0.75$ ve $\alpha = 0.75$) olarak belirlenmiştir. Gauss nokta sayısı olarak da 4 noktalı ve 10 noktalı Gauss değerleri kullanılmıştır.

Bu çalışma kapsamında analizi yapılan problemlerin çözümünden elde edilen sonuçlarla literatürde verilen sonuçlar grafiksel olarak karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmalar sonucunda yapılan formülasyonun ve hazırlanan programların doğruluğu gösterilerek hazırlanan formülasyon ve programın güvenle kullanılabileceği sonucuna ulaşılmıştır.

KAYNAKLAR

- AHMAD, S., and BANERJEE, P. K., 1988. Multi-Domain BEM for Two Dimensional Problems of Elastodynamics. *Int. J. Num. Meth. Engrg.*, 26: 891-911.
- ALIABADI, M.H., 2002. *The Boundary Element Method Applications in Solids and Structures*. John Wiley & Sons Limited, West Sussex, 580s.
- APSEL, R.J., 1979. *Dynamic Green's Functions for Layered Media and Applications to Boundary Value Problems*. Ph. D. Thesis, University of Clifornia, San Diego, CA.
- BAKR, A.A., 1986. The Boundary Integral Equation Method in Axisymmetric Stress Analysis Problems. In *Lecture Notes and Engineering*, (Edited by C.A. Brebbia and S.A Orszag), Springer New York.
- BANERJEE, P.K., and WATSON, J.O., 1986. *Developments in Boundary Element Methods - 4*. Elsevier Applied Science Publishers, London, 346s.
- BANERJEE, P.K., 1994. *The Boundary Element Methods in Engineering*. McGraw-Hill Book Company, London, 496s.
- BECKER, A.A., 1992. *The Boundary Element Method in Engineering*. McGraw-Hill Book Company, London, 337s.
- BEER, G., 2001. *Programming the Boundary Element Method*. John Wiley & Sons Limited, West Sussex, 457s.
- BESKOS, D.E., 1987. *Boundary Element Methods in Mechanics*. Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 598s.
- BESKOS, D.E., and MAIER, G., 2003. *Boundary Element Advances in Solid Mechanics*. Springer-Verlag Wien, NewYork, 307s.
- BETTESS, P., 1977. Infinite Elements. *Int. J. Num. Meth. Engrg.*, 11: 53-64.
- BONNET, M., 1995. *Boundary Integral Equation Methods for Solids and Fluids*. John Wiley & Sons Limited, West Sussex, 391s.
- BREBBIA, C.A., and CONNOR, J.J., 1989. *Advances in Boundary Elements Vol. 1*. Computational Mechanics Publications, Southampton, 283s.

- BREBBIA, C.A., and DOMINGUEZ, J., 1989. Boundary Elements an Introductory Course. Computational Mechanics Publications, Southampton, 293s.
- BREBBIA, C.A., TELLES, J.C.F. and WROBEL, L.C., 1984. Boundary Element Techniques. Springer, New York.
- BRIGHAM, E.O., 1974. The Fast Fourier Transform. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 252s.
- BU, S., 1998. Impedance Functions of Square Foundations Embedded in an Incompressible Half Space. Engineering Analysis with Boundary Elements, 22: 1-11.
- BUI, H.D., 1977. An Integral Equation Method for Solving The Problem of a Plane Crack of Arbitrary Shape. J. of the Mech. and Physics of Solids, 25: 29-39.
- BYCROFT, G.N., 1956. Forced Vibrations of a Rigid Circular Footing on a Semi-Infinite Elastic Space and on an Elastic Stratum. Phil. Trans.Roy. Soc. London, A248: 327-368.
- CHAPEL, F., 1987. Boundary Element Method Applied to Linear Soil Structure Interaction on a Heterogeneous Soil. Earthquake Eng. and Struc. Dyn., 15: 815-829.
- CHENG, A.H-D., BREBBIA, C.A., and GRILLI, S., 1990. Computational Engineering with Boundary Elements. Vol: 2. Computational Mechanics Publications, Southampton, 399s.
- CHIEN, C-C., and WU, T-Y., 2001. A Particular Integral BEM/Time-Discontinuous FEM Metodology for Solving 2-D Elastodynamic Problems. International Journal of Solids and Structures, 38: 289-306.
- CHIEN, C-C., CHEN, Y-H., and CHUANG, C-C., 2003. Dual Reciprocity BEM Analysis of 2D Transient Elastodynamic Problems By Time-Discontinuous Galerkin FEM. Engineering Analysis with Boundary Elements, 27: 611-624.
- CHUHAN, Z., and CHONGBIN, Z., 1987. Coupling Method of Finite and Infinite Elements for Strip Foundation Wave Problems. Earthquake Engrg. Struc. Dyn., 15: 839-851.
- CLOUGH, R. W., and PENZIEN, J., 1993. Dynamics of Structures. McGraw-Hill, Singapore, 738s.

- COOLEY, J.W., LEWIS, P.A.W., and WELCH, P.D., 1969. The Fast Fourier Transform and Its Applications. IEEE Trans., Ed., 12: 27-34.
- ÇELEBİ, E., FIRAT, S., and ÇANKAYA, İ., 2006. The Evaluation of Impedance Functions in The Analysis of Foundations Vibrations Using Boundary Element Method. Applied Mathematics and Computations, 173: 636-667.
- DOMINGUEZ, J., 1978a. Dynamic Stiffness of Rectangular Foundations. Publ. No. R78-20, Department of Civil Engineering, MIT, Cambridge, MA.
- DOMINGUEZ, J., 1978b. Response of Embedded Foundations Foundations to Travelling Waves. Publ. No. R78-24, Department of Civil Engineering, MIT, Cambridge, MA.
- DYKA, C.T., and MILLWATER, H.R., 1989. Formulation and Integration of Continuous and Discontinuous Quadratic Boundary Elements for Two-Dimensional Potential and Elastostatics. Computers & Structures, 4: 495-504.
- FRANGI, A., 1999. Elastodynamics By BEM: A New Direct Formulation. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 45: 721–740.
- GUTIERREZ, J. A., and CHOPRA, A. K., 1978. A Substructure Method for Earthquake Analysis of Structures Including Structure-Soil Interaction. Earthquake Engrg. Struc. Dyn., 6: 51-69.
- HOWELL, G.C., and DOYLE, W.S., 1982. An Assesment of Boundary Integral Equation Method for Inplane Elastostatic Problems. Appl. Math. Modeling, 6: 245-256.
- KANE, J.H., 1986. Optimization of Continuum Structures Utilizing A Boundary Element Formulation. Ph.D. Dissertation, University of Connecticut, Storrs, Connecticut.
- KARABALIS, D.L., and BESKOS, D.E., 1986. Dynamic Response of 3-D Embedded Foundations By The Boundary Element Method. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 56: 91-119.
- KRISHNASAMY, G., RIZZO, F.J., and RUDOLPHI, T.J., 1991. Hypersingular Boundary Integral Equations: Their Occurrence, Interpretation,

- Regularization and Computation. In: Banerjee PK *et al.*, editors. Developments in Boundary Element Methods, Elsevier, London.
- LUCO, J. E., 1974. Impedance Functions for a Rigid Foundation on a Layered Medium. Nuclear Engrg. Design, 31: 204-217.
- LUCO, J. E., and WESTMAN, R. A., 1971. Dynamic Response of Circular Footings. J. Engrg. Mech. Div., ASCE, 97(M5): 381-395.
- LUCO, J. E., and WESTMAN, R. A., 1972. Dynamic Response of a Rigid Footing Bounded to an Elastic Half Space. J. Appl. Mech., ASME, 39(2): 527-534.
- LYSMER, J., and KUHLEMEYER, R. L., 1969. Finite Dynamic Model for Infinite Media. J. Engrg. Mech. Div., ASCE, 95: 859-877.
- MACKERLE, J., and BREBBIA, C.A., 1988. The Boundary Element Reference Book. Computational Mechanics Publications, Southampton, 382s.
- MANOLIS, G.D., ve BESKOS, D.E., 1988. Boundary Element Method in Elastodynamics. Unwin Hyman, London, 282s.
- MENGI, Y., TANRIKULU, A.H., and TANRIKULU, A.K., 1994. Boundary Element Method for Elastic Media, An Introduction. ODTÜ Basım İşliğı, Ankara, 130s.
- MURAKAMI, H., SHIOYA, S., YAMADA, I., and LUCO, J. E., 1981. Transmitting Boundaries for Time-Harmonic Elastodynamics on Infinite Domains. Int. J. Num. Meth. Engrg., 17: 1697-1716.
- NEDELEC, J.C., 1982. Integral Equations with Non Integrable Kernels. Integral Equations and Operator Theory, 5: 562-572.
- NISHIMURA, N., and KOBAYASHI, S., 1989. A Regularized Boundary Integral Equation Method for Elastodynamic Crack Problems, Computational Mechanics, 4: 319-328.
- PAK, R.Y.S., and GUZINA B.B., 1999. SeismicSoil Structure Interaction Analysis By Direct Boundary Element Methods. International Journal of Solids and Structures, 36: 4743-4766.
- PARTRIDGE, P.W., BREBBIA, C.A., and WROBEL, L.C., 1992. The Dual Reciprocity Boundary Element Method. Computational Mechanics Publications, Southampton and Elsevier Applied Science, London, 283s.

- PRESS, W.H., FLANNERY, B.P., TEUKOLSKY, S.A., and VETTERLING, V.T., 1986. Numerical Recipes, Cambridge University Press, New York, 817s.
- RIZOS, D.C., and WANG, Z., 2002. Coupled BEM–FEM Solutions for Direct Time Domain Soil–Structure Interaction Analysis. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 26: 877–888
- SAADA, A.S., 1974. Elasticity Theory and Applications, Pergamon Press Inc., New York.
- SEABRA PEREIRA, M.F., MOTA SOARES, C.A., and OLIVERIA FARIA, L.M., 1981. A Comparative Study of Several Boundary Elements in Elasticity. In *Boundary Element Methods: Proceedings of the Third International Seminar* (Edited by C.A. Brebbia), Springer New York, 123-136.
- SEVERCAN, M.H., 2004. Dinamik Yapı-Zemin Etkileşim Problemleri için Sınır Eleman Formülasyonu. Doktora Tezi, Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.
- SEVERCAN, M.H., TANRIKULU, A.H., ve TANRIKULU, A.K., 2004. İki Boyutlu Elastostatik Problemlerinin Süreksiz Kuadratik Sınır Elemanları Kullanılarak Çözümü. *Çukurova Üniversitesi Müh. Mim. Fak. Dergisi*, 19(2): 135-148.
- SEVERCAN, M.H., TANRIKULU, A.H., ve TANRIKULU, A.K., 2005. İki Boyutlu Elastostatik Problemlerinin Çözümü için Karma Sınır Eleman Formülasyonu. XIV. Ulusal Mekanik Kongresi, Hatay, 727-736.
- SHEN, S.Y., 2003. An Indirect Elastodynamic Boundary Element Method with Analytic Bases. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 57: 767–792.
- SIEBRITS, E., and CROUCH, S.L., 1994. Two-Dimensional Elastodynamics Displacement Discontinuity Method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 37: 3229–3250.
- SLÀDEK, V., SLÀDEK, J., and BALAS, J., 1986. Boundary Integral Formulation of Crack Problem. *ZAMM* 1, 66: 83-94.
- TADEU, A.J.B., SANTOS, P.F.A., and KAUSEL, E., 1999. Closed Form Integration of Singular Terms for Constant, Linear and Quadratic Boundary Elements.

- Part 2. SV-P Wave Propagation. Engineering Analysis with Boundary Elements, 23: 757-768.
- TANAKA, M., BREBBIA, C.A., and SHAW, R., 1990. Advances in Boundary Element Methods in Japan and USA. Computational Mechanics Publications, Southampton, 450s.
- TANRIKULU, A.H., 1999. İki Malzemeli Kompozitin Dinamik Analizi İçin Yerel Olmayan Sınır Şartlarını İçeren Bir Sınır Eleman Modeli. Doktora Tezi, Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.
- TANRIKULU, A.H., YERLİ H.R., and TANRIKULU, A.K., 2001. Application of The Multi-Region Boundary Element Method to Dynamic Soil-Structure Interaction Analysis. Computers and Geotechnics, 28: 289-307.
- THOMSON, W. T., and KOBORI, T., 1963. Dynamic Compliance of Rectangular Foundation on an Elastic half-Space. J. Applied. Mech., ASME, 30(2): 579-584.
- TIMOSHENKO, S., and GOODIER, J. N., 1970. Theory of Elasticity, McGraw-Hill, New York, 567s.
- TREVELYAN, J., 1994. Boundary Elements for Engineers, Theory and Applications. Computational Mechanics Publications, Southampton, 215s.
- TSENG, M. N., and ROBINSON, A. R., 1975. A Transmitting Boundary for Finite Difference Analysis of Wave Propagation in Solids. Project No: NR 064-183, University of Illinois.
- VELETOS, A. S., and VERBIC, B., 1973. Vibration of Viscoelastic Foundations. Earthquake Engrg. Struc. Dyn., 2: 87-102.
- VON ESTORF, O., PAIS, A.L., and KAUSEL E., 1990. Some Observations on Time Domain and Frequency Domain Boundary Elements. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 29: 785–800.
- WOLF, J.P., 1988. Soil-Structure Interaction Analysis in Time Domain. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 446s.
- WOLF, J.P., and DARBRE, G.R., 1984a. Dynamic-Stiffness Matrix of Soil By The Boundary Element Method: Conceptual Aspects. Earthquake Engrg. Struct. Dyn., 12: 385-400.

- WOLF, J.P., and DARBRE, G.R., 1984b. Dynamic-Stiffness Matrix of Soil By The Boundary Element Method: Embedded Foundation. *Earthquake Engrg. Struct. Dyn.*, 12: 401-416.
- WOLF, J.P., and DARBRE, G.R., 1984c. Dynamic-Stiffness Matrix of Embedded and Pile Foundations By indirect Boundary Element Method. *Nucl. Engrg. Design.*, 80: 331-342.
- WONG, H.L., and LUCO, J.E., 1978. Dynamic Response of Rectangular Foundations to Obliquely Incident Seismic Waves, *Earthquake Eng. and Struc. Dyn.*, 6: 3-16.
- WROBEL, L.C., 2002. *The Boundary Element Method Applications in Thermo-Fluids and Acoustics*. John Wiley & Sons Limited, West Sussex, 451s.
- YAZDCHI, M., KHALILI, N., and VALLIAPAN, S., 1999. Dynamic Soil-Structure Interaction Analysis Via Coupled Finite-Element-Boundary-Element Method. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 18: 499-517.
- YERLİ, H.R., 1998. İki ve Üç Boyutlu Dinamik Yapı-Zemin Etkileşimi Problemlerinin Sonlu ve Sonsuz Elemanlar Kullanılarak Analizi. Doktora Tezi, Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.
- YERLİ, H.R., TEMEL, B., and KIRAL, E., 1998. Transient Infinite Elements for 2-Dimensional Soil-Structure Interaction Analysis. *J. Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 124(10): 976-988.
- YERLİ H.R., TEMEL B., and KIRAL, E., 1999. Multi-Wave Transient and Harmonic Infinite Elements For Two-Dimensional Unbounded Domain Problems. *Computers and Geotechnics*, 24(3): 185-206.
- ZENG, Z.J., and CAI, R.Y., 1990. Treatment Of Singular Integral Caused By Employing Linear Boundary Elements For Two-Dimensional Elastostatic Problems. *Computers & Structures*, 34(6): 855-859.
- ZHANG, X., and ZHANG, X., 2003. Exact Integration in the Boundary Element Method for Two-Dimensional Elastostatic Problems. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 27: 987-997.

ÖZGEÇMİŞ

1977 yılında Kayseri’de doğdum. İlk ve orta öğrenimimi Kayseri’de tamamladım. 1995 yılında, Erciyes Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü’ne başladım ve 1999 yılında mezun olarak Niğde Üniversitesi Aksaray Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü’nde Araştırma Görevlisi oldum. 1999-2000 öğretim yılında Niğde Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü’nde yüksek lisans öğrencisi olarak lisansüstü eğitimime başladım ve 2001 yılında enstitünün İnşaat Mühendisliği Anabilim dalından, “Depremde Hasar Gören Yapıların Güçlendirilmesi” isimli yüksek lisans teziyle mezun oldum. 2002 yılında Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü’ne doktora öğrencisi olarak kabul edildim. Halen, Çukurova Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümü’nde yüksek öğretim kanunun 35-b maddesi uyarınca Aksaray Üniversitesi adına Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktayım. Evli ve bir çocuk babasıyım.

EKLER

Ek-A. BİLGİSAYAR PROGRAMLARI

Bu bölümde, önceki bölümde anlatılan süreksiz kuadratik sınır eleman formülasyonu ve sayısal yöntemler kullanılarak, FORTRAN77 dili ile genel amaçlı iki adet bilgisayar programı hazırlanmıştır. Bunlardan D2SQ, iki boyutlu elastostatik problemlerin analizinde; D2DQ ise, iki boyutlu elastodinamik problemlerin analizinde kullanılmaktadır. Bu programlar ile ilgili bilgi aşağıda sunulmaktadır.

Programlarda eleman tarifi, koordinatlar vb. gibi verilerin hazırlanmasında kolaylık sağlayan veri türetme yöntemleri kullanılmaktadır. Ayrıca dosyadan veri okunması sırasında serbest format kullanılmıştır.

A.1. Programların Çalışma Düzeni

A.1.1. Statik Analiz ile İlgili Program

Bu kısımda D2SQ programının çalışma düzeni ile ilgili bilgiler verilerek, Programda kullanılan işlem sırası aşağıda özetlenmektedir. D2SQ programının akış diyagramı Şekil A.1’de görülmektedir.

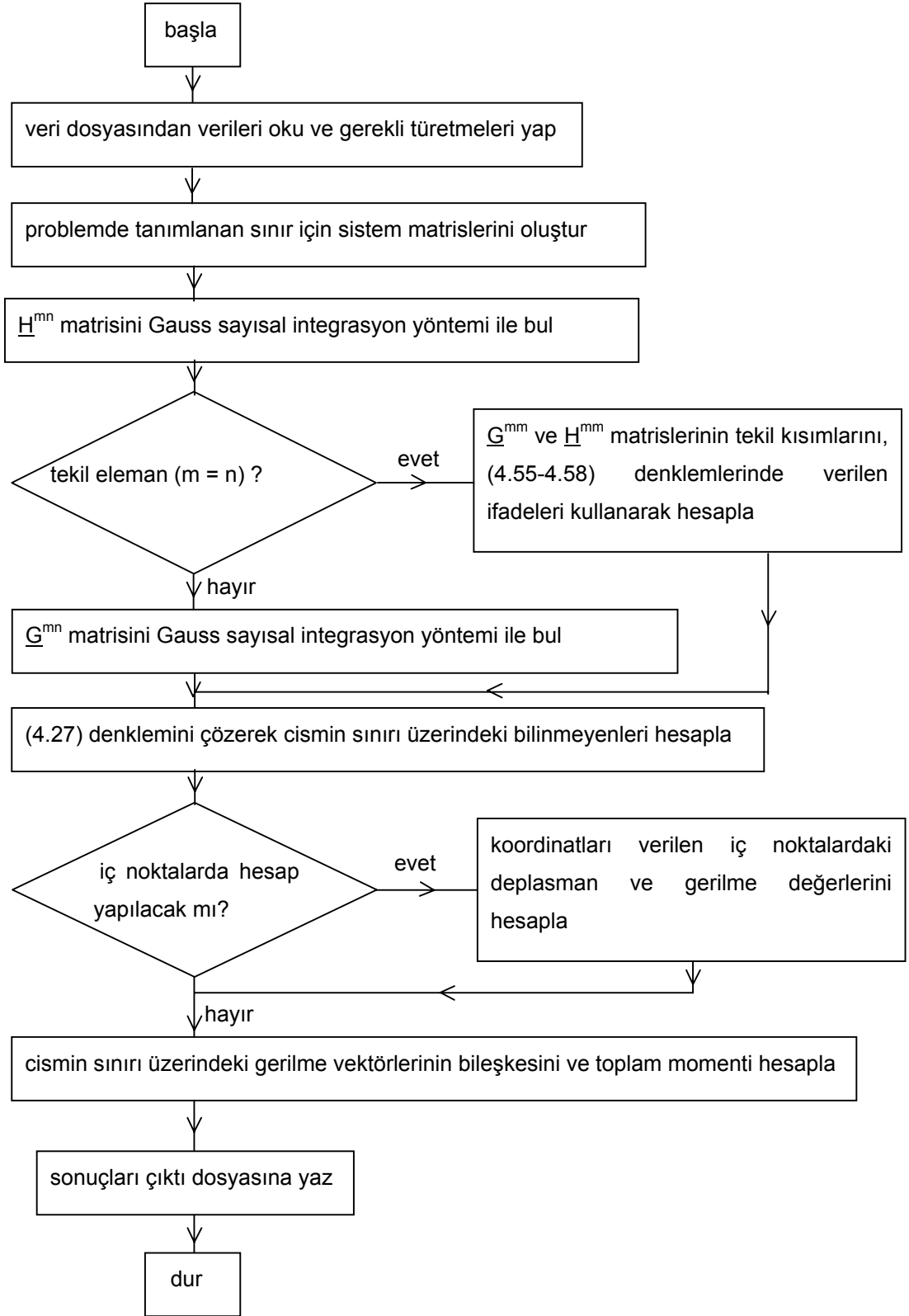
Problemle ilgili verilerin okunması: Bu adımda, analizi yapılacak olan problemde göz önüne alınan cismin sınırları ile ilgili bilgiler okunmaktadır. Ayrıca düğüm noktalarının boyutsuz koordinatları da bu bölümde belirlenmektedir.

Problemin çözümü için lineer denklem sisteminin elde edilmesi: Bu adımda, (4.27) denkleminde görülen matrisleri oluşturmaktadır. Bu matrislerin elde edilmesinde tekil elemanlar için (4.55-4.58) denklemlerinde verilen ifadeler kullanılmakta olup, diğer elemanlar için ise Gauss sayısal integrasyon yöntemi uygulanmaktadır. Ayrıca matrisler arasında gerekli kolon değişiklikleri yapılarak (4.31) denklemi elde edilmektedir.

Elde edilen denklem sisteminin çözümü: Bu adımda, (4.31) eşitliği ile verilen denklem sistemi Gauss eliminasyon yöntemi kullanılarak cismin sınırındaki bilinmeyenler için çözülmektedir.

İç noktalardaki deplasman ve gerilmelerin bulunması: Önceki adımda elde edilen sınır büyüklükleri kullanılarak koordinatları verilen iç noktalardaki gerilme ve deplasmanlar hesaplanmaktadır.

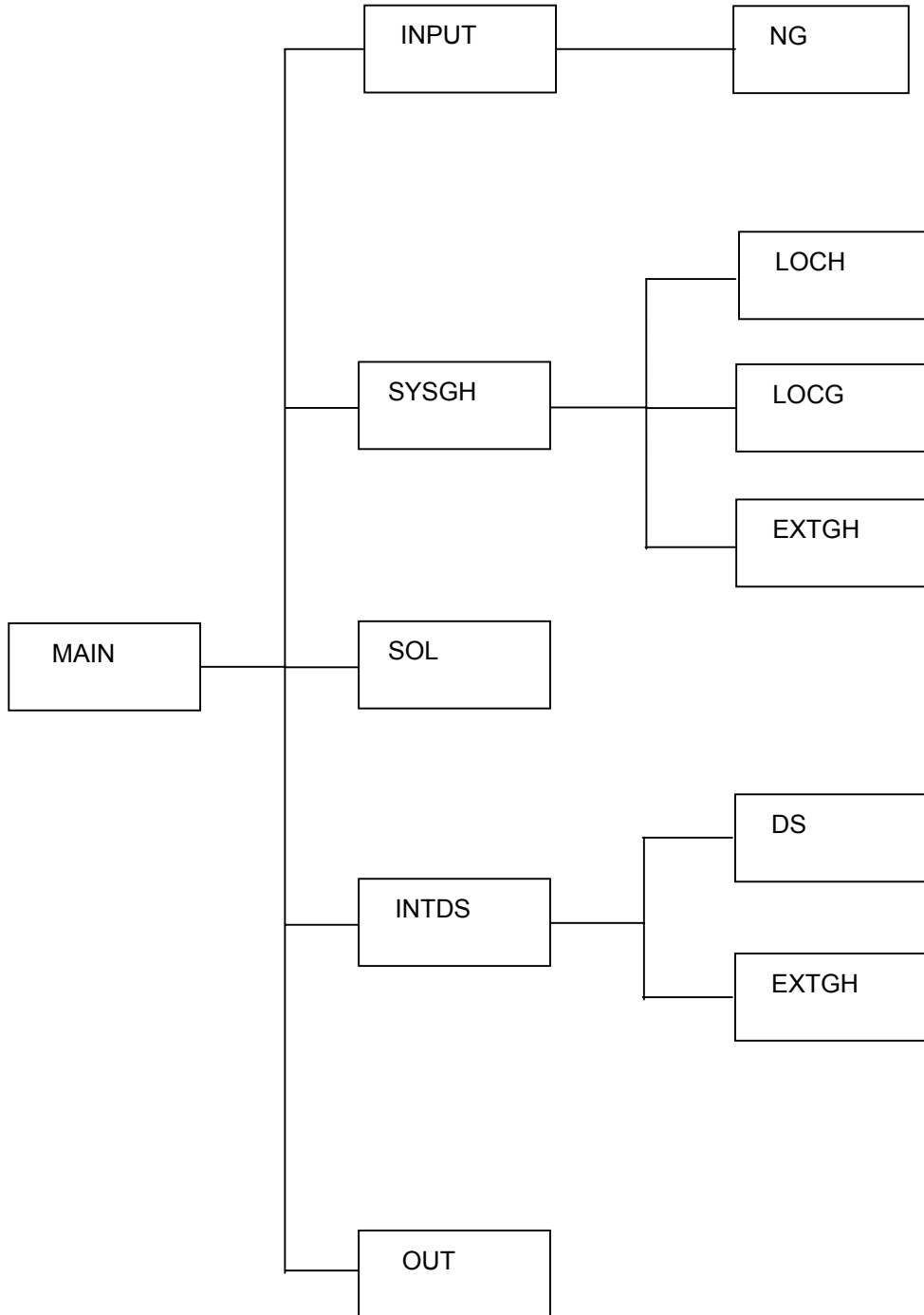
Cismin sınırları üzerine etki eden bileşke kuvvet ve momentin hesabı: Son adım olarak, cismin sınırları üzerindeki gerilme vektörlerinin bileşkesi ve belirli bir noktaya göre toplam moment hesaplanmakta ve elde edilen sonuçlar bir çıktı dosyasına yazdırılmaktadır.



Şekil A.1. D2SQ programının akış diyagramı

D2SQ programında kullanılan alt programlar Şekil A.2’de görülmektedir. Bu alt programların işlevleri aşağıda kısaca açıklanmıştır.

- MAIN** : Alt programların çağırılış sırasını ve programın genel akışını düzenlemektedir.
- INPUT** : Veri dosyasını okumakta ve veri türetme işlemleri için gerekli alt programları çağırılmaktadır.
- NG** :Herhangi bir veri satırında kaç adet veri bulunduğunu hesaplamaktadır.
- SYSGH** :(4.27) denkleminde görülen sistem matrislerini oluşturmaktadır. Ayrıca sistem matrislerinde kolon değişikliği yaparak (4.29) eşitliğinde verilen A ve B matrislerini oluşturmaktadır.
- LOCH** : $\underline{H}^{mn}$ ($m \neq n$) matrisini elde etmektedir.
- EXTGH** :(4.23) denkleminde verilmiş olan integralleri Gauss sayısal integrasyon yöntemiyle hesaplayarak $\underline{G}^{mn}$ ($m \neq n$) matrisini elde etmektedir.
- LOCG** : $\underline{G}^{mn}$ ve $\underline{H}^{mn}$ ($m=n$) matrislerini elde etmektedir.
- SOL** :Lineer denklem sistemi çözülerek bilinmeyen sınır büyüklükleri elde etmektedir.
- INTDS** :(4.33) ve (4.39) denklemlerini kullanarak, iç noktalardaki deplasman ve gerilmeleri hesaplamaktadır.
- DS** :Ek-B’de verilen eşitlikler yardımıyla, D ve S matrislerini elde etmektedir. Bu eşitliklerde görülen integraller Gauss sayısal integrasyon yöntemi kullanılarak hesaplanmaktadır.
- OUT** :Sınır üzerindeki düğüm noktalarında gerilme vektörü ve deplasmanları iç noktalarda hesaplanmış olan deplasman ve gerilme değerlerini bir çıktı dosyasına yazmaktadır. Ayrıca sınır elemanları üzerinde bulunan gerilme vektörlerinin bileşkesini ve tüm sınır üzerindeki belirli bir noktaya göre hesaplanan toplam momenti aynı dosyaya yazmaktadır.



Şekil A.2. D2SQ programında kullanılan alt programlar

A.1.2. Dinamik Analiz ile İlgili Program

D2DQ programında, statik analiz yapan D2SQ programında bulunan alt programlara ilave olarak, modifiye edilmiş Bessel fonksiyonları olan K_n , K_0 , K_1 , I_0 ve I_1 'le ilgili BESK, BESSK0, BESSK1, BESSI0 ve BESSI1 alt programları bulunmaktadır. Statik analiz programında verilen gerçel sayı değerlerine sahip terimler kompleks sayı halini almıştır.

A.2. Programlar için Veri Dosyası Hazırlanması

Yukarıda genel hatlarıyla çalışma düzeni anlatılan programlarda, analizi yapılan problemle ilgili bilgiler bir veri dosyasından okunmakta ve elde edilen sonuçlar bir çıktı dosyasına yazılmaktadır. Her iki programda dosyanın isimleri, programın çalışması sırasında bilgisayara klavye yardımıyla kullanıcı tarafından girilmektedir.

Aşağıda sırasıyla, statik ve dinamik analiz programlarında kullanılan veri dosyasının hazırlanmasıyla ilgili bilgiler detaylı olarak verilerek çıktı dosyasının içeriği de tanıtılacaktır.

A.2.1. Statik Analiz Programı için Veri Dosyası Hazırlanması

D2SQ programında veri dosyası on bölümden oluşmaktadır;

- 1) Başlangıç satırı
- 2) Düğüm noktası koordinatları satırı
- 3) Problemi oluşturan sınırlarla ilgili bilgiler satırı
- 4) Malzeme özellikleri satırı
- 5) Bileşke kuvvetlerin hesabı için gerekli bilgiler satırı
- 6) Eleman tarifleri bölümü
- 7) Sınır üzerindeki eleman uç noktaları için koordinatlar bölümü
- 8) Düğüm noktası tarifleri bölümü

- 9) Sınır şartları bölümü
- 10) İç noktalar için koordinatlar bölümü

Bu bölümlerin nasıl hazırlanacağı, aşağıda detaylı olarak anlatılmıştır.

Başlangıç satırı

Veri dosyasının ilk satırı,

PROBLEMİN ADI

formatında bir satırdan oluşmaktadır. Bu satırda kullanıcı tarafından belirlenen ve analizi yapılan problemi tanıtan bir cümle kullanılmalıdır. Bu cümle en fazla 80 karakter uzunluğunda olmalıdır.

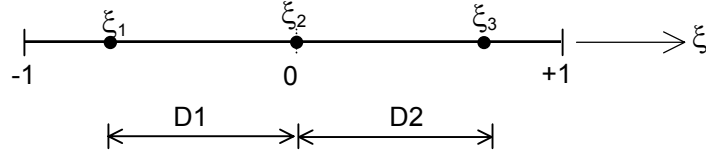
Düğüm noktası koordinatları satırı

Veri dosyasının ikinci satırı,

D1 D2 ALFA

şeklinde üç adet bilgi içeren bir satırdır. Bunlar:

- D1 :Eleman üzerinde belirlenen birinci düğüm noktası boyutsuz koordinatını (ξ_1) göstermektedir (Şekil A.3).
- D2 :Eleman üzerinde belirlenen, kuadratik eleman için üçüncü düğüm noktası boyutsuz koordinatını (ξ_3) göstermektedir.
- ALFA : Düğüm noktaları arası mesafenin eleman boyuna oranını göstermektedir.



Şekil A.3. Süreksiz elemanda düğüm noktalarının boyutsuz koordinatları

Problemi oluşturan sınırlarla ilgili bilgiler satırı

Veri dosyasının üçüncü satırı,

NP NE L MM

şeklinde dört adet bilgi içeren bir satırdır. Burada,

- NP : Sınır üzerindeki elemanları tarifleyen toplam nokta sayısını,
- NE : Sınır üzerindeki toplam eleman sayısını,
- L : Gerilme ve deplasman değerleri hesaplanacak iç nokta sayısını,
- MM : Gauss sayısal integrasyon yönteminin uygulandığı integral hesaplarında kullanılacak Gauss noktası sayısını,

göstermektedir. Gauss nokta sayısı düğüm noktası koordinatlarına bağlı olarak teklik oluşturmayacak şekilde 4, 6, 8 veya 10 değerlerinden herhangi biri olarak alınabilmektedir. Ayrıca yukarıda belirtilen iç nokta sayısı, eleman sayısı ve elemanları tarifleyen noktaların sayıları için açılan maksimum boyut değerleri, program içerisinde verilen parametre satırıyla belirlenebilmektedir. İstendiği takdirde bilgisayarın teknik özelliklerine bağlı olarak, parametre satırında değişiklik yapılmasıyla maksimum değerler yeniden düzenlenebilmektedir. İç noktalarda deplasman ve gerilme hesabı istenmiyorsa L değeri için '0' yazılmalıdır.

Malzeme özellikleri satırı

Veri dosyasının bu satırında malzeme özellikleri ile ilgili bilgiler verilmektedir. Bu bilgiler,

GE XNU

formatındadır. Burada,

GE : Kayma modülünü (μ),

XNU : Poisson oranını (ν),

göstermektedir.

Bileşke kuvvetlerin hesabı için gerekli bilgiler satırı

Bu satırda,

NN1 NN2

formatında iki adet bilgi verilmektedir. Bunlar,

NN1, NN2 : Sınırı üzerine etki eden bileşke kuvvetin hesabında kullanılacak olan birinci ve sonuncu eleman numarasını,

göstermektedir. Buna göre program bileşke kuvveti yalnızca NN1, NN1+1, ..., NN2 no'lu elemanları kullanarak hesaplamaktadır. Böylece istendiği takdirde sınır üzerinde belirli bir bölge için bileşke kuvvet hesaplanabilmektedir.

Eleman tarifleri bölümü

Bu bölüm sınır üzerinde belirlenen sınır elemanları için eleman tariflerinin yapıldığı satırlardan oluşmaktadır. Bu satırların her biri,

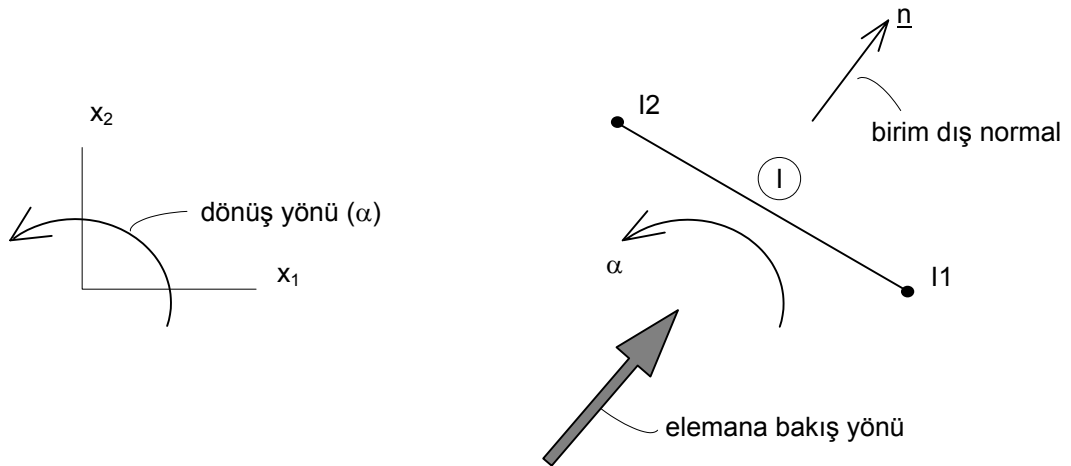
$$I \quad I1 \quad I2 \quad I3 \quad (A.1)$$

formatında yazılmaktadır. Burada,

I : Eleman numarasını,
 $I1, I2, I3$: I no'lu elemanı tarifleyen uç noktaların numarasını,

göstermektedir.

Eleman numaralama işlemi Şekil A.4'te görülen x_1 ekseninden x_2 eksenine doğru tanımlanan α dönüş yönü ve elemana bakış yönü kullanılarak yapılmalıdır. Buna göre sınır üzerindeki herhangi bir elemana, elemanın birim dış normal yönünde bakıldığında bu elemanın numaralanması α yönünde olmalıdır (Şekil A.4).



Şekil A.4. Eleman tarifi

Formatı (A.1) ifadesinde görülen veri satırları, eleman numarasının (I) artış sırasında yazılmalıdır. Eğer birbirini izleyen iki satırda verilen eleman numaraları arasındaki fark 1'den büyükse, verilen iki eleman arasında kalan elemanlar program

Sınır üzerindeki eleman uç noktaları için koordinatlar bölümü

Bu bölümde sınır üzerindeki elemanları tarifleyen uç noktaların koordinatları verilmektedir. Eleman uç nokta numarası ve koordinatları,

$$I \quad XI \quad YI \quad [XC \quad YC \quad IY] \quad (A.2)$$

formatında verilen satırlardan oluşmaktadır. Burada köşeli parantez içinde bulunan bilgiler koordinatlar için dairesel türetme yapılacağı zaman verilmelidir. Eğer dairesel türetme yapılmayacaksa, (A.2) satırında bu bilgiler bulunmamalıdır. Bu satırda,

I	: Koordinatları verilecek olan noktanın numarasını,
XI, YI	: I noktasının x_1 ve x_2 koordinatını,
XC, YC	: Koordinatları dairesel türetme ile türetilen noktaların oluşturduğu çemberin merkezinin x_1 ve x_2 koordinatını,
IY	: Üzerinde dairesel türetme yapılacak olan çemberin dönüş yönünü belirleyen tamsayıyı,

temsil etmektedir. Buna göre, üzerinde dairesel türetme yapılacak olan çemberin merkezinden bakıldığında çember üzerinde bulunan noktaların numaralanması α yönünde ise (Şekil A.5) IY değeri '0' olacak, aksi takdirde bu değer için '1' yazılacaktır.

Formatı (A.2) ifadesinde görülen veri satırları koordinatları verilecek olan nokta numaralarının (I) artış sırasında yazılmalıdır. Birbirini izleyen iki satırda verilen nokta numaraları arasındaki fark 1'den büyükse, verilen iki nokta arasında kalan noktaların koordinatları program içerisinde dairesel ya da doğrusal türetme ile belirlenmektedir. Dairesel türetmenin yapılabilmesi için köşeli parantez içindeki bilgilerin yazılması gerekmektedir. Eğer bu bilgiler (XC, YC, IC) bulunmuyorsa, doğrusal türetme yapılacak demektir. Doğrusal türetme ya da dairesel türetme ile

koordinatları türetilecek olan noktaların bir doğru ya da bir çember üzerinde bulunması ve eşit aralıklı olması gerekmektedir.

Şekil A.5'te görülen sınırlar üzerinde bulunan noktaların eşit aralıklı olduğu kabul edilirse, bu noktaların koordinatları,

1	X1	Y1			
4	X4	Y4			
7	X7	Y7	XC	YC	1
11	X11	Y11			
12	X12	Y12			
15	X15	Y15			
20	X20	Y20			

şeklinde yazılabilmektedir. Buna göre; 2-3, 5-6, 13-14 ve 16-19 no'lu noktaların koordinatları doğrusal, 8-10 no.lu noktaların koordinatları ise dairesel türetme ile elde edilmektedir. Şekil A.5'te görülen α yönüne göre dairesel türetme için IY değeri, bu örnekte '1' olarak verilmektedir.

Düğüm noktası tarifleri bölümü

Bu bölüm, sınır üzerinde belirlenen sınır elemanları için düğüm noktası numaralarının tanımlandığı satırlardan oluşmaktadır. Bu satırların her biri,

$$I \quad I1 \quad I2 \quad I3 \quad (A.3)$$

formatında yazılmaktadır. Burada,

I : eleman numarasını,

I1, I2, I3 : I no'lu elemanı üzerinde bulunan birinci, ikinci ve üçüncü düğüm noktalarının numarasını,

göstermektedir.

Düğüm noktası numaralama işlemi, eleman numaralamada olduğu gibi, Şekil A.4.'te görülen, x_1 ekseninden x_2 eksenine doğru tanımlanan α dönüş yönü ve elemana bakış yönü kullanılarak yapılmalıdır.

Formatı (A.3) ifadesinde görülen veri satırları, eleman numarasının (I) artış sırasında yazılmalıdır. Eğer birbirini izleyen iki satırda verilen eleman numaraları arasındaki fark 1'den büyükse, verilen iki eleman arasında kalan elemanların üzerindeki düğüm noktası tarifleri program içerisinde veri türetme yoluyla yapılmaktadır. Düğüm noktası numaralandırılmasının türetme ile yapılabilmesi için, türetilcek olan düğüm noktalarının bulunduğu eleman numaralarının birer birer artması ve düğüm noktası numaralarının da aynı şekilde birer birer artması gerekmektedir.

Örnek olarak, Şekil A.5'te görülen sınır için düğüm noktası tarifleri,

$$\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 20 & 58 & 59 & 60 \end{array} \quad \left[\begin{array}{c} \\ \end{array} \right]$$

şeklinde verilebilmektedir. Böylece 2-19 no'lu elemanların düğüm noktası numaraları program içerisinde türetme yoluyla yapılmaktadır.

Sınır şartları bölümü

Sınır üzerinde bilinen sınır büyüklükleri aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$I \quad K1 \quad A1 \quad K2 \quad A2 \quad [XC \quad YC] \quad (A.4)$$

Burada,

- I : Üzerinde sınır şartı yazılacak olan düğüm noktası numarasını,
- A1, A2 : I no'lu düğüm noktası üzerinde bilinen deplasman ve/veya gerilme değerlerini,
- K1, (K2) : A1 (A2) değerleri için kod numarasını (burada, A1 (A2))

deplasman bileşeni ise K1 (K2) için '0', A1 (A2) gerilme bileşeni ise K1 (K2) için '1' yazılmalıdır)

XC, YC : Üzerinde sınır şartları için türetme yapılacak olan çemberin merkezinin x_1 ve x_2 koordinatını

göstermektedir. Eğer dairesel türetme yapılmayacaksa, (A.4) satırında köşeli parantez içindeki bilgiler yazılmamalıdır.

(A.4) ifadesinde formatı görülen veri satırları düğüm noktası numarasının (I) artış sırasında yazılmalıdır. Birbirini izleyen iki satırın düğüm noktası numaraları arasındaki fark 1'den büyükse, bu durumda, verilen iki düğüm noktası arasında kalan noktalar için sınır şartları, program içerisinde doğrusal ya da dairesel türetme ile belirlenmektedir.

Veri satırlarında tanımlanacak olan A1 ve A2 değerleri, sırasıyla, x_1 ve x_2 eksenleri doğrultusundaki gerilme ve/veya deplasman bileşenleri olmalıdır (Şekil A.6a).

Eğer dairesel türetme yapılacaksa, A1 ve A2 değerleri sırasıyla, radyal ve teğetsel (α yönünde) doğrultudaki gerilme ve/veya deplasman bileşenleri olarak verilmelidir (Şekil A.6b). Dairesel türetmenin başladığı satırda köşeli parantez içinde görülen bilgiler (XC, YC) yazılmalıdır. Ayrıca dairesel ya da doğrusal türetmenin yapıldığı sınır boyunca K1 ve K2 kod numaralarının değişmemesi gerekmektedir.

Örnek olarak Şekil A.5'te görülen S sınırı için sınır şartları,

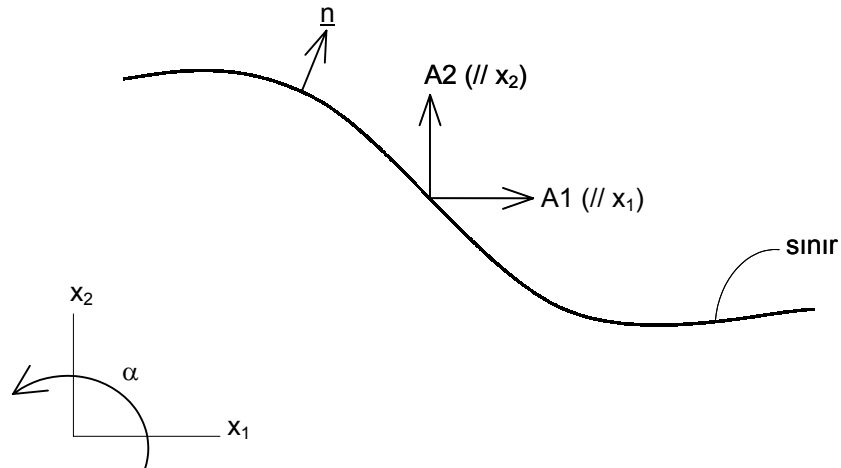
$t_1 = 0$; $t_2 = 0$	: 1-6 ve 23-40 no'lu düğüm noktaları üzerinde
$t_1 = 0$; $u_2 = 0$	: 7-12 ve 21-22 no'lu düğüm noktaları üzerinde
$t_r = 1$; $t_\theta = 0$	: 13-20 no'lu düğüm noktaları üzerinde

şeklinde verilmiş olsun. Burada, t_i ve u_i ($i = 1, 2$), $\underline{t}$ ve $\underline{u}$ vektörlerinin kartezyen koordinatlardaki (x_i) bileşenlerini; t_r ve t_θ ise $\underline{t}$ vektörünün, sırasıyla, radyal ve teğetsel bileşenlerini göstermektedir.

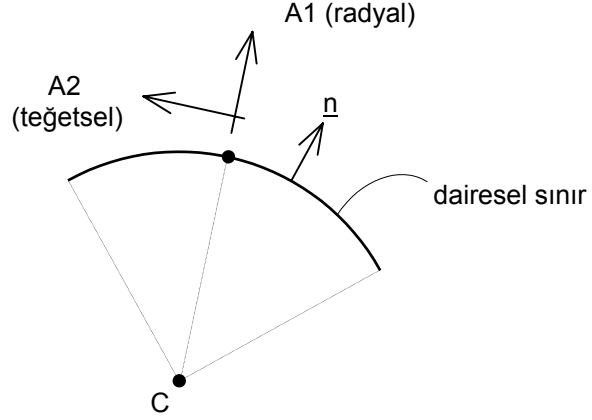
Verilen bu sınır şartları,

1	1	0.	1	0.		
6	1	0.	1	0.		
7	1	0.	0	0.		
12	1	0.	0	0.		
13	1	1.	1	0.	XC	YC
20	1	1.	1	0.		
21	1	0.	0	0.		
22	1	0.	0	0.		
23	1	0.	1	0.		
40	1	0.	1	0.		

şeklinde yazılabilmektedir. Buna göre, 2-5, 8-11 ve 24-39 no'lu düğüm noktaları üzerindeki sınır şartları, doğrusal türetme ile ve 14-19 no'lu düğüm noktaları üzerindeki sınır şartları da dairesel türetme ile belirlenmektedir.



Şekil A.6a. Gerilme ve deplasman bileşenleri için pozitif yönler (dairesele türetme yok)



Şekil A.6b. Gerilme ve deplasman bileşenleri için pozitif yönler (dairesel türetme var)

İç noktalar için koordinatlar bölümü

Analizi yapılan problemde, iç noktalarda gerilme ve deplasman hesabı isteniyorsa, sözü edilen noktaların koordinatları bu bölümde verilmektedir.

Bu bölümde veri satırı

I XI YI

formatında verilmiştir. Buna göre ifadede görülen I gerilme ve deplasman hesabı istenen iç nokta numarasını göstermektedir. XI ve YI ise sırasıyla, iç noktanın x_1 ve x_2 yönündeki koordinatlarını göstermektedir.

Yukarıda sınır üzerindeki noktalar için anlatılan türetme imkanları iç noktalar için de aynı şekilde kullanılabilir.

Eğer herhangi bir iç noktada gerilme ve deplasman hesabı istenmiyorsa veri dosyasında bu bölüm bulunmayacaktır.

A.2.2. Dinamik Analiz Programı için Veri Dosyası Hazırlanması

Bu kısımda dinamik analiz yapan program için veri dosyası açıklanacaktır.

Programda veri dosyası on bölümden oluşmaktadır:

- 1) Başlangıç satırı
- 2) Düğüm noktası koordinatları satırı
- 3) Problemi oluşturan sınırlarla ilgili bilgiler satırı
- 4) Malzeme özellikleri satırı
- 5) Bileşke kuvvetlerin hesabı için gerekli bilgiler satırı
- 6) Eleman tarifleri bölümü
- 7) Sınır üzerindeki eleman uç noktaları için koordinatlar bölümü
- 8) Düğüm noktası tarifleri bölümü
- 9) Sınır şartları bölümü
- 10) İç noktalar için koordinatlar bölümü

Bu bölümler içerisinde sadece statik programlardan farklı veriler içeren bölümler aşağıda detaylı olarak anlatılmıştır. Diğer bölümler statik programlarla aynı tip veriler içermektedir.

Malzeme özellikleri satırı

Veri dosyasının bu satırında, malzeme özellikleri ile ilgili bilgiler verilmektedir. Bu bilgiler,

GE XNU RO W

formatındadır. Burada,

GE : Kayma modülünü (μ)
XNU : Poisson oranını (ν)
RO : Kütlesel yoğunluğunu
W : Aşıl frekans değerini göstermektedir.

Sınır şartları bölümü

Bu bölümde veriler, statik analizle aynı olacak şekilde (A.4) satırında verilen formatta yazılmaktadır. Eğer istenirse, sınır şartları, kompleks sayılar kullanılarak verilebilmektedir. Bu durumda, (A.4) satırında görülen A1 ve A2 değerleri,

$$(a, b)$$

formatında yazılmalıdır. Burada a ve b, A1 ya da A2'nin, sırasıyla, reel ve imajiner kısımlarını göstermektedir.

A.2.3. Çıktı Dosyası

Statik ve dinamik analiz yapan programlar için yapısı aynı olan çıktı dosyası, aşağıdaki bölümlerden oluşmaktadır.

Verilen bilgiler bölümü

Çıktı dosyasının bu bölümünde ilk olarak, analizi yapılan problemle ilgili genel bilgiler (malzeme özellikleri, kullanılan eleman sayısı, dinamik analiz için farklı olarak frekans vb. gibi) listelenmektedir. Daha sonra problemde kullanılan sınır için; eleman tarifleri, sınır üzerindeki noktaların koordinatları, düğüm noktası tarifleri, ve son olarak bilinen sınır şartları yazdırılmaktadır.

Türetme ile elde edilen bilgileri de içeren bu bölüm problemle ilgili bilgilerin veri dosyasına hatasız olarak girilip girilmediğini kontrol etmek amacıyla yazdırılmaktadır.

Cismin sınırı üzerinde elde edilen sonuçlar bölümü

Bu bölümde, göz önüne alınan cismi oluşturan sınır için sınır elemanları üzerinde verilen düğüm noktası koordinatları yazdırılmaktadır. Düğüm noktalarında elde edilen gerilme bileşenleri ve deplasman değerleri düğüm nokta numarası artış sırasıyla yazdırılmaktadır.

İç noktalar için elde edilen sonuçlar bölümü

Çıktı dosyasının bu bölümünde iç noktalar için elde edilen gerilme ve deplasman değerleri yazdırılmaktadır.

Hesaplanan bileşke kuvvetler bölümü

Son olarak çıktı dosyasının bu bölümünde, S sınırı üzerinde belirlenen bölgelerde hesaplanan NN1 ve NN2 no'lu elemanlar arası, sınır üzerine etki eden bileşke kuvvetler yazdırılmaktadır.

Ek-B. İç Noktaların Gerilme Hesabında Kullanılan S_{kij} ve D_{kij} Terimleri

İç noktalarda gerilme hesabı için verilen (4.39) eşitliğinde görülen S_{kij} ve D_{kij} terimleri, (4.40) denklemi yardımıyla elde edilebilmektedir. Buna göre, temel çözümlerin türevleri alınarak, dinamik haldeki D_{kij} ve S_{kij} terimleri,

$$D_{kij} = \left[\left(-\Psi' + \frac{\chi}{r} \right) (\delta_{kj} r_i + \delta_{ki} r_j) + 2 \left(\chi' - 2 \frac{\chi}{r} \right) r_i r_j r_k + 2 \frac{\chi}{r} \delta_{ij} r_k \right. \\ \left. + \left(\frac{c_p^2}{c_s^2} - 2 \right) \left(-\Psi' + \chi' + \frac{\chi}{r} \right) \delta_{ij} r_k \right] \quad (B.1)$$

ve

$$\begin{aligned}
S_{kij} = & \frac{\mu}{2\pi} \left[\left(-\Psi'' + \frac{\Psi'}{r} + \frac{\chi'}{r} - \frac{2\chi}{r^2} \right) \left(\delta_{kj} r_i \frac{\partial r}{\partial n} + \delta_{ki} r_j \frac{\partial r}{\partial n} \right. \right. \\
& + n_i r_j r_k + n_j r_i r_k \left. \right) + 2 \left(-\frac{\Psi'}{r} + \frac{\chi}{r^2} \right) (\delta_{jk} n_i + \delta_{ki} n_j) \\
& + 4 \left(\frac{\chi'}{r} - \frac{\chi}{r^2} \right) \left(n_k r_i r_j - 2 r_i r_j r_k \frac{\partial r}{\partial n} \right) - 4 \frac{\chi}{r^2} n_k (r_i r_j - \delta_{ij}) \\
& + 4 \chi'' \frac{\partial r}{\partial n} r_k r_i r_j + \left(2 \frac{\chi'}{r} - \frac{4\chi}{r^2} \right) \left[(\delta_{ki} r_j + \delta_{kj} r_i) \frac{\partial r}{\partial n} \right. \\
& + r_k (n_i r_j + n_j r_i) - 2 (3 r_i r_j - \delta_{ij}) r_k \frac{\partial r}{\partial n} \left. \right] \\
& + \left(\frac{c_p^2}{c_s^2} - 2 \right) 2 n_k \left[r_i r_j \left(-\Psi'' + \chi'' + \frac{\Psi'}{r} - 2 \frac{\chi}{r^2} \right) \right. \\
& + \left. \left(\frac{\chi'}{r} + \frac{\chi}{r^2} - \frac{\Psi'}{r} \right) \delta_{ij} \right] \\
& + \frac{\mu}{2\pi} \left(\frac{c_p^2}{c_s^2} - 2 \right) \delta_{ij} \left[2 \frac{\partial r}{\partial n} r_k \left(-\Psi'' + \frac{\Psi'}{r} + \chi'' - 2 \frac{\chi}{r^2} \right) \right. \\
& + 2 n_k \left(-\frac{\Psi'}{r} + \frac{\chi'}{r} + \frac{\chi}{r^2} \right) + \left(\frac{c_p^2}{c_s^2} - 2 \right) n_k \left(-\Psi'' \right. \\
& + \chi'' - \frac{\Psi'}{r} + 2 \frac{\chi'}{r} \left. \right) \left. \right]
\end{aligned} \tag{B.2}$$

eşitlikleri yazılabilmektedir. Burada,

$$()' = \frac{d}{dr} () \tag{B.3}$$

tanımları kullanılmaktadır.

Ek-C. Dinamik Halde Rijit Cisim Hareketinin Çıkarılması

Eşitlik (4.58)'in statik ve dinamik hallerde geçerli olduğu 4. bölümde belirtilmiştir. Bu eşitlik yarı sonsuz ortamlarda statik hal için yeniden yazılırsa,

$$\underline{H}_{PP}^{mm} = \underline{I} - \sum_{n=1}^N \sum_{Q=1}^3 \underline{H}_{PQ}^{mn} \quad (m \neq n \text{ ve } P \neq Q \text{ için}) \quad (C.1)$$

bağıntısı elde edilir. (C.1) eşitliğinin dinamik hal içinde elde edilebilmesi için, öncelikle (C.2) eşitliğinin temel çözümleri sağlaması gerekmektedir.

$$\partial_j \tau_{ji}^{l*} + \rho \omega^2 u_i^{l*} + \delta_{il} \Delta(P, Q) = 0 \quad (l = 1 - 3) \quad (C.2)$$

Burada,

$$\Delta(P, Q) = \delta(x_1 - p_1) \delta(x_2 - p_2) \delta(x_3 - p_3) \quad (C.3)$$

şeklindedir.

(C.2) ifadesi dinamik etkiler olmadan P noktasını kapsayan bir bölge için integre edilirse,

$$\int_S \underline{H}(P, Q) dS + \underline{I} = 0 \quad (C.4)$$

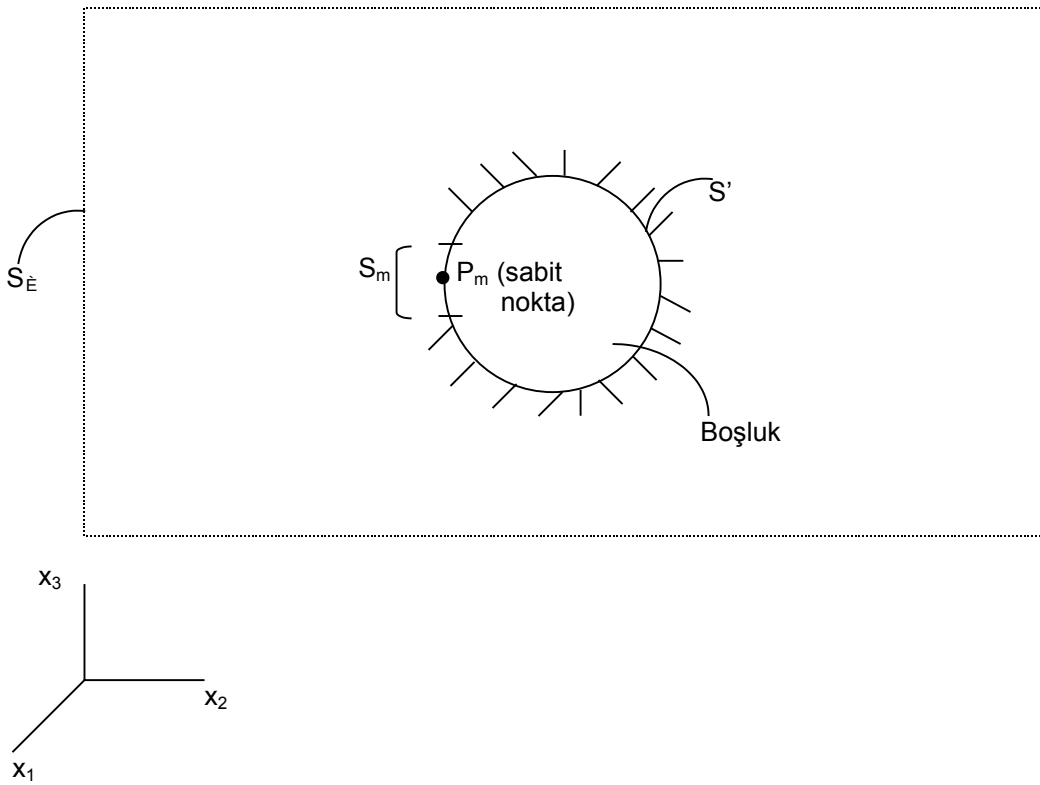
$\underline{H}$ ifadesi ikinci temel çözüm olmak üzere,

$$\underline{H} = (t_{li}^*) \quad (C.5)$$

şeklinde tanımlanır. S sınırı ise P noktasını kapsayan kapalı bir sınırı ifade etmektedir. Eğer cisim x_i doğrultusunda taşınırsa, S sınırındaki traction vektörü olan $\underline{t}^n$, taşıma sırasında yok olacaktır. Böylece aşağıdaki

$$\sum_{n=1}^N \tilde{\underline{H}}^{mn} \underline{e}_i = \underline{0} \quad (i=1-3) \quad (C.6)$$

ifadesi elde edilir. Burada $\underline{e}_i$ bir sütun vektör olup i . elemanı 1 diğer bütün elemanları sıfırdır.



Şekil C.1. Sonsuz bir cisim

Şekil C.1'deki gibi sonsuza uzanan bir cisim ele alalım. Şekildeki boşluğun sınırı S' ile ve sonsuzdaki sınır da S_E ile gösterilmektedir. Bu cisim için (C.6) ifadesi düzenlenirse,

$$\sum_{n=1}^N \tilde{\underline{H}}^{mn} \underline{e}_i + \int_{S_\infty} \underline{H}(P_m, Q) \underline{e}_i dS = \underline{0} \quad (i=1-3) \quad (C.7)$$

Burada toplam işareti S' sınırı üzerinde integrali, P_m sabit noktayı, x_i doğrultusundaki $\underline{e}_i$ birim taşıma vektörünü göstermektedir.

(C.7) ifadesindeki ikinci integral (C.4) ifadesindeki gibi yazılırsa,

$$\int_{S_\infty} \underline{H}(P_m, Q) \underline{e}_i dS = \int_{S_\infty} \underline{H}(P_m, Q) dS \underline{e}_i = -\underline{I} \underline{e}_i = -\underline{e}_i \quad (C.8)$$

ifadesi bulunur. Bulunan (C.8) ifadesi (C.7)'de yazılırsa,

$$\sum_{n=1}^N \underline{\tilde{H}}^{mn} \underline{e}_i - \underline{e}_i = \underline{0} \quad (C.8)$$

ifadesi bulunur. (C.9) ifadesi $i=1, 2$ ve 3 için yazılır ve birleştirilirse,

$$\sum_{n=1}^N \underline{\tilde{H}}^{mn} - \underline{I} = \underline{0} \quad (C.10)$$

ifadesi bulunur. Bulunan bu ifade eşitlik (C.1)'e özdeştir.